

Title	分権的交換過程と支払手段としての貨幣
Sub Title	The decentralization of exchange process and money as a medium of exchange
Author	浜田, 裕一郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1977
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.70, No.1 (1977. 2) ,p.69- 96
JaLC DOI	10.14991/001.19770201-0069
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19770201-0069">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19770201-0069</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 分権的交換過程と

## 支払手段としての貨幣

浜田 裕一郎

### 1 序

個々の経済主体の分権的情報に基づく経済的意志決定と、市場均衡の間の整合性に関する条件の究明が、今日まで一般均衡分析の主要な課題であったと言えよう。

通常の解釈に拠れば、一般均衡分析で想定される交換過程とは個別主体と「市場」との間の交換であって、個別主体間のそれではない。

本論文の主題は、個別主体間の交換が一般均衡配分を達成し得る条件の考察である。貨幣的経済分析のミクロ的基礎をなす交換過程の研究は、既にこうした条件として以下二つを明らかにしている。

一つは取引所の機能を果す主体が存在すること (Rader [11])、二つは支払手段としての貨幣機能を果す財が存在すること (Feldman [2])<sup>(1)</sup>、以上である。

この二つの条件に加えて、Ostroy=Starr [10] 及び Bradley [1] は取引量決定に必要な情報に注目して新しい条件を提出した。彼らの主張する命題は以下の通りである。

「集権的情報が利用可能であれば、個別主体間の交換が一般均衡配分を達成する取引ルールが存在する。」

この論文は、Ostroy=Starr [10] の分析枠組に基づき、彼ら及び Bradley [1] の命題の、修正、別証、若干の展開を内容とする。特に彼らの取引ルールの分権性に関する諸条件を、利用可能な情報、交換誘因、交換制度の組織性の三点から整理し直すことによって、以下の事柄が明らかになった。

第一に、彼らの諸命題の主張するところが、所望の条件を充す取引ルールの存在にとって、集権的情報の利用可能性か、あるいは交換制度の組織化が必要充分であること、第二に、貨幣的な交換

注(1) 両条件の一般化は Lemche [8] に見られる。

制度は交換誘因に由来する直接的交換の困難と、情報制約に由来する間接的交換の困難とを、同時にかつ最も分権的に解決するということが、以上である。

以下の議論においては、彼らと同じく完全競争市場を仮定する。従って、個々の主体は各財の価格及び品質については完全情報を持っている。われわれの対象とする情報と不確実性は、だから誰がいつ誰と遭遇し、彼らはどのような財のどれだけの超過需要量を持っているのかに関するものである。また各取引者は十分に慎重であって、たとえ直ちにはその超過供給を捌き得ず、また超過需要を充足し得ないとしても、或る期間内は価格ないし彼の計画量を変更することは控えるものと想定される。

## 2 モデル

2-1 以下で考察する経済では、存在する財の種類は $N$ 、取引者の総数（経済を構成する主体の数と同数とする）を $J$ とする。

〈表記法〉

財の集合； $N = \{1, 2, \dots, n, \dots, N\}$

取引者の集合； $I = \{1, 2, \dots, i, \dots, J\}$

$i$  番目の取引者の初期保有量； $b_i \in R_+^N$ <sup>(2)</sup> (但し  $b_i$  は行ベクトル)

$i$  番目の取引者の超過需要量； $z_i \in R^N$  (但し  $z_i$  は行ベクトル)

初期保有行列； $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_J \end{pmatrix} \in M(J \times N, R_+)$ <sup>(3)</sup>

超過需要行列； $Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_J \end{pmatrix} \in M(J \times N, R)$

価格ベクトル； $p \in R^N$  (但し  $p$  は列ベクトル)

以上の表記法の下に、経済の一般的な規定は、 $(p, Z, B) \in R^N \times M(J \times N, R) \times M(J \times N, R_+)$  で与えられるものとする。また経済  $(p, Z, B)$  に対して次の条件を設ける。

$$(U-1) \quad Zp = 0 \wedge p \gg 0$$

$$(U-2) \quad \sum_i z_i = 0$$

$$(U-3) \quad Z + B \geq 0 \text{ (entry-wise)}$$

条件(U)を充つ経済  $(p, Z, B)$  をU-経済と呼ぶ。

ここでは価格形成過程の分析には立入らない。価格情報については、交換の開始に先立ち共通の

注(2)  $R_+^N$  は  $N$  次元ユークリッド空間 (の非負象限) を示す。

(3)  $M(J \times N, R_+)$  は  $J$  行  $N$  列の (非負) 実行列の集合を表わす。

価格ベクトル  $p$  が、各主体に知られているものとする（つまり価格情報の伝達に関する auctioneer の存在を仮定する）。(U-1) は、この共通の価格  $p$  に関して、各個別需要量と供給量の価値額が等しいこと、つまり需給の計画量が予算制約を充すこと、(U-2) と (U-3) は、これらの個別需給量が、集計的にまた個別的に取引実現可能であることを意味する。

なお U- 経済は、更に以下の条件を充すならば競争均衡にある。

$$(U-4) (\forall i) (\forall z_i) [z_i + b_i \geq 0 \wedge z_i p \leq 0 \rightarrow z_i = u_i z_i]$$

(但し  $z_i$  は通常の通り  $i$  の選好順序関係を示す。)

## 2-2 取引過程

取引過程に関して以下の仮定を設ける。

- (i) 取引はペアワイズに行なわれる。しかも (ii) 取引者は 1 期間に 1 つの交換ペアにしか加われない。
- (ii) 各取引者は他のすべての取引者と必ず交換ペアを組む。
- (iii) 取引期間は (i), (ii), (iii) を充す最小期間 ( $\tau$ ) である。

〈命題 <sup>(4)</sup> 1〉

$$\tau = \begin{cases} J-1 & J = \text{偶数のとき} \\ J & J = \text{奇数のとき} \end{cases}$$

証明)

### ① J = 偶数

点が取引者を表わし、線がそれによって結ばれる二点の示す取引者の交換ペアを表わすグラフを考える。このとき取引過程が (iii) を充すことは、グラフが完全グラフ  $K_J$  であることによって表現される。各期間の交換ペアの組は、 $K_J$  の因子分解を構成する各因子によって与えられる。(i)(ii) を充す取引過程においては、この因子は最大次数 1 でなければならない。こうした  $K_J$  の因子は、高々  $J/2$  本の線を持つから、 $K_J$  の因子分解を構成するときその個数は少なくとも  $J/2 \cdot (J-1) / J/2 = J-1$  である。つまり、(i)(ii)(iii) を充す交換ペアの組は  $J-1$  期間以上の取引過程を形成する。ところで Harary [4] 定理 9-1 <sup>(5)</sup> に拠れば  $K_J$  は 1-因子分解可能であるから、(i)(ii)(iii) を充す最小期間  $J-1$  の取引過程が存在する。何故なら 1-因子は  $J/2$  本の線を持ち、異なる 1-因子に共有される線は存在しないから。

### ② J = 奇数

$K_J$  に点  $v^*$  を付加した  $K_{J+1}$  を考える。①と同様の議論に拠って  $\tau = (J+1) - 1 = J$  である

注(4) Ostroy=Starr [10]. Bradley [1] では未証明である。〈命題 1〉の証明におけるグラフ理論の術語及びその定義はすべて Harary [4] に拠る。これ以降の部分についても同様である。

(5) この定理の存在は、古賀道夫氏によって指摘された。

ことが示される。このとき各1-因子で $v^*$ と隣接する点の表わす取引者は交換ペアに加わらないものとする。

Q. E. D.

命題1の証明で与えられた(1-)因子分解を構成する(1-)因子の $\tau$ 個の組 $\{G_1, G_2, \dots, G_\tau\}$ に順序を考えると、例えば $G_t$ は第 $t$ 期での交換ペアの組を表わす。

このように取引者の出会い方の順序を指定するものを、プログラムと呼ぶ。

各(1-)因子は、一定の条件を充す $I$ の置換で表現することができる。例えば $J=5$ として因子 $G = ((1, 2, 3, 4, 5), \{(1, 2), (3, 4)\})$ は、 $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ なる置換と同一視できる。

<表記法>

プログラム;  $\langle \pi^t \rangle_{t=1, \dots, \tau}$

但し $\pi^t$ は $I$ の置換であって、任意の $i, j$ に関して、

$$\pi^t(i) = j \rightarrow \pi^t(j) = i$$

を充す。

(i) (ii) (iii) (iv) を充す取引過程を、ラウンド・プログラムと呼ぶ。

<定義>

プログラム  $\langle \pi^t \rangle_{t=1, \dots, \tau}$  は任意の $i, j$ に関して、或る $t$ が存在し

$$[\pi^t(i) = j] \wedge (\forall t') [\pi^{t'}(i) = j \rightarrow t' = t]$$

を充すとき、ラウンドである。

個々の取引者は、一般に誰といつ出会うかを予め知っているわけではない。そこでプログラムは交換過程に先立ち任意に与えられるものと仮定する。<sup>(6)</sup>

取引過程の記述のために以下の表記法を用いる。

<表記法>

- $t$ 期首の $i$ 番目の取引者の保有量;  $w_i^t \in R^N$  (但し $w_i^t$ は行ベクトル。 $w_i^t = b_i$ であることはことわるまでもない。)
- $t$ 期の $i$ 番目の取引者の取引量;  $a_i^t \in R^N$  (但し $a_i^t$ は行ベクトル。 $a_{in}^t > 0$ ならば $a_{in}^t$ は第 $n$ 財の受けとり量を、 $a_{in}^t < 0$ ならば $-a_{in}^t$ は第 $n$ 財の引き渡し量を表わす。 $a_{in}^t = 0$ なら第 $n$ 財の取引なし。)
- $t$ 期首の保有量行列;  $W^t = \begin{pmatrix} w_1^t \\ \vdots \\ w_n^t \end{pmatrix} \in M(J \times N, R)$

