| Title | 一時的均衡分析(その2) |
| --- | --- |
| Sub Title | Temporary equilibrium analysis |
| Author | 丸山, 徹 |
| Publisher | 慶應義塾経済学会 |
| Publication year | 1976 |
| Jtitle | 三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.69, No.8 (1976. 12) ,p.641(33)- 659(51) |
| JaLC DOI | 10.14991/001.19761201-0033 |
| Abstract | |
| Notes | 論説 |
| Genre | Journal Article |
| URL | https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19761201-0033 |

# 一時的均衡分析

（その2）

丸　山　　　徹

## II　消費者の行動

### §1. 準　備

前章において，われわれは一時的均衡の構想にしたがって生産者の合理的行動を分析し，とくに今週（第0週）の需給行動に関する詳しい結果を得た。そこでは在来のモデルとは異なって，生産者の需給計画と生産計画を二本立てで考察し，またその行動を制約する要因として，技術面の条件のみならず，資金＝金融面をも明示的に考慮した分析を試みた。そのため議論は相当に煩しいものとなったことは否めないであろう。

本章では，いまひとつの経済主体である消費者の行動に分析をすすめよう。大部分の議論は前章の構想と類似しているが，それよりもやや単純な取り扱いをする。

つまり，生産者行動の分析に際しては，各生産者の生産財と生産物とはその在庫期間をつうじて耐久的であると仮定され，それであるがゆえに，需給計画と生産計画とを分けて取り扱う興味と必然性とが生じたのであった。消費者行動を分析する際にももちろん同様な設定が可能ではあるが，生産者行動におけるほど，この側面は重要であるとは思われないので，議論をあまりに複雑化することを避け，**需要された金融資産以外の消費財はその週のうちに完全に消費されるものと想定する。**(22)

そのかわり，消費者行動の分析には，前章にあらわれなかった概念が登場する。われわれのモデルでは Arrow-Debreu の構想にしたがって，生産者の毎週の純収入はすべて消費者に配分され，その週のうちに消費者の購買力の一部を形成するものと仮定する。すると，われわれが考えているような分権的経済では，実際に市場が開かれて取引の行なわれる今週の配当額は別として，将来自

注(22)　森嶋[22]においても同種の途が選ばれている。

分に配当せられる額が何程であるかについては，消費者は不確実たらざるをえないであろう[23]。そこで消費者は将来の価格とともに，将来における自分への配当総額についても予想を立て，たかだかその下で何らかの最適化行動に従事せざるをえないのである。

また，各消費者に対しては，毎週いわば Nature によって endowment が与えられるものとする。そして消費者は将来自らに与えられる endowment については不確実性をもたぬものとしよう。

各週において消費者は所謂予算の制約を受ける。つまりかれは前週からの繰越金，他の主体への貸付の返済とその利子所得，本源的要素の供給から発生する所得，および諸生産者からの配当によって，消費財・金融資産需要を賄い，不足額は新規の借入によってそれを調達しなければならないのである。

各生産者 $j$ にとって，金融資産と本源的要素以外の財は，生産財の群 $I_j$ と生産物の群 $O_j$ とに分類せられた。しかし多くの財が，あるときには生産財として生産過程に投ぜられ，またある時は消費財として消費者の欲望を充足するのに用いられるであろう。したがってここでは，消費財と生産財の区別は行なわれず，消費者の欲望充足は，すべての財の需要量に依存するものとする。

また消費者は本源的要素や一般の生産物需要のみならず，種々の動機にもとづく流動性の保持にも意を用いるとすれば，消費者の効用は実質金融資産需要にも依存することとなる。

モデルにあらわれる財の種類は前章と全く同一で，貨幣（第0財），短期債券（第1財）および財一般（第2，……，$n$財）である。第2，……，$n$財のうち，第2，……，$l$財は本源的要素，第$(l+1)$，……$n$財はそれ以外の財で，これは前述のとおり，消費財としても，生産財としても用いられるものである。

| | |
|---|---|
| 第 0 財 | 貨　　幣 |
| 第 1 財 | 短期債券 |
| 第 2 財 〜 第 $l$ 財 | 本源的要素 |
| 第$(l+1)$財 〜 第 $n$ 財 | （本源的要素以外の）消　費　財 |

<表2>

各消費者 $i$ は，今週（第0週）から将来にわたってのある有限な計画期間を有し，その最終の週

注(23) かりに将来価格の予想が確定的になされるとしても，消費者は生産者の技術や資金面の状態，在庫の状態については無知なのであるから，生産者の純収入が何程であり，したがって自分への配当が何程であるかは全く不確実なことであろう。

を第 $T_i$ 週としよう。

消費者 $i$ は計画期間内の各週 $\tau=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ T_i$ についての需給計画

$$\left(x_i^\tau \in \mathbf{R}^{n+1}\right)_{\tau=0}^{T_i}$$

を作成する。便宜上，

$$x_{ki}^\tau \begin{cases} >0 & \text{第}\,k\,\text{財が消費者}\,i\,\text{によって需要される場合} \\ <0 & \text{第}\,k\,\text{財が消費者}\,i\,\text{によって供給される場合} \end{cases} \qquad (37)$$

と約束し，価格体系に関する記法は前章と同じである。

## § 2. 予想と制約条件

**予想**　前節で述べたように，消費者の予想は生産者行動理論の場合と異なって，将来の市場に成立すべき均衡価格に関するのみならず，将来における自分への配当額に関しても行なわれる。これらの予想は過去と現在の価格にもとづくものとし，各消費者 $i$ は，将来の均衡価格と諸生産者からの配当額の合計

$$\left(d_j^\tau\right)_{\tau=1}^{T_j}$$

の確率分布を胸裏に描くものとする。しかし，過去の価格はすでに与件と考えてよいから，消費者 $i$ の予想函数 $\Psi_i$ は，現行価格体系 $p^0$ を $\mathbf{R}_{++}^{(n+1)T_i} \times \mathbf{R}_+^{T_i}$ 上の確率測度に対応せしめる測度値の写像と考えることができる。ここでとくに配当に関する予想は各期とも上下に有界とし，$K_i$ を $\mathbf{R}_+^{T_i}$ の適当なコンパクト集合とすれば，結局予想写像は

$$\Psi_i : \mathbf{R}_{++}^{n+1} \longrightarrow \mathbf{M}\left(\mathbf{R}_{++}^{(n+1)T_i} \times K_i\right) \qquad (38)$$

