

Title	忘れ去られていた数理経済学者 : Giovanni Battista Antonelli
Sub Title	A neglected mathematical economist : Giovanni Battista Antonelli
Author	松浦, 保
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1977
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.70, No.2 (1977. 4) ,p.156(30)- 178(52)
JaLC DOI	10.14991/001.19770401-0030
Abstract	
Notes	千種義人教授退任記念特集号 論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19770401-0030">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19770401-0030</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 忘れ去られていた数理経済学者

—Giovanni Battista ANTONELLI—

松 浦 保

はじめに

G. B. アントネッリ『経済学の数学的理論』の再発見

G. B. アントネッリの生涯

イタリアにおける数理経済学の導入

G. B. アントネッリの『経済学の数学的理論』における展開

限界革命におけるG. B. アントネッリの位置

ヴォルテッラのパレート批判

G. B. アントネッリの貢献

むすびにかえて

はじめに

ヴィルフレド・パレートは、1869年に学位論文「固体の均衡を特徴づける諸微分方程式の統合」  
("Integrazione delle equazioni differenziali che definiscono l'equilibrio dei corpi solidi") をトリノ  
工科大学に提出して卒業し、フィレンツェで技師として実業についた。この事実からもわかるよう  
に、パレートが、かれの数理経済学の先行者であり、ローザンヌ大学経済学講座の前任者であった  
ワルラスとは異って、当時としては高度の数学的素養をもっていたことがわかる。それにもかかわ  
らず、かれの初期の経済にかんする論作は、1876年の *Economista* 誌の編集長に出した読者便りに  
みられるように、もっぱら過激な自由主義にもとづくイデオロギー的な主張であった。すでにワル  
ラスの『純粋経済学要論』とパンタレオーニの『純粋経済学原理』を<sup>(1)</sup>読んでいたにせよ、パレート  
が数理経済学研究者として活動をはじめたのは、1890年ごろのことであり、このことは、1890年10  
月1日付パンタレオーニ宛書簡で<sup>(2)</sup>わかる。このとき、パレートは42歳であった。

このように、数理経済学の分野における巨匠パレートが *Giornale degli economisti* 誌に最初  
の論文を書き、まさにこの分野において不朽の足跡を一步踏みだそうとしていたとき、いま想像す

注(1) ジャッコーネ=モナコ [12] 151頁および松浦 [44] 67頁。

(2) パレート [26] 6頁。

ると、一人の研究者がもはやすでに素晴らしい業績をあげていたのである。その研究者はその後今日まで忘れ去られていたが、ようやく最近その業績が再発見され、そこではじめて高い評価をうけるようになった。<sup>(3)</sup> その研究者こそ、ジョヴァンニ・バッティスタ・アントネッリである。<sup>(4)</sup>

この研究者の人物についても、その著作についても、この当時経済学の研究者のあいだでほとんど知られていなかった。そのような雰囲気なかで、いま当時の文献を調べてみると、きわめて僅かではあるが、アントネッリの著作『経済学の数学的理論』(*Sulle teoria matematica della economia politica*, 1886)<sup>(5)</sup>を高く評価している研究者がいたのである。その一人はパンタレオーニであり、1889年に出版された主著『純粹経済学原理』第1部「効用理論」第4章「効用および商品の分類」第3節の注において、かれは限界効用理論の先駆者たちに言及し、そこでウィザーの代表的な二つの著作、すなわち『経済的価値の根源と主要法則』(1884年)と『自然価値論』(1889年)<sup>(7)</sup>、そしてアウスピッツおよびリーベンの『価格理論研究』(1889年)<sup>(8)</sup>とならべて、「注目にあたいする」ものとして、アントネッリの『数学的理論』をかかげている。

先にも述べたように、パレートは、1890年ごろ、パンタレオーニの『純粹経済学原理』を読んでいたから、アントネッリについては、すくなくとも名前とその著作の存在を知っていたにちがいない。事実、1891年12月14日付のパンタレオーニ宛書簡で、かれはアウスピッツおよびリーベン、ワルラス、マーシャルの理論にしたがって需要曲線の議論をおこない——もともとこの書簡の5日前である12月9日付書簡で限界効用や需要曲線について当時の経済学者の理論を言及しながら、ながながと論じており、そのつづきとしてこの書簡を書きおけているのであるが——、その最後で突然「アントネッリはまったく雲のなかに入ってしまった」と、意味の曖昧なことを書き記している。つづいてパレートは、1892年1月4日付書簡で *Economic Journal* 2冊とアントネッリ『数学的理論』を「かぎりない感謝をこめて」お返しすると書いているから、パレートはこの著作をパンタレオーニから借りて読んだのであろう。

この当時、このアントネッリの著作にもっとも明確に、しかもきわめて高い評価をあたえていたのは、1890年に *Rassegna Nazionale* 誌において発表されたインディ・フィリップ・ヴィルジー

注(3) ワルト [41] とくにアントネッリについて115頁と118頁、サミュエルソン [28] 353~385頁、デマリア [9] 223~231頁、チャップマン [7] 321~331頁。

(4) Giovanni Battista ANTONELLI (1858~1944)

(5) アントネッリの著作『経済学の数学的理論』は、1951年に *Giornale degli economisti* 誌に写真版で掲載された。その英訳は部分訳としては、ポーモル [3] 33~51頁、そして完訳としてはあるチャップマン [7] 332~360頁がある。

(6) パンタレオーニ [21]

(7) Wieser, F. von, *Über den Ursprung und die Hauptgesetze des wirtschaftlichen Werthes* (1884)  
Wieser, F. von, *Der natürliche Werth*, 1889

(8) Auspitz, R. and Lieben, R., *Untersuchungen über die Theorie des Preises*, 1889

(9) パレート [26] 119頁。

(10) パレート [26] 104頁。

(11) パレート [26] 147頁。

(12) リの論文「経済学への数学応用」(“L'applicazione della matematica all' economia politica”)であったといつてよいであろう。ここでその文節を紹介しておこう。すなわち

「アントネッリは、その密度の高い推論で『たとえ最初の企てにおいて部分的には、より単純な条件と仮定が設定されなければならない、もしくは現実には完全に適合していないにせよ』、経済学の数学的理論が妥当であることを証明したのちに、多様な社会的現象として効用概念の研究をおこなっている。この著者は、読者が広範で、しかも熟達した数学の知識をあらかじめ保有していると想定して、頻繁に関数、行列式、微分法および積分法に訴えているが、その展開で操作の難易をまったくなおざりにしている。

これは、いくつかの経済現象の研究に適用した高度の数学についての緻密な論文である。すなわち、もっとも厳密な方法でとりあつかわれており、とりわけ一つの純粋に理論的分野における最初の未完の企てともいうことができ、さらに経済学者たちにとってというよりも、本来<sup>(13)</sup>数学者である者に理解されることを目指したものと<sup>(13)</sup>いってよい

さらにヴィルジーリは、アントネッリについて、つぎのように結論づけている。すなわち

「もしイタリアがアントネッリがもっていたような数学的教養と、パンタレオーニがもっていたような経済学研究とをともに調和的に融合した強力な人材をもつことができたならば、われわれによってだけではなく、外国においても、まだ欠如しているものを誇ることもできるであろう。すなわち純粋および応用経済学への数学的理論にかんする完成された、基本的な論作である」

さて、それではアントネッリが、そしてその著作が、どのような理由でこのように永久に埋没されてしまいかねないような運命におかれたのであろうか。しかもそのような運命にかかわらず、当時の経済学研究者にどのような新鮮さをあたえたのであろうか。そして今日においてもその新鮮さが、この忘れ去られた経済学者において見出されるのであるが、それはどのような観点からもめられるのであろうか。

#### G. B. アントネッリ『経済学の数学的理論』の再発見

最近の一般的な経済学史文献をひもといてみると、1954年に出版されたジュンペーターの『経済分析の歴史』のなかで、アントネッリが言及されている。まず第4編「1870年から1914年(およびその後)にいたるまで」第5章「この時期の一般経済学、人とグループ」におけるイタリアにかんする箇所<sup>(14)</sup>で、かれはパンタレオーニの業績を評価し、かれに関連して、アントネッリの「驚嘆すべき業

注(12) Indi Filippo VIRGILI

(13) ヴィルジーリ [35] 17~18頁。

(14) ヴィルジーリ [35] 19頁。

績はなんの注目も受けていなかった<sup>(15)</sup>と本文で述べ、その注として「この小冊子の論考は若干の重要点における将来の研究の先触れとなったもののように私には思われる<sup>(16)</sup>」と評価している。

