Title	次善解の性質について
Sub Title	On the nature of second best solutions
Author	川又, 邦雄
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1974
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.67, No.1 (1974. 1) ,p.14- 25
JaLC DOI	10.14991/001.19740101-0014
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19740101-0014

次善解の性質について(1)

川　又　邦　雄

1　序

次善理論の古典的論文〔5〕において，リプシー＝ランカスターはつぎのような「一般定理」を主張している。すなわち「もし一般均衡体系にどれか1つのパレート条件の達成を妨げるような制約が課されたとすれば，他のパレート条件は，たとえ達成可能であったとしても一般には望ましいものではない」のであって，「最適状態は他のすべてのパレート条件から離反することによってのみ達成される」というのがそれである。たしかにこの主張は「一般には」という限定によって疑いもなく正しいが，しかしこのことは，いくつかの興味あるケースについて，次善解の性質に関し有意義な判断を下すことが不可能であることを決して意味するものではない。

1つの興味深い論点は，ディヴィス＝ウィンストン〔1〕によって提出された。すなわち，そこでは，目的関数と生産関数のそれぞれが分離可能なケースには付加的制約が加えられていない主体については，パレート条件と次善条件とが一致すること，そしてこのケースが経済主体による意志決定が独立になされる場合との関連において重要であることが主張されたのであった。彼等の論文は次善理論について多くの議論をよんだが，それについてはここでくわしく述べることはしない（くわしくは *Review of Economic Studies* Vol. 34 (July 1967) の関連論文，根岸〔7〕，マクファデン〔6〕などを参照されたい)。

さて，本稿でわれわれが提出しようとする論点は次のようなものである。すなわち，リプシー＝ランカスター〔5〕の一般的な枠組の中において，そして必ずしも諸関数の分離可能性を仮定しない場合においても，ある種の自然な先験的仮定をおくことによって，次善解の性質がかなりの程度まで明らかにされるという点である。その仮定とは，おおよそ次のようなものである。第1に，目的関数が擬凹関数（つまりその関数の値が一定ないしはそれより大である点の集合が凸）であって，さらに可能な生産技術の集合が凸であること（実際には後者についてはそれよりやや弱い条件）が想定され

注(1)　本稿の作成にあたって慶應義塾大学経済学部助教授大山道広ならびに長名寛明の両氏から多くの貴重なコメントと助言をいただいた。また松永記念科学振興財団からは研究費補助を与えられた。ここに記して感謝の意を表したい。

る。第2の仮定は，何組かの財の対についての消費および生産における代替・補完性に関するものである。これらの仮定をおくことによってわれわれは，リプシー＝ランカスター〔5〕の一般的枠組における次善解についていくつかの興味ある性質を明らかにすることができるのである。

定理1は，第1産業と第n産業 $(n\neq 1)$ の間のゆがみ（それは2つの産業における消費と生産における限界代替率の比で示される）が与えられたとき，第i産業 $(1\neq i\neq n)$ と第n産業の間に存在すべき最適なゆがみの大きさと，さきに与えられたゆがみとの大小についての知識を与えるものである。またもう1つの重要な主張である定理3は，それら2つのゆがみと1との大小が同方向であるための条件を明らかにしている。また，これらの定理の証明の副産物として，諸関数が分離可能な場合についてのディヴィス＝ウィンストン〔1〕の定理の1つの一般化がなされる。定理4および5は，リプシー＝ランカスター〔5〕のモデルをやや異なった仕方で再定式化した場合にも同様に次善解の性質が知られることを主張するものである。

