

Title	均衡体系の変化の法則
Sub Title	The laws of change of equilibrium prices under gross substitutability
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1976
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.69, No.2/3 (1976. 3) ,p.59(1)- 68(10)
JaLC DOI	10.14991/001.19760301-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19760301-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

均衡体系の変化の法則

福岡 正夫

1 均衡分析が含むいくつかの基本的プログラムのうち、われわれはすでに存在問題と安定問題ならびに最適問題に関する考察をなし終えた。⁽¹⁾ 残る行程の最後のゴールは、謂うところの変化の法則すなわち与件の変化に対する均衡価格体系の変化の態様の究明である。この課題への標準的なアプローチはしばしば比較静学 (Comparative Statics) と呼ばれているが、これはその手法が当初の与件の下での均衡状態と新与件の下でのそれとの比較から成っており、過渡的な移行の過程は問うところとしないからである。

この領域の研究に先鞭をつけたヒックスとサムエルソンによれば、価格体系の変化の法則は市場均衡の安定条件から導き出されるべきものであり、⁽²⁾ とりわけサムエルソンは安定理論が動学の分野に属するとの認識から、比較静学と安定条件との関係を静学と動学との対応原理 (Correspondence Principle) と名づけたのであった。⁽³⁾ しかし、その後の進展の光に照らしてみた場合、このサムエルソンの提唱はいささかの改訂を必要とする。元来ヒックスが変化の法則と安定条件との関連を説いたときに念頭においていたのは、あくまで彼の意味での完全安定の条件、換言すれば超過需要関数のヤコービ行列がいわゆるヒックス行列 (Hicksian) の性質をもつことであつた。この条件が比較静学分析に対してもっている意義は、局所分析に関するかぎり今日においても減じていないが、他方前稿においてみたように、⁽⁴⁾ 一般的にはそれは真の動学的安定条件にとって必要でもなければ十分でもなく、それらが一致するのは、粗代替性のようなある種の条件が超過需要関数に課せられる場合にすぎないのである。したがって今日の状況にあつては、われわれはむしろそうした超過需要関数の特定の性質が、一方において市場均衡の安定性を保証すると同時に、他方において変化の法則の演繹を可能にすると考えべきであつて、市場均衡の安定性が変化の法則を含意する应考虑すべきで

注(1) 福岡正夫「競争均衡の存在」、『経済学年報』第14巻、1970、同「市場均衡の安定性Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ」、『三田学会雑誌』、1973年2・3月号、1975年1・2月号、6月号、1976年1月号、同「パレート最適と競争均衡」、『三田学会雑誌』、1971年6月号。

(2) J. R. (Sir John) Hicks, *Value and Capital*, 1st ed., 1939, 2nd ed., 1946, p. 62, P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, 1947, p. 5, pp. 257-258.

(3) Samuelson, *op. cit.*, p. 5, p. 258.

(4) 福岡「市場均衡の安定性Ⅲ」, pp. 5-6.

はない。その意味において、以下本稿で展開される理論内容は、サムエルソンの対応原理に負うというより、むしろヒックスの業績あるいはその延長線上にあるモザックやメッツラーの業績に負うところが大きいのである。

尤もこのように、安定性の仮定が一般には変化の法則の十分条件たりえないからといって、それが比較静学分析にとって不必要であるというわけではない。なぜなら安定性が満たされなければ、諸変数は新均衡値には収束しえず、折角の比較静学の成果も意義を失うからである。したがってこの関連では、安定条件は比較静学にとって不可欠なのであって、それと上記の主張とは混同しないように注意すべきである。

ところで変化の法則の導出に進む前に、あらかじめ考慮しておかねばならないもう一つの問題がある。それは均衡の数の問題、あるいはもっと特定化していえばその一意性の問題である。⁽⁵⁾ 安定性を満たす均衡が存在するとしても、もしそれが一意的ではなく、たとえば拡がりをもった凸集合をなして、もとの均衡の集合と新しい均衡のそれがオーバーラップするようであれば、比較静学分析にさいしては著しい困難が伴うであろう。なぜならそのような場合には、与件の変化の結果、均衡価格が上ったのか下ったのかを断定することがかならずしも容易ではないからである。それゆえ大域的な比較分析が明確な解答を与えうするためには、均衡は何よりも一意的であることが望ましく、また局所分析に甘んずる場合でも、それはたかだか孤立的であることが望まれるのである。