注(6) 従って、プログラムがラウンドに限られるにしても、任意所与なる外生変数であって、これを選択変数とするのは序に述べたわれわれの課題からみて適切でない。

- $t$  期の取引量行列 ;  $A^t = \begin{pmatrix} a_1^t \\ \vdots \\ a_j^t \end{pmatrix} \in M(J \times N, R)$
- $t_0$  期首の  $i$  番目の取引者の未充足超過需要量 ;  $v_i^{t_0} \in R^N$   
(但し  $v_i^{t_0}$  は行ベクトル。  $v_i^t = z_i^t$  である。)
- $t_0$  期首の未充足超過需要行列 ;  $V^{t_0} = \begin{pmatrix} v_1^{t_0} \\ \vdots \\ v_j^{t_0} \end{pmatrix} \in M(J \times N, R)$

取引量に関して次の条件を設ける。

$\pi^t(i) = j$  のとき,

$$(A-1) \quad w_i^t + a_i^t \geq 0, \quad w_j^t + a_j^t \geq 0$$

$$(A-2) \quad a_i^t + a_j^t = 0$$

$$(A-3) \quad a_i^t p = a_j^t p = 0.$$

非負保有量の条件(A-1)は、信用取引の禁止を、また(A-2)は経済が純粋交換経済であり、物理的な取引費用が存在しないことを意味する。等価交換の条件(A-3)は、Starr [12] では price consistency と呼ばれる。通常的一般均衡で設定されるのは、((U-1)の条件であって、個別計画需要の価値額と個別計画供給の価値額とが等しいということであるのに対して、(A-3)は、各交換ごとに受けとる財の価値額と引き渡す財の価値額とが等しいことを要求する、より厳しい条件である。<sup>(7)</sup>

#### <定義>

取引量行列の列  $\langle A^t \rangle_t$  は、条件(A)を充すとき、許容し得る取引列である。

$\langle A^t \rangle_t$  が許容し得る取引列であるとき、以下の関係が成立つ。

$$a_i^t = w_i^{t+1} - w_i^t$$

$$A^t = W^{t+1} - W^t$$

$$v_i^{t_0} = v_i^1 - \sum_{t=1}^{t_0-1} a_i^t$$

$$V^{t_0} = Z - \sum_{t=1}^{t_0-1} A^t$$

経済  $(p, Z, B)$ , ラウンド・プログラム  $\langle \pi^t \rangle$  許容し得る取引列  $\langle A^t \rangle$  が与えられると、結果として取引者間の或る財の配分が得られる。つまり  $W^{\tau+1} = \sum_{t=1}^{\tau} A^t + W^1 = B + \sum_{t=1}^{\tau} A^t$  である。 $\tau$  期間の取引の後に当初の需給計画が完全に実現されるとき、 $W^{\tau+1} = B + Z$  であり、 $V^{\tau+1} = Z - \sum_{t=1}^{\tau} A^t = 0$  となっているはずである。

注(7) 交換過程の分析における(A-3)の条件の意義については Ostroy [9], Starr [12] に詳しい。

〈定義〉

経済  $(p, Z, B)$ , ラウンド・プログラム  $\langle \pi^t \rangle$  に対し, 取引列  $\langle A^t \rangle$  は

$$(E) \quad \sum_{t=1}^T A^t = Z$$

を充すとき, 1 ラウンドで完全配分すると言う。

### 2-3 取引ルールと情報

取引ルールとは取引者の出会いに際して, 彼らに諸財の取引量を指定する規則である。このルールは, 取引者間の個別的な交渉過程ないし当事者以外の第三の調整主体の機能を記述する。すなわち任意の経済, 任意のプログラムに対して, 取引列  $\langle A^t \rangle$  を定める規則である。

取引量決定は一定の利用可能な情報に基づいて行なわれる。さて経済  $(p, Z, B)$  に対して,  $t_0$  期の情報は,  $t_0$  期の環境

$$\mathcal{S}_1(t_0) = (W^{t_0}, V^{t_0}; I, N, \pi^{t_0}, p)$$

と  $t_0$  期以前の過去の記録

$\mathcal{S}_2(t_0) = (\langle W^t \rangle_{t=1, \dots, t_0-1}, \langle V^t \rangle_{t=1, \dots, t_0-1}, \langle \pi^t \rangle_{t=1, \dots, t_0-1})$  とから成る。第  $i$  主体にとって  $t_0$  期に利用できる情報を  $L_i^{t_0}$  で表わす。明らかに  $L_i^{t_0}$  は  $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  の一部である。<sup>(8)</sup> 戦略的行動を排除すれば,  $t_0$  期に  $i$  が  $j$  と出会うとき  $i$  と  $j$  の間の取引量の決定に利用できる情報  $L_{ij}^{t_0}$  は,  $L_i^{t_0} \times L_j^{t_0}$  と書ける。このような  $L_{ij}$  から成る集合を  $\mathcal{L}$  とする。

〈定義〉

取引ルール  $\rho$  とは情報の集合  $\mathcal{L}$  を定義域とし, 交換当事者二人の取引量の組の集合  $R^N \times R^N$  を値域とする関数である。

$$\rho : \mathcal{L} \rightarrow R^N \times R^N$$

$$\rho(L_{ij}) = (a_i, a_j)$$

L. Hurwicz [6] に拠れば, 分権性は各主体が自らの行動 (ないし他の諸主体の行動) の自らに及ぶ影響のみを考えていればよろしいということ (Self-Relevancy) と彼が他の諸主体の内的構造に関する直接の情報を持たないということ (Externality)<sup>(9)</sup> とによって特徴づけられる。目下の枠組で取引決定に必要な情報の分権性を考えるとき, Externality の条件を, 各主体は交換相手を除く他の諸主体の当期の内的構造に関して直接の情報を持たないと読みかえることができる。

注(8) 後述するように,  $t_0$  期の交換が一ペアずつの有限列で行なわれる場合,  $t_0$  期間中のペア  $(i, j)$  が出会う時点における情報は,  $t_0$  期首からこの時点までの取引経緯と, それによる  $W^t, V^t$  の変化とを  $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  に付加したものでなければならない。〈注意3〉及び3-4を参照。

また  $L_i^{t_0}$  が  $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  の一部であるとは, その要素である行列やベクトルの成分のすべてないし一部が空欄であることを言う。

(9) Hurwicz [7] では, privacy-respecting と改称された。

先の情報  $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  の構成要素のうち第  $i$  取引者に係わるものは、彼の環境  $\mathcal{S}_1^i(t_0) = (w_i^{t_0}, v_i^{t_0}; \pi^{t_0}(i), N, p)$  及び彼の過去の記録  $\mathcal{S}_2^i(t_0) = (\langle w_i^t \rangle_{t=1, \dots, t_0-1}, \langle v_i^t \rangle_{t=1, \dots, t_0-1}, \langle \pi^t(i) \rangle_{t=1, \dots, t_0-1})$  である。<sup>(10)</sup> そこで以下の定義を与える。

〈定義〉(D)

任意の期間  $t_0$  に対して、 $\pi^{t_0}(i) = j$  のとき  $L_{ij}(t_0)$  が  $\mathcal{S}_1^i(t_0) \times \prod_{t=1}^{t_0-1} L_t^i \pi^t(i) \times \mathcal{S}_2^j(t_0) \times \prod_{t=1}^{t_0-1} L_t^j \pi^t(j)$  を超えないならば、<sup>(11)</sup> 分権的情報が利用可能であると言う。

但し  $\mathcal{S}^i(t_0) = \mathcal{S}_1^i(t_0) \times \mathcal{S}_2^i(t_0)$ 。

最大の分権的情報は、 $\mathcal{S}^i, \mathcal{S}^j$  の他に  $i(j)$  取引者の過去の取引相手  $\pi^t(i)(\pi^t(j), t=1, \dots, t_0-1)$  の財保有量、未充足超過需要量の状態を始めとして、彼らのそのまた過去の取引相手の名前、財諸量云々といった取引経緯をすべて含む。この分権的情報の定義は、コミュニケーションに拠る情報集中の排除という分権性の要件 (Hurwicz [7]) に抵触するように思われるが、I は勿論、主体総数の情報は利用可能でないのだから、その心配はない。但し、このような分権的情報の上限に在っては、記憶及び記録の能力・費用に関して制約が課されていないことが必要である。このことを考慮するとき、最も分権的な情報の利用可能性は、

$$(D^*) \quad L_{ij} = \mathcal{S}_1^i \times \mathcal{S}_2^j$$

<sup>(12)</sup> で与えられる。

〈定義〉(C)<sup>(13)</sup>

$L_{ij}$  が分権的情報 (D) の上限を超えるとき、集権的情報が利用可能であると言う。

〈定義〉

取引ルール  $\rho$  は、その定義域が (D) を充すとき情報分権的取引ルールと言う。

取引ルール  $\rho$  は、その定義域が (C) を充すとき情報集権的取引ルールと言う。

次に誘因と組織性に関する取引ルールの性質を定式しておく。先ず以下の性質を持つ取引ルールは、個別主体に最も強い交換誘因を与える。

注(10) 注(8)後半部分を参照。

(11) 同上。Ostroy=Starr [10] p. 1097 n. 7 に言う最大限分権的情報は、この上限として形式化される。従って、彼らの分権的情報の定義 (D-1) (D-2) (D-3) 及び Bradley [1] の (C3<sub>a</sub>) に比べてこの (D) の条件は、より緩いものである。

(12) Ostroy=Starr [10] の (D-2) に相応する。彼らに拠れば最も分権的な情報は、更に取引相手の名称を含まない (D-1) であるとされる (Bradley [1] の (C-3<sub>a</sub>))。けれども (D-1) と (D-2) との相違は、むしろ後に (T-1) として定式する取引ルールの取引者の名称からの独立性にもとめられるべきであって、利用可能な情報の多寡として考えるのは適切とは思われない。

(13) Ostroy=Starr [10] の定義 (C) より緩いことに注意。注(8)及び 3-4 を参照。



〈定義〉 (MEDD)<sup>(14)</sup>

取引ルール  $\rho$  が超過需要単調減少型 (MEDD) であるとは、 $\rho$  の定める取引量が以下の条件を充すことである。 $\pi^t(i)=j$  として任意の  $t, i, j, n$  に関して、

$$(i) \text{ sign } a_{in}^t = \text{sign } v_{in}^t \text{ か } a_{in} = 0$$

$$\text{sign } a_{jn}^t = \text{sign } v_{jn}^t \text{ か } a_{jn} = 0$$

$$\text{かつ (ii) } |a_{in}^t| \leq |v_{in}^t|$$

$$|a_{jn}^t| \leq |v_{jn}^t|$$

MEDD を充す取引ルールの下では、いずれの取引者も超過需要、超過供給を増加させることはない。反対に MEDD を充さない取引ルールの下では、少なくとも一方の交換当事者が超過供給量を増大させる交換を行なう場合がある。このとき彼は、超過供給の増大した財を後の交換機会に再び提供することになる。従って、MEDD を充さない取引ルールは間接的取引過程を表現するものと考えることができる。

