

Title	経済学における統計的認識(2) : 計量経済学的方法的基礎
Sub Title	Statistical knowledge in economics (2) : methodological foundations of econometrics
Author	蓑谷, 千凰彦
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1976
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.69, No.5 (1976. 6) ,p.319(89)- 336(106)
JaLC DOI	10.14991/001.19760601-0089
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19760601-0089

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

経済学における統計的認識 (2)*

—計量経済学的方法的基礎—

蓑谷 千凰彦

目次

序論

- 1 仮説・演繹法
- 2 確率論の経済現象への適用

第1章 統計的認識

- 1 標識のかたまりとしての集団
- 2 集団の層別化
- 3 再現性の試験
- 4 無限仮説母集団

第2章 確率と統計

- 1 ストカスティック, 非決定論的
- 2 ラプラスの魔——確率は無知の表明
- 3 ハイゼンベルグの不確定性原理
- 4 ボームの見解と経済分析
- 5 統計的法則
- 6 大数の法則
- 7 中心極限定理
- 8 経済変数と確率変数

4. ボームの見解と経済分析^{**}

ここでボームの見解を述べておくことは、われわれの対象が経済現象であるとはいえ有益であると思われる。ボームは次のように言う。

(1)ラプラスの機械論的決定論は不適當であること。

しかし

(2)不確定性原理は量子論の段階においてのみ適合する理論であり、不確定性原理が絶対的・究極的なものであるという非決定論的機械論も、機械論的決定論と同様に哲学的な仮定である。

ラプラスの決定論を不適當と判断するのは次の理由にもとづく。考えている関連体の内部におい

* この研究は松永記念科学振興財団の研究助成金を受けている。感謝したい。

** 以下の叙述はボーム〔1〕に依る。

ては因果律が働らくとしても、関連体の外部で発生する事象があり、その事象は関連体内部の運動に対して、本質的に独立であり、偶然的変動として作用する。それゆえある特定の関連体の内部であてはまる因果律も、この関連体の内部で起こることについてさえ完全に予言することができない。空中に放たれた物体は落下するという法則を考えてみよう。その物体が紙片であるとき、考えている関連体の範囲外の非必然的事象である風の吹き具合によっては上昇することもある。そして風の吹き具合は雲の位置、海や陸地の温度、太陽黒点から異常な強度で放射される電子や紫外線のビームにさえ依存するであろう。

ボームのこの見解に対して次の疑問が生ずる。

(i)法則が適用可能な“考えている関連体の範囲”を明らかにできるか。

このことは理論の適用範囲を明確にし、理論の限界を知ることもつながるであろう。そして考えている法則はどの範囲内で有効であり、それゆえどのような変動を関連体の外部からの偶然変動として処理できるかという認識でもある。しかし、このことは決して容易なことではない。個々の経済主体について適用可能なことが全体的には適用不可能になるという合成の誤謬、農業生産が支配的な社会においては、太陽の黒点運動さえ、景気変動をひきおこす関連体の内部の現象と考えなければならぬ場合、財政・貨幣政策の効果を考える際、為替相場の固定・変動の問題も関連体の内部に含めて考えなければならぬ等々。むしろ理論の適用範囲、限界を明らかにしていくことこそ、科学の進歩のひとつの要請であろう。

そして自然科学と比較したときに、経済学においては、ある分析的目的を固定したときに関連体の範囲を狭く限定できないという困難が大きいためであろう。したがって、われわれが偶然的変動として処理している事象も、考えている関連体の範囲外からもたらされるのか、あるいは範囲内のメカニズムに関するわれわれの無知にもとづくのか明確ではない。むしろ無知にもとづく諸要因を確率変数として処理してはいないか。なぜそれが確率変数なのかという疑問は解消されない。

(ii)偶然変動はすべて考えている関連体の範囲外からもちこまれるだけであって、関連体の内部では偶然変動にさらされておらず、因果律を適用できるのか。

規定された条件のもとで、しかも限定された関連事象の範囲内においては、相対的な、ある客観的な、しかし近似的な自律性がある。この相対的に自律性のある関連事象の範囲内においては、その細部で広範囲に変化しても、一定不変に保たれる事物の性質があり、この不変性は事物の本性に固有の、客観的に必然的なものであり、この必然的な関係は、問題の関連事象の範囲に当てはまる因果律の現われであるとボームは言う。

計量経済学においても状況は同じである。ある経済現象の生起する過程を、経済、社会、自然現象、人間の心理的側面の全体の中でとらえるなどということは到底不可能である。したがって、

「他の事情にして一定ならば」という部分均衡分析、すなわち、規定された状況のもとで、限定された関連事象の範囲に分析を限定するという接近方法がとられる。しかしながら、限定された範囲内で単純な因果律を見出すことができることは経済研究者の誰もが考えないであろう。なぜなら、一定と仮定された他の事情を實際上無視することができないし、考えている関連体の範囲外からの作用を“偶然的”と片付けることはできないからである。いいかえれば、物理学とくらべたとき、空間的・時間的に安定した孤立系をつくり出すことは容易ではないということである。

単純な因果律を、1つの原因は1つの結果を一義的に決定するという一対一関係とすれば、そのような因果律は物理学の世界においても存在しない。したがって、単純な因果律が作用するような完全に孤立した系をつくり出すことが経済学ではできないといっているわけではなく（それは同様に物理学においてもできない）、現象間の安定した関係を発見できる孤立系をつくるのが困難であると言ったのである。しかし、困難であるからといって放棄すべきではない。実際われわれの分析は、“研究している経済現象間の相互関係は何にもとづくのか”という疑問に答えようとするものであり、分析の背後には、関連体の内部における安定性が仮定されており、安定性を発見し、そのパラメータを計測することこそ理論の進歩があるからである。

計量経済学の揺籃期における大著、『需要の理論と計測』においてシュルツ [11] は次のように述べている ([11] 63頁, 133頁~)。

需要関数の統計的分析を行なうときに、背後に仮定されている仮説として H. ムーアの方法が妥当であるとシュルツは言う。H. ムーアの方法における仮定とは次の3つである。