となるであろう。ここで $\mathbf{M}\ (\mathbf{R}_{++}^{(n+1)T_i} \times K_i)$ は $\mathbf{R}_{++}^{(n+1)T_i} \times K_i$ で定義されるすべての Borel 確率測度の族であり，そこには弱収束位相が与えられている。

**仮定 6**　すべての $i$ について，$\Psi_i$ は連続である。

**仮定 7**　すべての $i$ について，確率測度の族 $\{\Psi_i(p^0) / p^0 \in \mathbf{R}_{++}^{n+1}\}$ は一様に緊密 (uniformly tight) である。

仮定 7 の意味は，$p^0$ がさまざまに変化しても，それに応ずる将来価格と将来の配当額に関する予想は概ね有界な範囲におさまっているということである。

**効用**　各消費者 $i$ は，各週の消費財需要量と実質金融資産需要量のあらゆる可能な組み合せについて完全な擬順序を有するものとし，その擬順序は効用函数

$$u_i\left((x_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}\right) \qquad (39)$$

で表現されているものとする。[24]

**仮定8**　$u_i$ は連続・有界で，$(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ を固定したとき，$(x_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ に関する凹，単調増加函数で[25]ある。

**消費可能集合**　各消費者 $i$ の第 $\tau$ 週における消費可能集合を $X_i^\tau$ とすれば，

**仮定9**　$X_i^\tau \subset \mathbf{R}^{n+1}$ は閉かつ凸で下に有界。とくに第1座標のとりうる範囲は

$$-D_i \leqq x_{1i}^\tau \quad \text{for all } \tau$$

ここで $D_i$ は有限な正の実数である。さらに，$O \in X_i^\tau$ for all $\tau$ とする。

**endowment**　各週ごとに Nature によって与えられる "endowment" については次のような仮定を設ける。

**仮定10**　各消費者 $i$ の各週 $\tau$ における endowment $z_i^\tau \in \mathbf{R}_+^{n+1}$ は次の条件を満たす。

$$z_{ki}^\tau > 0 \quad \text{for all } k=2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ n \quad \text{and} \quad \text{for all } \tau$$

$$z_{0i}^\tau = 0 \quad \text{for} \quad \tau=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ T_i \ \text{[26]}$$

$$z_{1i}^\tau = 0 \quad \text{for all } \tau$$

さらに第0週のはじめには，債務も存在しないものとしよう。

**予算の制約**　生産者 $j$ の純収入のうち，消費者 $i$ に配当される割合を $\theta_{ij}$ で示せば，

$$\left.\begin{array}{ll} \theta_{ij} \geqq 0 & \text{for all } i,\ j \\ \sum\limits_i \theta_{ij}=1 & \text{for all } j \end{array}\right. \tag{40}$$

である。いま価格体系 $p^0$ に対応して，各生産者 $j$ が需給計画

$$y_j^0=\eta_j(p^0)$$

を選べば，消費者 $i$ が第0週に受けとる配当の合計は

$$\sum_j \theta_{ij}\Big(-\sum_{k=0}^{n} p_k^0\ y_{kj}^0+w_{0j}\Big) \tag{41}$$

である。[27]

注(24)　このような函数の存在条件については丸山〔19〕を見よ。ここではそうした存在条件は満たされているものとする。

(25)　すなわち，$(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ を固定したとき，$(\dot{x}_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i} \leq (x_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i} \Rightarrow u_i\left((\dot{x}_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}\right) < u_i\left((x_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}\right)$

(26)　第0週のみ $z_{0i}^0 \neq 0$ の場合も許しているのは，もちろん前の週から，繰り越された貨幣の存在を与件として認めているからである。

(27)　(7)式を見よ。なお命題1によって

$$p^0 \longmapsto \eta_j(p^0)$$

は連続な一価函数であるから，

$$p^0 \longmapsto \pi_j^0(p^0,\ \eta_j(p^0))$$

ももちろん連続一価函数である。

すると価格体系 $(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ と予想配当額 $(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ を固定したとき，消費者 $i$ の予算制約式は次のようである。

（第0週）

$$\sum_{k=0}^{n} p_k^o x_{ki}^o \leq z_{oi}^o + \sum_{k=2}^{n} p_k^o z_{kj}^o + \sum_j \theta_{ij}\left(-\sum_{k=0}^{n} p_k^o y_{kj}^o + w_{oj}\right) \tag{43}$$

（第 $\tau$ 週）

$$\sum_{k=0}^{n} p_k^\tau x_{ki}^\tau \leq x_{oi}^{\tau-1} + x_{1i}^{\tau-1} + \sum_{k=2}^{n} p_k^\tau z_{ki}^\tau + d_i^\tau \tag{44}$$

$$\tau = 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ T_i$$

## § 3. 最適計画の決定

**予算の制約を満たす需給計画**　以下の分析においては，endowment の流れ $(z_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ は仮定 10 を満たすように固定し，変数とはみなさないこととする。

このとき，価格体系 $(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ と配当 $(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ に応じて，各週の予算制約を満たす需給計画の集合は次のようである。

（第0週）

$$\Xi_i^o(p^o) \equiv \{x_i^o \in X_j^o / x_i^o \text{ は(43)を満たす}\} \tag{45}$$

（第 $\tau$ 週）

$$\Xi_i^\tau(x_i^{\tau-1},\ p^\tau) \equiv \{x_i^\tau \in X_i^\tau / x_i^\tau \text{ は(44)を満たす}\} \tag{46}$$

where

$$x_i^{\tau-1} \in \Xi_i^{\tau-1}(x_i^{\tau-2},\ p^{\tau-1})$$

$$\tau = 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ T_i$$

仮定 9，10と $(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i} \in k_i$ から，標準的な推論をつうじてただちに得られるレンマは

**レンマ 7**　集合値函数

$$p^o \longmapsto \Xi_i^o(p^o)$$

$$(x_i^{\tau-1},\ p^\tau) \longmapsto \Xi_i^\tau(x_i^{\tau-1},\ p^\tau)$$

は非空・凸・コンパクト値（in $\mathbf{R}^{n+1}$）で，かつ連続である。(28)