われわれは本稿では大域的な比較分析と局所的なそのいずれをもとり扱うから、均衡価格は一意性であってほしいわけであるが、幸いなことに以下で変化の法則の源泉として仮定される粗代替性の支配の下にあっては、この要請の満たされることがすでに証明済みである。⁽⁶⁾ したがってわれわれは、安んじて与件→均衡価格への一意的な対応の世界に終始しうるのである。⁽⁷⁾ 実のところ一意性の十分条件としては、今日粗代替性のほかにも、負の優対角性、負の準定符号性などの条件が知られているが、これらの条件は比較静学分析に対しては粗代替性ほどの威力をもたず、とりわけ大域的な比較分析にあたってはその感が深いので、ここでは詳しく立入らないことにした。均衡の一意性問題そのものに興味をもたれる読者は、アロー＝ハーンの著書『一般競争分析』のなかに包括的な考察が見出されるので、それについて研究されることを希望したい。⁽⁸⁾

注(5) ここで均衡価格が一意的であるというのは、その半直線がただ1本ということである。規準化されれば、それはいうまでもなくただ1点となる。

(6) K. J. Arrow, H. D. Block and L. Hurwicz, "On the Stability of the Competitive Equilibrium, II, *Econometrica*, January 1959, pp. 89-90. 福岡「市場均衡の安定性II」, pp. 3-4.

(7) ただし以下第4節で弱い粗代替性の事例を扱う場合のみは、例外である。

(8) K. J. Arrow and F. Hahn, *General Competitive Analysis*, 1972, Chapter 9. この章でのハーンの重要な貢献は、彼がゲール性 (Gale Property) と呼ぶ単一の条件の下で、統一的一意性の証明を行なう道を切り拓いたこと (粗代替性、負の優対角性、負の準定符号性などはすべてゲール性の十分条件となる)、そしてこの性質とヒックス行列性との同値性を確立したことに求められよう。したがって彼の定理にもとづくならば、われわれはまた負の優対角性や負の準定符号性がヒックスアンの条件を満たすことを示すルートに拠つても、一意性を確立することができるのである。

なお均衡が有限個となるための条件については、さいきんのドゥブリューの研究なかんずく G. Debreu, "Economics with a Finite Set of Equilibria," *Econometrica*, May 1970 を参照せよ。

均衡体系の変化の法則

2 さて本稿で対象とする基本問題は、いま何らかの原因によりある特定の財の超過需要関数が上か下にシフトした場合、当該の財をはじめとする諸財の均衡価格にどのような影響が生ずるかを明らかにすることである。この課題の分析は、一貫して粗代替性の仮定の下で行われる。

一般に財 i ($i=1, 2, \dots, n$) の超過需要関数を $E_i(p_1, p_2, \dots, p_n)$ あるいは $E_i(p)$ で示すこと、ここで $p=(p_1, p_2, \dots, p_n)$ が規準化されない価格ベクトルをあらわすこと、は前稿のとおりである。また粗代替性の定義についても前に説明したところであるが、本稿の読者のために重ねて述べておくならば、つぎのようである。

粗代替性とは、財 $\{1, 2, \dots, n\}$ のなかの任意の i について $p_i < p'_i$ で、かつすべて (S) の $j \neq i$ について $p_j = p'_j$ であるとき、それらの j について $E_j(p) < E_j(p')$ が成立つことである。