〈定義〉

MEDD を充す取引ルールを直接的取引ルール、MEDD を充さない取引ルールを間接的取引ルールと呼ぶ。

取引ルールが分権的であるならば、そのルールの指定する取引量が個別主体の交換誘因からみて実現可能でなければならない。従って、直接的取引ルールは間接的取引ルールよりも交換誘因の点でよりよく分権性の必要条件を充す。

次に取引者及び財の名称から独立であると言う取引ルールの性質を定式する。

〈定義〉

取引ルール  $\rho$  が匿名的であるとは、 $\rho$  が以下二つの条件を充すことである。

$$(T-1) v_j = v_k \implies \rho(L_{ij}) = \rho(L_{ik})$$

$$(T-2) \tilde{\pi} \text{ を } N \text{ の置換とする。任意の } \tilde{\pi} \text{ に対して } \tilde{v}_i = \tilde{\pi}(v_i), \tilde{v}_j = \tilde{\pi}(v_j), \tilde{p} = \tilde{\pi}(p) \text{ とするとき、}$$

$$\rho(\tilde{L}_{ij}) = (\tilde{\pi}(a_i), \tilde{\pi}(a_j))$$

但し  $\rho(L_{ij}) = (a_i, a_j)$ ,  $\tilde{L}_{ij}$  は  $L_{ij}$  の  $v_i, v_j, p$  を  $\tilde{v}_i, \tilde{v}_j, \tilde{p}$  で置きかえた情報である。

(T-1) は、取引ルールがすべての取引主体にとって同一であること、つまり取引における人格的

注(14) Starr [12] の同名の概念である。

(15) 注(12)参照。

(16) Bradley [1] C-3b を定式したものである。Ostroy=Starr [10] は、この条件を財の識別不可能性と解釈しているけれども (p. 1105), この条件は、取引ルールの財の名称からの独立性として本文のように解釈すべきであると考え

要因の排除を意味し、各取引者が彼自身の欲求充足のみを目的として行動し、取引相手の未充足超過需要量が同一であれば、いずれの取引相手と交換しようと、彼の目的達成の難易にかかわりないと予想することを表わす。一方(T-2)は、各個別主体が、すべての財に就いて売り易さ買い易さは同一であり、価格変化ないし物理的損耗による資産価値の変動もないと予想し、受領物、提供物の価値額だけを問題にし、それらの財の性質は問わずに行動することを表わす。

一般に交換過程で特定の取引主体ないし特定の財が、取引調整のために特別の機能を果たす場合には、上記のような取引主体の予想や行動を想定することはできない。従って(T-1) (T-2)を充す<sup>(17)</sup>、つまり匿名的な取引ルールは、上記の意味で交換制度が組織化されていないことを示す特徴であると考えることができる。

#### 2-4 問題設定

Starr [12] に拠れば、物々交換の基本的要件は欲求の両面一致にあり、それは(A)(特に(A-3))かつ(MEDD)を充す交換として定式される。彼はそこで(A-3), (E), (MEDD)の三条件のうち任意の二条件を充足する交換が存在することを示す(Starr [12] Lemma 1. 2. 3. Theorem 1) 一方、この三条件をすべて充す交換が不可能である、つまり欲求の両面一致に基づく物々交換は一般に(E)を充さないという予想を提出した。この予想は、われわれのモデルでは(A)かつ(E)を充す直接的取引ルールの不可能性をいうことに等しい。この予想の正しいことは、以下の $J=3, N=3$ の経済を挙げれば充分である。

$$p' = (1, 1, 1)$$

$$Z = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

この経済では、どの取引者のペアをとっても、(A)かつ(MEDD)を充す交換は存在しない。従って、直接的取引ルールが(A)を充す以上、その指定する取引量はゼロとならざるを得ない。つまり交換は一切行われず、(E)は充されない。

ところで、上記の例でプログラムが $(\bar{1}2, 3) (1, \bar{2}3), (\bar{1}3, 2)$ で与えられるとする。このとき第1期で第2取引者が第1取引者の需要する第2財を1単位提供し、その支払いとして(条件(A-3))直接彼の需要するものではないけれども、第1財を1単位受領するとするならば、第2期の第3取引者との交換機会に際しては欲求の両面一致が成立し、(E)を充すことになる。このように(MEDD)を充さない取引ルールが、(A)かつ(E)を充足することがある。

注(17) 目下の枠組においては、少なくとも1ラウンドは価格が固定されており、従って財の性質と同様価格についても不確定性は無い。

では、このような間接的取引ルールは、任意の U- 経済、任意のラウンド・プログラムに対して常に (A) かつ (E) を充すのであろうか。この間に答えることが、以下の考察の目的である。

### 3 集権的情報の利用可能性に基づく 間接的取引ルールの存在

この節は、以下の定理の証明を目的とする。

#### (18) 〈定理1〉

任意の U- 経済、任意のラウンド・プログラムに対して、(A) かつ (E) を充す情報集権的取引ルールが存在する。

われわれは3-1で「鎖状経済」と言う、特殊な超過需要構造を持つ経済を定義し、この種の経済における交換の効果を調べる。次に3-2で任意の U- 経済が有限個の鎖状経済に分解されることを見る。最後に3-3で、3-1の考察を基に、これらの鎖状経済の間に整合的な、(A)を充す取引ルールを構成し、そのルールが(E)を充すことを示す。

#### 3-1

##### (19) 〈定義〉

超過需要行列  $\tilde{Z} \in M(J \times N, R)$  が鎖状構造を持つとは、 $\tilde{Z}$  の  $(in)$  要素について

$$\tilde{z}_{in} = \begin{cases} -\delta/p_n & \text{if } (i, n) = (i_r, n_r), r=1 \dots s \\ \delta/p_n & \text{if } (i, n) = (i_r, n_{r-1}) \text{ or } (i_1, n_s), r=2 \dots s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

が成立することである。但し  $\{i_r | r=1 \dots s\} \subset I$ ,  $\{n_r | r=1 \dots s\} \subset N$ 。添数  $r$  は、 $i_r$  が  $n_r$  の超過供給主体でありかつ  $n_{r-1}$  の超過需要主体であるように ( $i_1$  は  $n_s$  の超過需要主体であるように) 付ける。

またここに  $\delta$  は個別超過需要 (供給) の価値額であり、鎖状構造の巾と呼ぶ。一方  $S = \{i_r | r=1 \dots s\}$  として、 $|S|$  を鎖状構造の長さと呼ぶ。

##### 〈定義〉

注(18) Ostroy=Starr [10] 定理1, Bradley [1] 定理1。

(19) Ostroy=Starr [10] の chain, Bradley [1] の equal value cycle は類似のものであるが同一ではない。

U-経済  $(\mu, Z, B)$  が鎖状経済であるとは  $Z$  が鎖状構造を持つことである。

簡単の為、長さ 1 の鎖状構造を持つ U-経済 (従って  $Z=0_{J,N}$ ) も鎖状経済と呼ぶ。<sup>(20)</sup>

鎖状構造を持つ  $\tilde{Z}$  の代表例としては、 $i_r=r, n_r=r; r=1 \dots s, \delta=1, p'=(1, \dots, 1) \in R^N$  とすると

き

$$\tilde{Z} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ s \\ J \end{array} \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & \dots & s & \dots & N \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 & & \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & & \\ 0 & 1 & -1 & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \\ \begin{array}{c} 0_{s,N-s} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ 0_{J-s,s} \quad 0_{J-s,J-s} \end{array} \end{array} \end{array}$$

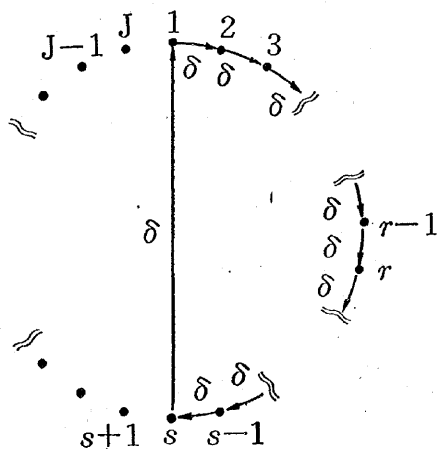
がある。鎖状経済は勿論 U-経済である。

<注意 1>

上記鎖状構造  $\tilde{Z}$  の代表例は  $\mu, \delta$  を暫く措くとして巡回置換  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & r-1 & r & \dots & s-1 & s & s+1 & \dots & J \\ 2 & 3 & \dots & r & r+1 & \dots & s & 1 & s+1 & \dots & J \end{pmatrix}$  で表現される。但し  $\binom{r}{r+1}$  は取引者  $r$  が財  $r$  の超過供給主体であり、その財の等価値額の超過需要を取引者  $r+1$  が持つことを表わす。一方  $\binom{J}{J}$  は取引者  $J$  が超過需要ゼロであることを表わす。

<注意 2>

上記鎖状構造の代表例は有向標識グラフとしても表現される。



$r \rightarrow r+1$  は、取引者  $r$  が取引者  $r+1$  の超過需要する価値額  $\delta$  の財を超過供給することを表わし、孤立点はそれが示す取引者が超過需要を持たないことを表わす。

注(20) Ostroy=Starr [10] では長さ 2 以上に限定する。

〈注意3〉

任意のラウンド・プログラム $\langle \pi^t \rangle$ に対して、 $\pi^t$ はいくつかの互換の積の形に書くことができる。すなわち  $e = [J/2]$ ,  $\pi_b^t$ ;  $b=1, \dots, e$  を  $j_b \in I$  と  $\pi(j_b) \in I$  との互換とする。但し $\langle \pi^t \rangle$ がラウンドであることから、任意の  $b, b'$  に対して  $b \neq b'$  ならば  $j_b \neq j_{b'}$ ,  $\pi^t(j_b)$  である。このとき

$$\pi^t = \pi_1^t \pi_2^t \dots \pi_e^t$$

と書くことができる。この式の右辺の積は可換であるから積の形は任意に定めることができる。そこで  $\pi^t$  の定める  $t$  期での交換ペアの組は、同時に取引を行なうはずであるけれども、ペア一組ずつの有限列として交換すると考えることにする。つまり  $\pi^t$  を  $\langle \pi_b^t \rangle_{b=1, \dots, e}$  と同一視する。