さらにシュンペーターは、同じ編の第7章「均衡分析」における基教的効用にかんする箇所<sup>(17)</sup>で、効用の存在が、メンガーやバウムバヴェルクが示したように、市場における人間の行動を外面から観察される心理的なものであり、それが直接的に測定されうるという見解を批判して、効用は直接的には測定不可能であるにせよ、外面的に観察される効果によって間接的に測定できると主張した人びとのなかに、この理論を厳格に展開し、ある意味では、この理論を「完成」した人物として、そして「その仕方は後日の業績の多くのものの先駆となった人物」として、アントネッリを挙げて<sup>(17)</sup>いる。

シュンペーターが、この『経済分析の歴史』を執筆したのは、その晩年の9カ年にわたってであったが、その死は1950年であったから、1951年5・6月号のデマリアによる*Giornale degli economisti* 誌への再録<sup>(18)</sup>や、デマリアによるアントネッリの伝記紹介<sup>(19)</sup>、そしてこの号と7・8月号につづく、G. リッチのコメント<sup>(20)</sup>は参照することはできなかった。しかしサミュエルソンが、アントネッリにふれた「効用理論における積分可能性の問題」を*Economica* 誌に発表したのは、1950年であるから、シュンペーターは、きわめて早い時期にアントネッリの著作の存在を知り、直接原本を入手して、読んでいたにちがいない。<sup>(21)</sup>

実はこの著作が発掘されたのは、1943年のことであったのである。ヘルマン・ワルトがウプサラ大学にあるポルトケヴィッチ文庫で、あちこちと本を拾い読みしているあいだに、まったく偶然にこの著作を見つけたというのである。<sup>(22)</sup>

偶然の発見とはいっても、数理経済学にかんして、このような著作が見出される可能性があったことはその書名がいくつかの数理経済学にかんする文献リストのなかに存在していた事実から、十分に推測できるのである。このような数理経済学にかんする文献リストは、ジェヴォンズによってその『経済学の理論』の附録として第2版(1879年)からつけられたのが最初である。このリストは後の文献リストの基礎になったのであるが、そこにアントネッリの著作名は、それが出版されていなかったから、当然見出せない。しかし1888年においてジェヴォンズ死後に、その未亡人によって編集・出版された第3版の文献リストにその著作名は掲載されている。<sup>(23)</sup>

注(15) シュンペーター [32] 858頁。

(16) シュンペーター [32] 858頁注6。

(17) シュンペーター [32] 1060~61頁。

(18) 注5を参照。

(19) デマリア [9]

(20) リッチ [27] 264~297頁および335~344頁。

(21) サミュエルソン [28]

(22) チップマン [7] 321頁注1。

(23) ジェヴォンズ [18]

その後、クルノー『富の理論の数学的原理に関する研究』のペーコンによる英訳の附録としてつけくわえられたフィッシャーによる文献リスト<sup>(24)</sup>(1892年と1897年)——ジェヴォンズの文献リストを基礎にしてつくりあげられた——にアントネッリの著作名がでてくる。そして1902年に出版されたドイツ語の『数学百科辞典』にパレートは、「経済学への数学応用」という項目を執筆し、この文献リストにアントネッリの著作名をかかげているが、パレートはその本文でアントネッリにすこしも言及していない。

パレートは、この百科辞典への執筆を依頼され、その準備にとりかかったとき、すなわち1900年8月16日にパンタレオーニに手紙を出し、<sup>(26)</sup>数理経済学の理論を要約するのは容易であるが、時間の余裕もないし、知識も乏しいから、文献リストをパンタレオーニがつくらせてくれるように頼んでいる。パレートの『パンタレオーニ宛書簡集』の編集者デ・ローザは脚注でパンタレオーニはこの論稿の文献リストを実際に用意したと述べ、このことはパンタレオーニの論作のなかにそのノートを見つけたすことができたことからあきらかであると説明している。<sup>(27)</sup>

ついでであるが、この年の12月21日にパレートはパンタレオーニにドイツ語の百科辞典の項目に関連してフィッシャーの文献リストを検討するように依頼している。<sup>(28)</sup>実はパレートのアントネッリにかんする言及は、これが最後になっている。

その後まったくパレートはアントネッリにふれていないことはともかくとしても、1896~7年の『経済学講義』にも、1906年の『経済学提要』にも、アントネッリは言及されていないし、しかもアントネッリが扱ったと同じ問題を論じた、1906年の *Giornale degli economisti* 誌に掲載された「非閉回路におけるオフエリミタ」においてもアントネッリが言及されていないのは、まったく不思議なことである。<sup>(29)</sup>このようなパレートに対して、ワルラスはその書簡において、アントネッリを知っていることを記し、しかもかれを高く評価しているのである。<sup>(30)</sup>

### G・B・アントネッリの生涯<sup>(31)</sup>

ジョヴァンニ・パッチェスタ・アントネッリは、1858年9月17日に、ピザのサン・ミニアートで、その祖先がバスクワレ・パオーリを支持し、コルシカ島にあった財産を没収されて迫害された政

注(24) フィッシャー [11]

(25) パレート [23]

(26) パレート [26] II, 325~326頁。

(27) パレート [26] II 同頁注。

(28) パレート [26] II, 346頁。

(29) パレート [26] 424~453頁。そしてチップマン [7] 370~385頁にA. P. カークマンの英訳が収録されている。

(30) ワルラス [39] II, 192~193頁, 197頁, 394~398頁および403~404頁。

(31) この項はデマリア [9] とチップマン [7] に収録されているアントネッリの子息 Saverio Antonelli の伝記による。

治家である著名な家族の一員として生れた。ピザ大学で数学をまなび、優秀な成績で卒業した。もっとも中学時代、すなわちリヴォルノ王立工業学校の物理・数学科においても異例の卓抜した学業成績であったという。さらにピザ高等師範学生となり、1884年に数学教師資格試験では満点を獲得した。ここで注意しておかなければならないのは、この時期に『経済学の数学的理論』が考究され、間もなくそれが発表の運びとなったということである。

その後、かれはミラノ工科大学の学生となり、最高の成績でそこを出て、工学士となっている。この当時の経済学研究者にバレートとか、デュピュイとか、ウルラスのように技師が多いが、アントネッリもその一人であったのである。かれがあゆんだ学歴をこのようにみると、その高い学問上の資格を有していることから、当然教員生活をえらぶように運命づけられていると想像するであろうが、不思議なことに、かれはこのような生活に入ることを好まず、自由業的な建築家の道をとっている。おそらくかれは公的な生活が性にあわなかったのであろう。

リソルジメント以来、活気にみちたイタリアが輝しい工業化をおしすすめていく時期を背景にして、アントネッリは、視野の広い、有能な工業界の技師として、今日なお専門家たちが大胆で才気あふれる発明と評価している、さまざまなプロジェクトを考案している。たとえばジェノヴァの大飛行場といったような、当時の企業としては実現できなかった純粋に研究的な作品もあったが、フィレンツェのガンブリヌスの建造物、フィレンツェ中心部の廃墟除去への協力、ジェノヴァ港の汎用倉庫、モナコ公国港の堤防、スペチアとナポリの石油タンクといったもののように、実際に実現し、制作された作品も数多くあったのであった。

数多くの研究発表を、イタリアの雑誌はもちろんのこと、<sup>(32)</sup> 海外の雑誌に寄稿しているが、そこでは工学の問題が論じられており、とくに航海、港湾、通信にかんするものが多く、そのような研究は1882年にはじまって、その後ずっとつづけられ、1941年にいたるまで発表されている。ジェノヴァの家を爆撃でうしなあって、かれは戦争中トルトーナの一農村カッサノ・スピノラに疎開し、この地で病いをえて、1944年5月12日に世に知られることなく死去しているから、死の3年前まで筆をとりつづけていたことになる。かれは、死に際して、かれの死体が「共同墓地に埋蔵され、わたくしの子供たちの立場からみて、いまだに祖国がふたたび開花していないと思っているあいだは、そこから取りだされないように」と遺言した。

このような研究発表のなかで、アントネッリが厳密な理論として発表したのは二つであるといつてよいであろう。その一つは、ピザ高等師範の紀要である *Annali della Scuola normale superiore, Sezione scienze fisiche e matematiche* <sup>(33)</sup> において1883年に発表した論文であり、そのテーマは“Nota sulle relazioni indipendenti tra le coordinate di una forma fonamen-