いま計画期間をわたる需給計画の流れ

注(28)　実際，仮定9，10に注意しつつ，本稿付録の定理を $X$ が constant なる場合に適用すれば，このレンマはただちにえられる。$f$ の連続性は注(27)に述べたことにより，保証されている。

$$c_i=(x_i^\tau)_{\tau=0}^{T_i} \tag{47}$$

が，与えられた $(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$，$(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ について(45)(46)を満たすとき，これを**可能な計画の流れ**とみることができる。$(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$，$(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ について，可能な計画の流れの集合を

$$C_i((p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}) \tag{48}$$

とする。

レンマ3と同様な（しかし一層単純な）推論をつうじて次のレンマを得る。

**レンマ8**　各 $(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$，$(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ について，集合 $C_i$ は凸集合である。

$x_i^0\in\Xi_i^0(p^0)$，$(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$，$(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ の集合値函数

$$\Phi_i:(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})$$

$$\longmapsto\{(x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}/(x_i^0,\ (x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})\in C_i((p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})\} \tag{49}$$

を定義すれば，レンマ7から容易に，

**レンマ9**　$\Phi_i$ は非空・コンパクト値で，各パラメータについて連続である。

**最適計画（うしろ向きの動的計画）**　以上の分析を基礎として，最適化の原則を定式化し，それを解くこととする。議論は生産者行動の分析とほぼ同一であり，しかも一層単純である。

そこでまず，$x_i^0\in\Xi_i^0(p^0)$ と $(p^\tau)_{\tau=0}^{T_i}$ $(d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}$ を固定して，次のような問題を考える。

**問題4**　Maximize

$$u_i(x_i^0,\ (x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i},\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i})$$

on

$$\Phi_i(x^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})$$

レンマ9と最大値の定理とからこの問題は解けて，

(1°)　函数

$$(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})$$

$$\longmapsto\max_{\Phi_i(\cdot)} u_i\,(x_i^0,\ (x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i},\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i})\equiv u_i^*(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}) \tag{50}$$

は連続，

(2°)　集合値函数

$$(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})$$

$$\longmapsto\{(x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}\in\Phi_i(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{T_i},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i})/(x_i^\tau)_{\tau=1}^{T_i}\ \text{は問題4の解}\} \tag{51}$$

は非空・コンパクト値で u. h. c.

上の結果から $u_i^*$ は $(p^\tau)_{\tau=0}^{Ti}$，$(d_i^\tau)_{\tau=1}^{Ti}$ について連続ゆえ。$\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti}\times K_i$ 上で Borel —可測である。また仮定8からそれは有界であるので，各$(x_i^0,\ p^0)$ について，次の積分が確定する。

$$U_i(x_i^0,\ p^0) \doteqdot \int_{\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti}\times K_i} u_i^*(x_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{Ti})d\Psi_i(p^0) \tag{52}$$

**レンマ10**　$U_i(x_i^0,\ p^0)$ は連続。

証明）　レンマ6の証明と同様。

（証了）

$U_i(x_i^0,\ p^0)$ は $(x_i^0,\ p^0)$ に応じて最大可能な消費者 $i$ の効用の期待値である。ここで消費者の最適化行動に関するわれわれの基本仮説は次のように定式化することができる。

**基本仮説**　各消費者 $i$ は，各 $p^0$ に応じて $U_i(x_i^0,\ p^0)$ を $\Xi_i^0(p^0)$ 上で最大化するように $x_i^0$ を選択する。

すなわち，われわれの解くべき問題は，

**問題5**　Maximize

$$U_i(x_i^0,\ p^0)$$

on

$$\Xi_i^0(p^0)$$

であり，これは次のように解けるのである。

**命題2**　(i)　集合値函数

$$\xi_i : p^0 \longmapsto \{x_i^0 \in \Xi_i^0(p^0) / x_i^0 \text{ は問題5の解}\}$$

は，非空・コンパクト・凸値で u. h. c.

(ii)　任意の $x_i^0 \in \xi_i(p^0)$ について，予算の制約式(43)は等号で成立する。

証明）(i)　レンマ7，8，10と最大値の定理とから，命題1の証明と同様にすればよい。

(ii)　$p^0$ を所与としたときに，$U_i(x_i^0,\ p^0)$ が $x_i^0$ について単調増加であること，つまり

$$\dot{x}_i^0 \leq \ddot{x}_i^0 \Longrightarrow U_i(\dot{x}_i^0,\ p^0) < U_i(\ddot{x}_i^0,\ p^0) \tag{53}$$

を示せば十分である。そこで $\dot{x}_i^0 \leq \ddot{x}_i^0$ とすれば，仮定8から，

$$u_i^*(\dot{x}_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti},\ (d^\tau)_{\tau=1}^{Ti}) < u_i^*(\ddot{x}_i^0,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti},\ (d^\tau)_{\tau=1}^{Ti}) \tag{54}$$

$$\text{for all } (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti},\ (d^\tau)_{\tau=1}^{Ti}$$

ゆえに両辺を確率測度 $\Psi_i(p^0)$ について積分すれば(53)を得る。　　（証了）

## Ⅲ　一時的均衡の存在

前章までで，われわれは不確実性の下における経済主体の合理的行動のありさまを一時的均衡理論の枠組の中で分析し，各与件に対応する主体の最適な需給計画を導出した。これらの主体は市場に参集して今週の需給に関する取引に従事する。われわれの目標は，このような市場において，各主体の今週の需給計画を整合する競争的一時的均衡価格が必ず存在することを証明することである。(29)

Arrow-Debreu［2］の業績以来，均衡点存在証明の可否を握るふたつの鍵は，超過需要函数の連続性（ないしは u. h. c.）とワルラス法則の成立であることがよく知られているから，われわれもまずこの点を確認することから始めよう。