なお，以上の帰結を導くために用いたわれわれの分析とリプシー＝ランカスター〔5〕の分析とのちがいを強調しておくことは，その結論の相異が生じた理由を理解するために不可欠である。リプシー＝ランカスターは，ラグランジュの方法により制約条件付きの最大値問題の最適条件を導いているが，それは2つのラグランジュ乗数を含む $n+2$ 個（ここでnは財の数）の変数についての関係式によって表現される。さて，その式によってラグランジュ乗数と他の変数の間には，明確な関係が定まっており，好むならばラグランジュ乗数を消去することは容易である。そして，そうすることに目的関数と生産関数の2階の偏導関数の間には，ある明確な関係が成立していることが明らかになる。しかるにリプシー＝ランカスター〔5〕は，彼等の一般定理を「証明」するさいに，この関係についてはいささかも考慮しておらず，ラグランジュ乗数は他の経済変数とあたかも独立であるかのごとき扱いをしている。この点は，彼等が〔5〕のⅨ節で行っている分析を検討してみるならいっそう明らかであろう。本稿におけるわれわれの分析は，まさにその関係式を検討することから始められる。かくしてわれわれの諸定理は，その関係式の論理的帰結として純粋な数学的演算を通じて導かれるのである。なお，われわれの帰結と次善理論についてのいくつかの他の主張との関連が最後の節で簡単に述べられている。

2　基本モデルと次善解の性質

財の数が有限個 $n\geqq 3$ であるような経済を考え，i財の消費量（＝生産量）を x_i $(i=1, \cdots, n)$ で示そう。そのとき，リプシー＝ランカスター〔5〕において定式化された次善問題の一般形は，目的関数

$$z=f(x_1, \cdots\cdots, x_n) \tag{2.1}$$

を制約条件

(2.2) $$g(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n)=0$$

および

(2.3) $$\frac{f_1}{f_n}=k_1\frac{g_1}{g_n}$$

のもとで最大にするというものである。ただしここで k_1 は1と異なる定数であって，f_i および g_i $(i=1,\ \cdots\cdots,\ n)$ は f および g をそれぞれその第 i 要素で偏微分したものであるとする。

この問題の1つの典型的解釈は，f を消費者の効用関数ないしは社会的厚生関数とみなし，g を企業の生産関数ないしは社会の転形関数と考えることである。以下では，とくにことわりのない限り，f および g をそのように解釈することにする。ただし，これは単に説明の便宜のためであって，たとえば f をある消費者の効用関数，(2.2) 式を他の消費者の効用を一定に保つという条件と解釈することも可能である。f および g を最初で述べたように解釈するとき，制約式 (2.3) は，第1財の第 n 財の間の消費における限界代替率が生産における限界代替率の k_1 倍であることを要請するものである。この条件は，もちろん次善解で評価された関数の値について課されたもので，すべての $x=(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n)$ について課されているわけではない。しかし，それが先験的に与えられるコンスタントであるとすることは強い条件であるにはちがいない。

さて，われわれは，f および g が連続な2次の偏導関数 f_{ij} および g_{ij} $(i,\ j=1,\ \cdots\cdots,n)$ をもち，1次の偏導関数は条件

(2.4) $$f_i\geqq 0,\ g_i\geqq 0 \qquad (i=1,\ \cdots\cdots,\ n-1)$$
$$f_n>0,\ g_n>0$$

を満足するものとする。

また f および $-g$ が擬凹関数であり，f は (2.3)，(2.4) の制約の下でその定義域の内点において唯一の最大値をもつものと想定する。

さて各 r $(r=2,\ \cdots\cdots,\ n-1)$ について

(2.5f) $$\mathrm{F}(r)=\begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_r & f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{1r} & f_{1n} \\ f_r & f_{r1} & f_{rr} & f_{rn} \\ f_n & f_{n1} & f_{nr} & f_{nn} \end{vmatrix}$$

(2.5g) $$\mathrm{G}(r)=\begin{vmatrix} 0 & g_1 & g_r & g_n \\ g_1 & g_{11} & g_{1r} & g_{1n} \\ g_r & g_{r1} & g_{rr} & g_{rn} \\ g_n & g_{n1} & g_{nr} & g_{nn} \end{vmatrix}$$

