

Title	企業の貢献と参入の最適条件：効率価格と利潤
Sub Title	Contribution of a firm and optimal entry
Author	川又, 邦雄
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1979
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.72, No.3 (1979. 6) ,p.335(63)- 346(74)
JaLC DOI	10.14991/001.19790601-0063
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19790601-0063

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

企業の貢献と参入の最適条件

——効率価格と利潤——

川 又 邦 雄

1 序

カーンおよびミードは、その古典的著作（カーン〔12〕、ミード〔14〕）において、一つの企業のある産業への参入が生産量や経済厚生に与える効果を分析することによって、産業内の最適企業数を特色づける条件を明らかにした。同様の理論は、ヒックス〔10〕が最適資源配分の総体条件を導出する場合にも展開されているが、彼等の分析は、必ずしも一般均衡論的な定式化の下で厳密に行われたものではなく、しかも消費者余剰という一般的な状況の下では正統化し難い概念に依拠するものである。

最適参入の条件の一つの厳密な導出方法は根岸〔15, 16〕によって、アロー＝ドブリュー型経済モデル（たとえばアロー＝ハーン〔1〕、ドブリュー〔7〕を見よ）の枠組の中で示された。ただしそこでの分析を独占的要素や外部効果、公共財等を含むケースについて適用することは必ずしも容易ではない。

本稿においては、まず協力ゲームの考えを用いて、企業の限界的貢献という概念を導入する。大まかにいって、それはある一つの企業が経済に参入した後の厚生 of 最大値と、参入する以前の厚生 of 最大値の差として定義されるものであり、カーンの「企業者の社会的限界生産力」(marginal social productivity) という概念と対応するものである。ただし企業数を自然数によって表わすと、新しい企業の参入によって産出量や消費量のみならず価格も非連続的に変化するので、企業の限界生産物を評価する方法は一意でないことに注意しておこう。

以下の分析では、その難点を回避するために、企業は無数に存在するものとして、主としてオーマン流の連続濃度をもつ企業からなる経済（オーマン〔2〕、ヒルデnbrランド〔11〕を見よ）について考察することにしよう。その場合、外部効果や公共財のない、いわゆる古典的な経済環境を想定すると、限界企業の社会的貢献がその企業の（効率価格で評価した）利潤に等しいことが示される。この主要命題を用いると、競争市場における最適参入の条件は、限界企業の利潤がゼロに等しいこと

であることが導かれる。

以上の分析結果は、独占的要素や外部経済等を含む場合についても容易に拡張することができる。
それについては別稿⁽¹⁾で扱う。

2 企業の社会的貢献

いま一つの経済を考え、資源の量、消費者の選好、(潜在的に参入の可能性のある)すべての企業の技術等を所与とすると、経済の目的関数(以下厚生関数ともいうことがある)が、資源配分に依存する実数値関数として表現しうるものと考えよう。具体的にはたとえば、ある一つの財を除いた財の経済全体の消費量(=生産量)を一定として、残りの財の消費量(=生産量)を目的関数を考えることもできるし、バーグソン=サミュエルソン流の社会的厚生関数(サミュエルソン[17]を見よ)を想定することも可能である。

さて、全産業に潜在的に参入可能な企業の集合を T で示そう。しばらくは T は自然数の集合(を産業の数だけ順に並べたもの)であるとしておこう。いま実際にこの産業で生産活動を行っている企業の集合が T ($T \subset T$)であるとき、それに新たな企業 j が加わったときの企業の社会的貢献の大きさを

$$W^*(T \cup \{j\}) - W^*(T)$$

によって定義するのは自然であろう。ここで $W^*(T)$ は、上記の集合 T を所与とした場合の、資源配分を変化させることによって到達される目的関数の最大値である。つまり大まかにいえば、企業の社会的貢献は、ある経済にその企業が存在した場合の厚生⁽¹⁾の最大値と、それが存在しない場合の厚生⁽¹⁾の最大値の差として定義されるのである。