- イ. 市場における人間の需要行動にはルーチンが存在する。
 - ロ. 消費と価格の統計データは、この需要のルーチンを反映している。
 - ハ. 未知の理論的需要関数は、データに適合可能な種々の経験的曲線によって近似できる。
- イに関してシュルツはホワイトヘッド [15] の次のような言明を引用している ([15] 90頁)。

社会生活は、ルーチンにもとづいているということを理解するのが、科学的知識の始まりである。もし社会にルーチンが浸透しつくしていなければ文明は消滅する。きわめて多数の社会学的信条、鋭敏な知性の産物は、この基本的な社会学的真理を忘却することによって潰滅する。社会は安定を必要とし、予見はそれ自身安定を前提としており、そして安定はルーチンによってもたらされる。

また、パラメータの値を計測することの重要性、そしてパラメータの安定こそ理論の進歩のよりどころであるという点に関しては、レオンチェフ [6]、小尾 [8] の見解を引用しておきたい（もつとも、引用文ではレオンチェフは経済学における検証可能命題の貧困さに言及しているのであって、パラメータ計測に力点があるのではない）。

比較的単純な場合はもとより、最も先端的なその動学版にしても、およそ経済理論なるものが、現

実の経済体系の、予測はおろか詳細な説明にさえこれまで大した進歩をみせなかったことは、残念ながら認めざるを得ない。

これほど貧弱で皮相的な事実を基礎として、これほど巧緻な理論構造がうち立てられた例は、現代実証科学において、他にほとんどみない。「純粹」理論に含まれるパラメータの値を、実証的に推定することを通じて、その理論をより完全なものに近づけようという態度は、伝統的に少なかった——そしてこの伝統は、今も教理的、非教理的を問わず、現在の経済学者を支配している（〔6〕44頁）。

完全な理論、つまり普遍妥当な理論とは、それを記述する方程式体系に登場する定数が、いついかなる場合にも変化しない。そういうものをさすわけであり、パラメータの安定性は、したがって、構造方程式体系を改良する基準になる。仮りにわれわれが完全な理論に登場する内生・外生変数のリストを知悉しているとする。そうすれば、予測や政策のためには、一足とびに誘導形のパラメータを求めればよい。実際は、しかし、完全なリストなるものをわれわれは知らない。そこで未知な完全なリストに、少しでも近づこうとするがゆえに、試論的な構造方程式（仮説）の構造パラメータを測定し、その安定性を吟味して、理論の進歩のよりどころとするのである（〔8〕254頁）。

しかしながらパラメータ計測上の困難は依然つきまとうのであり、問題は、安定したパラメータを得るためにはいかなる実験計画が必要であるか、「その他の事情一定」という仮定のもとで成立する部分均衡式を、他の事情も変化した状況のもとで観測されたデータとつぎ合わせるとき、そのような観測値から部分均衡式のパラメータを計測できるのか、という点にある。このことは後にとり上げるであろう。

さてボームの見解に戻ることにしよう。疑問となる第3点は次の点である。

（iii）関連体の範囲外からの偶然的要因とみなされている諸要因も、関連体を無限に広げていけば、決定論的な因果律にしたがうと考えることができるのか。再びラプラスの魔は存在するかという点である。

宇宙のあらゆる事物を考慮に入れていく。空中に放たれた紙片の例でいえば、紙片がどこに落ちるかを知るためには、風の吹き具合、雲の位置、海陸の温度等々、雲、陸地、海、太陽黒点を生起させる過程などの形式を支配している法則の研究に進まねばならない。しかし、このような仕方では因果関係を追求していった終局があるという確証はないとボームは言う。

関連体の範囲を無限に広げていけば……というような知的遊戯には興味はない。必要なことは分析目的にとって関連体の範囲をどこまで限定できるか、その範囲内で何を言うことができるかという点であろう。そのとき関連体の範囲外からの作用をすべて偶然的とみなせるかどうかがむしろ設定された理論モデルの良否を決めることになる。

ボームの機械論的決定論に対する批判は以上みてきた通りであるが、結局、関連体の外部に存在

している本質的に独立な現象が関連体内部の運動に対して偶然的な変動をもたらすという点につき
るであろう。

次に不確定性原理に対するボームの批判について考えてみよう。

ボームの批判は不確定性原理自体に対する理論的批判ではなく、その哲学的背景である。不確定
性原理によって、ほとんどの物理学者は原子領域における因果性の概念を放棄し、因果的に決定さ
れる運動が起こるより深い段階は存在しないと仮定し、不確定性原理が絶対的・究極的なものであ
るという非決定論的機械論を信奉するに至った。しかし、不確定性原理は、量子論の現在の発達段
階で帰結されたものにすぎず、より深い段階——次量子力学的段階に達したときには、現在の理論
形式は修正、拡張されるべきことが明らかになるであろう。そして不確定性原理は、量子論の段階
には現われてこないが、次量子力学的段階における“隠れた”変数によってより完全に記述される
ことになるであろう。不確定性原理が絶対的・究極的であるという哲学は、可能な将来の理論形式
を厳しく制限するものであり、新種の運動が起こり得、それに対して新しい因果律があてはまるよ
うな、次量子力学的段階について考えることを妨げている。

それではなぜ現代物理学者は、次量子力学的段階を考えようとしなかったのか。その理由は、す
でに利用可能な観測手段によってその実体の存在が仮定されないようなものをあつかうべきではな
いという、20世紀物理学者の間に広く普及し始めていた“実証主義”、“操作主義”、“経験主義”な
どの哲学的観点から生まれたものである。しかし、科学の進歩は実証主義の観点からのみではなく、
現存する広範囲の事実を、新しい概念や理論から説明することにより、新しい実験が導かれ、新事
実の発見が誘導されるという第2の道筋がある。実証主義はこの第2の道筋を真向から否定してし
まうことになるであろう。