注(32) チップマン [7] 362~364頁にアントネッリの研究発表の文献リストが収録されている。

(33) 同紀要第3巻(1883年)69~77頁。

tale in uno spazio di quante si vogliono dimensioni e sulla forma normale di una funzione omogenea di essa” (「測定しようとする空間における基本形式のもつ諸座標間の独立的な関係およびその形式の同次関数の正常形式にかんするノート」)である。

もう一つの論作が、*Sulla teoria matematica dell' economia politica*, Capitolo I: Concetto di Utilità, Pisa, Tipografia del <Folchetto> 1886, pp. 31 (『経済学の数学的理論』第1章効用概念、ピザ、「フォルケット」印刷所、1886年31頁)である。この未完の作品は、アントネッリが本来個人的に回覧するつもりで印刷したものであり、今日では完全に絶版となっている。1951年にミラノのボッコローニ商科大学刊行で、ジョヴァンニ・デマリア編集の *Gionale degli economisti e annali di economia* 誌の5・6月号に、写真版で原型を完全に保存されて復刻され<sup>(34)</sup>、この号にデマリア教授のアントネッリ伝記を、さらにこの号とつぎの7・8号にはボッコローニ商科大学のジョヴァンニ・リッチがこのアントネッリの論作にコメントを書いている<sup>(36)</sup>。もっともちょっと慎重に読むと、原型だけに形式的に不完全さがあり、不正確であることはいなめないし、参考文献についても十分でないことに不満がでてくるであろう<sup>(37)</sup>。

先に述べた第一の研究発表が、純粋な数学的分析であるのに対して、この第二の経済学にかんする論作は未完であるにかかわらず、典型的に近代的な数理経済学<sup>(38)</sup>の分析を駆使したものである。ついでではあるが、アントネッリの著作と思われる、理論的な——経済理論上の——第三の研究発表について言及しておこう。それは、*L'ammortamento obbligatorio del capitale*, Genova, S. I. A. C., Stabilimenti italiani arti grafiche, 1935, pp. 51 (『強制的資本減価償却』、ジェノヴァ、S. I. A. C., イタリア印刷技廠、1935年、51頁)という著作である。しかしこの著作は、まったく『経済学の数学的理論』に言及していないし、しかも50年の歳月が同一人物の知的関心をこのように変えてしまうのかと思われるほど、異なった性質を示している。もはや数学的な展開はここでは見られないのであるが、当時としては奇抜で自由奔放な発想にもとづいている点は似ているといつてよいかもしれない。しかし、この著書がかつて数理経済学の代表的論作を著述した人の作品であるとは評価できないほど価値の低いものであることも断っておこう。

#### イタリアにおける数理経済学の導入

ザワズキーは1914年の『経済学に<sup>(38)</sup>応用された数学』において、「経済学に数学を適用するという

注(34) 注5を参照。

(35) デマリア [9]

(36) リッチ [27]

(37) たとえば、5頁で  $CA_x$  は  $C_{Ax}$  にならなければならないし、6頁の最後の式は(5)ではなく、(6)であり、11頁の(2)は  $A$  に対してではなく、 $a$  についてであるといった誤りが多いし、また偏微分の記号が微分の記号になったりもしている。チップマン [7] およびポーモル [3] の英訳ではこれらをすべて訂正している。

(38) ザワズキー [42]



### 忘れ去られていた数理経済学者

考えはきわめて面白い。ジェヴォンズはこの種の最初の著者として1711年にマントゥで出版された  
ジョアンネ・チェヴァ<sup>(39)</sup> “De renumaria, quoad pieri potuit geometricre tractata” をあげてい  
る。この貴重な書はすでに散逸して今日見るよしもなく、かつそれが真に最初のものであったか  
いなかも確かではない<sup>(40)</sup>と述べている。しかし1961年に出版されたテオカリスの『数理経済学にお  
ける初期の発展』<sup>(41)</sup>によると、やはりチェヴァを数理経済学の最先駆者としてかかげていることには  
ちがいないが、このラテン語の原本がエウジェニオ・マッセダリの『計量経済学の一先駆者』

(Masé-Dari, E. : Un precursore della econometrica, 1935, pp. 37~59) に完全に収録され、また  
1878年に F. ニコリーニによってすでに *Giornale degli economisti* 誌に「古い数理経済学者」  
(Nicolini, F. : “Un antico economista matematico”) という題名で、チェヴァの作品が書評されてい  
ると指摘し、さらにテオカリス自身この原本にしたがってチェヴァの理論を紹介している<sup>(42)</sup>。

テオカリスがとりあげたように、アリストテレスが『ニコマコス倫理学』において、富の分配  
と取引における公正をあつかい、そこで記号をもちいて論理的にその議論を展開している事実は、  
誰もがみとめていることであり、このスコラ思想の祖からの影響が、イタリアの経済思想家につた  
わっていったのかも知れないが、中世のスコラ学者の経済論にはまったく数学の使用はみつからな  
いといってよいようである。

しかし18世紀にチェヴァをはじめ、トロヤーノ・スピネリがあらわれ、『貨幣の学問にかんす  
る若干の政治的省察』(Spinelli, T. : *Riflessioni politiche sopra alcuni punti della scienza della  
moneta, 1750*) を、チェヴァの作品の発展として執筆し、この世紀の後半になると、ミラノ学派と  
よばれベッカリア、ヴェリに代表される一群の経済学者たちが経済理論の展開に数学をもちい  
は<sup>(43)</sup>始めているのである。

なかでもとくに述べておかなければならないのは、のちに限界革命へとみちびかれていく、この  
時期に、最初に微分法を経済学の分野にもちいた数学者パオロ・フリージ<sup>(44)</sup>の論文についてであろう。  
この論文は、ヴェリ『経済学にかんする考察』(Verri, P. : *Meditazioni sulla economia politica, 1771*)  
の第6版(1772年)にヴェリの理論の数学ノートとしておさめられている。そこでは、価格上昇が  
購買者の数に正比例し、販売者の数に逆比例することを、 $P$ が価格、 $C$ が購売者の数、そして $V$ が  
販売者の数であるとして、 $P=C/V$  で定式化し、 $dP$ ,  $dC$ ,  $dV$  が価格と購買者および販売者の数  
の連続的かつ瞬時的な変化であるとして、 $dP=(VdC-CdV)/V^2=0$ からみちびかれる $\frac{dC}{dV}=\frac{C}{V}$ で  
あるとき、価格が最大もしくは最小になることを示そうとしている。

注(39) Giovanni CEVA

(40) ザワズキー [42] 邦訳17頁。

(41) テオカリス [34]

(42) テオカリス [34] 5~9頁。

(43) テオカリス [34] 21~57頁。

(44) Paolo FRISI

フランスにおいても、ベルヌーイがすでにこの当時微分法をもちいて、確率論的な効用理論を展開しているが、ヴェリーフリージ証明において重要なことは、このような微分法の取りあつかいが、このあと、この本の普及を通して、まだかぎられた数であるにせよ、イタリア人経済学者たちの共有の知識になっていたことである。その例として *Nuovo giornale dei letterato d'Italia* 誌におけるこの問題への匿名氏の批判や、L. ヴァレアニ、G. モリナーリ、M. ジョイヤなどの論文をあげることができる。

このように、イタリアにおいては比較的早い時期に経済理論の展開に数学を使用するようになったのであるが、これは、もちろん先に述べたような、スコラ思想を通してのアリストテレスの影響をみとめないわけにはいかないにせよ、ブスケが『イタリア経済学抄史』の結論<sup>(45)</sup>において、経済学におけるイタリア性 (Italianità) について、かつてベッキオがイギリス性に比較して、「イギリス人たち (すなわちアングロ・サクソン人たち) が経済学を研究する場合、全般的な諸考察を捨象してしまふのに比べて、イタリア人たちは経済学を複雑な学問あるいは行政の学問とみなした上、経済学を道徳と公共の福祉とにことごとく関係づけて論ずる」と指摘しているのに対して——もっともこの見解はシュンペーターも『経済分析の歴史』において同意を示しているのであるが<sup>(46)</sup>、ブスケは「イタリア学派が有する顕著な特徴の一つは、ほとんど例外なく、諸概念とそれからの説明とが極度に明晰であるという点にあると思う。彼らが論理を混乱させたり、あいまいな構想に立って叙述することはごくまれである。確かに、まったく形式上の問題ではあるが、この観点からいくと、彼らは誰にもひけをとらないし、スミスやリカードウ (とその弟子マルクス) や、ケインズよりもずっと優秀である。この特性こそ高く評価されねばならぬと私は信じている」と述べて、そのあと経済学に対するイタリアの貢献を外国人がどうして無視しすぎているのかといった憤懣をかきつづけているのであるが、それはともかくとして、このような経済学におけるイタリア性といったものが、イタリア人経済学者に早くから数学利用を可能ならしめたのではなからうか。