このような企業の貢献という概念は、協力ゲームにおけるシャプレイ値(これについては、たとえばシャプレイ[18]あるいは本稿と関係の深いオーマン=シャプレイ[5]等を参照されたい)と密接なかわりをもつものである。しかしシャプレイ値が上で定義された差の(すべての T が同様に確からしいとした場合の)数学的期待値として表現されるのに対して、ここでの貢献度は、すでに経済(産業)に存在する企業の集合 T を固定し、その下で定義されている。

産業構造の分析においては、現在生産活動を行っている企業には特別の意味があるから、 T を固定して考えるのはごく自然である。またそうでなくとも(一つの産業内、ないしはもっと狭い範囲においても)企業の技術に優劣の順番がつき、その順に参入が行われるとした場合には、ある企業が参入する以前の企業の集合 T を固定して考えることも有意義であろう。

注(1) 外部効果・公共財と企業の参入——『三田学会雑誌』72巻5号掲載予定、を見よ。

なお本稿の主要部分である4節では、 T はアトムをもたない測度空間⁽²⁾(とくに実区間の和集合)であると考えてるので、上の企業の貢献の定義は、

$$\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{W^*(T \cup \Delta T) - W^*(T)}{\Delta T}$$

によっておきかえられる。ただしここで T と ΔT とは共通部分をもたないものとする。

以下に示すように、この場合については企業の社会的限界貢献度が利潤(独占や外部効果があるケースではそれを修正した値)に等しいという明快な結論が導かれるが、次節ではしばらく T が離散型の場合について企業の貢献を求めてみることにする。

なお以上の定義では、企業の限界貢献度はたとえば消費者の効用関数の選び方に依存するから、それから独立にこの概念を定義するためには、さきの定義を価値尺度財(たとえば労働)の限界(不)効用で割っておけばよい。その場合、企業の限界貢献度は、その財を価値尺度として表示した利潤に等しいと言い直す必要がある。

3 離散型経済における企業の貢献——予備的考察

経済全体に有限個の企業が存在し、そこに新たに一つの企業が参入した場合の企業の社会的貢献は、具体的な効用関数、生産関数等が与えられている場合には容易に計算することができる。つぎに簡単なモデルを用いて、次節のより一般的分析の予備的考察を行ってみよう。

予備的モデル

いま代表的個人の効用関数が

$$(3.1) \quad u = x(a - l)$$

で与えられているものとしよう。ここで x は彼の消費量、 l は現実の労働供給量、 a は供給しうる最大の労働供給量を示す正の数であるとする。

潜在的に消費財を生産可能な企業の集合を $J = \{1, 2, \dots\}$ で示し、企業 $j (j \in J)$ の生産関数が、

$$(3.2) \quad x_j = \begin{cases} \sqrt{l_j - b_j}, & (l_j > b_j \text{ のとき}) \\ 0 & (l_j \leq b_j \text{ のとき}) \end{cases}$$

で与えられているものとしよう。ここで l_j は j 企業の労働投入量、 x_j は生産量、 b_j は固定的な労働投入量を示す非負の数(しかも有限個のものを除いて正の数)であるとする。

いまの場合、投入物として用いられるのは労働だけであるから、賃金率を価値尺度に選んだ場合、

(2) ある測度空間 T (厳密には $\mathcal{T}$ を T の上の σ -代数、 μ を測度とすると $(T, \mathcal{T}, \mu)$ がアトムをもたないということは、任意のゼロでない測度をもつ集合 $T \subset T$ について、それよりも小さい正の測度をもつ可測な集合 $T' \subset T$ が存在することをいう。

(3.2) の生産関数に対応する費用関数は、

$$(3.2)' \quad l_j = x_j^2 + b_j$$

を表現されることに注意しておこう。

さて、いま企業の集合 J ($J \subset \underline{J}$) を定めて、それらの企業だけが経済に参入している (すなわち J に属さない j については $x_j = 0$ である) と想定してみよう。もし J に属する企業で産出量がゼロのものがあるならば、その企業の労働投入をゼロとすることが明らかに消費者にとって望ましい。したがって消費者にとっての最適な参入退出が行われた状態だけを考察する場合には、 J に属するすべての企業の生産量は正であると仮定してさしつかえない。