〈命題2〉

長さ  $|S|$  の鎖状経済  $(p, \tilde{Z}, \tilde{B})$  (但し  $\tilde{Z} \neq 0_{J,N}$ ) で交換ペア  $(i, j)$  ( $i, j \in I$ ) が、ともに超過供給を持ちそれを相互に交換するとする。このとき

①  $i, j \in S$  ならば、 $(p, \tilde{Z}, \tilde{B})$  は二つの鎖状経済  $(p, \tilde{V}_1, \tilde{W}_1)$ ,  $(p, \tilde{V}_2, \tilde{W}_2)$  に分解され、 $i$  と  $j$  が同じ鎖状経済で非ゼロの超過需要量を持つことはない。交換のこのような効果を分割効果と呼ぶ。

② ①の2つの鎖状経済  $(p, \tilde{V}_1, \tilde{W}_1)$ ,  $(p, \tilde{V}_2, \tilde{W}_2)$  に対して、 $S_1 = \{i \in I \mid \tilde{v}_{1i} \neq 0\}$   $S_2 = \{i \in I \mid \tilde{v}_{2i} \neq 0\}$  とする。このとき  $k \in S_1$ , と  $l \in S_2$  とが互いに超過供給を交換するならば、二つの鎖状経済は一つの鎖状経済に結合される。交換のこのような効果を結合効果と呼ぶ。

証明)

一般性を失うことなく  $(p, \tilde{Z}, \tilde{B})$  を先に記した代表例とし  $(i, j) = (1, r)$  とすることができ。命題の証明においては、 $\tilde{Z}$  の巾及び価格を考える必要はないことから〈注意1〉より、 $(p, \tilde{Z}, \tilde{B})$  を巡回置換 $\alpha$ で表現する。一方交換ペア  $(1, r)$  も〈注意3〉から互換  $\pi_1$  で表わされる。 $\tilde{z}_1 \neq 0 \neq \tilde{z}_r$  としてペア  $(1, r)$  間の超過供給の交換が、 $(p, \tilde{Z}, \tilde{B})$  に与える効果は積  $\alpha\pi_1$  で表わされる。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \alpha\pi_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \dots r-1 & r \dots s-1 & s+1 \dots J \\ 2 & 3 \dots r & r+1 \dots s & 1 s+1 \dots J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \dots r-1 & r & r+1 \dots J \\ r & 2 \dots r-1 & 1 & r+1 \dots J \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \dots r & r+1 \dots s-1 & s+1 \dots J \\ r+1 & 2 \dots r & r+2 \dots s & 1 s+1 \dots J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \dots r-1 & r & r+1 \dots J \\ 1 & 3 \dots r & 2 & r+1 \dots J \end{pmatrix} \\ &= \alpha_1 \cdot \alpha_2 \end{aligned}$$

ここに  $\alpha_1, \alpha_2$  は  $(p, \tilde{V}_1, \tilde{W}_1)$   $(p, \tilde{V}_2, \tilde{W}_2)$  の巡回置換による表現である。 $S_1 = \{1, r+1, \dots, s\}$   $S_2 = \{2, 3 \dots r\}$  である。

②  $k \in S_1, l \in S_2$  とする。 $k=s-1$  としても一般性は失われない。先と同様にして  $(k, l)$  間

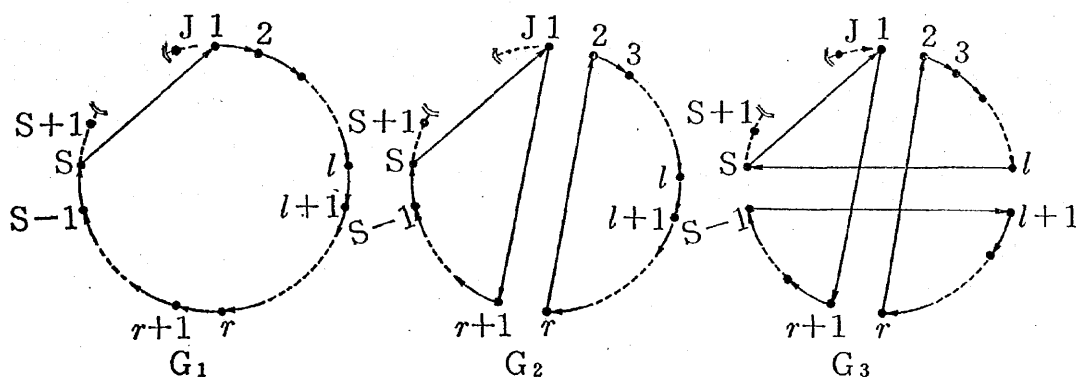
の超過供給の交換の効果は

$$(\alpha_1 \cdot \alpha_2) \cdot \pi_k = (\alpha \pi_1) \cdot \pi_k$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \cdots l-1 & l & l+1 \cdots r-1 & r & r+1 \cdots s-2 & s-1 & s & s+1 \cdots J \\ r+1 & 3 \cdots l & s & l+2 \cdots r & 2 & r+2 \cdots s-1 & l+1 & 1 & s+1 \cdots J \end{pmatrix}$$

となり取引者 1 から  $s$  までの超過需要は再び一つの鎖状構造を形成する。

〈注意 2〉に基づき、①②をグラフで表現しておく。当初の鎖状経済  $(p, \bar{Z}, \bar{B})$  をグラフ  $G_1$  で、①、②を各々  $G_2, G_3$  で示す。



〈命題 2〉で示した通り、鎖状経済  $(p, \bar{Z}, \bar{B})$  は超過供給の交換の結果として、 $\bar{Z}$  の長さより短い鎖状構造の超過需要行列を持つ幾つかの鎖状経済に分割されたり、また一旦分割されたものが再び結合されていたりする。この鎖状経済の状態は、だから分割されてある鎖状経済  $(p, \bar{V}_v, \bar{W}_v)$  の個数と、その分割・結合のされ方で記述されるだろう。個数は 1 以上高々  $|S|$  であり、一方その分割・結合のされ方も有限個 (Hall [3]) である。そこで、

〈定義〉

鎖状経済  $(p, \bar{Z}, \bar{B})$  の状態とは、それが分割・結合されてある  $x$  個の鎖状経済  $(p, \bar{V}_v, \bar{W}_v)$   $v=1, \dots, x$  の超過需要行列の集合  $q_x = \{\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_x\}$  である。但し  $1 \leq x \leq |S|$ 。ここに  $S = \{i \in I \mid \bar{v}_i \neq 0\}$ 。

〈注意 3〉から次の事柄が分かる。

〈命題 3〉

鎖状経済  $(p, \bar{Z}, \bar{B})$  の  $t$  期首の状態が与えられている。もし超過供給をともに持つ取引者がつねに超過供給を交換するならば、期首から期末までの状態変化の径路  $\{q\}$  は、 $t$  期の交換ペアの有限列のとり方に依存する一方、期末の状態はそれから独立である。

3-2

任意の U- 経済は、有限個の鎖状経済に分解される。

〈補助定理1〉 (Ostroy=Starr, Bradley)<sup>(21)</sup>

任意の U- 経済  $(p, Z, B)$  ( $Z \neq 0_{J,N}$ ) に対して次の条件を充す有限個の鎖状経済  $(p, \tilde{Z}^k, \tilde{B}^k)$   $k=1, \dots, K < \infty$  が存在する。

$$(i) \quad Z = \sum_{k=1}^K \tilde{Z}^k, \quad (ii) \quad B = \sum_{k=1}^K \tilde{B}^k$$

先に定義した単一の鎖状経済の状態に基き, U- 経済の状態を定義する。

〈定義〉

$Z \neq 0_{J,N}$  なる U- 経済  $(p, Z, B)$  を分解して得られる鎖状経済  $(p, \tilde{Z}^k, \tilde{B}^k)$   $k=1, \dots, K < \infty$  の状態を  $q^k$  で表わす。

このとき経済  $(p, Z, B)$  の状態  $q$  とは  $K$  個の  $q^k$  の順序の入った組である。

$$q = \langle q^1, q^2, \dots, q^K \rangle$$

特に第一期首において

$$q = \langle \{\tilde{Z}^1\}, \{\tilde{Z}^2\}, \dots, \{\tilde{Z}^K\} \rangle$$

である。

注(21) グラフ理論に拠る証明は, Bradley [1] 定理 1 Construction 2 で与えられている。Ostroy=Starr [10] は Lemma 2で, これを主張する。ここでその Lemma 2の誤りを修正しておく。p. 1101 証明の6行目,  $s \leq \min(J, N)$  は  $s \leq \min(J, N)+1$  に改められる。また証明の最後のパラグラフ3行目の  $B^K = B - \sum(-\{\tilde{Z}^k\}^-) = B + Z - \tilde{Z}^K$  は誤りであって, 目指す  $\tilde{Z}^K \geq -B^K$  の証明は以下の通り。

(U-3) から

$$Z \geq -B$$

$$\therefore [Z]^- \geq -B \quad (\because B \in M(J \times N, R_+))$$

ところで

$z_{in} \geq 0$  のとき  $[z_{in}]^- = 0$ 。一方  $z_{in} = \sum_{k=1}^K z_{in}^k$  であり, 構成から  $(\forall k) [\text{sign } z_{in}^k = \text{sign } z_{in} \vee z_{in}^k = 0]$  だから  $(\forall k)$

$[z_{in}^k \geq 0]$ 。従って  $(\forall k) [[z_{in}^k]^- = 0]$ 。故に  $\sum_{k=1}^K [z_{in}^k]^- = 0 = [z_{in}]^-$ 。また  $z_{in} < 0$  のとき  $[z_{in}]^- = z_{in}$ 。また先の構成か