われわれは当該の与件の変化を、一般性を失うことなく超過需要関数のパラメーター α の、 α^* から α^{**} への変化としてあらわし、与件の変化以前の財 i の超過需要関数を $E_i(p, \alpha^*)$ で、変化以後のそれを $E_i(p, \alpha^{**})$ であらわすことにする。問題を一そう特定化して、財 j の超過需要関数が上にシフトする事例を考えるとすれば、これは超過需要関数の定義域に含まれるすべての p に対して

$$(1) E_j(p, \alpha^*) < E_j(p, \alpha^{**})$$

が成立つこととしてあらわされよう。

この場合ただちに明らかなのは、ワルラスの法則から、財 j 以外の少くとも一種の財の超過需要は下方にシフトしなければならないということであり、以下においてわれわれはそれがもっぱら財 n について生ずると仮定する。すなわち財 j の超過需要の増大はもっぱら財 n の超過需要の減少をつうじて賄われ、 j, n 以外の財の超過需要はまったく影響を受けないと仮定するのである。(1)に準ずる記号でこの仮定を表記すれば

$$(2) E_n(p, \alpha^*) > E_n(p, \alpha^{**}), E_i(p, \alpha^*) = E_i(p, \alpha^{**}) \quad (i \neq j, n)$$

のごとくなるが、これはハーンのいわゆる二項変化 (binary change) の条件をあらわすものにほかならない。⁽⁹⁾

3 上記の仮定に立脚すれば、ただちにつぎの変化の法則が導かれる。

定理 1 粗代替性 (S) を満たす経済において、財 j の超過需要関数の上昇が財 n のその下の落をつうじて生じたとすれば、つぎの三命題がことごとく成立する。

注(9) Cf. Arrow and Hahn, *op. cit.*, p. 246.

- (i) 財 n の価格で測った財 j の価格はかならず上昇する。
- (ii) 同じく財 n の価格で測った他の財の価格もすべて上昇する。
- (iii) しかしそれら他財の価格の上昇率はいずれも財 j の価格の上昇率には及ばない。⁽¹⁰⁾

証明

与件が変化する前の均衡価格ベクトルを p^* , 変化後のそれを p^{**} とする。すべての $i=1, 2, \dots, n$ について $p_k^{**}/p_k^* = \max \{p_i^{**}/p_i^*\}$ すなわち $p_k^*/p_k^{**} = \min \{p_i^*/p_i^{**}\}$ となるような k の集合を K と書こう。

すると(i)から $E_j(p^*, \alpha^{**}) > E_j(p^*, \alpha^*)$ で、また粗代替性の仮定の下では $p^* > 0$ となるから $E_j(p^*, \alpha^*) = 0$, ゆえに $E_j(p^*, \alpha^{**}) > 0$ となって、 p^* は新与件 α^{**} の下では均衡価格たりえない。よって粗代替性の事例においてよく知られた命題が使えて、すべての $k \in K$ について

$$(3) E_k(p^*, \alpha^{**}) > 0$$

となるのでなくてはならない。⁽¹¹⁾

そこで以下においては K が j のみから成ることを主張したい。いま帰謬法の仮定として K が j 以外の元をもつとすれば、仮定(2)から、 $k \neq j, n$ なら、 $E_k(p^*, \alpha^{**}) = E_k(p^*, \alpha^*)$, $k = n$ なら、 $E_n(p^*, \alpha^{**}) < E_n(p^*, \alpha^*)$ となる。ところがふたたび粗代替性の仮定から $p^* > 0$ であるから、すべての k について

$$(4) E_k(p^*, \alpha^*) = E_n(p^*, \alpha^*) = 0$$

となり、したがっていずれにせよすべての $k \in K - \{j\}$ について $E_k(p^*, \alpha^{**}) \leq 0$ となって、(3)と矛盾する。よって $K - \{j\}$ は空集合となるほかはなく、 K は j のみから成るのでなくてはならない。

そこで上記の結論から $p_j^*/p_j^{**} < p_i^*/p_i^{**}$ for all $i \neq j$, したがって

$$(5) \frac{p_j^{**}}{p_j^*} > \frac{p_i^{**}}{p_i^*} \text{ for all } i \neq j$$

が成立したことになる。

つぎにすべての i について $p_k^{**}/p_k^* = \min \{p_i^{**}/p_i^*\}$ すなわち $p_k^*/p_k^{**} = \max \{p_i^*/p_i^{**}\}$ となるような k' の集合を K' とすれば、上とまったく同様の推論をつうじて K' は n のみから成ることがいえ、したがって