かくしてわれわれは各 $J \subset \underline{J}$ について、

(P_J): 目的関数

$$(3.1) \quad u = x(a - l)$$

$$(3.3) \quad x = \sum_{j \in J} \sqrt{l_j - b_j}$$

$$(3.4) \quad l = \sum_{j \in J} l_j$$

の下で最大にする。

という問題を考えることにしよう。⁽³⁾

この問題の通常の一階の条件 (限界条件) から

$$(3.5) \quad \frac{a - l}{x} = 2\sqrt{l_j - b_j} \quad (j \in J)$$

が導かれる。したがって ((3.1), (3.3), (3.4) を用いれば (P_J) の最適解は

$$(3.6) \quad x_j^*(J) = \sqrt{a - \sum b_i} / \sqrt{3n} \quad (j \in J)$$

$$(3.7) \quad l_j^*(J) = (a - \sum b_i) / 3n + b_j \quad (j \in J)$$

で与えられ、そのときの消費者の効用は

$$(3.8) \quad u^*(J) = 2\sqrt{n}(a - \sum b_i)^{\frac{3}{2}} / 3\sqrt{3}$$

となることが知られる。ただしここで n は J に属する企業の数を示しているものとし、上の和はすべて J に属する i にわたるものとする。この結果のように J は $a - \sum b_i$ が正であるように選ばなければならないことに注意しておこう。この経済的意味は明らかであろう。

つぎにわれわれは、 J を変えることによって最適解がどう変化するかを調べてみよう。分析を簡単にするために

$$(3.9) \quad j < k \text{ ならば } b_j \leq b_k$$

であること、すなわち小さい番号の企業ほど固定費用が小さいこと (つまりいまの場合にはより優れ

注(3) 後に述べるように J は $a - \sum b_i > 0$ のように選ばれていなければならない。

た技術を具えていること)を仮定しよう。したがってもし企業 k が正の生産物を生産すべきであるならば、 $j < k$ である企業 j も正の生産物を生産すべきであることが結論される。以上によって、消費者にとって最適な企業の集合 J を選ぶためには、第一企業から順に参入が行われるとして、正の生産物を生産すべき企業の数 n を選ばよということが知られた。

以下簡単化のため $u^*(J)$ を $u^*[n]$ 等と記すことにすれば、前節で定義した第 n 企業の限界社会的貢献は、 $u^*[n] - u^*[n-1]$ によって示される。すでに求めた(3.8)式よりこの値を実際に計算することは可能である。

以上の結果についてより深い洞察を与えるために、離散型モデルでの計算を容易にする都合上、すべての $j \in J$ について $b_j = b$ ($b > 0$)であると仮定しよう。この場合には

$$(3.8)' \quad u^*[n] = 2\sqrt{n} (a - nb)^{\frac{3}{2}} / 3\sqrt{3}$$

となり、右辺は形式的にすべての n について定義されている。 $u^*[n]$ の n についての最大値を求めるために、両辺を微分すると

$$(3.10) \quad \frac{du^*}{dn} = \frac{\sqrt{a - nb}(a - 4nb)}{3\sqrt{3n}}$$

となる。したがって $\frac{a}{b} > 4n$ である限り、企業 n の参入は消費者の満足を高めることがわかる。⁽⁴⁾

また(3.5)より、この場合すべての l_j^* は等しいから、(3.1)、(3.3)、(3.4)、(3.7)より、

$$(3.11) \quad -\frac{\partial u^*}{\partial l} = \sqrt{a - nb} \sqrt{n} / \sqrt{3}$$

$$(3.12) \quad \frac{\partial u^*}{\partial x} = 2(a - nb) / 3$$

となる。したがって、労働を価値尺度とした生産物の効率価格は

$$(3.13) \quad -\frac{\partial u^* / \partial x}{\partial u^* / \partial l} = \frac{2(a - nb)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}\sqrt{n}}$$