**超過需要函数**　現行価格 $p^o$ に対応する生産者の需給函数 $\eta_j$ と消費者の需給函数 $\xi_i$ とから，経済全体の超過需要函数 $\zeta$ が次のように計算される。

$$\zeta : p^o \longmapsto \sum_i \xi_i(p^o) + \sum_j \eta_j(p^o) - \sum_i z_i^o - \sum_i \hat{w}_j \tag{55}$$

where

$$\hat{w}_j \equiv (w_{oj},\ o,\ \cdots\cdots,\ o)^{(30)}$$

すると命題1，2から，

系　$\zeta$ は非空・凸・コンパクト値で u. h. c. な集合値函数である。

**ワルラス法則**　いま現行価格 $p^o$ に対して，各生産者の最適需給計画。

$$y_j^o = \eta_j(p_o) \tag{56}$$

は確定し，また各消費者 $i$ の最適需給計画

$$x_i^o \in \xi_i(p^o) \tag{57}$$

を任意に選ぶと，命題2(ii)から，予算の制約式(43)は等号で成立する。すなわち，

$$\sum_{k=0}^{n} p_k^o x_{ki}^o = z_{oi}^o + \sum_{k=2}^{n} p_k^o z_{ki}^o + \sum_j \theta_{ij}\left(-\sum_{k=0}^{n} p_k^o y_{kj}^o + w_{oj}\right) \tag{58}$$

for all $i$

(58)の両辺をすべての $i$ について加えあわせ，(40)を考慮して適当に整理すれば，

注(29)　証明の基本方針は Grandmont〔10〕, Sondermann〔28〕らのそれと同種のものである。
(30)　ここで $w_j$ ではなく $\hat{w}_j$ を用いる理由は，生産者の需給計画 $y_j^o$ の定義から明らかであろう。

$$\sum_{k=0}^{n} p_k^o \left( \sum_i x_{ki}^o + \sum_j y_{kj}^o - \sum_i z_{ki}^o - \sum_j \hat{\omega}_{kj} \right) = 0 \qquad (59)$$

これはワルラス法則にほかならない。

**レンマ11**　ワルラス法則が成立する。

$i.\ e.$　$\forall e \in \zeta(p^o)$　$p^o \cdot e = 0$

**均衡の存在**

**レンマ12**　各消費者 $i$ については，現行価格の列 $\{p_\lambda^o\}$ に応ずる最適需給計画の列

$\{x_{i\lambda}^o \in \xi_i(p_\lambda^o)\}$

を任意に選ぶ。一方，各生産者については

$\{y_{j\lambda}^o = \eta_j(p_\lambda^o)\}$

が確定する。これによって定まる超過需要の列を $\{e_\lambda \in \zeta(p_\lambda^o)\}$ としよう。このとき，(i) $p_\lambda^o \longrightarrow \partial \mathbf{R}_{++}^{n+1}$ であるか[31]，または(ii) $\| p_\lambda^o \| \longrightarrow \infty$ であれば，

$\| e_\lambda \| \longrightarrow \infty$。

**証明）**　意に反して

$\| e_\lambda \| \not\longrightarrow \infty \quad \text{as } \lambda \longrightarrow \infty$

と仮定しよう。すると各 $i$，$j$ について $\{x_{i\lambda}^o\}$ および $\{y_{j\lambda}^o\}$ は有界点列でなければならない。ゆえにそれらは収束部分列を有する。したがって一般性を失うことなく，$\{x_{i\lambda}^o\}$，$\{y_{j\lambda}^o\}$ ははじめから収束点列としてよい。そこで

$x_{i\lambda}^o \longrightarrow x_i^* \quad \text{as } \lambda \longrightarrow \infty$

$y_{j\lambda}^o \longrightarrow y_j^* \quad \text{as } \lambda \longrightarrow \infty$

と考えてよい。仮定8によって，確率測度の族

$\{ \Psi_i(p^o) / p^o \in \mathbf{R}_{++}^{n+1} \}$

は一様に緊密であるから，Prohorov の定理[32]によって，これは

$\mathbf{M}(\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti} \times K_i)$

において相対コンパクトである。ゆえに再び一般性を失うことなく，

$\Psi_i(p_\lambda^o) \longrightarrow \Psi_i^* \in \mathbf{M}(\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti} \times K_i) \quad \text{as } \lambda \longrightarrow \infty$

としてよい。いま，

$$H_i(x_i^o) \equiv \int_{\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti} \times K_i} u_i^*(x_i^o,\ (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti},\ (d_i^\tau)_{\tau=1}^{Ti}) d\Psi_i^* \qquad (60)$$

---

注(31)　記号 $\partial A$ は集合 $A$ の境界 (boundary) を示すものである。

(32)　Parthasarathy 〔23〕 pp. 47-49, Theorem 6.7 を見よ。さらに丸山 〔21〕 の該当箇所。

と定義すれば，$\Psi_i^*$ の定義と Rao [25] Theorem 3.1 とから，

$$\lim_{\lambda} U_i(x_i^o,\ p_\lambda^o)=H_i(x_i^o) \tag{61}$$

$$\lim_{\lambda} U_i(x_{i\lambda}^o,\ p_\lambda^o)=H_i(x_i^*) \tag{62}$$

である。また(60)の被積分函数 $u_i^*(\cdot)$ は有界で，しかも最大値の定理から，

$$\forall (p^\tau)_{\tau=0}^{Ti} \in \mathbf{R}_{++}^{(n+1)(T_i+1)},\ \forall (d_i^\tau)_{\tau=1}^{Ti}$$

$$u_i^*(x_{i\lambda}^o,\ \cdot,\ \cdot) \longrightarrow u_i^*(x_i^*,\ \cdot,\ \cdot) \tag{63}$$

$$\text{as } x_i^o \longrightarrow x_i^*$$

ゆえに，実函数論における有界収束定理によって，$H_i(x_i^o)$ は連続である。

さらに $H_i(x_i^o)$ は単調性，すなわち

$$\dot{x}_i^o \le \ddot{x}_i^o \Longrightarrow H_i(\dot{x}_i^o) < H_i(\ddot{x}_i^o) \tag{64}$$

を満たすことも明らかである。(33)

(i)　$p_\lambda^o \longrightarrow p^* \in \partial \mathbf{R}_{++}^{n+1}$ とする。点列 $\{x_{i\lambda}^o\}$ は，

$$p_\lambda^o \cdot x_{i\lambda}^o \leqq p_\lambda^o z_i^o + \sum_j \theta_{ij}(-\sum_{k=0}^n p_{k\lambda}^o y_{kj\lambda}^o + w_{oj}) \tag{65}$$

を満たしているので，極限にうつって，

$$p^* \cdot x_i^* \leqq p^* z_i^o + \sum_j \theta_{ij}(-\sum_{k=o}^n p_k^*\ y_{kj}^* + w_{oj}) \tag{66}$$