注(10) さきにも触れたように、この定理をはじめて与えたのはヒックスである。Hicks, *Value and Capital*, p. 75 および p. 317. ただし (ii) の数学的証明はモザックによつて、(iii) の数学的証明は置塩によつて与えられた。J. L. Mosak, *General Equilibrium Theory in International Trade*, 1944, pp. 45 ff. 置塩信雄「収斂条件と Working の問題」、『近代経済理論研究』第1巻, 第2号, 1950, pp. 2-3 参照。

また彼らの局所的な比較分析を大域的なそれにはじめて拡張した功績は森嶋に帰せられる。これについては M. Morishima, "On the Three Hicksian Laws of Comparative Statics," *Review of Economic Studies*, June 1960, (ditto, *Equilibrium, Stability and Growth*, 1964, pp. 3-11) を参照のこと。なお Arrow and Hahn, *op. cit.* には、さらに一般的な分析が見出される。

(11) Arrow, Block and Hurwicz, *op. cit.*, p. 89. 福岡, 前掲論文II, p. 3 参照。

$$(6) \quad \frac{p_n^{**}}{p_n^*} < \frac{p_i^{**}}{p_i^*} \text{ for all } i \neq n$$

となる。

定理の命題(i)(ii)(iii)は、上記の結論(5)(6)を適当に組み合わせることによって、容易に導くことができる。まず(5)を $i=n$ について用いれば $p_j^{**}/p_j^* > p_n^{**}/p_n^*$ が得られるから、

$$(7) \quad \frac{p_j^{**}}{p_n^{**}} > \frac{p_j^*}{p_n^*}$$

となって、命題(i)が成立する。

つぎに(6)を $i \neq j, n$ のすべての i に用いることによって、当然

$$(8) \quad \frac{p_i^{**}}{p_n^{**}} > \frac{p_i^*}{p_n^*} \text{ for all } i \neq j, n$$

となり、命題(ii)が成立する。

最後に(5)を $i \neq j, n$ のすべての i について考え、その両辺を p_n^{**}/p_n^* でわることによって

$$(9) \quad \frac{p_j^{**}/p_n^{**}}{p_j^*/p_n^*} > \frac{p_i^{**}/p_n^{**}}{p_i^*/p_n^*} \text{ for all } i \neq j, n$$

が得られ、命題(iii)が成立する。

4 いわゆる弱い意味での粗代替性しか満たされていない場合は、前節の結論はどこまで妥当するであろうか。ここで弱い意味での粗代替性というのは、前稿でも述べたごとく、粗代替性の定義(S)のなかの $E_j(p) < E_j(p')$ ($j \neq i$) の条件が $E_j(p) \leq E_j(p')$ ($j \neq i$) のように等号を含む場合をさしている。この場合にあっても、いわゆる分解不可能性が満たされる場合すなわち上記の不等式のうち少なくとも一つが厳密な不等号で成立する場合は、前節の結論が何らの変更なしに成立つことが主張できる。なぜならその場合は、均衡価格が正で一意的という性質が同様に維持されるし、また(3)の成立は、すべての $k \in K$ についてではなく少なくとも一つの $k \in K$ についてと改められねばならないが、そのように修正されても、なお帰謬法による推論には何らの困難も生じないからである。

こうして弱い粗代替性の場合も、システムが分解不可能であれば、比較静学の三法則は依然として成立する。

結局、弱い粗代替性の事例について新たな考察が必要となるのは、上記の分解不可能性のような特別の条件が付加されない一般的な場合である。そうした場合には超過需要関数の定義域したがって均衡価格がゼロの成分を含みうるばかりでなく、また均衡価格の一意性も失われるから、比較静学分析にとっては大きな困難が現われるかのようにみえる。事実この場合、強い粗代替性の場合ほど豊富な帰結を導きえないのはむしろ当然のことといわねばならないが、それにもかかわらずなおつぎの定理の成立をみるのは興味深い⁽¹²⁾。

注(12) Morishima, *op. cit.*, p. 197, Theorem 1, Arrow and Hahn, *op. cit.*, p. 249, Theorem 4.