となり、これらの価格を用いて企業の利潤を評価すると、(3.6)、(3.7)より、

$$(3.14) \quad \pi = \frac{2(a - nb)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}\sqrt{n}} x_j^* - l_j^* = \frac{a - 4nb}{3n}$$

となる。

他方、企業の貢献 $u^*[n] - u^*[n-1]$ を(3.10)で近似できるものとすれば、それを賃金単位で表わしたものは、(3.11)を用いると

$$(3.15) \quad \frac{\frac{du^*}{dn}}{-\frac{\partial u^*}{\partial l}} = \frac{a - 4nb}{3n}$$

となり、同じく賃金単位で示した利潤に等しいことがわかる。以上のように上の意味での近似が成

注(4) 後出の(3.14)を用いれば、この条件は企業 n の参入後の利潤がプラスであるということに対応する。

立する限り、企業の限界社会的貢献はその企業の利潤を効率価格で評価した値に等しいという命題が示されたことになる。

この結論は、予備的モデルの特殊な場合について確かめられたものであったが、以下では同様の命題がより一般の場合についても成立することを証明し、その含意を明らかにすることにしよう。

注意 (3.10)式を用いると、 $\frac{a}{b} > 4n$ である限り、企業 n の参入は消費者の効用を高めることが知られた。しかしさらに $a/b < 4(n+1)$ である場合には、第 $(n+1)$ 番目の企業の参入は消費者の効用をさらに高めることも、そうでないこともある。とくに上式で $n=0$ とした $a/b < 4$ が成立する場合には(利潤は負であるが)第一の企業が生産を行った方がよいということが起こりうる。これは企業を離散的に扱ったために生ずる結果であるが、企業の最適数が十分大きい場合には最適企業数が n か $n+1$ かの違いはさほど重要ではなかろう。次節以下では企業が連続濃度をもつ場合を想定するが、それは個々の企業の大きさが産業の大きさに比して十分に小さい場合を理想化したものであると考えてよい(これについては、たとえばオーマン〔2〕を参照されたい)。

なお上のモデルで $b=0$ の場合には(3.10)より n が増すほど消費者の効用は増し、その最大値は存在しないことに注意しておこう。

4 企業の貢献と利潤

本節では、2つのやや異なったモデルについて企業の社会的貢献を求めてみる。いずれのモデルにおいても企業の集合は連続の濃度をもつと想定しており、それを実数上のあるアトムをもたない測度空間によって表現している。各企業の大きさはその空間におけるルベグ測度によって表わされるものと想定する。

またいずれのモデルにおいても企業の参入を妨げる要因はなく、さらに外部経済効果、公共財、独占的要素等は捨象されており、したがって(企業の集合 T を一定としたとき)すべての経済主体の限界代替率が等しい(より一般的には共通の効率価格(潜在価格)をもつ)ことが資源配分の効率性のための条件となっている。本節の主要な目的は、以上のような2つのモデルについて、つぎの命題を証明することである。

定理1 企業のアトムをもたない経済において(企業の集合を一定とした場合) 効率的な資源配分に対応する価格が一意に定まるものとしよう。そのとき企業の社会的貢献は、効率価格で表わしたその企業の利潤に等しい。

よく知られたように、外部効果や公共財がなく、消費および生産の凸性を満たす経済においては、

競争均衡が存在し、その価格は効率価格となる（これらの概念、結果については、たとえばドブリュー [7], フロー＝ハーソ [1], ヒルデンプランド [11] 等を見よ）。したがって、企業の社会的貢献の定義を用いると、上の定理よりつぎの命題が容易に導かれる。

定理 2 企業のアトムをもたない完全競争経済における参入が最適であるためには、限界企業の利潤がゼロとなる必要がある。

なおわれわれのモデルの想定の下では、企業の集合の微小な変化は、資源配分および効率価格を微小量変化させるにすぎないから、上の利潤の計算に用いる価格が参入の前後いずれのものであるかについては問う必要はない。

つぎのモデル A は、前節の予備的モデルの連続ケースをいくつかの面で一般化したものであって、そこでの経済厚生は、代表的消費者の効用関数によって表現されている。モデル B はモデル A の生産の扱いをさらに一般化しているが、各財の生産量は、1 つを除いて外生的に与えられ、その 1 つの財の生産量を最大にすることが経済の目標であると考えられている。