と定義しよう。以下誤解のおそれのない場合には，これらをそれぞれFおよびGと略記することがある。また $\mathrm{F}(r)$ における f_{ij} $(i,\ j=1,\ r,\ n)$ の余因子を $\mathrm{F}_{ij}(r)$, $\mathrm{G}(r)$ における g_{ij} $(i,\ j=1,\ r,\ n)$ の余因子を $\mathrm{G}_{ij}(r)$ であらわすことにしよう。これらの記号を用いてわれわれは

(2.6f) $$\mathrm{F}_{ii}(r)>0 \qquad (i=1,\ r,\ n)$$
$$\mathrm{F}(r)<0$$

(2.6g) $$\mathrm{G}_{ii}(r)<0 \qquad (i=1,\ r,\ n)$$
$$\mathrm{G}(r)<0$$

であると仮定しよう。これらの仮定はあきらかにFおよびGの擬凹性と整合的なものである。

ここでわれわれは財の代替・補完性に関して次のように定義しよう。

定義　第 i 財と第 j 財 $(i,\ j=1,\ r,\ n,\ i\neq j)$ とは $\mathrm{F}_{ij}(r)<0$, $\mathrm{F}_{ij}(r)=0$, $\mathrm{F}_{ij}(r)>0$ にしたがって（第1財，第 r 財，第 n 財に相対的に），消費において代替的，独立，および補完的であるという。また第 i 財と第 j 財 $(i,\ j=1,\ r,\ n,\ i\neq j)$ とは $\mathrm{G}_{ij}(r)>0$, $\mathrm{G}_{ij}(r)=0$, $\mathrm{G}_{ij}(r)<0$ にしたがって（第1財，第 r 財，第 n 財に相対的に），生産において代替的，独立，および補完的であるという。

上の関連財の定義は，消費の場合については，消費者が一定の所得を第1財，第 r 財および第 n 財の3つのどれかに費やすものとし，それ以外の財への支出を $\mathrm{F}(r)$ が評価されている値に一定に保つ場合のスルツキー方程式の代替項 $\mu\mathrm{F}_{ij}/\mathrm{F}$ $(\mu>0)$ の符号によって規定されている。生産の場合についても同様である。

われわれの定義は財の数が3の場合には，ヒックスの関連財の定義と一致することは明らかである。しかし，財の数が4以上の場合には，2つの定義が一致するという保証は一般にはない。

つぎに第 i 財の第 n 財に対する従価ゆがみ係数を $g_i\neq 0$ となるような i $(i\neq n)$ について

(2.7) $$\frac{f_i}{f_n}=k_i\frac{g_i}{g_n}$$

によって定義しよう。この係数は，i 財の n 財の財に対する消費における限界代替率と生産における代替率との比をあらわしている。

さて，われわれの次善問題の定式化においては k_1 は所与である。しかし $i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1$ については（定義されている場合には）k_i は x_i $(i=1,\ \cdots\cdots,\ n)$ の関数であり，その次善解で評価された値は未知である。以下に述べる諸定理は，その大きさについてなんらかの重要な情報を与えるものである。

定理1　第1財の第 n 財に対する従価ゆがみ係数が $k_1>1$ (resp. $k_1<1$) に与えられているとき，次善解に対応する第 i 財の第 n 財に対する従価ゆがみ係数 k_i は，もし $g_i>0$ であり（第1財，第

i 財，第 n 財と相対的に）第 i 財が他の財と消費において代替的か独立で，生産において独立か補完的であるなら，$k_i<k_1$ (resp. $k_i>k_1$) となる。(2)

この定理の証明は次節で与えられる。また，その証明の過程において次の定理が確立される。

定理 2　第１財の第 n 財に対する従価ゆがみ係数 k_1 が（1と異なる一定の値に）与えられたとき，次善解において $k_2=k_3=\cdots\cdots=k_{n-1}$ となる（したがって，$j=2, \cdots\cdots, n-1$ の中のどの２つの財についてもその間の消費における限界代替率と生産における限界代替率が等しい）ための十分条件は，f_i と g_i がプラスで，（第１財，第 i 財，第 n 財と相対的に）第 i 財が他の財と消費においても生産においても独立であることである。