ところが、ワルラスの一般均衡理論の導入に対するイタリア経済学者たちの反応はきわめて奇妙な<sup>(47)</sup>ものがあつた。もちろんパンタレオーニはその例外であつたことはここで是非指摘しておかなければならないであろう。いまジャッフェによるワルラス書簡集を検討すると、このことについて興味ある事実をみつけたことができるのである。すなわち1874年3月12日に、ワルラスは、当時ジュネーヴのアカデミーの比較文学の教授をしていた詩人マルク・モニエに手紙を送り、イタリアで経済学の講座をもつ教授と有力な雑誌の編集者の名前を、かれの交換理論にかんする論文のコピーを送りたいから、教えてくれるように書いていた。モニエは、この手紙に対して、A. シャローヤ

注(45) ブスケ [6] 邦訳205~206頁。

(46) シュンペーター [32] 177頁。

(47) ブラック [4] に収録されている Piero Burucci, "The Spread of Marginalism in Italy, 1871~1890" を参照。

と A. エッレラの名前をあげ、ワルラスはこれら二人を通してイタリアの経済学界と接触しはじめたのである。とくにエッレラとの関係が深かった。しかしかれは理論経済学者ではなく、そのためにワルラスの一般均衡理論を十分に紹介するだけの資格をそなえていなかった。その良い例として、ワルラスの唯一のイタリア語の論文で、1876年4月に *Giornale degli economisti* 誌に最初に採用された論文が、『数学の新分野——経済学への数学応用にかんして——』という題名になり、単なる数学応用の新奇さだけがワルラス理論の特徴となっていることをあげておけば、十分にその当時の事情を理解できるであろう。この結果、イタリアでは数学者仲間でワルラス理論が議論され、G. A. ザノンや、A. ザンベッリなどがこの問題にかんする論文を書くようになる、アントネッリが、数学者でありながら、経済学にかんする論文の筆をとり、この分野においてはじめて行列式をもちい、効用理論における積分可能性問題を正確に論じたのも、前世紀の最後の四半世紀にイタリアにみられた状況にもとづくものであると考えてよいのではなかろうか。

このようにみえてくると、バルッチが述べているように、「イタリアにおける限界主義の歴史のなかでは、おそらく大方が想像するほどの重要性をアントネッリの著作はもっていないであろう<sup>(48)</sup>」という評価も納得することができる。というのは、この著作が効用価値理論の歴史的意義なり、その革命的特性を決して強調したものではなかったからであり、孤立した一個人として効用問題を興味本位に、その鋭い頭脳で考察したものにはすぎなかったからであり、この点に、バルッチにしたがえば、「この貢献が長いあいだ知られないままであった」原因と、「同時代の経済学文献への影響がほとんどみられなかった」原因<sup>(49)</sup>があるというのである。

#### G. B. アントネッリの『経済学の数学的理論』における展開<sup>(50)</sup>

アントネッリは、競争市場において、一つの商品がほかの商品に対して、一定の相対価格  $q$  をもつ、二つの商品の所与量  $a_1, b_1$  を所有している一人の取引者をまず想定する。かれは、第一の商品に対する超過需要関数  $C=f(a_1, b_1, q)$  が存在していると仮定し、そして  $A, B$  が最終消費量であり、 $C=A-a_1$  であって、 $C$  が超過需要関数によって決定されるときに、予算の制約  $q(A-a_1)=b_1-B$  にしたがって  $U$  がそれぞれの  $q$  に対して極大になるような関数  $U(A, B)$  が存在していると仮定する。そこでかれは相対価格  $q$  が限界効用の比  $(\partial U/\partial A)/(\partial U/\partial B)$  にひとしくならなければならないと述べ、この条件で関数  $q=Q(A, B)$  が定義されるとすすんでいる。この関数  $Q$  が、現

注(48) ブラック [4] 261頁。

(49) ブラック [4] 同頁。

(50) この項はチップマン [7] におけるチップマン論文(321~331頁)に主に依拠している。なお数学の展開については、微分方程式の数学書を参考した(たとえば茂木勇著『微分方程式』昭和45年の第10章全微分方程式第二節全微分方程式の積分可能条件である)。

在逆需要関数もしくは間接需要関数とよんでいるものである。

つぎに、アントネッリは、 $q=Q(A, B)$  という関数が、変数  $a_1, b_1$  に関連して、かつそれぞれの  $q$  に対して、つぎのような関係にあるとする。すなわち

$$A = \varphi(a_1, b_1, q) = a_1 + f(a_1, b_1, q);$$

$$B = \psi(a_1, b_1, q) = b_1 - qf(a_1, b_1, q)$$

この関数的な依存関係から、解があたえられたときに、 $C = f(a_1, b_1, q) = -a_1 + g(b_1 + qa_1, q)$  というかたちの関数を  $f$  にあたえる偏微分方程式にみちびく行列式の条件がもとめられる。ここで示された式は実質所得  $b_1 + qa_1$  および相対価格  $q$  の関数としての第一商品に対する需要  $A = a_1 + C$  をあらわしている。そこでアントネッリは、関数  $Q$  がこの超過需要関数  $f$  において  $q$  に解をあたえることによって得ることができると述べており、ここで租代替可能性の暗黙の仮定がふくまれることになるわけである。いま関数  $Q(A, B)$  があたえられたとしたとき、アントネッリは、それまで存在していると仮定されてきた関数  $U(A, B)$  がつぎの偏微分方程式を積分することによって得ることができると指摘している。すなわち

$$\frac{\partial U(A, B)}{\partial A} - Q(A, B) \frac{\partial U(A, B)}{\partial B} = 0$$

そして  $s$  が任意の関数であるとしたとき、 $s(U)$  がもう一つの解をあたえるであろうとも指摘している。

さらにアントネッリは、この展開を  $n$  箇の商品のケースに拡大し、 $(n-1)$  箇の偏微方程式をみちびくことができるとしている。すなわち

$$\frac{\partial U_i}{\partial a_{i1}} = \frac{\partial U_i}{\partial a_{i2}} \frac{1}{Q_2} = \frac{\partial U_i}{\partial a_{i3}} \frac{1}{Q_3} = \dots = \frac{\partial U_i}{\partial a_{in}} \frac{1}{Q_n}$$

である。そしてかれはこれらがヤコビアン行列式になっていることを考察して、つぎのような積分可能性の条件を示している。すなわち

$$Q_k \frac{\partial Q_l}{\partial A_1} - Q_l \frac{\partial Q_k}{\partial A_1} - \frac{dQ_l}{dA_k} + \frac{dQ_k}{dA_l} = 0 \quad \begin{matrix} (k=2, 3, \dots, n) \\ (l=2, 3, \dots, n) \end{matrix}$$

である。

これが現在よく知られている「アントネッリの条件」であり、もしアントネッリの仮定、つまり超過需要関数がみだされているときに予算の制約にしたがって、それぞれの相対価格に対して、極大化される消費量の関数  $U$  が存在することが設定されるならば、この条件がかならずみだされることが証明されているのである。

もう一つ、アントネッリについて考察しておかなければならないのは、現在間接需要関数とよばれている概念を展開したことである。かれは、

$$(U)(D, Q_2, Q_3, \dots, Q_n)$$

というかたちで示した。ただしここでは第一の商品に対する  $Q_i$  は  $i$  番目の商品の相対価格であり、かつ

$$D = A_1 + \sum_{i=2}^n Q_i A_i$$

は実質所得である。そこでアントネッリはつぎのような基本的な関係をえている。すなわち

$$A_k = \frac{\partial(U)/\partial Q_k}{\partial(U)/\partial D} \quad (k=2, 3, \dots, n)$$