モデル A

いま代表的個人の効用関数が

$$(4.1) \quad u = u(x_1, x_2, a - l)$$

を与えられるものとしよう。ここで x_i ($i=1, 2$) は第 i 財の消費量、 l は労働供給量、 a は供給しうる最大限の労働量を示す正の数であるものとする。

これについては、

〔仮定 A 1〕 $u(\cdot)$ は単調増加、強い意味で擬凹かつ、2 回連続微分可能である。

ことを仮定しよう。

つぎに第 i 産業に潜在的に参入可能な企業の集合を T_i ($i=1, 2$) で示そう。これらの集合については後に詳しく説明するが、ここでは両者が共通部分をもたない実数空間上のある閉有界区間の和集合であることを指摘するにとどめておこう。

さて各財 i ($i=1, 2$) について企業 t の生産（密度）関数を

$$(4.2) \quad x_i(x) = \begin{cases} f_i(l_i(t) - b_i(t), t), & (l_i(t) > b_i(t) \text{ のとき}) \\ 0 & (l_i(t) \leq b_i(t) \text{ のとき}) \end{cases}$$

で表わそう。ここで $x_i(t)$ は生産量、 $l_i(t)$ は労働量（そのうち $b_i(t) > 0$ 固定的投入量）の密度を示すものとする。つまりもしこの企業が $l_i(t) dt$ だけの労働を投下すると、(4.2) にしたがって $x_i(t) dt$ だけ生産物がえられるのである。

われわれは生産関数についてつぎの仮定をおく。

〔仮定A 2〕 各 t について $f_i(\cdot, t)$ は単調増加，強い意味で凹，しかも二回連続微分可能である。また各 x について $f_i(x, \cdot)$ はたかだか有限個の点を除いて連続である。

つぎに，われわれは各産業 i で実際に正の生産を行う（べき）企業の集合 $T_i (T_i \subset T)$ としよう。さきに述べたように，これは実数空間の閉有界な部分集合であると仮定する。さらにくわしい仮定については後に述べる。

前節の分析のように，最適な資源配分を問題にする限り， T_i に属するすべての企業は正の生産を行っている想定してよい。さて各財の需要が満たされるためには，

$$(4.3) \quad x_i \leq \int_{T_i} x_i(t) dt \quad (i=1,2)$$

$$(4.4) \quad l \geq \int_{T_1} l_1(t) dt + \int_{T_2} l_2(t) dt$$

が成立しなければならない。

ところで $u(\cdot)$ は増加関数であるから，上の2式の不等式条件は等式でおきかえることができる。また $l_i(t)$, $x_i(t)$ 等を T_i の外では恒等的にゼロであるように拡張したものを同じ記号で示すことにすれば，上の積分の範囲 T_i を T としてよいことも明らかである。以上によって，各 T_1, T_2 についてわれわれはつぎのような問題を定式化することができる。

($\mathcal{P}_T$): 目的関数

$$(4.5) \quad u = u\left(\int_T x_1(t) dt, \int_T x_2(t) dt, a - \int_T (l_1(t) + l_2(t)) dt\right)$$

を

$$(4.6) \quad x_i(t) = f_i(l_i(t) - b_i(t), t) \quad (i=1,2, t \in T_i)$$

の下で最大にする。

ただし許容解 ((3.5), (3.6) を満たす解) $x_i(t)$, $l_i(t)$ としては， T_i の内点で連続微分可能なものを考えるものとする。

この問題の最適解の存在および最適解の性質については，厳密な分析を必要とするが，本稿では立ち入らない。(さしあたってはオーマン＝ベルレス [4]，オーマン＝ジャブレー [5, pp.224-249]，ペルリオッチ＝ラスリー [6]，エケランド＝ティマム [8, pp.367-373] などのより一般的枠組における類似の分析を参照されたい。)