ら  $(\forall k) [z_{in}^k \leq 0]$  となり, 従って  $[z_{in}^k]^- = z_{in}^k$ 。故に  $\sum_{k=1}^K [z_{in}^k]^- = \sum_{k=1}^K z_{in}^k = z_{in} = [z_{in}]^-$ 。こうして

$$[Z]^- = \sum_{k=1}^K [\tilde{Z}^k]^-$$

が成立つ。故に

$$\sum_{k=1}^K [\tilde{Z}^k]^- \geq -B$$

$$\therefore [\tilde{Z}^K]^- \geq -B - \sum_{k=1}^{K-1} [\tilde{Z}^k]^-$$

$$= \sum_{k=1}^{K-1} B^k - B$$

$$= -B^K$$

$\tilde{Z}^K \geq [\tilde{Z}^K]^-$  だから

$$\tilde{Z}^K \geq -B^K$$

となる。以上。但し,  $Z \in M(J \times N, R)$  に対し  $[Z]^-$  は  $Z$  の正の要素を零におきかえた行列である。ベクトル  $z \in R^N$  に対する  $[z]^-$  についても同様。

〈注意4〉

U-経済  $(p, Z, B)$  に対して,  $Z$  の完全配分の状態は次のように表現される。

$$q = \langle q^1 |_{S_1}, q^2 |_{S_2}, \dots, q^K |_{S_K} \rangle$$

$$= \langle \{0_{j,N}\} |_{S_1}, \{0_{j,N}\} |_{S_2}, \dots, \{0_{j,N}\} |_{S_K} \rangle \quad (22)$$

但し  $S_k = \{i \in I \mid \bar{z}_i^k \neq 0\}$ ;  $k=1, \dots, K$  である。

### 3-3 〈定理1〉の証明

集権的信息が利用可能であるとき, 補助定理1から, 任意の U-経済  $(p, Z, B)$  ( $Z \neq 0_{j,N}$ ) は第一期首で有限個の鎖状経済  $(p, \bar{Z}^k, \bar{B}^k)$   $k=1, \dots, K < \infty$  に分解することができる。そこで取引ルール  $\rho$  を次のように定める。

$\pi(i) = j$  として

$$\rho(L_{ij}) = \varphi(q, (i, j)) = (a_i, a_j) = \left( \sum_{k=1}^K \sum_{x=1}^{x_k} \bar{a}_i^{kx}, \sum_{k=1}^K \sum_{x=1}^{x_k} \bar{a}_j^{kx} \right)$$

但し  $\bar{a}_i^{kx} = -\bar{a}_j^{kx}$

$$\bar{a}_i^{kx} = \begin{cases} [\bar{v}_i^{kx}] - [\bar{v}_j^{kx}] & \text{if } \bar{v}_i^{kx} \neq 0 \neq \bar{v}_j^{kx} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$q = \langle q^1, \dots, q^K \rangle$$

$$= \langle \{\bar{V}_1^1, \dots, \bar{V}_{x_1}^1\}, \dots, \{\bar{V}_1^K, \dots, \bar{V}_{x_K}^K\} \rangle$$

この取引ルール  $\varphi$  は〈命題2〉に拠れば, 分割効果を持つ超過供給の交換のみを許し, 結合効果を持つ交換を一切許さない。取引ルール  $\varphi$  が(A)を充す間接的取引ルールであることは,  $\varphi$  及び鎖状経済の定義から明らかである。 $\varphi$  が(E)を充すことは, 背理法に拠って証明される。

$\tau$  期末に(E)でないとする。このとき〈注意4〉から

$(\exists k)(\exists y)[\bar{V}_y^k \neq 0_{j,N}]; k=1 \dots K, y=1 \dots, x_k$  である。ところで鎖状経済は(U)を充すから,

$$(\exists i)(\exists j \neq i)[\bar{v}_i^{ky} \neq 0 \neq \bar{v}_j^{ky}]$$

である。取引ルール  $\varphi$  は結合効果を持つ交換を一切許さないのだから,  $i$  と  $j$  とはいかなる期間・時点においても同一の鎖状経済  $k$  において非零の超過需要を持ち, かつ共通の鎖状構造を形成していたはずである。ところが  $\langle \pi^t \rangle$  がラウンド・プログラムであることから,  $\pi^t(i) = j$  なる期間  $t$  が存在し,  $\varphi$  の定めるところに拠れば  $(i, j)$  はその期において超過供給を交換している。〈命題3①〉からこの交換の効果は共通の鎖状経済の分割であり,  $i$  と  $j$  とは共通の鎖状経済において共通の鎖状構造を形成するような非零の超過需要量を持たない。故に矛盾である。

Q. E. D.

注(22) グラフが全非連結となることである。



## 3-4

Ostroy=Starr 及び Bradley の証明とわれわれのそれとを比較してみよう。

先ず Ostroy=Starr について、任意の単一鎖状経済に対して(A)かつ(E)を充す集権的取引ルール<sup>(23)</sup>の存在を主張する彼らの Lemma 1 は、鎖状経済の長さに関する数学的帰納法に拠って証明される。彼らの帰納法の仮定は、 $\min(J, N)+1$  より小なる自然数を  $s$  とするとき、任意の  $|S| \leq s-1$  なる長さの鎖状経済に対し(A)かつ(E)を充す情報集権的取引ルールが存在するというものである。 $|S|=s$  のとき、ラウンド・プログラムの定義から鎖状経済の  $S$  に属する取引者同士が会合期は必ず存在する。このような期間の最初のものを  $t^*$  とし、その最初のペアが超過供給を交換すれば、〈注意3①〉から当初の鎖状経済は長さ  $s$  未満の2つの鎖状経済に分割されかつ  $t^*$  から  $\tau$  までに分割された各々の鎖状経済で非零の超過需要を持つものは他のすべての同様の取引者と会合する。従って、帰納法の仮定により各々の鎖状経済に対して(A)かつ(E)を充す取引ルールが存在するのであるから、当初の経済に対しても(A)かつ(E)を充す取引ルールが存在すると言う。しかし、その取引ルールがいかなる形のものであるかは明確にされておらず、従って帰納法の仮定から存在することが分かるという二つの取引ルールがいかに整合的に合成されて当初の経済に対する所望のルールとなるのか定かでない。

一方 Bradley の証明は、その Construction 3 で措定した取引ルール  $N$  が(A)かつ(E)を充すという命題を、任意の長さ  $s (\leq \min(J, N)+1)$  の鎖状経済に関するこの命題が、長さ  $s-1$  の鎖状経済に対するこの命題に帰着し、最終的に  $s=2$  の場合に還元されると言うものである。この証明は論理的に妥当と思われる。

結局、われわれの証明は Bradley の取引ルール  $N$  を単一鎖状経済に限らず、任意の  $U$ -経済に対して定式することによって、Ostroy=Starr の証明の難点を回避するとともに、Bradley に対する別証を与えたのである。

このような情報集権的取引ルールの明示的な定式は、特に Ostroy=Starr の証明において判明でなかった集権的情報を明確にするとと思われる。Ostroy=Starr の集権的情報は、実際上  $\mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2$  である。一方取引ルール  $\varphi$  の定義から明らかのように  $t_0$  期の  $i$  と  $j$  の出会いに際して彼らの取引量決定に必要な情報は、この  $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  を超えるものである。というのは  $t_0$  期間中の  $(i, j)$  の遭遇時点における経済の状態  $q$  は、 $\mathcal{S}_1(t_0) \times \mathcal{S}_2(t_0)$  から知られる  $t_0$  期首の状態とは一般に異なるからである。<sup>(23)</sup>

また取引ルール  $\varphi$  は、その定義から (T-1), (T-2) をともに充さないことが分かる。けれども特定の取引主体あるいは財が特定の機能を果しているわけではない。むしろ、このことは情報集権

注(23) 注(8)を参照。

的取引ルールの運営主体の組織性を指し示す性質として解釈することができよう。いわば rationing 機能としての auctioneer の存在である。

### 3-5

定理1は、任意のラウンド・プログラム、任意の U- 経済に対して、集権的情報が利用可能ならば、(A)かつ(E)を充す取引ルールが存在することを示した。では所望の条件を充す取引ルールの存在のためには集権的情報の利用可能性は必要なのであろうか。この間に対しては後に答えることにして、以下の経済を考えてみる。J=N=4,  $p'=(1, 1, 1, 1)$  として

$$Z = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad Z+B \geq 0$$

とする。プログラム及び各期のペアの列は、 $(\bar{13}, \bar{24}), (\bar{14}, \bar{23}), (\bar{12}, \bar{34})$  で与えられるとする。このとき第一期冒頭の $\bar{13}$ のペアが第1財と第3財の超過供給を、 $\varphi$ に反して交換しても $\bar{24}$ 以下のペアが $\varphi$ に従う交換を行うならば、取引過程は(A)かつ(E)を充す。勿論、このような取引過程を定める取引ルールが、分権的情報しか利用していないとも、また任意の U- 経済に対して (A) かつ (E) を充しているとも言えない以上、上記の例が必要性に対する反証とならないことは明らかである。<sup>(24)</sup>

しかしながら、ルール $\varphi$ を含めて一般に情報集権的取引ルールが、(A)かつ(E)を達成するのに不必要であるような経済の構造がどのようなものであるのかを調べることは興味あることであろう。何故なら、任意の U- 経済をそのような構造に組織化することができるならば、取引決定に必要な情報を大いに節約できるからである。

## 4 交換制度の組織化に基づく

### 情報分権的取引ルールの存在

本節では、経済の構造つまり初期保有行列と超過需要行列とが、或る条件を充すとき (A) かつ (E) を充す情報分権的な取引ルールが存在することを示す。以下定理2及び3の条件を充す経済の構造と対応する取引ルールとは、交換制度の組織化という意味で、各々取引所的交換制度と貨幣的交換制度とを表現するものと理解することができる。

注(24) 取引ルール $\varphi$ の諸性質については、Bradley [1] pp. 231-233 を見よ。なお(U)を充さない不均衡状態にある経済に関して、 $\varphi$ がいわゆる Hahn-Negishi の条件を充すことは、容易に確かめられる。

4-1 取引所的交換制度

(25)  
 <定理2>

$$(\exists i^* \in I) [b_{i^*} \geq \sum_{i \neq i^*} [z_i]^+]$$

を充す任意の U-経済, 任意のラウンド・プログラムに対して, (A)かつ(E)を充す情報分権的取引ルールが存在する。

証明)