もし効用関数と転形関数が，すべての i, j $(i\neq j)$ について $f_{ij}=0$, $g_{ij}=0$ という意味で分離可能なら，上の定理の仮定は明らかに満たされている。したがって，

系　次善解において $k_2=k_3=\cdots\cdots=k_{n-1}$ となるための十分条件は，f_i, g_i がすべてプラスであって，効用関数および転形関数が分離可能であることである。

次節で確立されるもう１つの基本定理は次のものである。

定理 3　第１財の第 n 財に対する従価ゆがみ係数 k_1 が与えられたとき，次善解における第 i 財の第 n 財に対応するゆがみ係数 k_i が $k_1>1$ ならば $k_i\geqq 1$ となり $k_1<1$ ならば $k_i\leqq 1$ となるための十分条件は，第１財と第 i 財が（第１財，第 i 財，第 n 財と）相対的に消費および生産において代替的ないしは独立であることである。

3　定 理 の 証 明

(2.2) と (2.3) の制約の下に (2.1) を最大にするというわれわれの問題は，ラグランジュ形式

(3.1)
$$f-\alpha g-\beta\left(\frac{f_1}{f_n}-k_1\frac{g_1}{g_n}\right)$$

の最大にするという問題に帰着される。ただし上の表現で α, β はラグランジュ乗数である。

(3.1) が最大であるための条件は，上の制約に加えて

注(2)　$k_i<k_1$ という条件は $f_i/g_i<f_1/g_1$ とあらわすこともできる。

(3.2)
$$f_r-\alpha g_r-\beta(\mathscr{F}_r-k_1\mathscr{G}_r)=0 \qquad (r=1, \cdots\cdots, n)$$

が成立することである。ただしここで

(3.3)
$$\mathscr{F}_r=\frac{f_nf_{1r}-f_1f_{nr}}{f_n^2} \qquad (r=1, \cdots\cdots, n)$$

(3.4)
$$\mathscr{G}_r=\frac{g_ng_{1r}-g_1g_{nr}}{g_n^2} \qquad (r=1, \cdots\cdots, n)$$

であるものとする。

(3.2) を $r=1, i, n$ について書くと

(3.5)
$$\begin{bmatrix} f_1 & g_1 & \mathscr{F}_1-k_1\mathscr{G}_1 \\ f_i & g_i & \mathscr{F}_i-k_1\mathscr{G}_i \\ f_n & g_n & \mathscr{F}_n-k_1\mathscr{G}_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha \\ -\beta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (i=2, \cdots\cdots, n-1)$$

となる。ここで左辺のベクトルはゼロでないから左辺の３行３列の行列の行列式はゼロである。したがって

(3.6)
$$\begin{vmatrix} f_1 & g_1 & \mathscr{F}_1 \\ f_i & g_i & \mathscr{F}_i \\ f_n & g_n & \mathscr{F}_n \end{vmatrix}=k_1\begin{vmatrix} f_1 & g_1 & \mathscr{G}_1 \\ f_i & g_i & \mathscr{G}_i \\ f_n & g_n & \mathscr{G}_n \end{vmatrix} \qquad (i=2, \cdots\cdots, n-1)$$

をうる。

ここで $g_i\neq 0$ となるような添字 $i\,(2\leqq i\leqq n-1)$ の集合を I と記すことにしよう。第２節において，$i=1$ とすべての $i\in \mathrm{I}$ について従価ゆがみ係数 k_i は

(3.7)
$$\frac{f_i}{f_n}=k_i\frac{g_i}{g_n}$$

によって定義されている。ただし k_1 は所与の定数であるが，次善解で評価された k_i $(i\in \mathrm{I})$ の値はわれわれにとって未知である。