ボームのこれらの批判からいくつかの論点が浮き彫りにされる。

イ. 実証主義万能に対する批判

ロ. 非決定論的機械観という哲学が背後にあり、それを押しつけることに対する批判
の2つが主要な点であろう。幸か不幸か、物理学における非決定論は、不確定性の程度を示すパラ
メータ——プランクの定数——が安定しているという意味において、経済学における法則といわれ
ているものよりも“決定論的”である。不確定性原理に対応するような原理を経済学はもってい
ない。それゆえ、ボームの見解の中で関心ある点をあげれば、上記2点となるであろう。

イについては後に、検証の個所でとり上げることになるが、経済学においては安易な実証主義、
操作主義がはびこっているというよりも、「検証」あるいは「反証」不可能な形で述べられる理論
が余りにも多いことの方が問題であろう。もちろん、ヒックスがいうように、本来、検証が不可能
である理論しかあつかえない分野——厚生経済のルール——があることを否定するわけではないけ

れども、それさえも現実から全く遊離して意味をもつわけではない。

上記ロに対しては、ある科学理論の成功はその科学にまつわる「哲学としての科学」をも真理そのものであるかのように信じる態度が生じやすいという市井〔4〕35頁の指摘が想起される。

しかし、経済学において、理論とそれにまつわる哲学は密接に関連しており、哲学が批判されて、理論のみは有効なものとして残るとすることはほとんど考えられない。

ボームのこのような量子論に対する批判は余りにも軽視されてきたといわれる。因果律を主張するアインシュタインを「ノアの洪水以前の人」と評する流行学者は、ボームをどのように評価するであろうか。画家や音楽家の中に流行のパスに乗り遅れまいとする人がいるように、科学者の中にも科学の流行にまっぴらとばかりに時流に乗ろうとする人がいる。「しかし流行と時流は弱者を魅惑するかもしれないが、それらは鼓舞されるべきでなく、抵抗されるべきである。」(ポパー〔19〕, 244頁)。新古典派経済学への批判、反批判も流行であると片付けるのは安易すぎるであろうが、流行に乗り遅れるなという点も無いわけではない。

ボームの立場を述べるのがこの節の目的であった。ボームの言葉を最後に引用しておこう〔1〕48頁)。

必然的因果関係と偶然的事象とは、あらゆる過程の二つの側面を表現すると考えられる。だから、この両側面のうち的一方だけでは、常に、無制限に適用し得ない一つの近似であって、結局は他の側面を考慮に入れて、補正、あるいは補足されなければならないものである。

5. 統計的法則

19世紀の古典物理を支配していた厳密な法則という観念は崩れ、統計的法則しか存在しないと考えられるようになった。そして、この科学哲学は物理学の科学者集団を巻き込み、またそれは哲学のみならず、確率論に対しても大きな影響を与えた。アインシュタイン、ボームのような批判は少数意見として軽視されている。

社会現象においては、早くからこの統計的規則性は注目されていた。グラント(1620~74)は『死亡表に関する自然のおよび政治的諸観察』において、人口現象の規則性に注目した。106項目の見出しからなるこの書物において、

- (1) かつて生を享けた者の全体の約1/3は4歳以下で、また36/100は6歳以下で死亡すること(項目6)。
- (2) 2/9は急性、70/229は慢性の疾病で、また4/229は外的疾患で死亡すること(項目7)。
- (3) ある種の疾病および事故は恒常的な割合を保つが、ある他のものは非常に不規則である(項目10)。

(4) ロンドンにおいては13人の女子に対して14人の男子があり、地方においては14人の女子に対して15人の男子しかないということ (項目52)。

等々の指摘をした。今日、われわれの目からすれば、データを調べることによって、誰にでもできることであるが、まさに誰にでもできる方法を発見したという点が偉大なことであろう。

人口現象に現われる規則性はその後、ペティ『ダブリンの死亡表の諸観察』(1680)、ハレーの死亡表の作成 (1690)、ジュースミルヒの『神の秩序』(1740)へと受け継がれていった。なかでもジュースミルヒは大量観察によって統計的規則性を発見しうることを明確に自覚していた。

小さな社会や村落についても規則性は仲々認識しがたい。しかるに個々の場合を多数に集め且つ多くの年にわたり、しかも全国に観察すると、隠れたる秩序即ち規則性が光明に持来される (北川〔5〕より引用)。

しかし大量現象において、なぜ統計的規則性が現われるかという点に関しては、宗教的な外被に包まれており、安定性は神の意志であると考えられていた。ジュースミルヒの著書はくわしく言えば『人間の出生・死亡繁殖より証明せられたる、人間の変動中に存する神の秩序』であり、アービュスノットの論文名が「両性の誕生数にみられる一定の規則性からひき出される神の摂理についての証明」(1710)であることから推測できよう。アービュスノットの論文は次の言葉で始まっている (トドハンター〔14〕184頁より引用)。

自然のなせる業のうちみられる数限りない神の摂理の足跡のなかで、まさに注目すべきは、いまもって保たれている男女それぞれの人数の間に正確な均衡状態がみられることである。というのは、この均衡のおかげで、男性一人一人に対して彼の年令相応の女性が存在するから、人類は決して衰亡も滅亡もしないからである。この男性の人数と女性の人数が等しいというのは偶然の結果というより、良き終末に向かって作用している神の摂理以外の何ものでもない。

このように神の摂理の現われとして処理された統計的規則性が、その宗教的外被を脱ぎ捨てるためには、確率論の発展を待たねばならなかった。

経験的に、個々の現象に影響を与える無数の諸要因は、大量現象あるいはくりかえし試行においてその影響は互いに相殺され、多数の観察を平均したときには効力を失い、大量現象に固有の法則性が現われるということは知られていた。それを理論的に解明したのが大数の法則であった。この大数の法則は単に経験的な平均値の安定性を承認しようとしたものではなく、いかなる条件が満たされるときに平均値の統計的安定性が保証されるかを述べようとしたものである。以下第6節において大数の弱法則、強法則および中心極限定理に関してその意味、實際上適用するときの限界について述べることにしよう。