定理 2 弱い粗代替性を満たす経済において、財 j の超過需要関数の上昇が財 n のその下落をつうじて生じたとすれば、財 n の価格で測った財 j の価格はかならず上昇する。

ただし財 n は自由財でないものとする。

証 明

変化の前後における均衡価格の集合をそれぞれ P^* , P^{**} とし、任意の $p^* \in P^*$, $p^{**} \in P^{**}$ を選んで考える。

まず $p_n^* > 0$ の仮定から、かならず $p_j^* > 0$ となることを証明しよう。⁽¹³⁾ 帰謬法により、 $p_j^* = 0$ であるとすれば、ワルラスの法則から

$$(10) \sum_{i \neq j, n} p_i^* E_i(p^*, \alpha^{**}) + p_j^* E_j(p^*, \alpha^{**}) + p_n^* E_n(p^*, \alpha^{**}) = 0$$

で、 $i \neq j, n$ については

$$(11) E_i(p^*, \alpha^{**}) = E_i(p^*, \alpha^*) \leq 0$$

であるから $\sum_{i \neq j, n} p_i^* E_i(p^*, \alpha^{**}) \leq 0$ 、ゆえに $p_n^* E_n(p^*, \alpha^{**}) \geq 0$ となり、 $p_n^* > 0$ であるところから

$$(12) E_n(p^*, \alpha^{**}) \geq 0$$

が成立つ。ところが仮定によって

$$(13) E_n(p^*, \alpha^{**}) < E_n(p^*, \alpha^*)$$

であり、またふたたび $p_n^* > 0$ であるところから $E_n(p^*, \alpha^*) = 0$ が成立つから、

$$(14) E_n(p^*, \alpha^{**}) < 0,$$

これは(12)と相反する。

さて以上のところから、財 j についても等式

$$(15) E_j(p^*, \alpha^*) = 0$$

の成立つことが明らかとなった。

ところで、弱い粗代替性の下においても、任意の不均衡価格 p および均衡価格 p^{**} について不等式 $p^{**} E(p, \alpha^{**}) > 0$ の成立つことが知られている。⁽¹⁴⁾ そして上に証明したように $E_j(p^*, \alpha^*) = 0$ であるから、前節定理 1 の場合と同様 $E_j(p^*, \alpha^{**}) > 0$ となって、 p^* は P^{**} には含まれえない。よって上の不等式が $p = p^*$ に対して使えることになり、

$$(16) p^{**} E(p^*, \alpha^{**}) = \sum_{i=1}^n p_i^{**} E_i(p^*, \alpha^{**}) > 0$$

となるのでなくてはならない。ところが(11)から

$$(17) \sum_{i \neq j, n} p_i^* E_i(p^*, \alpha^{**}) \leq 0$$

注(13) 森嶋は前掲論文において $p_n^* > 0$ のほかに $p_j^* > 0$ をも仮定しているが、以下にみるようにこれは不要である。

(14) K. J. Arrow and L. Hurwicz, "Competitive Stability under Weak Gross Substitutability: The 'Euclidean Distance' Approach", *International Economic Review*, January 1960, pp. 43 ff., Theorem 1, 福岡, 前掲論文 II, pp. 21 ff. 補助定理 13 参照。

となるから、結局これと(16)から

$$(18) \quad p_j^{**} E_j(p^*, \alpha^{**}) + p_n^{**} E_n(p^*, \alpha^{**}) > 0$$