であり、しかもこの関係は  $Q_k = (\partial U / \partial A_k) / (\partial U / \partial A_1)$  と双対であり、かつ前者は  $\partial(U)/\partial D = \partial U / \partial A_1$  によって後者にむすびつけられているのである。

アントネッリは、もし集計的な超過需要が市場の効用関数からみちびきだされることができたらば、すべての商品にとっての超過需要がそれぞれの相対価格に対して、各個人にとって同じ係数をもつ、一次の所得関数になるにちがいないことを考察している。かれの集計基準が妥当するとき、この条件のもとで、ここでみちびきだした基本的関係をもちいて、市場の効用関数をうるための結論をひきだしている。導出にはいくつか曖昧な点があるにせよ、アントネッリは、このような手続きで市場の効用が個人効用の集計になるであろうという正しい結論に到達することができたのである。

### 限界革命における G. B. アントネッリの位置

1870年代の初頭に、ジェヴォンズ、メンガーおよびワルラスによって限界効用理論が提唱され、——その効用価値論が経済理論の基礎をかたちづくったか、もしくはその限界主義的思考方法がこの理論の基礎をかたちづくられたかは、経済学史研究者の見解に相違があるにせよ——、ともかくここに新しい経済学体系が誕生する契機がうみだされ、限界革命の幕がきっておとされた。

この三人の限界革命の担い手からおくれることほぼ10年、アントネッリは『経済学の数学的理論』を発売しているのである。かれがその序文で示しているように、この著作でかれが意図したのは、<sup>(51)</sup> 厳密に経済学を数学的分析でとりあつかうことができるかという問題に答えることであつた。すなわち

「多くの経済学者たちは、数学的な分析をもちいて経済学の問題をとりあつかうことが不可能であると主張してきたし、なお主張している。かれらの先験的な反対にもかかわらず、多くのきわだった、この分野における試論が長い年月にわたって出版されてきた。もっとも賞讃にあたいする幾つかが、ボッカルド教授のゆたかな内容をもつ成果として翻訳され、見出される。

注(51) アントネッリ [2] 235頁。

最近のもっとも重要な仕事には、共通の傾向があらわれている。しかもっとも厳密に、十分に、そして一般的にこの問題を検討すべきことがまだ残っているように思う。わたくしは、この論考でどのようにこの理論が基礎づけられなければならないかを示すつもりである。」

この序文から読みとれることは、限界革命によってうみだされた新しい経済学体系からみれば、その体系のごく一部分、つまり限界効用理論の数学的分析の適用という問題の検討であるということであり、さちにこの箇所を注をみると、かれはこの問題の検討に際して、ポッカルドの『経済学文献』<sup>(52)</sup>、ジュヴォンズの『経済学の理論』、ワルラスの『純粋経済学要論』およびラウンハルトの『国民経済学の数学的基礎づけ』<sup>(53)</sup>を参照しているということがわかる。

したがって、アントネッリの著作を限界革命がうみだした新しい経済学体系の形成にどのように貢献したかという観点からその位置づけをおこなうというよりは、むしろジュヴォンズやワルラスによって創唱された限界効用理論をどのように厳密化したか、もしくは当時としては第1級の数学的素養をもっていたアントネッリが、どのようにこの理論を数学的に定式化したかをみることに価値があると思う。

そこでアントネッリをジュヴォンズとワルラスに比較しておこう。アントネッリの論考が交換と消費にかんする一般均衡理論的展開にしかすぎないという意味で、経済学体系全体からみれば、いかに部分的なものであろうとも、その範囲においては、当時としてもっとも完全な数学的定式化であったといえよう。

いまジュヴォンズの『経済学の理論』を、アントネッリとの比較という立場で検討してみると、この本の第4章交換理論——交換理論の複雑な事例——<sup>(54)</sup>でアントネッリと同じ問題をジュヴォンズがとりあつかっていることに気づく。しかしそこでわかることは、その解にいたるまでの推論がきわめて粗雑であり、曖昧な点が多いということであろう。というのはジュヴォンズにおいては、交換が交換期間中一定におこなわれていることが仮定されており、そればかりではなく、ジュヴォンズの「複雑な事例」では、各商品にかんしてそれぞれの効用が先験的にわかっていることが仮定され、このような仮定にもとづいて解がもとめられているからである。

ワルラスにかんしては、アントネッリとの数学的展開を比較するには、その主著の『純粋経済学要論』<sup>(55)</sup>をとりあげるよりはむしろ1873年から1876年にわたって執筆された四つの論文をふくむ『社会の富にかんする数学的理論』<sup>(56)</sup>をみるのが適切であろう。そこでワルラスはたしかにジュヴォンズとは異なった方法をもちいて、「極大満足」の問題の解をあたえている。しかしここでも効用概念

注(52) ポッカルド [5] 第3シリーズ・第2巻。

(53) ラウンハルト [19]

(54) ジュヴォンズ [18]

(55) ワルラス [37]

(56) ワルラス [38]

は各単一財の量にむすびつけられていて、補完性および代替性の依存関係が無視されており、したがって予算によってあたえられた方程式を偏微分して極大値をもとめるといった必要性はかえりみられていないのである。

いまとりあげて検討しているジェヴォンズとワルラスとの比較について、アントネッリへの評価をもっと正確に表現するならば、つぎのようにいうことができるであろう。すなわちジェヴォンズもワルラスも、 $n$ 箇の商品と $m$ 人の交換者の均衡条件を微分によって陽表的に展開しているのであるが、この兩者にとって共通なことは、かれらの分析においては先に指摘したように効用概念が各単一財の量にのみ依存するという特殊な考え方に密接にむすびつけられていることであり、かれらはそのような考え方を否認しなかったし、否認しようとも考えていなかったようである。そこでかれらは、アントネッリとはちがって、どうしても行列式を使用することができなかったのである。要するにジェヴォンズやワルラスが、それぞれ部分均衡と一般均衡の相違はあれ、1871年と1874年に微積分を経済学の理論化にもちいる道をひらいたのであるが、当時としてはあまり目立つ努力でなかったにせよ、アントネッリは1886年にすでに一次同次の微分方程式をもちいて、静学的な経済理論において、行列式が複雑な問題を解くのもっとも便利で確実な分析用具であり、さらにその解法にとって根本的な用具であることを指摘したのであった。<sup>(57)</sup>

ジェヴォンズは1882年に死亡しており、死後出版された『経済学の理論』第3版において、その未亡人によってアントネッリの著作が文献リストに加えられ、たとえこの文献リストがアントネッリに対する現代の再評価の重要な契機であるにしても、かれとアントネッリとの直接の関連をもとめるわけにはいかない。しかしワルラスについては、たえずイタリアの経済学者と接触をたもち、ことにパンタレオーニやパレートと親交があったことから、アントネッリを知らなかったはずはなかったように思う。事実、ワルラスはアントネッリを知っていたのである。それは、1887年2月19日付ラウハルトからのワルラス宛書簡と、同年2月26日付ワルラスからのラウハルト宛返書にアントネッリを言及しているからである。この文通で、ラウハルトはアントネッリの住所を尋ね、ワルラスは、アントネッリの著作の寄贈ををうけたが、住所はわからないことを認めている。さらにイタリア統計学者ペロツォとの文通において、1890年2月24日付ペロツォからワルラス宛書簡<sup>(60)</sup>で、ペロツォはアントネッリの展開を解説しているが、その返書である3月18日付ワルラスからのペロツォ宛書簡<sup>(61)</sup>で、ワルラスは、理解できないと告白している。数学がそれほど得意でなかったワルラスにとっては、どのように通俗的に積分可能性問題を解説してもその定式は理解をこえる

注(57) アントネッリ [2] 243頁の第20式にとくに注意せよ。

(58) ワルラス [39] II, 192~193頁。

(59) ワルラス [39] II, 197頁。

(60) ワルラス [39] II, 394~398頁。

(61) ワルラス [39] II, 403~404頁。

ものであったにちがいない。ワルラス理論には、このような事情から、まったくアントネッリの影響は読みとれないのである。

### ヴォルテッラのパレート批判

アントネッリをパレートと比較するとき、ジュヴォンズとワルラスとはまったく異なっている点は、パレートがアントネッリよりもおくれで理論的活動を開始しており、アントネッリの著作を十分に理解していたということであり、つぎにパレートがトリノ工科大学で物理学を研究し、アントネッリに劣ることのない、当時としては第一級の数学分析を駆使できる経済学者であったということである。