6. 大数の法則

最初に大数の弱法則についてみてみよう。まずいかなる条件が満たされるとき、大数の弱法則が成立するかを述べた一番ゆるい条件は何かをみよう。確率変数の列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ があるとき、任意の $\varepsilon (> 0)$ に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - EX_k) \right| < \varepsilon \right\} = 1 \quad (1)$$

が成立するための必要十分条件は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \left(\frac{Y_n^2}{1 + Y_n^2} \right) = 0 \quad (2)$$

である (グネジエンコ [2] 243頁)。

ここで

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - EX_k)$$

である。この必要十分条件(2)は $\sum_{k=1}^n X_k$ の分散 $V(\sum_{k=1}^n X_k)$ が存在するならば、次の不等式

$$E \left(\frac{Y_n^2}{1 + Y_n^2} \right) \leq \frac{1}{n^2} V \left(\sum_{k=1}^n X_k \right) \quad (3)$$

が得られるから、結局、 X_k の分散が有限であるならば $n \rightarrow \infty$ のとき $(1/n^2)V(\sum_{k=1}^n X_k) \rightarrow 0$ となるから、そのとき条件(2)も満たされ、 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ は大数の法則にしたがう。このような形で述べられた大数の弱法則は、確率変数 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ の独立性は仮定されていないということに注意しよう。そして実際に適用できるためには、独立性の仮定は不要であるが、 X_k の分散が有限であることを仮定できるという状況でなければならない。それでは有限分散の仮定はどのようなときに成立し、どのようなときに成立しないか。それをいかにして判断するか。残念ながらこのような判断を可能ならしめる方法はない。

したがって、別の形で大数の弱法則が成立するための十分条件を述べることにしよう。それはヒンチンの定理として知られている (グネジエンコ [2] 239頁)。

独立な確率変数の列 X_1, X_2, \dots のいずれもが同一の分布にしたがひ、その期待値が有限であるならば ($EX_k = \mu < +\infty$)、次式が成立する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \mu \right| < \varepsilon \right\} = 1 \quad (4)$$

このヒンチンの定理においては、 X_1, X_2, \dots は独立であること、同一分布にしたがひ平均 μ は有限であること、しかし、分散についての仮定はないことに注意しよう。

この形で述べられた大数の弱法則が、實際上適用可能であるためには、独立性の仮定が必要である。この独立性の仮定が満たされているかどうかは、いかにして判断できるであろうか。また、

「独立性の概念そのものが外界の現象は互に関連しあっているというわれわれの根本的な考えと矛盾するのではないか」(グネジエンコ〔2〕244頁)。

有限分散の場合と同様に、独立性の仮定が成立していることを先験的に知る方法はない。これまでの経験あるいは実験にもとづいて、独立性の判定には直観的な判断が用いられている。時系列データにおいては、特にその時間単位が短くなればなるほど、因果序列の関係が強くなり、独立性の仮定は満たされないであろうというような判断はその1例である。

現実への接近方法を考えてみよう。独立性という条件が成立するかどうかを、これまでの経験や実験結果から判断できないときにはいかにすべきであろうか。そのとき、われわれがとり得る方法は、独立性という条件が成立すると仮定して、その仮定のもとでえられる理論値と実際値をつき合せて、事後的に独立性の条件が成立していたかどうかを判断するというのが、統計学において用いられる方法である。いま問題にしているのは大数の法則であるから、分散の有限性については何も仮定できないけれども、統計的規則性を観察できたときには、結果として独立性の仮定が成立していたと判断する。

しかし、このような方法によって、一体われわれは何をなし得るのであるだろうか。大数の法則の理論的解明がなされたといっても、現実への適用可能性の可否については、上記のような判断の恣意性が残されているとすれば、われわれは統計的規則性をいかにして発見しうるのであるだろうか。単純に大量観察を行えば、何か規則性がそこに現われてくるのであるだろうか。事態はそのように単純ではない。このことはすでに〔7〕第1章2、集団の層別化の個所で述べたような統計的実験の必要性の問題と密接に関連している。ただ資料を多く集めれば良いというような問題ではなく、統計的規則性を発見できるかどうかは実験の管理の仕方にかかっている。

他方、大量観察によって仮りに何らかの統計的規則性が発見されたとしても、その現象にそのような安定性がみられるのはなぜかという、現象の内在的特質をえぐり出さない限り、それは単なる記述に終るであろう。求められているのは数学モデルの安定性のみではなく、そのような安定性をもたらす人間の経済行動に対する説明である。このような統計的規則性のみみられる現象の内在的特質をえぐり出すこと、あるいはさらに帰納的推論のみでなく、法則発見への手がかりを与えてくれるのは、いうまでもなく経済理論であり、統計的実験のための実験計画である。

経済学の実証分析において最も重要なものの1つでありながら、最も軽視されているのがこの実験計画であろう。特定の現象を説明するために構築された理論関係式が、十分な統計的安定性を示すほどの成功を納めた例が、経済学においてどれほど存在しているであろうか。

できる限り、分析者自らが資料をコントロールすることによって、統計的規則性を見出そうという努力よりも、むしろある所与の観測値系列に対して解釈の多様性を競い合うような形で理論式が

検証されてきた。系統的要因による層別化を行なわない、あるいは行なうことができないために、もともと安定性などない現象に対して、理論関係式の fitting game を行なうということが、どれほど多くなされてきたことか。統計的実験のための実験計画を立てないで、観測値系列を所与としてその解釈の多様性を競い合うようなアプローチというのは、結局、知識の不完全さ、無知のすべてを「確率的」に処理していることにつながるであろう。

さて、大数の弱法則へ戻って、強法則との相違をみておこう。弱法則の例として、 n 回のベルヌーイ試行における“成功”の回数 x 、その確率 p の場合を考えると、弱法則の特殊な場合として、次のベルヌーイの定理が成立する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{x}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