取引ルール  $\sigma$  を次のように定義する。

$\pi^t(i) = j$  のとき,

$$\sigma(L_{ij}^t) = (a_i^t, a_j^t) = \begin{cases} (0, 0) & \text{if } i \neq i^* \neq j \vee i = j = i^* \\ (v_i^t, -v_i^t) & \text{if } i \neq j = i^* \end{cases}$$

$\sigma$  が (D) 特に (D\*) を充すこと及び (A-2) を充すことは定義から明らかである。

一般性を失うことなく  $i^* = 1$  とする。ルール  $\sigma$  の定義及び  $\langle \pi^t \rangle$  がラウンドであることから

$$(*) (\forall i \neq 1) (\exists t(i)) [ [\pi^{t(i)}(i) = 1] \wedge (\forall t') [t' \neq t(i) \rightarrow a_i^{t'} = 0] ]$$

であることに注意する。

そこで先ず (A-3) を示す。

$i \neq 1 \neq j$  のとき  $\sigma$  の定義から

$$a_i^t = 0 = a_j^t \quad \therefore a_i^t p = 0 = a_j^t p$$

$i \neq 1 = j$  のとき  $\sigma$  の定義から

$$a_i^t = v_i^t = -a_j^t$$

$$(*) \text{ に注意すると, } v_i^t = z_i - \sum_{s=1}^{t-1} a_i^s = z_i.$$

(U-1) から  $z_i p = 0$  だから

$$a_i^t p = a_j^t p = 0.$$

次に (A-1) を示す。(\*) から  $\forall i \neq 1$  について

$$w_i^t + a_i^t = b_i + \sum_{s=1}^t a_i^s = \begin{cases} b_i & \text{if } t < t(i) \\ b_i + a_i^{t(i)} & \text{if } t \geq t(i) \end{cases}$$

$t < t(i)$  のとき,  $b_i \in \mathbb{R}_+^N$  だから, また  $t \geq t(i)$  のとき,  $a_i^{t(i)} = z_i$  と (U-3) から,  $w_i^t + a_i^t \geq 0$

がわかる。一方 1 については  $w_1^t + a_1^t = b_1 + \sum_{s=1}^t a_1^s$

(\*) に注意すると

注(25) Ostroy=Starr [10] 定理3及び Starr [12] 補助定理1と同じ。但し前者は未証明, 後者は (A-1) を充さない。  
 ここに  $Z \in M(J \times N, \mathbb{R})$  に対し,  $[Z]^+$  は Z の負の要素を零におきかえた行列である。ベクトルについても同様。

$$\sum_{s=1}^t a_i^s = -\sum_{s=1}^t \pi^s s(1)$$

$$= \begin{cases} -\sum_{s=1}^t z_{\pi^s(1)} & J=\text{偶数か } J=\text{奇数で } t < t(1) \text{ のとき} \\ -\sum_{s=1}^t z_{\pi^s(1)} + z_1 & J=\text{奇数か } t \geq t(1) \text{ のとき} \end{cases}$$

(但し  $t(1)$  は  $\pi^t(1)=1$  なる  $t$  を示す)

$J$ =偶数ならば

$$\sum_{s=1}^t z_{\pi^s(1)} \leq \sum_{s=1}^t [z_{\pi^s(1)}]^+ \leq \sum_{j \neq 1}^r [z_{\pi^s(1)}]^+ = \sum_{j \neq 1} [z_j]^+$$

$J$ =奇数で  $t < t(1)$  ならば

$$\sum_{s=1}^t z_{\pi^s(1)} \leq \sum_{s=1}^t [z_{\pi^s(1)}]^+ \leq \sum_{s \neq t(1)} [z_{\pi^s(1)}]^+ = \sum_{j \neq 1} [z_j]^+$$

$J$ =奇数で  $t \geq t(1)$  ならば

$$\sum_{s=1}^t z_{\pi^s(1)} - z_1 \leq \sum_{s=1}^{t(1)-1} z_{\pi^s(1)} + \sum_{s=t(1)+1}^t z_{\pi^s(1)} \leq \sum_{s \neq t(1)} [z_{\pi^s(1)}]^+ = \sum_{j \neq 1} [z_j]^+$$

いずれの場合でも

$$-\sum_{s=1}^t a_i^s \geq -\sum_{j \neq 1} [z_j]^+$$

が成り立つから、仮定  $b_1 - \sum_{j \neq 1} [z_j]^+ \geq 0$  により  $w_1^t + a_1^t \geq 0$  が示される。

最後に(E)を示す。

$\forall i \neq 1$  に対して

$$\begin{aligned} v_i^{t+1} &= z_i - \sum_{l=1}^t a_i^l \\ &= z_i - a_i^{t(1)} \quad ((*) \text{ の注意から}) \\ &= z_i - v_i^{t(1)} \quad (\sigma \text{ の定義}) \\ &= z_i - z_i \quad ((*) \text{ の注意から}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

一方1については

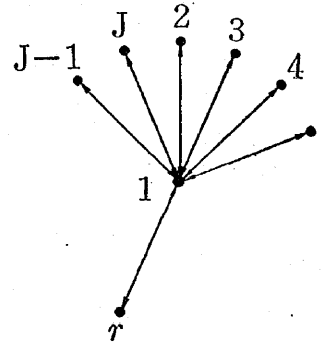
$$\begin{aligned} v_1^{t+1} &= z_1 - \sum_{l=1}^t a_1^l = z_1 + \sum_{l=1}^t a_1^{l(1)} \\ &= z_1 + \sum_{j \neq 1} z_j \quad ((*) \text{ の注意}) \\ &= \sum_i z_i = 0 \quad (\text{U-2)から}) \end{aligned}$$

Q. E. D.

取引ルール  $\sigma$  は定義の示すとおり、(T-1)を充さない。それは取引者  $i^*$  が最終的な財需給者と

してではなく特別の交換仲介機能(取引所)として行動するためである。このとき  $i^*$  の最終欲求は U- 経済(特に U-2) の仮定から事後的に充されるにすぎない。一方  $i^*$  以外のすべての取引者は  $i^*$  との交換において、常に欲求を単調減少させることができる。

定理の条件を充す経済の構造を、注意2に従って(但し  $i^*=1$  の需給は最終欲求充足、交換媒体目的を問わないとすれば) グラフで表現すると星状グラフとなる。



このような U- 経済を分解して得られる有限個の鎖状経済(補助定理1)は、取引ルール  $\sigma$  によって、常に  $1 \leftarrow r (r \neq 1)$  で表わすことができる。<sup>(26)</sup>

#### 4-2 貨幣的交換制度

<定理3> (Ostroy=Starr)<sup>(27)</sup>

$$(\exists m \in \mathbb{N})(\forall i \in I)[p_m b_{im} \geq \sum_{n \neq m} p_n [z_{in}]^+]$$

を充す任意の U- 経済、任意のラウンド・プログラムに対して、(A)かつ(E)を充す情報分権的取引ルールが存在する。

証明)

取引ルール  $\mu$  を次のように定める。

$\pi^t(i) = j$  のとき

$$\begin{aligned} \mu(L_{ij}) &= (a_i^t, a_j^t) \\ &= (x_i^t + y_i^t, x_j^t + y_j^t) \end{aligned}$$

$$(1) \quad x_{in}^t = -x_{jn}^t = \begin{cases} 0 & \text{if } v_{in}^t v_{jn}^t \geq 0 \vee n = m \\ \min(|v_{in}^t|, |v_{jn}^t|) & \text{if } v_{in}^t > 0 \wedge v_{jn}^t < 0 \\ -\min(|v_{in}^t|, |v_{jn}^t|) & \text{if } v_{in}^t < 0 \wedge v_{jn}^t > 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad y_{in}^t = -y_{jn}^t = \begin{cases} 0 & \text{if } n \neq m \\ q & \text{where } x_i^t p + q p_m = 0 \text{ if } n = m \end{cases}$$

Ostroy=Starr [10] p. 1110の証明の、 $m$ に関する(A-1)の成立を示す部分を以下のように補足しておく。

(1)(2)から

$$w_{im}^t + a_{im}^t = w_{im}^t + y_{im}^t = \frac{1}{p_m} (p_m w_{im}^t - \sum_{n \neq m} p_n x_{in}^t)$$

注(26) 従って、取引ルール  $\sigma$  は、情報集権的取引ルール  $\phi$  が状態変数  $q$  から独立となる場合の特殊ケースであると考えられることができる。

(27) Ostroy=Starr [10] 定理4。

(U-1)より  $p_m > 0$  だから

$$p_m w_{im}^t - \sum_{n \neq m} p_n x_{in}^t \geq 0$$

を示せばよい。

$$\text{左辺} = p_m w_{im}^t + p_m \sum_{s=1}^{t-1} y_{im}^s - x_{im}^t p$$

$$= p_m b_i - \sum_{s=1}^t x_{is}^s p$$

$$\geq p_m b_i - \sum_{s=1}^t [x_{is}^s]^+ p$$

$$\geq p_m b_i - \sum_{n \neq m} p_n [v_{in}^t]^+ \quad ((1) \text{から} \quad [v_{in}^t]^+ \geq \sum_{s=1}^t [x_{in}^s]^+)$$

$$= p_m b_i - \sum_{n \neq m} p_n [z_{in}^t]^+$$

仮定によりこれは非負。

Q. E. D.

取引ルール  $\mu$  の定義の示すとおり、財  $m$  は取引ルール  $\sigma$  の取引者  $i^*$  と並行関係にある。従って、ルール  $\mu$  は (T-1) を充す一方 (T-2) を充さない。すなわち  $m$  財にあっては、支払手段としての交換媒体機能 ( $\mu$  の定義(2)) が最終的欲求の充足に先行するのであり、その超過需要は U-経済の仮定 (特に (U-1)) から自動的かつ事後的に充されるにすぎない。一方  $m$  以外のすべての財の超過需要はあらゆる交換機会に際して (A) を充すかぎり単調に減少するのである。また  $m$  の需給を最終欲求充足目的に限定しなければ、取引ルール  $\sigma$  と同様に、取引ルール  $\mu$  は  $m$  財に関する定理 3 の条件を充す経済での交換ペア  $(i, j)$  の出会いにおいてつねに、 $i \leftrightarrow j$  を成立させる。<sup>(28)(29)</sup>