が成立つことになる。

他方ワルラスの法則から(10)が成立つが、ここで $i \neq j, n$ については(11)が満たされ、しかも $E_i^*(p^*, \alpha^*) < 0$ のような i については $p_i^* = 0$ となっているから、

$$(19) \quad \sum_{i=j, n} p_i^* E_i(p^*, \alpha^{**}) = 0$$

となる。これを(10)に代入することによって

$$(20) \quad p_j^* E_j(p^*, \alpha^{**}) + p_n^* E_n(p^*, \alpha^{**}) = 0$$

が成立する。

そこで(18)に p_n^* をかけ、また(19)に p_n^{**} をかけて、前者から後者を差引けば、

$$(21) \quad (p_j^{**} p_n^* - p_j^* p_n^{**}) E_j(p^*, \alpha^{**}) > 0,$$

そして $E_j(p^*, \alpha^{**}) > E_j(p^*, \alpha^*) = 0$ であるから $E_j(p^*, \alpha^{**})$ でわって、 $p_j^{**} p_n^* - p_j^* p_n^{**} > 0$ を得る。

すなわち定理の主張どおり

$$(22) \quad \frac{p_j^{**}}{p_n^{**}} > \frac{p_j^*}{p_n^*}$$

が証明されたわけである。

5 大域分析から局所分析に転ずるとしても、結論それ自体に付加価値が加わるわけではなく、かえってその妥当性は狭まるわけであるから、蛇足であるが、ただ上で扱った事例の局所分析にはフロベニウスの定理の一つの応用例としての興味が伴い、また次稿で扱う定性経済分析への道を用意するといった利便さもある。そこで以下ではしばらく超過需要関数の微分可能性を想定し、 α の infinitesimal な変化がもたらす効果を、微分計算をつうじて考察してみよう。

それぞれの $i=1, 2, \dots, n-1$ について $p_i/p_n \equiv q_i$, $E_i(p_1, p_2, \dots, p_n, \alpha) \equiv E_i(q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, 1, \alpha) \equiv e_i(q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, \alpha)$, $\partial e_i(q_1^*, q_2^*, \dots, q_{n-1}^*, \alpha^*)/\partial q_k \equiv a_{ik}$, $\partial e_i(q_1^*, q_2^*, \dots, q_{n-1}^*, \alpha^*)/\partial \alpha \equiv a_{i\alpha}$ と定義し、前節までと同様

$$(23) \quad a_{j\alpha} > 0, a_{i\alpha} = 0 \quad (i \neq j, n)$$

と仮定した上で、 α の増大がそれぞれの q_i に及ぼす効果を計算すれば、

$$(24) \quad \sum_{k=1}^{n-1} a_{jk} \frac{dq_k}{d\alpha} = -a_{j\alpha}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} \frac{dq_k}{d\alpha} = 0 \quad (i \neq j, n)$$

のようである。ここで a_{ik} から成る $(n-1)$ 次のヤコービ行列を A , A の逆行列 A^{-1} を C , その第 i 行第 k 列の元素を C_{ik} であらわすとすれば、(24)を解いて

$$(25) \quad \frac{dq_j}{d\alpha} = -C_{jj}a_{ja}$$

$$(26) \quad \frac{dq_i}{d\alpha} = -C_{ij}a_{ja} \quad (i \neq j, n)$$

が得られ、第3節で導いたのと同様の比較静学の三法則がそれぞれつぎのような推論をつうじて再確認される。

(i) n 種の財がすべて互いに粗代替財であれば $A_{ik} \equiv \partial E_i(p^*)/\partial p_k > 0$ ($i \neq k, i, k=1, 2, \dots, n$)であるから、 $a_{ik} \equiv \partial e_i(q^*)/\partial q_k > 0$ ($i \neq k, i, k=1, 2, \dots, n-1$)でもあり、したがって行列 $\tilde{A} \equiv [A_{ik}]$ も $A \equiv [a_{ik}]$ も、それらの非対角元素がすべて正であるという意味においていわゆるメツラー行列 (Metzlerian) である。すると前稿で示したように A はかならずヒックス行列となるから、 $C_{jj} < 0$ であり、したがって $a_{ja} > 0$ を考慮すれば、(26)から $dq_j/d\alpha > 0$ となって、 q_j はかならず上昇する。