この定理は、 n が限りなく大きくなるとき、事象 A の頻度 x/n は A の確率 p に収束するということを述べているのではない。この定理が述べているのは、 n が大きくなるときに、誤差 $|(x/n) - p|$ の大きい値が生ずることはごく稀な場合であるということと述べているにすぎない。すべての大きい n に対して、 $|(x/n) - p|$ がいつも小さくなることを述べているわけではない。

いいかえれば、任意の $\varepsilon, \delta > 0$ に対して1つの N が対応して、 $n > N$ を満たすすべての n に対して、不等式

$$\left| \frac{x}{n} - p \right| < \varepsilon$$

が確率 $1 - \delta$ あるいはさらに大きい確率で同時に満たされるということと述べているのではない。 $x/n = z_n$ と書けば、 $z_{n+1} = (X_1 + \dots + X_{n+1}) / (n+1)$ 、つまり次の不等式の成立を弱法則は意味していない。

$$P \{ |z_{N+1} - p| < \varepsilon, |z_{N+2} - p| < \varepsilon, \dots \} > 1 - \delta$$

このことを保証するのが強法則である。いまのベルヌーイ試行について強法則は、次のように表わされる(ボレルの定理)。

$$P \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{n} = p \right\} = 1$$

強法則の成立を最も弱い条件のもとで述べると次のようになる(グネジエンコ [2] 254頁)。

同一の分布にしたがう互いに独立な確率変数の列 $\{X_n\}$ に対して、大数の強法則

$$P \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \mu \right) = 0 \right\} = 1$$

が成り立つための必要かつ十分な条件は、それらの期待値が存在することである。

コルモゴロフによって発見されたこの定理においては、同一の分布にしたがう互いに独立な確率変数という仮定が重要である。この仮定が成立し、期待値が有限であることがわかっているか、もしくは仮定できるならば、 $\bar{X}_n = (1/n) \sum_{k=1}^n X_k$ は X_1, X_2, \dots の期待値 μ にほとんど確実に収束するという、重要な経験的内容をもっている。

ベルヌーイの定理 (弱法則) とボレルの定理 (強法則) によってその相違を相対度数の観点からもう一度述べておこう。チェビシエフの不等式から次式が成立する。

$$P \left\{ \left| \frac{x}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} \geq 1 - \frac{pq}{n\varepsilon^2} \geq 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2}$$

$n=1000, \varepsilon=0.1$ とすると

$$P \left\{ \left| \frac{x}{n} - p \right| < 0.1 \right\} \geq 1 - \frac{1}{4(1000)(0.1)^2} = \frac{39}{40}$$

したがって、1回の実験における試行回数を 1000 ($n=1000$) とするとき、この実験を 40 回くりかえした場合に、そのうちの 1 回は $|x/n - p|$ が 0.1 をこえるであろう (弱法則)。しかしこの弱法則は、1回の実験における試行回数が 1000 をこえるとき、1000 をこえるほとんどの実験において、 $|x/n - p|$ は 0.1 より小さいであろうということを意味してはいない。このことを保証するのが強法則である。すなわち、 $n > 1000$ を満たすすべての n に対して、 $|x/n - p|$ は 0.1 以下となることはほとんど確実であるということを強法則は述べている。したがって、実際的な観点からは、強法則が成立するような状況が望ましいことはいうまでもない。

7. 中心極限定理

次に統計学の重要な定理である中心極限定理についてみておこう。確率方程式における攪乱項が正規分布をするという仮定に、この中心極限定理が援用されるからである。

リヤプノフの定理として知られている、一番ゆるい条件のもとで述べられる中心極限定理は次の通りである (グネジエンコ [2] 312頁)。

互いに独立な確率変数の列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ が任意の定数 $\tau (> 0)$ に対して、リンドバーグの条件

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{B_n^2} \sum_{k=1}^n \int_{|x - \mu_k| > \tau B_n} (x - \mu_k)^2 dF_k(x) = 0$$

を満たすならば、 $n \rightarrow \infty$ のとき

$$P \left\{ \frac{1}{B_n} \sum_{k=1}^n (x_k - \mu_k) < x \right\} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

ここで

$$\mu_k = E(x_k)$$

$$B_n^2 = \sum_{k=1}^n V(X_k) = V\left(\sum_{k=1}^n X_k\right)$$

リンドバーグの条件は

$$\delta_n = \max\left\{\frac{V(X_1)}{B_n^2}, \dots, \frac{V(X_n)}{B_n^2}\right\}$$

とすると、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0$ を意味しているから、結局、中心極限定理が成立するためには

(i) X_1, X_2, \dots, X_n は互いに独立であること

(ii) $n \rightarrow \infty$ のとき $\max\left\{\frac{V(X_1)}{\sum V(X_k)}, \dots, \frac{V(X_n)}{\sum V(X_k)}\right\} \rightarrow 0$

という2つの仮定が成立していなければならない。

$$\frac{V(X_1)}{\sum V(X_k)} + \dots + \frac{V(X_n)}{\sum V(X_k)} = 1$$

であるから、もし(ii)が満たされず、たとえば $V(X_1)/V(\sum X_k) \approx 1$ のときには、すなわち X_1 は他のすべての要因 X_2, \dots, X_n よりきわめて大きいとすれば、その和 $S_n = \sum X_k$ の分布はほとんど X_1 の分布と同じになり、中心極限定理は成立しなくなる。

確率方程式

$$Y = f(z_1, \dots, z_m, u)$$

において、攪乱項 u は Y に影響を与える系統的要因 z_1, \dots, z_m 以外の無数の諸要因から成るものと想定されている。したがって、 u の中に一括して押しこめられている非系統的要因の数が非常に大きく、これらの諸要因が独立で、それらの和である攪乱項 u に少しの影響しかおよぼさないとすれば、中心極限定理が成立し、 u は正規分布にしたがうであろう。

いいかえれば、無知ゆえに攪乱項 u の中に重要な系統的要因 z_{m+1} をも含めてしまったとすれば、 z_{m+1} の分布に u の分布は決定的に左右されるであろうということ、そのときには u が正規分布を呈するかどうかはわからないということを述べている。