#### 4-3

定理 1 の情報集権的取引ルール  $\varphi$  と取引所的交換制度 ( $\sigma$ )、貨幣的交換制度 ( $\mu$ ) との比較においてまず第一に注目すべきは、必要情報の大規模な減少である。取引ルール  $\sigma$  及び  $\mu$  の定義から明らかのように、これら情報分権的取引ルールの必要とする情報は最も分権的な ( $D^*$ ) である。これは最終的需要者と最終的供給者とを、いかなる取引者いかなる財をもって結ぶかという取引調整の問題が、取引所的交換制度及び貨幣的交換制度によって、著しく簡単化されるためである。つまり、すべての取引者が最終的な財需給者として行動するとともに交換仲介機能を果し、またすべての財

注(28) 注(26)で述べた取引ルール  $\sigma$  と  $\varphi$  との関係は、従って  $\mu$  と  $\varphi$  との間にも成立つ。

(29) このような貨幣的交換制度の定式については、Hicks [5] の支払手段としての貨幣に関する見解を参照。

が最終的な欲求充足と交換媒体という二重の目的の下に取引される場合の取引調整の煩雑さは、特定の取引者を交換仲介主体としての機能に特化させ他の取引者をその機能から解放することによって(取引所的交換制度)、あるいは特定の財を交換媒体機能に特化させ他の諸財をその機能から解放することによって(貨幣的交換制度)<sup>(30)</sup>解消するのである。

以上のことから第二に注目すべき点は、取引所的交換制度においては  $i^*$  を除くすべての主体に関して、また貨幣的交換制度においては  $m$  を除くすべての財に関して、超過需要が単調に減少するということである。従って、交換誘因の面でも情報集権的取引ルールに比べ取引所的及び貨幣的交換制度は分権的であると考えられる。

ところで取引所的交換制度の下では、 $i^*$  以外の取引者の出会いにおいてたとえ欲求の両面一致が成立しても取引ができない。またこの交換制度は財の物理的な集中を必要とする。それに対して貨幣的交換制度ではあらゆる交換機会に  $m$  以外の財については(A)を充すかぎり、交換当事者はともに超過需要を単調に減少させることができ、また物理的な財の集中も必要としない。このようにして貨幣的交換制度は、情報的には同じく分権的である取引所的交換制度よりもはるかに分権的であると言うことができる。

これまでに取引所的交換制度、貨幣的交換制度、集権的情報の利用可能性が、任意の U- 経済、任意のラウンド・プログラムに対して、(A)かつ(E)を充す取引ルールの存在のための、相互に代替的な充分条件であることがわかった。われわれの次の課題は(A)かつ(E)を任意の U- 経済、任意のラウンド・プログラムに対して充す、分権的間取引ルール一般の可能性を考察することを通して、上記諸条件の必要性を検討することである。

## 5 情報分権的間取引ルールの 一般的不可能性

本節では、利用可能な情報が分権的情報(D)に制限され、かつ交換制度が組織化されていない経済においては、(A)を充すいかなる間接的物々交換過程も一般には1ラウンドで完全配分を達成し得ないことを示す。以下の議論において分権的情報の利用可能性は、最も厳しい( $D^*$ )で表わされるものとするが、(D)の上限まで利用可能であるとしても、上記の主張は成立する。また交換制度が組織化されていないことは、取引ルールが(T-1)(T-2)を充すこと、つまり匿名的であることによって表現される。

そこで本節の結論は、次の定理で示される。

注(30) 注(26), (28)を参照。

<sup>(31)</sup>  
 <定理 4>

任意の U- 経済, 任意のラウンド・プログラムに対し, (A)かつ(E)を充す匿名的な情報分権的  
 間接取引ルールは,

i)  $\tilde{N}=2$ か

ii)  $\tilde{J} \leq 3$

の場合に存在する一方

iii)  $\tilde{J} \geq 4, \tilde{N} \geq 4$

の場合には存在しない。

但し,  $\tilde{N} = |\{n \in N \mid (\exists i \in I)[z_{in} \neq 0]\}|$

$z = |\{i \in I \mid (\exists n \in N)[z_{in} \neq 0]\}|$

i) ii) のケースは, 次の取引ルール  $\gamma$  が上記諸条件を充すことを示すことによって証明される。

$\pi^t(i) = j$  のとき

$\gamma(L_{ij}) = (a_i, a_j)$

$= (x_i + y_i, x_j + y_j)$

$$(1) x_{in} = -x_{jn} = \begin{cases} 0 & \text{if } v_{in}v_{jn} \geq 0 \\ \min(|v_{in}|, |v_{jn}|) & \text{if } v_{in} > 0 \wedge v_{jn} < 0 \\ -\min(|v_{in}|, |v_{jn}|) & \text{if } v_{in} < 0 \wedge v_{jn} > 0 \end{cases}$$

(2)  $y_i = -y_j$

$x_i p > 0 \rightarrow [v_i - x_i]^- \leq y_i < 0 \wedge (x_i + y_i) p = 0$

$x_j p > 0 \rightarrow [v_j - x_j]^- \leq y_j < 0 \wedge (x_j + y_j) p = 0$  <sup>(32)</sup>

取引ルール  $\gamma$  が (A), (T-1), (T-2) を充すこと, 及びルールの  $L_{ij}$  が (D\*) (従って(D)) を  
 充すことは明らかである。また(A-3)を充すための  $y$  項目の存在によって, 超過需要が超過供給に  
 転ずることが十分考えられ, 従ってルール  $\gamma$  が一般には (MEDD) を充さない間接的取引ルール  
 であることがわかる。

<sup>(33)</sup>  
 <命題 4>

$\tilde{N} = 2$  のとき, 任意の U- 経済, 任意のラウンド・プログラムに対して, 取引ルール  $\gamma$  は (E) を  
 充す。

証明)

注(31) Ostroy=Starr [10] 定理 2 及び Bradley [1] 定理 3 である。

(32) Ostroy=Starr [10] の取引ルール  $\gamma$  と同じ。但し  $y$  の許容範囲にその下限を含めた。

(33) Bradley [1] 命題 3。



$\pi^t(i)=j$  のとき,  $v_i^t \neq 0 \neq v_j^t$  ならば,  $\gamma$  の定める交換によって  $v_i^{t+1}=0 \vee v_j^{t+1}=0$  となることから明らかである。 Q. E. D.

$\bar{J}=2$  のときには (U-2) の仮定から欲求の両面一致が成立し, プログラムがラウンドであることにより, ルール  $\gamma$  は (E) を充すことがわかる。

〈命題5〉<sup>(34)</sup>

$\bar{J}=3$  のとき, 任意の U-経済, 任意のラウンド・プログラムに対して, 取引ルール  $\gamma$  は (E) を充す。

証明)

取引量  $(a_i, a_j) \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N$  が取引ルール  $\gamma$  を充すためには, (i)  $a_i = -a_j$  (ii)  $a_i p = 0 = a_j p$  (iii)  $(\forall n) [(v_{in} - a_{in})(v_{jn} - a_{jn}) \geq 0]$  が必要充分である。

$\{i \in I \mid z_i \neq 0\} = \{1, 2, 3\}$  とする。ラウンド・プログラムを  $\pi^{t_1}(1)=2, \pi^{t_2}(1)=3, \pi^{t_3}(2)=3$  ( $t_1 < t_2 < t_3$ ) とするとき, 取引ルール  $\gamma$  が (E) を充すとすれば, ①  $v_1^{t_2+1}=0$  ②  $v_2^{t_3+1}=v_3^{t_3+1}=0$  でなければならない。何故なら  $(\forall t \geq t_2+1) [a_1^t=0]$  であり  $(\forall t \geq t_3+1) [a_2^t=a_3^t=0]$  であるから。また①②が成立つとき, ルール  $\gamma$  は (E) を充す。従って①②が示されれば充分である。ラウンド・プログラムが変わるとき①, ②の条件もそれに応じて変化するが, いずれの場合でも同様に取引ルール  $\gamma$  が (E) を充足することが示される。

そこで先ず①が証明されたとして②を示す。(U-2) 及び(A)から,

$$v_1^{t_3} + v_2^{t_3} + v_3^{t_3} = 0$$

①が成立すれば  $v_1^{t_3} = v_1^{t_2+1} = 0$  だから

$$v_2^{t_3} + v_3^{t_3} = 0$$

$\gamma$  の定める取引は

$$a_2^{t_3} = v_2^{t_3} = -v_3^{t_3} = -a_3^{t_3}$$

(A)から  $v_2^{t_3} p = v_3^{t_3} p = 0$  であるから

$$v_2^{t_3+1} = v_2^{t_3} - a_2^{t_3} = v_3^{t_3} - a_3^{t_3} = v_3^{t_3+1} = 0$$

となる。

次に①を示す。 $v_1^{t_2+1} \neq 0$  とする。つまり  $(\exists n) [v_{1n}^t \neq 0]$  とする。

$v_{1n}^{t_3} > 0$  のとき,  $\gamma$  の定義から

$$v_{1n}^t > 0, a_{1n}^t \geq 0; t = t_1, t_2$$

$\gamma(1)$ から

$$v_{1n}^t > a_{1n}^t \geq 0; t = t_1, t_2$$

注(34) Ostroy=Starr [10] 補助定理4は未証明, Bradley [1] 命題4の証明は情報分権性を充さない。

$t=t_1$  のとき

$$a_{1n}^{t_1} = \begin{cases} x_{1n}^{t_1} + y_{1n}^{t_1} = |v_{2n}^{t_1}| & \text{if } v_{2n}^{t_1} = z_{2n} < 0 \\ 0 & \text{if } v_{2n}^{t_1} \geq 0 \end{cases}$$

$t=t_2$  のとき

$$a_{1n}^{t_2} = \begin{cases} x_{1n}^{t_2} + y_{1n}^{t_2} = |v_{3n}^{t_2}| & \text{if } v_{3n}^{t_2} = v_{3n}^{t_1} = z_{3n} < 0 \\ 0 & \text{if } v_{3n}^{t_2} \geq 0 \end{cases}$$