(62)と最大値の定理から，

$$H_i(x_i^*) \geqq H_i(x_i^o) \tag{67}$$

$$\forall x_i^o \in \Xi_i^o(p^*)$$

しかし価格体系 $p^*$ の元の中には0が存在するので(67)は $H_i(\cdot)$ の単調性に矛盾。

(ii)　$\| p_\lambda^o \| \longrightarrow \infty$ as $\lambda \longrightarrow \infty$ とする。いま任意の $m$ について

$$\dot{x}_i^o = (m,\ o,\ \cdots\cdots,\ o) + x_i^* \tag{68}$$

とおけば，$m > o$ のときには必ず

$$H_i(x_i^*) < H_i(\dot{x}_i^o) \tag{69}$$

である。ところで

$$s_\lambda = \frac{p_\lambda^o}{\| p_\lambda^o \|} \tag{70}$$

---

注(33)　$\mathbf{R}_{++}^{(n+1)Ti} \times K_i$ 上のすべての点で

$$u_i^*(\dot{x}_i^o,\ \cdot,\ \cdot) < u_i^*(\ddot{x}_i^o,\ \cdot,\ \cdot)$$

が成り立つ（仮定8）から，この両辺を確率測度 $\Psi_i^*$ について積分すればよい。

とおくならば

$$\| s_\lambda \| = 1 \quad \text{for all } \lambda$$

であるから，一般性を失うことなく，

$$s_\lambda \longrightarrow s^* \geq 0 \tag{71}$$

としてよい。(66)から，

$$s^* x_i^* \leqq s^* z_i^o + \sum_j \theta_{ij} \left(-\sum_{k=0}^{n} s_k^* \ y_{kj}^* + w_{oj}\right) \tag{72}$$

(72)の右辺は＞0 であるから，[34]

$$\exists\, \ddot{x}_i^o \in X_i^o \text{ such that}$$

$$s^* \ddot{x}_i^o < s^* z_i^o + \sum_j \theta_{ij} \left(-\sum_{k=0}^{n} s_k^* \ y_{kj}^* + w_{oj}\right) \tag{73}$$

したがって，

$$\exists N \in \mathbf{N},^{(35)} \ \forall \lambda \geqq N$$

$$p_\lambda^o \ddot{x}_i^o < p_\lambda^o \ z_i^o + \sum_j \theta_{ij} \left(-\sum_{k=0}^{n} p_{k\lambda}^o y_{kj\lambda}^o + w_{oj}\right) \tag{74}$$

そこで

$$x_i^o(\alpha) \equiv (x_{oi}^o(\alpha), \ \cdots\cdots, \ x_{ni}^o(\alpha))$$

を，

$$x_i^o(\alpha) = \alpha \dot{x}_i^o + (1-\alpha) \ddot{x}_i^o \tag{75}$$

で定義する。$\| p_\lambda^o \| \longrightarrow \infty$かつ $z_{ki}^o > 0$ for all $k$ except for 1 であるから，

$$\exists N' \in \mathbf{N}, \ \forall \lambda \geqq N'$$

$$p_\lambda^o \ \dot{x}_i^o \leqq p_\lambda^o \cdot z_i^o + \sum_j \theta_{ij} \left(-\sum_{k=0}^{n} p_{k\lambda}^o \ y_{kj\lambda}^o + w_{oj}\right) \tag{76}$$

(74)(76)より，

$$\forall \lambda \geqq \mathrm{Max} \ (N, \ N')$$

$$p_\lambda^o \ x_i^o \ (\alpha) < p_\lambda^o \cdot z_i^o + \sum_j \theta_{ij} \left(-\sum_{k=0}^{n} p_{k\lambda}^o \ y_{kj\lambda}^o + w_{oj}\right) \tag{77}$$

したがって，$\{x_{i\lambda}^o\}$ のとり方から，

$$U_i(x_{i\lambda}^o, \ p_\lambda^o) \geqq U_i(x_i^o(\alpha), \ p_\lambda^o) \quad \text{for } \lambda \geqq \mathrm{Max}(N, \ N') \tag{78}$$

$\lambda \longrightarrow \infty$として，

$$H_i(x_i^*) \geqq H_i(x_i^o(\alpha)) \tag{79}$$

さらに $H_i(\cdot)$ は連続ゆえ，$\alpha \longrightarrow 1$ として

注(34) 仮定10により $0 \in X_i^o$

(35) N は自然数の全体。

$$H_i(x_i^*) \geqq H_i(x_i^0) \tag{80}$$

しかしこれは(69)に矛盾。

(i)(ii)の双方より

$$\| e_\lambda \| \longrightarrow \infty$$

とならねばならない。

（証了）

以上でわれわれはすべての準備をなし終えた。そして最終目標である次の定理をうることができる。

**定理**　仮定1～10の下に，競争的一時的均衡が存在する。

証明）$\mathbf{R}_{++}^{n+1}$ の非空・コンパクト・凸集合の列 $\{S_\lambda\}$ をつくって，それが

$$S_\lambda \subseteq S_{\lambda+1} \quad \text{for all } \lambda \tag{81}$$

$$\mathbf{R}_{++}^{n+1} \subset \bigcup_\lambda S_\lambda \tag{82}$$

を満たすものとする。超過需要函数 $\zeta$ は，コンパクト値で u. h. c. であるから，コンパクト集合の $\zeta$ による像はコンパクトである。[36]

したがって

$$Q_\lambda \equiv \zeta(S_\lambda) \quad \text{for all } \lambda$$

はコンパクト集合である。全く標準的な推論をつうじて，[37] 適当な $\bar{p}_\lambda^0 \in S_\lambda$，$e_\lambda \in \zeta(\bar{p}_\lambda^0)$ について，

$$\forall p^0 \in S_\lambda \qquad p^0 \cdot e_\lambda \leqq 0 \tag{83}$$

$\zeta$ が下に有界であることと(83)から，点列 $\{e_\lambda\}$ は有界である。したがって，一般性を失うことなく

$$e_\lambda \longrightarrow e^* \in \mathbf{R}^{n+1} \tag{84}$$

としてよい。任意の $\bar{p} \in \mathbf{R}_+^{n+1}$ について

$$p_\lambda^0 \longrightarrow \bar{p} \quad \text{as } \lambda \longrightarrow \infty \tag{85}$$