さて、シュンペーターが評しているように、<sup>(62)</sup>パレート自身がそのリプトも第二版も出版を拒んだ事実からわかるのであるが、1896～7年に発表された『<sup>(63)</sup>経済学講義』は、純粹理論にかんするかぎりでは「とくにパレートのなものはなにものもなかった」といってよいと思う。もっともこの「パレートのなもの」を効用の不可測性を前提として消費者行動について理論展開することに成功した無差別曲線の理解とみなすかぎり、たしかに『講義』においてはワルラス価値理論に不満を示している証跡があるにせよ、<sup>(64)</sup>1906年の『<sup>(65)</sup>経済学提要』イタリア語版(初版)にいたってはじめてこの理論が構築されたのであった。このパレートの理論展開を始点として、消費者均衡理論はその発展のために基礎において二つの問題に直面することになる。それは効用関数の確定性をめぐる問題と効用関数の積分可能性をめぐる問題である。

前者の問題は、効用の可測性と不可測性、つまり基数的効用と序数的効用にかんする問題であり、今日では可測性不要というほぼ支配的な見解が確立されているといつてよいであろう。

さて後者の効用関数の積分可能性の問題であるが、現代の消費者理論は、消費者が二つの財貨の組合せについて、いずれかを選好するか、もしくは無差別であるかを完全に告げることと、その三つ以上の組合せについては消費者の選好が移行的であることなどを仮定して、消費者の無差別曲面から出発する。しかし、このような曲面が最初から消費者の内面に存在することを仮定するのは、現実的ではない。というのは、われわれが観察しうるのは、価格と所得のあらゆる組合せに反応する消費者の需要関数だけであるからである。

そこでこのように観察される需要関数上の各点が、それぞれ相応する価格、所得によってあたえられる支出平面上もしくはその内側にある他のどのような点よりも選好された点であると考えるな

(62) シュンペーター [31] パレートの項参照。

(63) パレート [22]

(64) シュンペーター [31] パレートの項参照。

(65) パレート [24]



らば、われわれはその点における支出平面の傾斜が、そのまま同じ点における無差別方向ないしは限界代替率を示すものと考えられよう。したがって、観察される点が数多くあたえられるかぎり、われわれはそれらの各点において、それぞれの無差別方向をあらわす、そのような面素 (planar element) —— 二財の場合には線素 (linear element) —— を数多くもつわけであり、このような面素ないしは線素を積分することによって、一群の無差別曲線ないしは無差別曲線をえがきだすことができるであろうか、そしてもしできるとしたならば、どのような条件をみたしていなければならぬかというのが、この積分可能性の問題なのである。

パレートは、『提要』において消費者理論を展開するにあたって、第4章「嗜好」第7節<sup>(66)</sup>において、二つの消費する財貨の組み合わせが無差別であるということで、消費者がスープを先に飲むか、デザートを先に食べるかといった消費の順序をちがえたときに経験する満足の相違といった問題をさけることができると述べた。

ところが、この叙述に対して、1906年4月に *Giornale degli economisti* 誌に、ヴォルテッラが「数理経済学とパレート教授の新しい提要」という論文を発表し、パレートを批判したのであった。<sup>(67)</sup> ヴォルテッラは、パレートが初期に抱いていたオフエリミタの可測性を放棄したことを賞讃しながらも、無差別曲線で考えられた理論について、「二財だけのケースから三財以上のケースに移行すると、『提要』以上に詳細な検討をしなければならなくなるであろう。実際にわれわれは二次微分式

$$Xdx + Ydy$$

がつかねに無数の積分因子をもっているのに対して、三次式、もしくはそれ以上の場合は(この因子を)なにももたないことを知っているのである」と批判した。この批判は、パレートが三つもしくはそれ以上のケースをとりあつかう場合、明示的に積分可能性問題を認識することができなくては、無差別方向の議論が損われる点を指摘したものであった。<sup>(68)</sup>

このヴォルテッラの批判に答えて、1906年11月に、パレートは「非閉回路におけるオフエリミタ」という論文を *Giornale degli economisti* に発表しており、<sup>(69)</sup> さらに『提要』フランス語版の数学附録においても、この批判に関連して、かれの見解を述べている。<sup>(70)</sup> その要旨は、消費の順番によって消費者の選好の度合が変化しないことが積分可能条件を意味するというのであった。

この問題を吟味するために、<sup>(71)</sup> ここで観察可能な  $n$  箇の財の需要関数を  $x_i = D^i(p_1, p_2, \dots, p_n, I)$  とし、これらの需要関数が逆関数をもつと仮定しよう。よく知られているように、 $D^i$  は  $p_1, p_2,$

注(66) パレート [24] 160頁。

(67) ヴォルテッラ [26]

(68) シュンペーター [31]。パレートの項でシュンペーターは、どうして数学の専門家としてのパレートがこのようなことをみのがしたのか理解できないと批評している。

(69) パレート [25]

(70) パレート [24] フランス語版数学附録546~7頁。

(71) このあとの展開は、主にサミュエルソン [28] および福岡 [43] に依拠している。

…、 $p_n, I$  について零次の同次方程式であるから、そのような逆関数を各財に依存す価格比として表わせる。価格比を均質な形で表わすためには、 $(Q_1, \dots, Q_n) = (p_1/I, \dots, p_n/I)$  という新しい変数を用いることが便利であるが、ここでは伝統的に第  $n$  番目の財をユメールとして  $(B_1, \dots, B_{n-1}, 1) = (p_1/p_n, \dots, p_{n-1}/p_n, 1)$  と書くとしよう。このようにして、つぎの観察可能な価格比関数をうる。すなわち

$$(1) \quad B_i = B^i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

である。消費者均衡条件を考慮することによって、つぎのような偏微分方程式に書きあらためられる。すなわち

$$-\frac{\partial x_n}{\partial x_i} = B^i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

また所得についての制約条件  $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = I$  から  $B_1dx_1 + B_2dx_2 + \dots + dx_n = 0$  をうるが、(1)を代入することによって、つぎの全微分方程式となる。すなわち

$$(2) \quad B^1dx_1 + B^2dx_2 + \dots + dx_n = 0$$

である。

さて(2)を満足するような空間の経路はすべて暫定的に無差別経路とよばれるものである。いまこのような経路にそって任意の比例関数  $Q_i = B_i Q_n$  (ただし  $Q_n$  は零ではない任意の関数) によって  $B_i$  を置きかえると、

$$(3) \quad Q^1dx_1 + Q^2dx_2 + \dots + Q^ndx_n = 0$$

が成立する。この式の左辺  $\sum Q_i dx_i$  (パッフィアンの形になっている) を局所的な選好の測度とみなしうる。すなわちこれが正であれば、その動きは better であり、負ならば worse であり、零ならば indifferent である。しかし(3)が積分が可能であるかどうかを判明しない場合には、二点間をむすぶ任意の有限の経路にそっての積分が序数的な選好がコンシステントな指標をあたえるかどうかはまだあきらかではない。特定の二点間の異なった経路にそっての積分の値がつねに同一であるのは、つまりその二点を通る閉じた経路をひとまわりするときの積分の値がつねに零になるのは、(3)が積分可能であるとき、すなわちそれが完全微分となるときだけである。この場合にだけ、積分は二点の座標だけに依存して、その経路から独立になる。したがってこのような場合にかぎって、 $A$ がそれみずからよりも選好されるという矛盾を排除することができる。

しかし完全微分  $\sum Q_i dx_i = dQ$  が直接に成立し、 $Q_i = \partial Q / \partial x_i = Q_i$  かつ

$$Q_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial x_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial x_i} = Q_{ji} \quad (i \neq j)$$

がそのままで満足されるということが生ずるのはきわめて稀である。そこで同じ完全微分を得ることができるような、なんらかほかの比例関数が存在しないかどうかを検討する必要がある。数学的には、このことが可能である条件は、(3)の左辺が完全微分

$$rQ_1dx_1 + rQ_2dx_2 + \dots + rQ^ndx_n = dV$$

となるような、いわゆる積分因子  $r(x_1, x_2, \dots, x_n)$  を見出すことである。そのためには、

$$(4) \quad V_{ij} = \frac{\partial(rQ_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial(rQ_j)}{\partial x_i} = V_{ji} \quad (i \neq j)$$