$v_{2n}^{t_1}, v_{3n}^{t_2} \geq 0$  のケースは,  $v_{2n}^{t_1} = z_{2n}, v_{3n}^{t_2} = z_{3n}$  だから,  $z_{1n} + z_{2n} + z_{3n} > 0$  ( $\because z_{1n} = v_{1n}^{t_1} > 0$ ) となって (U-2) に矛盾。

$v_{2n}^{t_1}, v_{3n}^{t_2} \leq 0$  のケースでは

$$v_{1n}^{t_3} = v_{1n}^{t_1} - a_{1n}^{t_1} - a_{1n}^{t_2} > 0$$

$a_{1n}^{t_1} = -v_{2n}^{t_1} = -z_{2n}, a_{1n}^{t_2} = -v_{3n}^{t_2} = -z_{3n}$  であるから  $z_{1n} + z_{2n} + z_{3n} > 0$  となって再び (U-2) に矛盾。

$v_{2n}^{t_1} \leq 0, v_{3n}^{t_2} > 0$  のケースでは,

$$v_{1n}^{t_3} > a_{1n}^{t_1} = -v_{2n}^{t_1} = -z_{2n}$$

$$\therefore z_{1n} + z_{2n} > 0.$$

$v_{3n}^{t_2} = z_{3n} > 0$  だから (U-2) に矛盾する。

$v_{2n}^{t_1} > 0, v_{3n}^{t_2} \leq 0$  のケースも同様にして (U-2) に矛盾することが示される。従って  $v_{1n}^{t_3} \leq 0$  である。

ところで  $v_{1n}^{t_3} < 0$  のとき, (U-1) から,  $v_{1n}^{t_3} > 0$  なる財  $n' \in n$  が存在する。上に示したとおりこれは矛盾である。故に  $v_{1n}^{t_3} \geq 0$ 。

従って  $v_1^{t_3} = v_1^{t_2+1} = 0$  である。

Q. E. D.

ところで  $N = \tilde{N} = 3, J = \tilde{J} = 4$  のとき取引ルール  $\gamma$  が (E) を充さない U-経済が存在する。  $I = \{1, 2, 3, 4\}$ .  $N = \{1, 2, 3\}$ .  $p = (1, 1, 1)$  とし, ラウンド・プログラムを  $\langle (\bar{12}, \bar{34}), (\bar{13}, \bar{24}), (\bar{23}, \bar{14}) \rangle$  とする。Bは次のZに対して (U-3) の条件を充すものであるとする。

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ルール  $\gamma$  の定める交換は,

$$a_1^1 = (0, 0, 0) = -a_2^1, a_3^1 = (0, 0, 0) = -a_4^1$$

$$a_1^2 = (0, -1, 1) = -a_3^2, \quad a_2^2 = (1, -1, 0) = -a_4^2$$

従って

$$V^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。このとき  $\gamma$  の定める交換は、

$$a_1^3 = a_4^3 = a_2^3 = a_3^3 = (0, 0, 0)$$

であり、 $V^4 = V^3$  で (E) は充されない。

ルール  $\gamma$  を含め一般に (A) を充す匿名的な情報分権的取引ルールに関して以下の命題が証明されている。

〈命題6〉 (Bradley)<sup>(35)</sup>

$\bar{J} \geq 4, \bar{N} \geq 4$  のとき、任意の U-経済、任意のラウンド・プログラムに対し (A) かつ (E) を充すような、匿名的な情報分権的間取引ルールは存在しない。

定理4は、間接的取引ルールが、任意の U-経済、任意のラウンド・プログラムに対して (A) かつ (E) を充すためには、集権的情報が利用可能であるか、(T-1) (T-2) の少なくともいずれか一方を侵犯しなければならないことを示した。つまり集権的情報の利用可能性、交換制度の組織化が、所望の条件を充す間接的取引ルールの存在のための必要条件であることが判明したわけである。

## 6 結 論

Starr [12] は、物々交換過程の要件としての欲求の両面一致を、(A) かつ (MEDD) を充す交換として定式し、物々交換経済の困難さを (A) かつ (MEDD) かつ (E) を充す交換の不可能性の予想として提出した。われわれは (A) を充す直接取引ルールが (E) を達成し得ない経済の例を挙げ、彼の予想が正しいことを確認した。この物々交換の困難さが分権的誘因 (MEDD) に由来するものであることは明らかである。

そこでわれわれは (MEDD) を外し欲求の両面一致の条件を緩和した。必ずしも欲求の両面一

注(35) Ostroy=Starr [10] 命題1~5は、匿名性の条件のうち (T-1) だけによって、この命題を証明しようと試みているが、彼らの諸命題の前提をなす Lemma 4 の必要性は誤りであり、従って彼等の証明は失敗である。Bradley [1] の命題5は、匿名性の二つの条件を使ってこの命題を証明し、結果を (T-1) の使用から独立にするために  $\bar{J} \geq 4$  を  $\bar{J} \geq 5$  に制限する意図であるが、 $\bar{J} \geq 5$  に制限しても (T-1) の使用は免れることができないと思われる。

致でない超過供給の等価交換である。われわれは、このような間接的交換過程が、或る有限期間内に市場均衡にある個別需給の計画量を実現する可能性を考察してきた。この考察が明らかにしたことは、間接取引ルールが(A)かつ(E)を充すためには、集権的情報が利用可能であるか、交換制度が適切に組織化されていることが必要充分であるということである(充分性は定理1, 2, 3で、必要性は定理4証明でされた)。すなわち、間接的交換の取引調整の困難さは、取引決定に際しての情報制約に由来するものであり、また情報制約を前提とする以上交換制度の適切な組織化なしには解消されないことが明らかにされたわけである。

また、その際定理1, 2, 3それぞれの取引ルールの定義から、貨幣的交換制度及び取引所的交換制度が取引に必要な情報、交換誘因双方の点で、情報集権的ルールよりもはるかに分権的であること、一方取引所的交換制度が物理的な財の集中を前提し、また出会った取引者がたとえ欲求の両面一致にあっても交換が許されないことを考えると、同じ情報分権的取引ルールである貨幣的交換制度よりもはるかに集権的であること、以上の事柄が分かる。このようにして貨幣的交換制度は、その組織的性格を別にして、物理的にも情報的にも集中を必要とせず、またあらゆる交換機会に、貨幣財を除くすべての財の超過需要を可能なかぎり、単調に減少させることを許す点で交換誘因からみても、最も分権的であると言えよう。いわば交換制度の貨幣的な組織化は、交換誘因に基づく直接交換の困難と、情報制約に基づく間接交換の困難とを、同時にかつ最も分権的に解決するのである。<sup>(36)(37)</sup>

(記) 本稿の作成に関し、特に初期の議論に対して古賀道夫氏と池田高信氏に、そして改稿に際して頂いた有益なコメントと批判に対して、福岡正夫教授、大山道広、長名寛明、神谷傳造、川又邦雄の各助教授に深く感謝する。

〔参考文献〕

- [1] Bradley, G. H. "Trading Rules for a Decentralized Economy" in *Symposium on the Theory of Scheduling and its Applications*, ed. S. E. Elmaghrabig. N. Y.; Springer-Verlag, 1973, pp. 224-241, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems no. 86.
- [2] Feldman, A. "Bilateral Trading Processes, Pairwise Optimality, and Pareto Optimality"

注(36) 定理2は、各財毎に異なる主体が取引所的機能を果すように拡張できると思われる。この点に関して、この拡張された命題が、おそらく企業の情報組織的な機能を明らかにするものであり、従って本稿での貨幣的交換制度と取引所的交換制度との分権性に関する比較は、適切でないとの指摘がある。

一方定理2における取引ルール $\sigma$ 、いわゆる取引所的交換制度に関して、専ら取引仲介機能を果す特定の主体の行動には、その特権的な情報利用可能性が必要であると思われることから、情報の非対称性が存在する。従ってこの交換制度の情報分権性は納得的でないとの指摘もある。

以上の指摘が闡明するところは、匿名性(T)の否定として定式した交換制度の組織性とは独立に、分権性を利用可能情報と交換誘因とから規定することの限界である。けれどもこの組織性の情報的側面について十分に考察するためには、組織そのものに関する情報の、個別主体による処理行動=学習行動とその組織に及ぼす効果を究明することが必要であると思われる。この問題はとりわけ貨幣需要を「環境的需要」として把握する接近方法にとっては肝心な点であるけれども、きわめて困難なものであらうと思われる。

(37) 本稿は、利用可能情報と交換誘因とを独立に規定した。しかし直接交換、間接交換の二つの過程の交換誘因に関する分権性のいわば距離は、利用可能な情報が増加するにつれて、縮まりこそすれ拡がることはないと思される。

*Review of Economic Studies*, October 1973, pp. 463-473.

- [3] Hall, M. *Combinatorial Theory* Blaisdell, 1967. 岩堀信子訳『組合せ理論』(吉岡書店)
- [4] Harary, F. *Graph Theory* Addison-Wesley, 1969. 池田貞雄訳『グラフ理論』(共立出版)
- [5] Hicks, J. "The Two Triads. Lecture 1" in *Critical Essays in Monetary Theory*; Oxford University Press, 1967.
- [6] Hurwicz, L. "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes" in *Mathematical Methods in Social Science*, eds. Arrow, Karlin, Suppes; Stanford, 1959, pp. 27-46.
- [7] ————— "On Informationally Decentralized Systems" in *Decision and Organization; A Volume in Honor of Jacob Marschak*, eds. C. B. McGuire and R. Radner. ; North-Holland, 1972, Ch. 14.
- [8] Lemche, S. Q. "Structures of Restricted Markets in Exchange Processes" paper presented at Winter Meeting of Econometric Society, N. Y. December 1973.
- [9] Ostroy, J. "The Informational Efficiency of Monetary Exchange" *American Economic Review*, September 1973, pp. 597-610.
- [10] Ostroy, J. & Starr, R. "Money and the Decentralization of Exchange" *Econometrica*, November 1974, pp. 1093-1113.
- [11] Rader, T. "Pairwise Optimality and Non-competitive Behavior" in *Papers in Quantitative Economics*, eds. Quirk, J. & Zarley, A.; University Press of Kansas, 1968, pp. 101-127.
- [12] Starr, R. "The Structure of Exchange in Barter and Monetary Economies" *Quarterly Journal of Economics*, May 1972, pp. 290-302.

(大学院経済学研究科博士課程)