を満たす点列 $\{p_\lambda^0 \in S_\lambda\}$ が存在するが，

$$p_\lambda^0 \cdot e_\lambda \leqq 0 \tag{86}$$

であるから，極限にうつって

$$\bar{p} \cdot e^* \leqq 0 \tag{87}$$

$\bar{p} \in \mathbf{R}_+^{n+1}$ は任意であったから，

$$e^* \leqq 0 \tag{88}$$

でなければならない。

注(36)　Hildenbrand〔16〕p. 24
(37)　Debreu〔5〕

もし，点列 $\{\bar{p}^0_\lambda\}$ について

$$\|\bar{p}^0_\lambda\| \longrightarrow \infty \tag{89}$$

であれば，レンマ12によって

$$\|e_\lambda\| \longrightarrow \infty \tag{90}$$

ところが $\zeta$ は下に有界であるから，

$$\exists k \text{ such that } \overline{\lim}\ e_{k\lambda} > 0 \tag{91}$$

これは(89)に矛盾。ゆえに $\{\bar{p}^0_\lambda\}$ は有界点列である。したがってその適当な部分列が $\mathbf{R}^{n+1}_+$ の中で収束するが，一般性を失うことなく，

$$\bar{p}^0_\lambda \longrightarrow p^* \in \mathbf{R}^{n+1}_+ \tag{92}$$

としてよい，いま仮に

$$p^* \in \partial \mathbf{R}^{n+1}_+ \tag{93}$$

とすれば，ふたたび(90)が成り立たねばならず不合理。よって

$$p^* \in \mathbf{R}^{n+1}_{++} \tag{94}$$

最後に，$\zeta$ は コンパクト値でしかもu. h. c. ゆえ，グラフが閉じている。ゆえに，

$$e^* \in \zeta(p^*) \tag{95}$$

以上の推論から証明されたことは，

$$\exists\ p^* \in \mathbf{R}^{n+1}_{++}$$

$$\zeta(p^*) \cap \mathbf{R}^{n+1}_- \neq \phi \tag{96}$$

である。(96)とワルラス法則（レンマ11）とから，定理は証明された。

（証了）

## 〔附　録〕　予算集合の連続性

所謂「アロウの反例」を排除して，予算集合の連続性を保証する条件は既によく知られている。[38] しかし，丸山〔20〕に報告された研究の途上において，筆者は在来の定理をいささか拡張する必要に逢着し，これを次のような形で解決した。[39]

**定理**　$f : \mathbf{R}^n_{++} \times \mathbf{R}^n_+ \longrightarrow \mathbf{R}$ を有界連続な実数値函数，また $X : \mathbf{R}^n_+ \longrightarrow P(\mathbf{R}^n)$ を非空・

---

注(38)　たとえば Debreu〔6〕pp. 62-65 を見よ。

(39)　記号。

$\mathbf{R}^n_+ = \{x \in \mathbf{R}^n / x = (x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n) \geqq 0\ i.\ e.\ x_i \geqq 0 \text{ for all } i\}$

$\mathbf{R}^n_{++} = \{x \in \mathbf{R}^n / x = (x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n) > 0\ i.\ e.\ x_i > 0 \text{ for all } i\}$

$P(\mathbf{R}^n)$ は $\mathbf{R}^n$ の power set,

int $X(w)$ は集合 $X(w)$ の interior。

閉・凸で下に有界なる集合を値とする連続集合値函数とする。さらに $\operatorname{int} X(w) \neq \phi$ for any $w \epsilon \mathbf{R}^n_+$ とする。いま

$$S \equiv \{(p,\ w) \epsilon \mathbf{R}^n_{++} \times \mathbf{R}^n_+ / \exists\ x \epsilon X(w)\ \ p \cdot x \leqq f(p,\ w)\} \tag{1}$$

とし，集合値函数 $\gamma : S \longrightarrow \mathbf{P}(\mathbf{R}^n)$ を次のように定義する。

$$\gamma : (p,\ w) \longmapsto \{x \epsilon X(w) / p \cdot x \leqq f(p,\ w)\} \tag{2}$$

いま，点，$(p^o,\ w^o) \epsilon S$ が $f(p^o,\ w^o) \neq \operatorname{Min} p^o \cdot X(w^o)$ (3)

を満たすものとすれば，集合値函数 $\gamma$ は点 $(p^o,\ w^o)$ において連続である。

証明） $(p^o,\ w^o) \epsilon S$ であるから，$\gamma(p^o,\ w^o) \neq \phi$ であることに注意して，$\gamma$ が点 $(p^o,\ w^o)$ で upper hemi-continuous (u. h. c.) かつ lower hemi-continuous (l. h. c.) なることを示す。

〈u. h. c.〉 $S$ の点列 $\{(p^q,\ w^q)\}$ は，

$$(p^q,\ w^q) \longrightarrow (p^o,\ w^o) \tag{4}$$

を満たし，$\mathbf{R}^n$ の点列 $\{x^q\}$ は，

$$x^q \epsilon \gamma(p^q,\ w^q) \text{ for all q} \tag{5}$$

を満たすものとしよう。集合値函数 $\gamma$ は明らかにコンパクト値であるから，極限が $\gamma(p^o,\ w^o)$ に属するような，$\{x^q\}$ の収束部分列が存在することを示せばよい。[40] それは次の如くして可能である。

任意の $\varepsilon > 0$ に対して，

$$B\varepsilon\,(X(w^o))$$

を，集合 $X(w^o)$ の $\varepsilon$－閉近傍とすれば，集合値函数 $X$ の連続性から，[41]

$$\exists q' \epsilon \mathbf{N},\ \forall q \geqq q' \qquad x^q \epsilon B\varepsilon(X(w^o))。 \tag{6}$$

仮定により，$X(w^o)$ は下に有界であるから，(6)によって，$\{x^q\}$ の部分列 $\{x^q\}\ q \geqq q'$ は下に有界である。したがって $\{x^q\}$ そのものも下に有界でなければならない。さらに

$$p^q \cdot x^q \leqq f(p^q,\ w^q) \text{ for all } q$$

と $f$ の連続性とから，任意の $\varepsilon > 0$ に対して，

$$\exists q'' \epsilon \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'' \qquad p^q \cdot x^q \leqq f(p^o,\ w^o) + \varepsilon。 \tag{7}$$

(7)の右辺は有界であり，$p^o \epsilon \mathbf{R}^n_{++}$ であることより，点列 $\{x^q\}$ は上に有界である。したがって，上に得た結果とあわせて，点 $\{x^q\}$ は有界である。ゆえに，それは収束部分列 $\{x^{q_k}\}$ を有する。すなわち，

$$x^{q_k} \longrightarrow x^o \text{ in } \mathbf{R}^n \tag{8}$$

ところで，

---

注(40) Hildenbrand 〔16〕 pp. 24-25, Theorem 1.