さて上の問題を解くために，(3.6) を (3.5) に代入すれば，未知関数は $l_i(\cdot)$ だけになる。そ

ここで u の l_i に関する変分 (ゲルファンド=フォーミン [9] pp. 27-28), あるいはフレッシュ微分 (ルーエンバーガー [13] pp. 171-178) をとると, u が極値をとるための条件は,

$$(4.7) \quad \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial f_i}{\partial l_i} + \frac{\partial u}{\partial l} = 0 \quad (i=1, 2)$$

で与えられることがわかる。これは消費者における生産物と労働の間の限界代替率が, 生産における対応する限界代替率に等しいという周知の条件に他ならない。

つぎの段階では T_i を変化させてそれが $\mathcal{P}_T$ の最適解に与える効果について分析するが, ここでつぎの $T_1 \cup T_2$ であることに加えてつぎの重要な仮定をおく。

〔仮定 A 3〕 各 T_i はたがいに共通部分をもたない有限個の閉有限集合 $T_{ik} (k=1, 2, \dots, i_k)$ の和集合として表わされる。また T_{ik} の個数およびその左の端点は既知とする。

この仮定が満たされる場合としては, たとえば各産業に有限個のタイプの企業が存在するケースを考えることができる。そのいずれもが正の生産量を生産すべきであるとすれば, この場合 T_i を決める (各 T_{ik} の右端を決める) ということは, 各タイプの企業がどれだけ参入すべきか決めることに他ならない。より一般的に各産業内の企業が有限個のグループに分類され, その内部では生産関数が一様に上方にある (費用関数が一様に下方にある) という意味で技術の優劣がつき, 各グループの中で最も優秀な技術をもつ企業は実際に生産を行うべきであるということが知られている場合にも, 参入すべき企業を技術の優秀さの順に左から並べることによって, この仮定が満たされていると想定することができる。この場合 T_i を決める (各 T_{ik} の右端を決める) ということは, 各タイプごとに参入すべき最も技術の劣った企業を決めるということに他ならない。

さて仮定 3 によれば, 最適な企業の集合 $T_i (i=1, 2)$ を定めるためには, 各 T_{ik} の右端を定めればよい。いま一つの区間 T_{is} を代表的に選んで, その右端 $\alpha = t_{is}$ を変化させてみよう。

そこで $u(\cdot)$ を最適解に沿って α で偏微分してみると, $j \neq i$ として

$$(4.8) \quad \begin{aligned} \frac{du}{d\alpha} &= \frac{\partial u}{\partial x_i} \left(x_i(\alpha) + \int_T \frac{\partial f_i}{\partial l_i} \cdot \frac{dl_i}{d\alpha} dt \right) \\ &\quad + \frac{\partial u}{\partial x_j} \left(\int_T \frac{\partial f_j}{\partial l_j} \cdot \frac{dl_j}{d\alpha} dt \right) \\ &\quad + \frac{\partial u}{\partial l} \left(l_i(\alpha) + \int_T \frac{d(l_1 + l_2)}{d\alpha} dt \right) \end{aligned}$$

が導かれる。ここで $\frac{\partial u}{\partial x_i}$, $\frac{\partial u}{\partial l}$ は t から独立であるから, (4.7) を用いると, 上式は

$$(4.9) \quad -\frac{\partial u}{\partial \alpha} / \frac{\partial u}{\partial l} = -\frac{\partial u}{\partial x_i} / \frac{\partial u}{\partial l} \times x_i(\alpha) - l_i(\alpha)$$

となる。この左辺は、賃金単位で表示した企業 α の社会的貢献を示しており、それが同じく賃金単位で表示による効率価格 $\left(-\frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u}{\partial l}, 1\right)$ の下での企業 α の利潤に等しいというのが上式の意味であり、それはまさに定理1の主張に他ならない。

モデルB

経済には n この産業があるとし、 $N=\{1, 2, \dots, n\}$ とおく。各 $i \in N$ について、潜在的に参入可能な企業の集合を、実空間上のある閉有界集合 T_i で示す。ここで $i \neq j$ のとき T_i と T_j とは共通部分をもたないものとする。