すなわち

$$r_i Q_j' - r_j Q_i' + r(Q_i' - Q_j') = 0 \quad (i \neq j)$$

であることが要求される。しかしそれらの  $\frac{n(n-1)}{2}$  個の条件はすべてが独立であるわけではなく、またそれらは単に  $Q$  にかんする記号だけでなく、 $r$  とその偏導関数もふくんでいるから、いま任意の三変数、たとえば  $i, j, k$  について後者を消去するとすれば、つぎの条件がえられる。すなわち

$$(4)' \quad Q_i(Q_{jk} - Q_{kj}) + Q_j(Q_{ki} - Q_{ik}) + Q_k(Q_{ij} - Q_{ji}) = 0 \quad (i \neq j \neq k \neq i)$$

この条件が積分可能条件であり、それは  $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$  個存在する。しかしこれらの条件はすべてが独立ではなく、そのうち  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$  個が独立であって、他は代数の演算によってそれから導き出せる。そこで便宜上  $k = n$  とおき、 $B_i = Q_i/Q_n$  であることを考慮して計算すれば、

$$(4)'' \quad B_{ji} - B_j B_{nj} = B_{ij} - B_i B_{nj}$$

をうる。これがわれわれの必要とする積分可能条件の最終形態である。

さてこのように、積分可能条件を検討してみると、二点間の積分をどのような経路にそって考えるかという問題と、消費者の消費の順番の問題とは、まったく異なった事柄であり、また後者が open cycle とか closed cycle の問題とも関係はないのであり、パレートの積分可能条件について展開は、まったく誤ったものであったといえるのである。しかもここでいえることは、(4)'' 式とアントネッリの条件がまったく等しいものであるということである。

### G. B. アントネッリの貢献

すでに示したように、アントネッリが1886年に当時提示されはじめていた限界効用理論についてきわめて高い水準の数学、とくに行列式をつかって、その理論の精緻化をおこなったことが、かれの偉大な貢献であったことはどのように強調するにしても、強調しすぎることはないと思うが、ここでは、この小論における「G. B. アントネッリの『経済学の数学的理論』における展開」の項と「ヴォルテッラのパレート批判」の項であきらかにした事柄をふまえて、アントネッリの貢献を二つにしぼってみたい。その第一は、消費の処分可能量からではなく、市場における需要量から効用をひきだした点にあるといえよう。このことは、その著作の(5)式、つまり「 $A$ 量と $B$ 量で所有されている  $a$ 財と  $b$ 財の  $I$ 所有者の効用を定義する関数  $U$ 」で積分される方程式  $C = -a_1 + g(b_1 + qa_1, q)$  によって示されている。この関数でアントネッリは、経済の現実のなかに存在するなんらかの

法則と、一般的な行動を説明できる基本的な性格をあたえたといってもよい。

集団的な効用に関連するアントネッリの概念についていえば、各交換者の市場における需要(もしくは供給)の表式から、著作における(1)で示される式で、つづく(2)で書かれた条件式を考慮にいれながら、全市場の効用にみちびかれるはずである。<sup>(72)</sup> わたくし自身としては、この面ではアントネッリの貢献が完全に確立されているとは思えないのである。しかしつぎのようにはいえると思う。すなわち需要から効用をひきだしたことは、実際確実な新機軸であったし、今日なお重要な新機軸でもあるのは決して間違いはないと。たしかに現在は、顕示的な選好理論によって、この問題はとりあつかわれているのであるが、アントネッリは、この時期にすでに同じ方向で問題を解こうとしていたといえよう。

しかもパレートと比較して、実際にとりあつかう方法で、効用をみちびきだしている点、アントネッリの貢献であるといえよう。アントネッリがこの問題についてすでに簡潔に述べたようなかたちで考え、しかもその複雑さを知り、その解の可能性の限界を十分に知りながら性急にそれにとりくんだようである。1886年といえば、その当時では、パレートが、効用概念をもちいることなく均衡が決定されうることを証明したのちに、かれの『経済学要綱』附録で要約した、この問題の完全な証明もまだ発表されていなかったし、また1915年に *Giornale degli economisti* 誌に載ったスルツキ論文<sup>(73)</sup> ももちろん存在してはいなかった。この論文は、23年後にシュルツ<sup>(74)</sup> によって再評価されるのであるが、個人の収入にかんする、かつ一財の価格もしくはそのほかの財の価格にかんするその財需要の偏微分の統計的な計算、もしくはすくなくとも個人の予算にかんして教法的な公準があたえられることの重要性を、そして効用関数の二次微分および混成的微分をうる方法の基礎と根源を、ともにきわめて鋭い考察をあたえながら、示している。そしてこの場合、この効用関数は単純に全微分を積分化することという特別な条件で決定されうるものとなっている。

もし効用がこのような方法の一つをもちいてひきだされえないとしたならば、なにものも現代において、いや古くから存在した厚生経済学の重大な問題を解決できないことになってしまう。もし可能な場合には生産の集計における若干の一義的な動きを奇術でもつかって集団的な効用の動きに対応させることでもないかぎり——もっともこれはまたもっと大きな問題をかかえこむことになるのであるが——、もしくは厚生問題において、いかなる生産者も一層悪い状態になるはずがな

注(72) 需要(もしくは供給)に関する表式は  $C$  が需要で  $q$  は二財の相対価格比のときの  $C=C(q)$  であり、(1)式とは  $\frac{dU}{dA}=0$ ,  $\frac{dU}{dB}=0$  (ただし、 $U$  は効用であり、 $A, B$  は、 $a, b$  両財の所有量) であり、(2)式は、 $C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1n}$  が価格  $p_1, p_2, \dots, p_n$  の価格における需要(もしくは供給)としたとき  $\sum_{k=1}^n C_{1k} p_k = 0$  で  $k$  種数の商品を  $n$  人がそれぞれもつことになるという予算の制約条件である。

(73) スルツキー [33]。興味深いことには、スルツキーの方程式の代替項がアントネッリの条件と双対関係になっているのである。

(74) シュルツ [31]

いと仮定されないかぎり、先に示した問題は解決できないのである。このことは、今日まで財政理論家たちの地位を不毛のままにとどめてしまっている理由ともなっている。また過去には、この問題に直面してデュピュイは同義反復的な限界効用論をかたちづくってしまったし、<sup>(75)</sup>そして基教的な効用の欠陥について、マーシャルの弟子たちが不信をもたずに受け入れているように、貨幣の限界効用が一定であることを想定することで、この障害を回避した例もみられる。<sup>(76)</sup>

さて積分可能性問題に言及することが、アントネッリによって研究された、交換理論にかんする第二の貢献に直接ふれるための糸口となるものである。積分可能性の議論は、アントネッリの貢献としては、おそらくもっとも卓越した点であるといってもよいであろう。そればかりではなく、数理経済学の今日の課題そのものといってもよいのである。

しかし経済学において積分可能性問題の重要性について通曉しているものは、今日も数多いとは思われない。しかし過去においては、ただ少ないというばかりではなく、この問題を研究しようとするものはほとんどいかなかったと断言できるのである。とくにパレートが、「数学附録」でかれ自身が記しているように、1906年の *Giornale degli economisti* 誌でのヴォルテッラの考察のあとではあったが、この問題を考察したことは重要である。ヴォルテッラ以前には、フィッシャーがおり、<sup>(77)</sup>大分過去にさかのぼることになるが、1892年に学位論文で、この問題を論じている。しかし後になって取りあつかわれる方程式の積分可能性に対して仮定された公準としての、暗黙的な性質によって、かれに提起された議論は用いられることはなかったし、ほとんどかえりみられることがなかったのである。パレートののちは、<sup>(78)</sup>ウイルソン (1912年)、<sup>(79)</sup>スルツキー (1915年) などがいた。

しかし最近になって、積分可能性の問題はもはや死に絶えたものとしてあつかわれなくなってきた。たとえば<sup>(80)</sup>ホテリング、<sup>(81)</sup>アレン、<sup>(82)</sup>ヒックス、<sup>(83)</sup>シュルツ、<sup>(84)</sup>ジョルジュスク=レーゲン、<sup>(85)</sup>ワルト、<sup>(86)</sup>ハウタッカー、<sup>(87)</sup>サミュエルソンたちがあらゆる角度から、意図的にこの重要な研究にふたたび手をつけ、しかもそこでアントネッリが広くふたたびとりあげられるようになり、かれの積分可能性問題に説明がくわえられるようになったのである。

注(75) デュピュイ [8]

(76) マーシャル [20]

(77) フィッシャー [10]

(78) ウィルソン [40]