(41) N は自然数の集合。

$$p^{q_k}\cdot x^{q_k} \leqq f(p^{q_k}, w^{q_k})$$
$$x^{q_k} \in X(w^{q_k}) \qquad \text{for all } q_k \tag{9}$$

であるから，極限にうつって，$f$と$X$の連続性を考慮すれば

$$p^o\cdot x^o \leqq f(p^o, w^o)$$
$$x^o \in X(w^o) \tag{10}$$

すなわち，

$$x^o \in \gamma(p^o, w^o) \tag{11}$$

これで$\gamma$の u. h. c. が示された。

〈l. h. c.〉 $S$の点列 $\{(p^q, w^q)\}$ は，

$$(p^q, w^q) \longrightarrow (p^o, w^o) \tag{12}$$

を満たし，

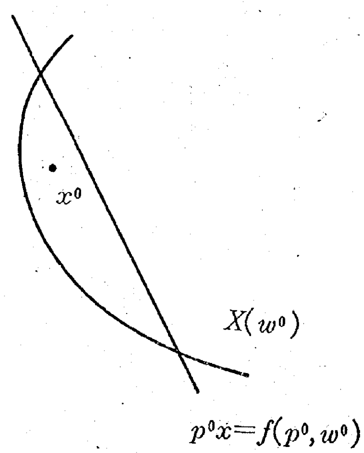
$$x^o \in \gamma(p^o, w^o) \tag{13}$$

とする。このとき，次のような条件を満足する点列 $\{x^q\}$ を見出すことができればよい。[42]

$$x^q \longrightarrow x^o,\ x^q \in \gamma(p^q, w^q) \text{ for all } q \tag{14}$$

以下，三つの場合に分けて，このような点列を構成する。

(i) $\left.\begin{array}{l} p^o\cdot x^o < f(p^o, w^o) \\ x^o \in \text{int } X(w^o) \end{array}\right\}$ の場合




〈図1〉

集合値函数$X$が連続であることから，

$$\exists q' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'\ x^o \in X(w^q)。 \tag{15}$$

注(42) Hildenbrand 〔16〕 p. 27, Theorem 2。

そしてまた明らかに，

$$\exists q'' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'' \quad p^q \cdot x^o < f(p^q,\ w^q)。 \tag{16}$$

すると，

$$\forall q \geqq \mathrm{Max}\ (q',\ q'') \quad p^q \cdot x^o < f(p^q,\ w^q),\ x^o \in X(w^q) \tag{17}$$

そこで，点列 $\{x^q\}$ を次のように定義する。

$q < \mathrm{Max}\ (q',\ q'')$ については，

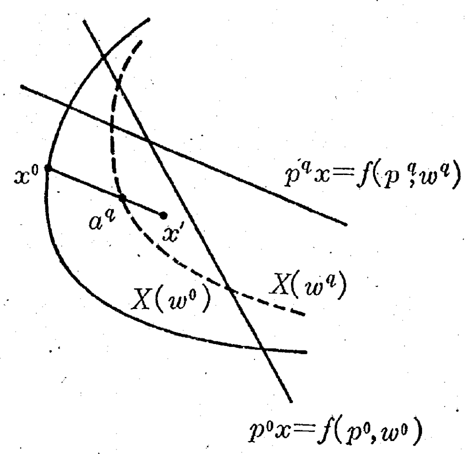
$\gamma(p^q,\ w^q)$ の任意の元を $x^q$ とする。

$q \geqq \mathrm{Max}\ (q',\ q'')$ については，

$x^q = x^o$ とする。

このように構成された $\{x^q\}$ は明らかに(14)を満たしている。

(ii) $\left.\begin{array}{l} p^o \cdot x^o < f(p^o,\ w^o) \\ x^o \in \partial X(w^o) \end{array}\right\}$ の場合[43]




〈図 2〉

仮定によって，$X(w^o)$ は凸で，

$$\mathrm{Min}\ p^o \cdot X(w^o) \neq f(p^o,\ w^o)$$

ゆえ，

$$\exists x' \in \mathrm{int}\ \gamma(p^o,\ w^o) \subset \mathrm{int}\ X(w^o) \tag{18}$$

また，

$$\exists q' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'$$

$$\begin{cases} p^q \cdot x^o < f(p^q,\ w^q) \\ p^q \cdot x' < f(p^q,\ w^q) \end{cases} \tag{19}$$

注(43) $\partial X(w^o)$ は集合 $X(w^o)$ の boundary。

さらに，集合値函数$X$は連続であるから，$x' \in \mathrm{int}\, \gamma(p^0, w^0) \subset \mathrm{int}\, X(w^0)$ を考慮して，

$$\exists q'' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'' \quad x' \in \mathrm{int}\, X(w^q)。 \tag{20}$$

そこで点列 $\{x^q\}$ を次のように構成する。まず，$x^0$ と $x'$ を結ぶ線分が $\partial X(w^q)$ と交わる場合に，その交点を $a^q$ としよう。そして

$q < \mathrm{Max}\,(q', q'')$ については，

$\gamma(p^q, w^q)$ の任意の元を $x^q$ とする。

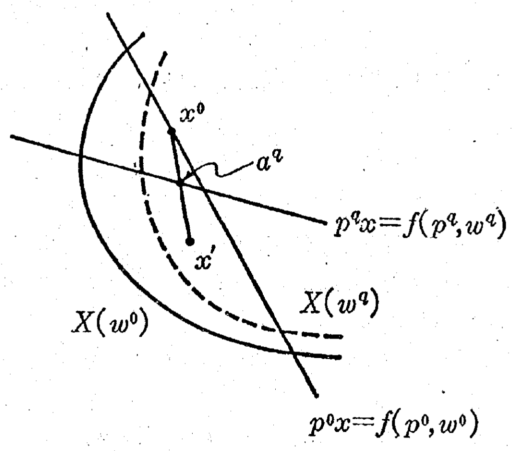
$q \geqq \mathrm{Max}\,(q', q'')$ については，