ところで、非系統的諸要因の数がきわめて大きく、それら個々の要因のその総和である u への影響は小さいということ、およびそれらの諸要因は独立であることをいかにして知るのか。實際上、中心極限定理が適用可能か否かについては、このように、大数の法則の場合と同様同じ困難に遭遇する。

非系統的要因として処理されたすべての諸要因が何であるかがわかっていないにもかかわらず、それらの影響力の大きさ、それらの独立性を云々することも奇妙な話である。なぜなら u の中に含まれている“十分大きく”かつ“相対的に影響の小さい”諸要因は、管理された実験においてそれぞれ互いに独立となるようにコントロールされた要因ではなく、われわれの想像能力のみがその存在と構造を仮定しうるにすぎないからである。

中心極限定理の加法性に関して疑問を投げかける人もいる(竹内〔12〕39頁, 72頁)。 u を観測誤差としよう。このとき、観測誤差 u が多くの小さい誤差 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ から合成され、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ が互いに独立で平均0、分散 σ_i^2 の分布に従うという想定は、一応もってもらいとしても、 u がそれらの和、すなわち

$$u = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots$$

という誤差の加法性の仮定は、あまり合理的なものとは思われないと竹内氏はいう。加法性の仮定がなぜ合理的でないのかよくわからないが、乗法性よりも、むしろ加法性を仮定する方が私には自然なように思える。

さて、中心極限定理の現実適用可能性の可否について前述したような困難があるとすれば、実際上われわれは何をなし得るであろうか。第1は、標本にもとづいて正規性の検定を行なうことである。検定によって正規性の仮定がくずれるならば、正規回帰模型にもとづく統計的検定は無意味となるであろう。第2は、正規性の仮定からの違背がどの程度推定量の効率を低下させるか、(t 検定の有意水準や検定力の大きさにいかなる影響を与えるか)を調べることである(頑健性の問題)。もし頑健でないならば、非正規性の仮定の下でも頑健な推定量を求めなければならない(そのような推定量をみついているものに竹内〔12〕がある)。

第1の正規性の検定に関しては、カイ自乗検定、コルモゴロフ・スミルノフ検定などの検定方法があるが、線形回帰モデルの誤差項 u の正規性の検定に関する方法は、あまり展開されていないように思われる。竹内〔13〕は、対称な対立仮説の下で、統計量の計算の容易さ、分布の有意点の求めやすさという点からジャリーの検定を推奨している。このように、正規性検定の統計理論が未発達であることをも反映して、計量経済学の線形回帰モデルにおいて、誤差項 u の正規性が検定された上で回帰係数に関する検定が行なわれるという手続きはとられていない。

第2の線形回帰モデルにおける頑健性に関しては佐和〔10〕があつており、そこでは次のように指摘されている。回帰係数の有意性検定の頑健性の程度は、誤差項 u の分布ばかりでなく、説明変数の分布あるいは値のとり方によって定められるが、1次トレンドをもつような説明変数が経済分析においては多いから、そのとき標本3次モーメントはゼロになり、誤差分布のゆがみの影響が t 検定に現われなくなり、 t 検定の頑健性は大体保証されると述べている。

このような頑健性の保証があるとはいえ、誤差項 u の正規性の仮定に関しては、計量経済学のほとんどの文献はきわめて安易に中心極限定理を援用しているのが現状である。 u の正規性の仮定がくずれても、回帰係数の推定に関しては、ゼロ平均、均一分散、説明変数との独立(あるいは無相関)が満たされるならば、最小2乗推定量は最良線形不偏性をもつ。しかし、検定に関しては、正規性の仮定は決定的に重要な仮定であり、安易に中心極限定理を持ち出して正規性を仮定すべきではないであろう。

8 経済変数と確率変数

ここで再び経済変数と確率変数に関して考えてみよう。経済関係式は厳密な関係式ではない。関数 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の中に、明示的に含まれている系統的要因 x_1, x_2, \dots, x_n 以外に、 $(x_1, x_2, \dots, x_n$ に観測誤差はないと仮定しても)、 y に影響を与える無数の要因が存在する。しかし、それらの諸要因の影響はいずれも小さいであろう。それらを一括して u と表わす。したがって、 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n, u)$ となる。安定的な関数 f が存在するかどうかを別とすれば、ここまでは異論がないであろう。問題は次の点である。

イ. u は確率変数である。

ロ. u は正規分布をする。

u が確率変数であると判断される根拠は何か。そもそも確率変数とは何か。「確率および確率変数は経済の資料に対して応用できるほど一般的ではない」といった異論は「安心して取除きうる」とホーベルモーは言う。ホーベルモーはいかにしてその「異論」に答えているか。彼は確率概念をどのように考えているかを〔3〕によってみてみよう。

ホーベルモーは、確率および確率変数を公理的な立場に立って定義している。「確率とは、完全加法的なマイナスではない集合関数」(55頁)であり、確率変数とは「確率化された集合 A の要素の一価の可測な関数と定義される実変数」(59頁)である。

公理的に形式的に定義された確率概念は、言うまでもなく経験的内容をもっていない(このことは第3章で取り上げる)。それゆえ、無限に存在しうる公理的に定義された確率を、現実と対応させなければ、その経験的内容は無に等しい。すなわち、公理系にしたがう任意の無数のモデルの中で、実際の観測事実を説明しうるモデルはどれかを検証しなければならない。そのときに、確率に経験的内容を与えるものは相対的頻度であろうか。それとも、もっと主観的なものであろうか。ホーベルモーはこの点に関してどちらともとれるような叙述をしている。

まず、確率という理論的概念の実際的対応物は生起の頻度である、という解釈は作為的であり、実用的でないという。むしろ、確率とはある事象の生起に関する先験的な信頼の測度ではないかと言う。