さて (3.7) を考慮すると (3.6) は容易に

(3.8)
$$g_n^2\begin{vmatrix} f_1 & k_if_1 & \mathscr{F}_1 \\ f_i & k_1f_i & \mathscr{F}_i \\ f_n & k_1k_if_n & \mathscr{F}_n \end{vmatrix}=k_1^2k_if_n^2\begin{vmatrix} k_1g_1 & g_1 & \mathscr{G}_1 \\ k_ig_i & g_i & \mathscr{G}_i \\ g_n & g_n & \mathscr{G}_n \end{vmatrix} \qquad (i\in \mathrm{I})$$

とあらわされる。ここですべての $i\in \mathrm{I}$ について

(3.9f)
$$f_n^2(f_i\mathscr{F}_i-f_i\mathscr{F}_1)=-\mathrm{F}_{in}$$
$$f_n^2(f_1\mathscr{F}_n-f_n\mathscr{F}_1)=\mathrm{F}_{ii}$$
$$f_n^2(f_i\mathscr{F}_n-f_n\mathscr{F}_i)=-\mathrm{F}_{1i}$$

(3.9g)
$$g_n^2(g_1\mathscr{G}_i-g_i\mathscr{G}_1)=-\mathrm{G}_{in}$$
$$g_n^2(g_1\mathscr{G}_n-g_n\mathscr{G}_1)=\mathrm{G}_{ii}$$

$$g_n^2(g_i\mathscr{G}_n-g_n\mathscr{G}_i)=-\mathrm{G}_{1i}$$

が成立することに注意しよう。ただし，ここで右辺の関数は (2.5) 式で定義されたＦあるいはＧの余因子である。

(3.9f) の第１の関係は

$$f_n^2(f_1\mathscr{F}_i-f_i\mathscr{F}_1)$$
$$=f_1(f_nf_{1i}-f_1f_{ni})-f_i(f_nf_{11}-f_1f_{n1})$$
$$=\begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_i \\ f_1 & f_{11} & f_{1i} \\ f_n & f_{n1} & f_{ni} \end{vmatrix}$$
$$=-\mathrm{F}_{in} \tag{3.10}$$

として示される。他の関係の証明もほぼ同様である。

さて (3.9) の関係に注意しながら，(3.8) の左辺と右辺をそれぞれ第２列および第１列で展開すれば

$$g_n^4(k_if_1\mathrm{F}_{1i}+k_1f_i\mathrm{F}_{ii}+k_1k_if_n\mathrm{F}_{in})$$
$$=-k_1^2k_if_n^4(k_1g_i\mathrm{G}_{1i}+k_ig_i\mathrm{G}_{ii}+g_n\mathrm{G}_{in}) \qquad (i\in \mathrm{I}) \tag{3.11}$$

がえられる。

さて，一般に，行列のある行のおのおのの要素に他の行の同じ列の余因子を乗けて加え合わせた結果はゼロであるから，(2.5) 式の行列式にそれを適用すれば，

$$f_1\mathrm{F}_{i1}+f_i\mathrm{F}_{ii}+f_n\mathrm{F}_{in}=0 \tag{3.12f}$$

および

$$g_1\mathrm{G}_{i1}+g_i\mathrm{G}_{ii}+g_n\mathrm{G}_{in}=0 \tag{3.12g}$$

をうる。したがって (3.11) より

$$g_n^4[(k_1-1)k_if_n\mathrm{F}_{in}+(k_1-k_i)f_i\mathrm{F}_{ii}]$$
$$=-k_1^2k_if_n^4[(k_i-1)g_i\mathrm{G}_{ii}+(k_1-1)g_1\mathrm{G}_{i1}] \qquad (i\in \mathrm{I}) \tag{3.13}$$