(ii) 行列 A の対角元素に十分大きな正数 s を加えて行列 $A+sI \equiv A^*$ をつくれば、粗代替性の仮定から A^* はすべて正の元素から成る行列となるから、フロベニウスの定理が使えて、絶対値において最大の正の実根 r がある。ところが A はヒックス行列であるから、 $-A$ すなわち $sI-A^*$ のすべての次数の主座小行列式は正となり、これは $s > r$ でなければならないことを意味している。よって $(sI-A^*)^{-1} > 0$ すなわち $(A^*-sI)^{-1} = A^{-1} < 0$ となり、すべての $i \neq j, n$ について $C_{ji} < 0$ となる。これは(26)から $i \neq j, n$ について $dq_i/d\alpha > 0$ が成立つこと、すなわちほかの財の価格 q_i もまたすべて上昇することを意味している。

(iii) すべての $i \neq j, n$ について $\frac{dq_j}{d\alpha}/q_j^* > \frac{dq_i}{d\alpha}/q_i^*$ となることをいえばよいわけであるが、粗代替性の仮定の下では $q^* > 0$ となるから、財の単位を適当に変更して $q_i^* = 1$ ($i=1, 2, \dots, n-1$) とすることができる。よって以下では $dq_j/d\alpha > dq_i/d\alpha$ ($i \neq j, n$) となることをいえばよく、これは(25), (26)から

$$(27) \quad |C_{jj}| > |C_{ij}| \text{ for all } i \neq j, n$$

となることと同値である。

そこで帰謬法を用いるとして、ある $k \neq j, n$ について

$$(28) \quad |C_{jj}| \leq |C_{kj}|$$

であったとしてみよう。すると $h=1, 2, \dots, n-1, h \neq k$ については

$$(29) \quad |C_{hj}| \leq |C_{kj}|$$

となるが、 $AA^{-1} = I$ であるところから

注(15) 福岡, 前掲論文IIIの定理2と4。

(16) G. Debreu and I. N. Herstein, "Nonnegative Square Matrices", *Econometrica*, October 1953, p. 602. また福岡, 前掲論文III, p. 7 参照。

(17) Debreu and Herstein, *op. cit.*, p. 602. さきにも述べたように、この主張をはじめて証明したのはモザックである。Mosak, *op. cit.*, pp. 49-51.

均衡体系の変化の法則

$$\sum_{k=1}^{n-1} a_{kh} C_{hj} = 0 \quad (k \neq j)$$

であるから、前記のごとく $a_{kk} < 0$, $a_{kh} > 0$ ($k \neq h$), $C_{hj} < 0$ であることを考慮すれば、

$$|a_{kk}| |C_{kj}| = \left| \sum_{h \neq k} a_{kh} C_{hj} \right|,$$

よって(29)を用いて

$$\left| \sum_{h \neq k} a_{kh} C_{hj} \right| \leq \sum_{h \neq k} |a_{kh}| |C_{hj}| \leq |C_{kj}| \sum_{h \neq k} |a_{kh}|$$

を得る。ゆえに上の結果とあわせて

$$(30) \quad |a_{kk}| \leq \sum_{h \neq k} |a_{kh}|$$

が成立つことになる。

ところが超過需要関数のゼロ次同次性と粗代替性から、均衡点では

$$(31) \quad \sum_{k=1}^{n-1} a_{kh} = -A_{kn} < 0$$

が成立ち、したがって $-a_{kk} > \sum_{h \neq k} a_{kh}$ となるところから

$$(32) \quad |a_{kk}| > \sum_{h \neq k} |a_{kh}|$$

が得られ、これは明らかに(30)に矛盾する。よって結局 $|C_{jj}| \leq |C_{kj}|$ となるような k は j 以外に存在しないことが知られる。

6 以上の局所分析の結論が、弱い粗代替性の場合にも体系が分解不可能なら、すべてそのまま成立すること、ただし分解可能な場合には、等号の含まれる形でしか成立しえないことは、もはや繰返すまでもないであろう。