これまで「生起の頻度」が確率の実際的対応物であると考えられたのである。しかし多くの場合、この解釈はむしろ作為に傾くように思われるのが普通であった。たとえば、経済時系列について見れば、普通の意味における「実験」の繰り返しは許されないか、あるいはなしえないのである。したがって、ここでは、その代りに「確率」をある事象の生起に関する先験的な信頼の測度と解釈することができるかも知れない。そこでまた、確率分布という理論的な概念は、真であることの確率が極めて高いという叙述をうるための道具としても大いに役立つことになる。このような叙述を実際面において対応させてみると、それは「事象の実際に起こることがほとんど確からしい」ということである。……………確率および確率分布という厳格な概念は、われわれの合理的な意識のなかに「宿る」に過

ぎず、………実際的な叙述を導くための道具の用に供せられるに過ぎない ([3] 64~65頁。傍点筆者)。

この叙述によれば、「異論」は生起の頻度 (の多分、極限值) を確率の実際的対応物と考える立場であり、それは、確率を「先験的な信頼の測度」と考えることによって「安心して取除きうる」ということであろう。しかし確率が有効であるのは、そしてまさに「実用的」であるのは、大量現象あるいはほぼ同じ状況の下でのくりかえし試行 (人間が意識的に試行を行なおうと、それが「自然の手」によってなされよう) に対して適用され、そこに法則性を見出すことができる場合ではないであろうか。生起の頻度に対して確率の値を見積り、評価するという認識主体の主観的状态に依存して確率の値が定まるものであるならば、客観的内容は見失われるであろう。しかしながら、ホーベルモーは主観的な評価によってのみ確率を考えてはいないようである。確率論が成功を納めてきた現象の型は「確率的実験」の名の下に一括できるという。確率的実験とは何か。ホーベルモーは次のように述べているが、ここには、現象の生起の頻度に関する信頼性の測度が確率であるとい切った前述の見解とくらべてかなりの相違がみられる。「確率論が一番成功裡に用いられる現象の型」、すなわち、「確率的実験」とはと次のように言う。

まず第一に、確率的実験の概念が意味するところは、ほとんど「同じ条件」のもとにおける仮説的な、あるいは実際的な「繰り返えしの実験」といったものである。第二には、そのような繰り返えしが異った結果を与えることを意味する。また第三には、確率的実験から抽出される推理の本質はつぎのような型である。すなわち、ある結果が起る回数はどれだけであるかということである ([3] 66頁)。

そしてさらに、 u は系統的要因 x_1, \dots, x_n と並んでモデルの構造を叙述するものであり、現象に対するわれわれの無知の表明ではなく、「統計的目的」のための何かわざとらしい附けたりに留まるものではないとも述べている。この立場は現象の本質的なものとしての確率という観点である。ホーベルモーの叙述には首尾一貫性のない個所があるが、全体的にみれば、「信頼性の測度」としての確率は否定していると思われる。

さて、ホーベルモーの見解を解説することが目的ではなく、確率変数とみなすことができる経済変数とはいかなる変数かという点が問題であった。 y_k はさまざまな異なった値をとり得るという意味において変数であり、それらの異なった値を全く無秩序にとるわけではなく、確率によってそのとり得る可能性を示すことができるという意味において、 y_k は確率変数なのである。

いま、 y_k を第 k 家計における消費支出額としよう。このとき、 y_k はいろいろな値をとり得ることは明らかである。その意味で y_k は変数である。しかし、消費支出額 y_k は第 k 家計の所得の大きさ w_{1k} 、世帯人員の数 w_{2k} 、年齢構成 w_{3k} ……等々と全く独立に変動するわけではなく、むしろこれらの大きさに依存している。それゆえ

$$y_k = f(w_{1k}, w_{2k}, w_{3k}, \dots) \quad (1)$$

と表わすことができる。(1)式右辺にいかなる変数が組み込まれるか、すなわち y_k の変動を系統的に説明できる因子として何が組み込まれるか、そしてそれは経済主体のいかなる行動を反映しているかは、先験的には理論に依存している。

説明の便宜上

$$y_k = f_k(x_{1k}, x_{2k}) \quad (2)$$

という関係式を考えてみよう。もし(2)が厳密な法則として成立するのであれば、所得、世帯人員が第 k 家計と第 l 家計において全く同じであれば、

$$y_k = y_l \quad (3)$$

となるであろう。しかし、実際には、 k 家計と l 家計、あるいは一般に同一所得、同一世帯人員の家計間に(3)は成立せず、 y_k の値は散らばりをもつであろう。なぜなら、 y の値に影響を与える変量は x_1, x_2 ばかりでなく、 x_1, x_2 の値を同一水準に固定するという実験計画 (x_1, x_2 の値が同じ大きさの家計に母集団を層別化し、層別標本抽出を行なう) においてコントロールできなかった x_3, x_4, \dots 等々が y に影響を与えているために、 y の値は散らばりを示すであろう。個々の y の散らばりは、 x_1, x_2 が同じでも、それぞれ家計に固有な他の諸要因によって生じているのである。しかし、これらの個々の家計に現われるその家計特有の要因は、多数の家計の y を観測して平均するならば、それらの個々の要因は効力を失い、集計量という大量であるがゆえに現われるひとつの規則性があると考えることができる。それゆえ、 y を確率変数とみなすことができる ([7] 第2章第1節参照)。

もう少し数学的に (決して厳密ではないが) 議論を展開してみよう。確率変数とは標本空間の上で定義された実数値関数であると言われる。すなわち、標本空間を Ω とし、標本点を ω とすると、試行の結果 ω に応じてその実数値が定まる関数 $X(\omega)$ を確率変数という。