(79) スルツキー [33]

(80) ホテリング [16]

(81) アレン [1]

(82) ヒックス [15] 19頁。

(83) シュルツ [30] 17~18, 575~81, 623頁。

(84) ジョルジュスク=レーゲン [13]

(85) ワルト [41] 85~118, 221~63頁。

(86) ハウタッカー [17]

(87) サミュエルソン [28]

むすびにかえて

イタリアにおいて、経済学者に限界主義をうえつけたのは、すぐれた分析力をもって、現代なお高い評価をうけているアントネリではなかった。かれは学史の片隅におしやられて、忘却のうちに放置されてしまっていたのである。またそのような役割をになったのが、パレートであるとも決していえない。かれはイタリアの一部の研究者には評価されていたが、その評価は、イタリア国内というよりはむしろ海外であったという。

実はこの当時イタリアで高い評価をうけていたのは、グラチアーニの『イタリアにおける価値批判史』<sup>(88)</sup>であった。このことは、学史研究において、われわれに非常に重要なことを教えてくれる。つまり、新しく理論が登場したとき、そのパラダイムにもとづく分析技術よりもむしろ、そのパラダイムの科学的意義を人びとがもとめることである。サミュエルソンは、かれの学史的展望のなかにおいて、<sup>(89)</sup>経済学を発展させてきたのは、分析技術の進化によってであると主張しているが、アントネリの事例からみられるように、いかに分析技術水準がすぐれたものがあったとしても、研究者たちが新しい理論体系の歴史的意義もしくは革新的意義をさぐっている間は、忘却のかなたにおしやられてしまう運命にあるのである。

もしグラチアーニやパンタレオーニに、アントネリの才能があったならば、いやアントネリに、グラチアーニやパンタレオーニのような新しい理論体系の革新性を歴史的に評価する眼がそなわっていたならば、かれの著作は、パレートにも劣らない評価を、いやワルラスにならぶ地位を限界革命に占めていたのではなからうか。

参考文献

- [1] Allen, R. G. D.: "The Foundation of a Mathematical Theory of Exchange" *Economica*, 1932.
- [2] Antonelli, G. B.: "Sulla teoria matematica dell' economia politica, *Giornale degli economisti e annali di economia* 1950, pp. 233~264.
- [3] Baumol, W. J. & Goldfeld, S. M. (edit.): *Precursors in Mathematical Economics: An Anthology*, 1968.
- [4] Black, C. and the others (edit.): *The Marginal Revolution in Economics*, 1973.
- [5] Boccardo, G.: *Biblioteca dell' Economista*.
- [6] Bousquet, G. -H.: *Esquisse d'une Histoire de la Science Economique en Italie, des Origines à Francesco FERRARA*, 1960, (邦訳橋本比登志訳『イタリア経済学抄史——発端よりフランチェスコ

注(88) グラチアーニ [14]

(89) サミュエルソン [29]

・フェッラーラまで——』昭51年)

- [7] Chipman, J. S.: and the others (edit.) : *Preferences, utility, and demand*, 1971.
- [8] Dupuit, A. J. E. J., *De l'influence des péages sur l'utilité des voies de communication*, 1849.
- [9] Demaria, D.: "G. B. Antonelli economista matematico ignorato", *Giornale degli economisti e annali di economia*, 1951.
- [10] Fisher, I. : "Mathematical Investigation in the Theory of Value and Prices", *Transaction of the Connecticut Academy*, 1892.
- [11] Fisher, I., *Bibliography on Mathematical Economics*, Appendix' to Cournot's "Researches", trans. by Bacon 1892, 1897.
- [12] Giacalone-Monaco, T. : "I rapporti Pareto-walras secondo un carteggio inedito(1891-1901)", *Rivista internazionale di scienze economiche e commerciali*, 1959.
- [13] Georgescu-Roegen, H. : "The Pure Theory of Consumers Behaviour", *Quarterly Journal of Economics*, 1935~6.
- [14] Graziani, A. : *Storia critica della teoria del valore in Italia*, 1899.
- [15] Hicks, J. R. : *Value and Capital*, 1939.
- [16] Hotelling, H. : "Edgeworth's Taxation Paradox and Demand Function", *Journal of Political Economy*, 1932.
- [17] Houthakker, H. S. : "Revealed Preference and Utility Function", *Economica*, 1950.
- [18] Jevons, W. S. : *The Theory of Political Economy*, 1st edit., 1871, 2nd edit. 1879, 3rd edit. 1888.
- [19] Launhardt, W. : *Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre*, 1885.
- [20] Marshall, A. : *Principles of Economics*, 1890.
- [21] Pantaleoni, M. : *Principi di economia pura*, 1889.
- [22] Pareto, V. : *Le cours d'économie politique*, 1896-97.
- [23] Parets, V. : "Anwendung der Mathematik auf Nationalökonomie", *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen*, 1902.
- [24] Pareto, V. : *Manuale di economia politica*, 1906, Edizioni Bizzari-Roma, 1965; フランス語版 1909, Libraire Proz 1966.
- [25] Pareto, V. : "L'ofelimità nei cicli non chiusi," *Giornale degli economisti*, 1906.
- [26] Pareto V. : *Lettere a Maffeo Pantaleoni*, 3 vols. G. De Rosa (edit.) 1960.
- [27] Ricci G. : "Commento alla memoria di G. B. Antonelli dell' anno 1889" Sulla teoria matematica dell'economia politica", I, II, *Giornale degli economisti e annali di economia*, 1951.
- [28] Samuelson P. A. : "The Problem of Integrability in Utility Theory", *Economica* (1950) pp. 353~385.
- [29] Samuelson, P. A. : "Economists and the History of Ideas" *American Economic Review*, 1962, American Economic Association 74回年次総会会長講演。
- [30] Schultz, H. : *Theory and Measurement of Demand*, 1937.
- [31] Schumpeter, J. A. : *Ten Great Economists — From Marx to Keynes—*, 1951.
- [32] Schumpeter, J. A. : *History of Economic Analysis*, 1954.
- [33] Slutsky, E. E. : "Sulla teoria del bilanci del consumatore", *Giornale degli economisti*, 1915, pp. 1~26.
- [34] Theoharis, R. D. : *Early Developments in Mathematical Economics*, 1961.

- [35] Virgili, I. F. : "L'applicazione della matematica all'economia politica", *Rassegna Nazionale*, 1890.
- [36] Volterra, V. : "L'economia matematica ed il nuovo manuale del prof. Pareto", *Giornale degli economisti*, 1906, pp. 296-301. チップマン [7] にA・P・カーマンによる英訳がある。
- [37] Walras, L. : *Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale*, 1874-77.
- [38] Walras, L. : *Théorie mathématique de la richesse sociale*, 1876.
- [39] Walras, L. : *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, edit. by W. Joffé, 3 vols., 1965.
- [40] Wilson, E. B. : Review of Pareto' Manuel, *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 18, 1912.
- [41] Wold, H. : "A Synthesis of Pure Demand Analysis" I, II, III; *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 1943
- [42] Zawazki, W. : *Les Mathématiques appliquées à l'Economie politique*, 1914, (邦訳寺尾琢磨訳『ザワズキー：経済学に応用された数学』昭和17年)
- [43] 福岡正夫「消費者均衡の純粋理論」慶應義塾経済学会『経済学年報12』昭和44年。
- [44] 松浦 保：「ワルラスとパレート」『三田学会雑誌』(1971)。

〔後 記〕

千種先生の研究会で理論経済学を学び、学史研究に興味をもって、その分野で今日まで研究に従事してきたが、いま思えば、この研究会での勉強が大きく現在役立っていると思う。そのあと思いがけなく、イタリアに留学することになり、「イタリアにおけるローザンヌ学派経済学」の研究をすることになった。アントネッリについては、福岡先生から研究するようにと示唆をうけていたし、教鞭をとっていたミラノ・ボッコーニ商科大学にはデマリア教授がおり、教授が編集し、同大学から出版されている *Giornale degli economisti* 誌のもはや稀少になったアントネッリの複製版もわけていただくことができ、この大学での研究は、この論文にとってきわめて有意義であったと思う。ただ数学の展開についてわたくしにとって難解な部分が多く、リッチ、チップマン、サミュエルソン、福岡諸論文に多くを負っていることを、ここで感謝をこめてお断りしておきたい。ここで千種先生の学恩に心から感謝の意を表しておきたい。

(経済学部教授)