各 $i \in N$ および $t \in T_i$ (第 i 産業の企業 t) について、その生産(密度)関数を

$$(4.10) \quad y_i(t) = \begin{cases} f^i(\bar{y}^i(t) - \bar{b}^i(t), t) & (\bar{y}^i(t) > \bar{b}^i(t) \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{他の場合}) \end{cases}$$

としよう。ここで

$$\bar{y}^i(t) = (y_1^i(t), \dots, y_{i-1}^i(t), y_{i+1}^i(t), \dots, y_n^i(t))$$

であって、 $y_j^i(t)$ は $y_j(t)$ を生産するに用いられた第 j 財の密度 (そのうち $b_j^i(t) > 0$ は一定値) を示すものとする。また $\bar{b}^i(t)$ は、 $\bar{y}^i(t)$ と同様に定義されているものとする。

生産関数については、つぎの仮定をおく。

〔仮定B 1〕 各 t について $f_i(\cdot, t)$ は単調増加で二回連続微分可能であり、かつ各 $\bar{y}^i$ について $f_i(\bar{y}^i, \cdot)$ は、たかだか有限個の点を除いて連続である。

さて c_i を各財の総消費量としよう。 c_i の需要が満たされるためには

$$(4.11) \quad c_i \leq \int_{T_i} y_i(t) dt - \sum_{j \neq i} \int_{T_j} y_j^i(t) dt$$

が成立しなければならない。

以下 $y_i(t)$, $y_j^i(t)$ 等を、 T_i の外では0であるように $T = \cup T_i$ に拡張した関数をも同じ記号で記すことにしよう。 $f_i(\cdot, t)$ の単調性に注意すれば、最適な T_i を問題にする限り(4.11)は等号で満たされていると考えてよい。かくしてわれわれは各 $T_i (i \in N)$ についてつぎのような問題を定式化することにしよう。

($\mathcal{P}_T$): 目的関数

$$(4.12) \quad c_n = \int_T f^n(\bar{y}^n(t) - \bar{b}^n(t), t) dt - \sum_{j \neq n} \int_T y_j^n(t) dt$$

を

$$(4.13) \quad c_i = \int_T f^i(\bar{y}^i(t) - \bar{b}^i(t), t) dt - \sum_{j \neq i} \int_T y_j^i(t) dt \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

の制約の下で最大にする。ただしここで $c_i (i=1, 2, \dots, n-1)$ は一定であるものとする。ま

た問題の許容解 $y_j^i(t)$, $y_i(t)$ としては, 各 T_i の内点で連続微分可能なものを想定する。

この問題の最適解の存在およびその性質については, さしあたってモデル A で述べた文献を参照されたい。

さて標準的な方法 (たとえばゲルファンド=フォーミン [9] pp. 43-46) にしたがって問題 $(\mathcal{P}_T)$ のラグランジアンを

$$(4.14) \quad \int_T f^n(\bar{y}^n(t) - \bar{b}^n(t), t) dt - \sum_{j \in N} \int_T y_j^n(t) dt \\ + \sum_{i=1}^{n-1} p_i \left(\int_T f^i(\bar{y}^i(t) - \bar{b}^i(t), t) dt - \sum_{j \in i} \int_T y_j^i(t) dt - c_i \right)$$

と書くことにすれば, オイラー条件として

$$(4.15) \quad p_i \frac{\partial f^i}{\partial y_j^i} = p_j \quad (i, j \in N, t \in T_i)$$

が導かれる。ただし $p_n=1$ であり, f^i は $f_i(\bar{y}^i(t) - \bar{b}^i(t), t)$ を意味するものとする。これより, 生産要素の限界生産力があらゆる企業について等しいという周知の最適性の命題がえられる。

つぎに, われわれは $T_i (i \in N)$ を変化させてその変化を調べてみよう。ここでわれわれはそれらが互いに共通部分をもたないということに加えてつぎの仮定をおく。