$a^q$ が存在すれば $x^q = a^q$ とし，

$a^q$ が存在しなければ $x^q = x^0$ とする。[44]

このように構成された $\{x^q\}$ は明らかに⒁を満たしている。

(iii) $p^0x^0 = f(p^0, w^0)$ の場合




〈図3〉

(ii)のはじめに述べたことと同様の理由で，

$$\exists x' \in \mathrm{int}\, \gamma(p^0, w^0) \subset \mathrm{int}\, X(w^0) \tag{21}$$

この $x'$ については，

$$p^0 \cdot x' < f(p^0, w^0) \tag{22}$$

であるから，

$$\exists q' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'$$

$$p^q \cdot x' < f(p^q, w^q) \tag{23}$$

さらに，集合値函数$X$の連続性から，

$$\exists q'' \in \mathbf{N},\ \forall q \geqq q'' \quad x' \in \mathrm{int}\, X(w^q) \tag{24}$$

---

注(44)　このときには，$x^0 \in X(w^q)$。

ゆえに，

$$\forall q \geq \text{Max}\ (q', q'') \qquad x' \in \gamma(p^q, w^q) \tag{25}$$

そこで，点列 $\{x^q\}$ を次のように構成する。まず $x^0$ と $x'$ とを結ぶ線分が $\partial\gamma(p^q, w^q)$ と交わる場合に，その交点を $a^q$ としよう。そして

$q<\text{Max}\ (q', q'')$ については，

$\gamma(p^q, w^q)$ の任意の元を $x^q$ とする。

$q\geq\text{Max}\ (q', q'')$ については，

$a^q$ が存在すれば $x^q=a^q$ とし，

$a^q$ が存在しなければ $x^q=x^0$ とする。(45)

このように構成された $\{x^q\}$ は明らかに(14)を満たしている。

以上の議論をつうじて，$\gamma$ の l. h. c. が示された。

（証了）

この定理の応用については，丸山〔20〕を参照されたい。

## 参考文献

〔1〕青山秀夫『経済変動理論の研究』第一巻（日本評論社，東京）1949.

〔2〕Arrow, K. J. and G. Debreu "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy" *Econometrica* 22, July 1954, 265-290.

〔3〕Arrow, K. J. and F. H. Hahn *General Competitive Analysis* (Holden Day, San Francisco) 1971.

〔4〕Billingsley, P. *Convergence of Probabilty Measures* (Wiley, N.Y.) 1968.

〔5〕Debreu, G. "Market Equilibrium" *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.* 42, 1956, 876-878.

〔6〕______ *Theory of Value* (Wiley, N.Y.) 1959.

〔7〕Drandakis, E. M. "On the Competitive Equilibrium in a Monetary Economy" *International Economic Review* 7, September 1966, 304-328.

〔8〕Drèze, J. H. *Allocation under Uncertainty: Equilibrium and Optimality* (Macmillan, London) 1974.

〔9〕Grandmont, J. M. "Continuity Properties of a von Neumann-Morgenstern Utility" *Journal of Economic Theory* 4, 1972, 45-57.

〔10〕______ "On the Short-run Equilibrium in a Monetary Economy" in〔8〕

〔11〕______ and W. Hildenbrand "Stochastic Process of Temporary Equilibria" *Journal of Mathematical Economics* 1, December 1974, 247-277.

〔12〕Green, J. R. "Temporary General Equilibrium in a Sequential Trading Model with Spot and Future Transactions" *Econometrica* 41, November 1973, 1103-1123.

注(45) このときには，$x^0 \in \gamma(p^q, w^q)$

〔13〕 Hahn, F. H. "On Some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy" in F. H. Hahn and F. P. R. Brechling (eds.) *The Theory of Interest Rates* (Macmillan, London) 1965.

〔14〕 Halmos, P. R. *Measure Theory* (van Nostrand, N. Y.) 1950.

〔15〕 Hicks, *J. R. Value and Capital* (Clarendon Press, Oxford) 1946.

〔16〕 Hildenbrand, W. *Core and Equilibria of a Large Economy* (Princeton University Press. Princeton) 1974.

〔17〕 Kamiya, D. "On the Financial Constraint of Production" *Keio Economic Studies* **12**, 1975, 61-86.

〔18〕 Malinvaud, E. "Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources" *Econometrica* **21**, April 1953, 233-267.

〔19〕 丸山徹「効用函数の論理的基礎」『三田学会雑誌』66巻9号, 1973, 69-81.

〔20〕 ＿＿＿＿「一時的均衡分析」（その1）『三田学会雑誌』69巻7号, 1976.

〔21〕 ＿＿＿＿「確率測度の弱収束——理論と均衡分析への応用」『三田学会雑誌』近刊（ただしその一部分は火曜会講義ノートとして，既に私的に配布されている。）

〔22〕 森嶋通夫『動学的経済理論』(弘文堂, 東京) 1950.

〔23〕 Parthasarathy, K. R. *Probability Measures on Metric Spaces* (Academic Press, N. Y.) 1967.

〔24〕 Radner, R. "Existence of Equilibrium of Plans, Prices and Price Expectations in a Sequence of Markets" *Econometrica* **40**, 1972, 289-303.

〔25〕 Rao, R. R. "Relations between Weak and Uniform Convergence of Measures with Applications" *Annals of Mathematical Statistics* **33**, 1962, 659-680.

〔26〕 Samuelson, P. A. "What Classical and Neoclassical Monetary Theory Really Was" *Canadian Journal of Economics* **1**, February, 1968.

〔27〕 瀬古美喜「短期中期長期貸出をもつ現物経済における『一時的均衡』の存在」『三田学会雑誌』66巻9号, 1973, 36-68.

〔28〕 Sonderman, D. "Temporary Competitive Equilibrium under Uncertainty" in〔8〕

〔29〕 Stigum, B. "Competitive Equilibria under Uncertainty" *Quarterly Journal of Economics* **83**, November 1969, 533-561.

〔30〕 ＿＿＿＿ "Resource Allocation under Uncertainty" *International Economic Review* **13**, October 1972, 431-459.

〔31〕 安井琢磨「企業の動学理論」『日本経済学年報』第2輯, 1942（『安井琢磨著作集』第二巻,（創文社, 東京）1970に再録）

（カリフォルニア大学数学科）