さて、この定義にしたがって、前述の y_k は確率変数とみなせるかどうかを考えてみよう。まず前述の家計の例において、標本空間 Ω とは何であり、標本点、すなわち試行結果 ω とは一体何を意味しているか。たとえば、観測時点において、所得20万円、世帯人員4人の家計グループに属する家計数が10万であるとするとき、この10万家計のうちの1家計のある観測時点における消費支出額が標本点 ω であり、10万家計の消費支出額からなる標本点の集合が標本空間 Ω を形成する。すなわち、

$$\Omega = \{y_1, y_2, \dots, y_{1000,000}\}$$

であると述べることは正しいであろうか。正しくないことは明らかであろう。この例において1回の試行とは、所得 x_1 、世帯人員 x_2 を固定したとき、その他の非系統的要因を第1家計にはある状態を与え、第2家計には別のある状態を与えるというように、「自然の手」によってひとつの実験がなされたというように考える。そして、この試行で可能性のすべての結果を含む集合を、標本空間 Ω とよぶわけであるから

$$\Omega = \{-\infty < y < \infty\} \quad (4)$$

となる。実際には、所得、世帯人員一定のもとで、無限に大きいあるいは無限に小さい負の消費支出額に対する決意がなされるわけではないが、しかしそうであるからといって

$$\Omega = \{c_1 < y < c_2\}$$

のように定義しても、 c_1 、 c_2 の値を決定することは困難であろう。それゆえ、標本空間 Ω は(4)のように定義しておくことにしよう。

さらに、いま述べたことから、統計的推測において重要な母集団という概念が明確になってくる。「自然の手」によってなされた1回の試行結果は、10万の家計の消費支出額 ($y_1, y_2, \dots, y_{100,000}$) ——そしてこれこそわれわれの観測しえた値である——をもたらした。このような試行を無限にくりかえすことは原理的には可能である。たとえば、第2回目の試行においては、 w_1, w_2 を1回目の試行と同じにして、第1家計には実際の観測値をもたらすときに作用した非系統的要因に別の状態を与え、第2家計にも同様に別の状態を与える等々の実験が「自然の手」によって行なわれると想定すると、そのとき実際に観測された観測値の組 ($y_1, y_2, \dots, y_{100,000}$) とは別の観測値の組が観測されるであろう。所得、世帯人員という系統的要因以外の、消費支出に影響を与える非系統的要因 (どこここでは仮定されている)、家族の年齢構成、資産保有高、将来所得に対する期待、現在までに蓄積されてきた消費習慣、世帯主の職業、天候、人間行動の偶然性等が異なる値をとったならば、第 k 家計は観測された y_k ではなく、別の支出決意によって y_k とは異なる値が実現するであろう。

このような「実験」が実際に「自然の手」によって行なわれるわけではないから、可能性としてそう考えるだけである。そしてこのような「試行」は無限に行なうことが可能であり、それに応じて異なる消費決意がなされると考えるならば、われわれは、標本の背後に、可能性のすべてからなる無限仮説母集団を想定していることになる。

しかしながら、度々強調してきたように、われわれは経済変数 y_k に影響を与える諸要因はきわめて多数で独立しており、その発生メカニズムを解明することが困難であるがゆえに、 y_k は偶然変動にさらされているとみなしたのではなく、目的は y_k の変動に影響を与える系統的要因は何かとすることを解明することであった。非系統的要因によって y_k は偶然量とみなされるけれども、それは無秩序を意味してはいない。

さて、 y_k は種々な値をとりうるということがいえても、それだけでは変数ということであって、確率変数とみなすことはできない。「偶然量を完全に示すためには、それがどのような値をとり得るかを知らなくてはなくて、それがどのような頻度ですなわちどのような確率でそれらの値をとるのかが知る必要がある。」(グネジエンコ [2] 146頁)。

結局、 y_k が確率変数であるといえるためには、頻度分布として表わされるような安定した規則性が見出されなければならない。このような頻度分布という形で安定性を保証されるような状況が経

済学においてあるであろうか。空間的な大量現象の世界ではなく、時間を通じて安定的な関係があり、それを知ることができるであろうか。大数の法則はこのような問いに答えようとするものであったが、時間を通じての、頻度分布として表わされるような安定的な規則性に関して私は懐疑的である。

通時的な無限仮説母集団の安定性を仮定することは観念的に自由であろうが、その安定性が事後的に検証された例を経済学はどれほど有しているであろうか。 (未完)

<参考文献>

- [1] Bohm, D.: *Causality and Chance in Modern Physics*, D. Van Nostrand Company, Inc., 1957 (村田良夫訳『現代物理学における因果性と偶然性』, 東京図書, 1969)
- [2] グネジエンコ:『確率論教程』I, II 鳥居一雄訳, 森北出版, 1971
- [3] Haavelmo, T.: *The Probability Approach in Econometrics*, Cowles Commission Paper, New Series, No. 4, John Wiley & Sons, 1944 (山田勇訳編,『計量経済学の確率的接近法』, 岩波書店, 1953)
- [4] 市井三郎: “解説 科学の哲学”(『科学の哲学』, 平凡社, 1968 に所収)
- [5] 北川敏男:『統計学の認識——基盤と方法——』, 白揚社, 1968
- [6] Leontief W.: *Essays in Economics*, Oxford University Press, Inc., 1966 (時子山和彦訳『経済学の世界』, 日本経済新聞社, 1974)
- [7] 蓑谷千鳳彦: “経済学における統計的認識(1)”, 『三田学会雑誌』68巻6号(1975年6月)
- [8] 小尾恵一郎:『計量経済学入門』, 日本評論社, 1972.
- [9] Popper, K.R.: *Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*, Clarendon Press, 1972 (森博訳『客観的知識——進化論的アプローチ——』, 木鐸社, 1974)
- [10] 佐和隆光:『計量経済学の基礎』, 東洋経済新報社, 1970.
- [11] Schultz, H.: *The Theory and Measurement of Demand*, The University of Chicago Press, 1938
- [12] 竹内啓:『数理統計学的方法的基礎』, 東洋経済新報社, 1973.
- [13] “ ”: “正規性の検定について”, 『経済学論集』第39巻第4号(1974年1月)
- [14] Todhunter, I.: *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Macmillan Company, 1865 (安藤洋美訳『確率論史——パスカルからラプラスの時代までの数学史の一断面——』, 現代数学社, 1975)
- [15] Whitehead, A.N.: *Adventures of Ideas*, Macmillan Company, 1932.

(経済学部助教授)