〔仮定 B 3〕 モデル A の仮定 A 3 と同じ。

この仮定によって, 最適な企業の集合 $T_i (i \in N)$ を定めるためには, 各 T_{ik} の右端を定めればよいことになる。いまその一つを $\alpha = t_{ks}$ とするとき, α に関する (4.14) の最適解に沿っての偏微分をとると

$$(4.16) \quad m(\alpha) = p_k y_k(\alpha) - \sum_{i \in N} p_i y_i^k(\alpha) \\ + \sum_{i \in N} \int_T p_i \left(\sum_{j \in i} \frac{\partial f^i}{\partial y_j^i} \cdot \frac{\partial y_j^i}{\partial \alpha} - \sum_{j \in i} \frac{\partial f^j}{\partial \alpha} \right) dt$$

となる。ここで (4.15) を用いると,

$$(4.17) \quad \sum_{i \in N} p_i \sum_{j \in i} \frac{\partial f^i}{\partial y_j^i} \cdot \frac{\partial y_j^i}{\partial \alpha} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in i} p_i \frac{\partial f^i}{\partial y_j^i} \cdot \frac{\partial y_j^i}{\partial \alpha} \\ = \sum_{i \in N} \sum_{j \in i} p_j \frac{\partial y_j^i}{\partial \alpha} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in i} p_i \frac{\partial y_j^i}{\partial \alpha}$$

であるから (4.16) より

$$(4.18) \quad m(\alpha) = p_k y_k(\alpha) - \sum_{i \in N} p_i y_i^k(\alpha)$$

となることが結論される。 $p_n=1$ と定めたから, (4.15) より各 p_k は第 k 財の効率価格 (限界代替率) を示しており, したがって (4.18) の右辺は, その下での企業 $\alpha = t_{ks}$ の利潤に等しいことは明らかである。これで定理 1 がモデル B について証明されたことになる。

〔参考文献〕

- [1] Arrow, K. J. and F. H. Hahn: *General Competitive Analysis*, San Francisco: Holden-Day 1971.
- [2] Aumann, R. J.: "Markets with a Continuum of Traders," *Econometrica* Vol. 32 (1964) pp. 39-50.
- [3] _____: "Values of Markets with a Continuum of Traders," *Econometrica* Vol. 43 (1975) pp. 611-647.
- [4] Aumann R. J. and M. Perles: "A Variational Problem Arising in Economics," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 11 (1965) pp. 488-503.
- [5] Aumann R. J. and L. Shapley: *Values of Non-Atomic Games*, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1971.
- [6] Berliocchi, H. and J. M. Lasry: "Integrandes normales et mesures parametrees en calcul des variations," *Bulletin de la Societe Mathematique de France*, Vol. 101 (1973), pp. 129-184.
- [7] Debreu, G.: *Theory of Value* New York; John Wiley and Sons, 1959.
- [8] Ekeland, I. and R. Temam: *Convex Analysis and Variational Problems*, Amsterdam; North-Holland, 1976.
- [9] Golfand, I. M. and S. V. Fomin: *Calculus of Variations*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1963.
- [10] Hicks, J. R.: "Foundation of Welfare Economics," *Economic Journal*, Vol. 49 (1939), pp. 696-711.
- [11] Hildenbrand, W: *Core and Equilibria of A Large Economy*, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1974.
- [12] Kahn, R. F.: "Some Notes on Ideal Output," *Economic Journal*, Vol. 45 (1935), pp. 1-35.
- [13] Luenberger, D. G.: *Optimization by Vector Space Methods*, New York; John Wiley & Sons, 1969.
- [14] Meade J. E.: *Economic Analysis and Policy* Oxford University Press, 2nd ed. 1937.
- [15] Negishi, T.: "Entry and Optimal Number of Firms," *Metroeconomica*, Vol. 14 (1962), pp. 86-96.
- [16] _____: *General Equilibrium Theory and International Trade*, Amsterdam: North-Holland, 1972.
- [17] Samuelson, P. A.: *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1947.
- [18] Shapley, L.: "A Value for n-Person Games," in *Contribution to the Theory of Games*, Vol. II ed. by H. W. Kuhn and A. W. Tucker, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1953.

(経済学部教授)