つぎに粗代替性そのものが満たされない場合に、どれだけの帰結が導かれるかといえば、今日のところつぎのような展望と評価を与えうるにとどまるようである。

(a) まず粗代替性の事例にもっとも近いのは、いわゆる森嶋の事例、すなわち A が $\text{sgn } a_{ik} = \text{sgn } a_{ki}$ ($i \neq k$), $\text{sgn } a_{in} a_{nk} = \text{sgn } a_{ik}$ ($i \neq h \neq k \neq i$) の条件を満たす事例である。これは n 以外の財が 2 群に分たれ、そのそれぞれの群に属する財が同群の財に対しては粗代替財、他群の財に対しては粗補完財となる場合を意味している。森嶋は、粗代替財の事例に準じ、この事例についても (i) 超過需要の増大した財の価格はかならず上昇すること、(ii) (n を除く) 他の財の価格は、もしそれが (i) の財に対して粗代替財であれば上昇し、粗補完財であれば下落すること、(iii) 財 n に対して粗代替財となる財の超過需要が上昇した場合は、その財の粗代替財となる財の価格の上昇率は当該の財のそれには及ばないこと、また財 n に対して粗補完財となる財の超過需要が上昇した場合は、その財の粗代替財となる財の価格の上昇率は逆に当該の財のそれを凌駕すること、の三命題を証明した⁽¹⁸⁾。森嶋の事例はこのように、粗代替性の事例を除けば、結論の量においてもっとも生産的であるが、

注(18) M. Morishima, "On the Laws of Change of the Price-system in an Economy Which Contains Complementary Commodities", *Osaka Economic Papers*, May 1952.

惜しむらくは前稿に示したように一般的には安定性を主張することができない⁽¹⁹⁾。したがって上記の比較静学命題も、場合によっては与測的価値を欠くことを考慮にいれなければならないであろう。

(b) これに対して負の対角優位性や負の準定符号性の事例は、一意性ならびに安定性を保証する点ではメリットをもつが、反面これらがここで扱った比較静学の三命題のうち導き出しうるのは、⁽²⁰⁾Aのヒックス行列性にもとづく命題(i)のみである。これは貧弱にすぎる成果といわねばならないであろう。

こうして結局のところ、比較静学分析の現況において、一応の成果を収めているのは粗代替性の事例のみであり、これはかならずしも十分満足すべき事態ではないかもしれないが、少なくとも超過需要関数に関する何らかの仮説から有意な定理が導かれうることを示す最小限の証拠であるといえる。われわれはむしろこの事態から、つぎのような教訓を学んでおくべきであろう。

第一に、部分均衡分析による比較静学の帰結に過度の信頼をおくことは危険である。すなわち応用諸分野においては、往々にしてグラフィカルな安易な比較分析から重要な政策的帰結の導かれることが多いが、さまざまなフィードバックを考慮に入れた一般均衡の枠組のなかでみた場合、確乎たる結論を導くのがかならずしも容易でないことは上に示したとおりである。

つぎに第二に、家計や企業の最大化行動の仮説だけでは、比較静学分析の基盤としてははなはだ情報不足であるといわざるをえない。効用や利潤の最大化の仮定にもとづく代替項の定符号性からは、所得効果を見無視するとしても、たかだか変化の第一法則が演繹されるにすぎないのである。

冒頭にも触れたように、サムエルソンは対応原理の名の下に、主体の最大化行動の仮説に対して、さらに市場均衡の安定性の仮説をもつけ加え、それらが比較静学命題の有望な母胎となりうることを主張した。しかしこの提唱がかならずしもゆたかな稔りを約束しないことは、安定性が一般には粗代替性やヒックス行列性を意味しないところから明らかであろう。もちろん粗代替性を仮定すれば、安定性とヒックス行列性とは同値となるが、その場合はその場合で粗代替性からただちに変化の法則が演繹できるのであるから、安定条件を仮定することに十分条件としての格別の付加価値は見出されないのである。

(経済学部教授)

注(19) 福岡, 前掲論文Ⅲ, pp. 15-18.

(20) 尤もきわめて特殊な形の負の対角優位性を仮定する場合は、前節と類似の推論によって命題(Ⅲ)を導きうるということがムケルジーによって示されている。A. Mukherji, "On the Hicksian Laws of Comparative Statics and the Correspondence Principle", *Keio Economic Studies*, No. 1, 1975, p. 47. 参照。