となり，さらに (3.7) を用いれば，

$$g_n^4[(k_1-1)k_if_n\mathrm{F}_{in}+(k_1-k_i)f_i\mathrm{F}_{ii}]$$
$$=-k_1^2f_n^3[(k_i-1)f_ig_n\mathrm{G}_{ii}+(k_1-1)k_if_ng_1\mathrm{G}_{i1}] \qquad (i\in \mathrm{I}) \tag{3.13$'$}$$

をうる。

(3.13) および (3.13)′ が，前節の諸定理を示すための基本的関係である。いうまでもなく，これらは未知の関数についての関係であって，k_i の値をこれらの式によって確定することはできない。しかし，われわれはそれらの関数のいくつかの符号に関して先験的な情報をもっている。それによって，われわれの定理に述べたように次善解の性質が明らかにされるのである。

まず $k_1>1$ の場合を考えよう。そのときもし $k_1\leqq k_i$ であるなら，定理１の仮定の下では左辺は非正，右辺は正となってしまう。したがって $k_1>k_i$ でなければならない。同様に $k_1<1$ の場合には $k_i>k_1$ となる。これで定理１が示された。

また定理２の仮定が満たされている場合には，(3.13)′ より

$$k_i=\frac{-k_1(g_n^3\mathrm{F}_{ii}-k_1f_n^3\mathrm{G}_{ii})}{k_1^2f_n^3\mathrm{G}_{ii}-g_n^3\mathrm{F}_{ii}} \tag{3.14}$$

をうる。ここで F_{ii} および G_{ii} はその定義から i に無関係な値であるから，定理２が証明されたことになる。

定理３の証明のために，(3.12) を用いて (3.11) を

$$g_n^4[k_i(1-k_1)f_1\mathrm{F}_{1i}+k_1(1-k_i)f_i\mathrm{F}_{ii}]$$
$$=-k_1^2k_if_n^4[(k_i-1)g_i\mathrm{G}_{ii}+(k_1-1)g_1\mathrm{G}_{i1}] \qquad (i\in \mathrm{I}) \tag{3.13$''$}$$

と書きあらわしてみよう。したがって，もし (2.6) が満たされており，$\mathrm{F}_{1i}\leqq 0$ かつ $\mathrm{G}_{i1}\geqq 0$ なら，定理１の証明と同様にして，$k_1>1$ なら $k_i\geqq 1$ が，そして $k_1<1$ なら $k_i\leqq 1$ が導かれるのである。

4　従量的ゆがみによる定式化

パレート最適性が満たされないということをリプシー＝ランカスター〔5〕は制約条件 (2.3) において $k_1\neq 1$ であるとして定式化した。しかし，ある２財の消費および生産における限界代替率の比が一定であるとする代りに，その差がゼロと異なる一定の値であると想定することも可能である。じっさい消費において従量税が課せられた場合には，そのような制約が加わるものと理解される。

以上のことに注意して，われわれは目的関数

$$z=f(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n) \tag{4.1}$$

を

$$g(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n)=0 \tag{4.2}$$

と

$$\frac{f_1}{f_n}-\frac{g_1}{g_n}=s_1 \tag{4.3}$$

の制約の下に最大にするという問題を考えることにしよう。ここで s_1 はゼロでない定数である。

われわれの関心は，次善解で評価した第 i 財の第 n 財に対する従量ゆがみ係数

$$s_i=\frac{f_i}{f_n}-\frac{g_i}{g_n} \qquad (i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1) \tag{4.4}$$

の値を求めることである。

$\alpha,\ \beta$ をラグランジュ乗数としてラグランジュ形式

(4.5) $$f-\alpha g-\beta\left(\frac{f_1}{f_n}-\frac{g_1}{g_n}-s_1\right)$$

をつくれば，われわれの問題の最適解（次善改）は

(4.6) $$f_r-\alpha g_r-\beta(\mathscr{F}_r-\mathscr{G}_r)=0 \qquad (r=1,\ \cdots\cdots,\ n)$$

を満たさねばならない。ただしここで $\mathscr{F}_r$ および $\mathscr{G}_r$ は，それぞれ (3.3) および (3.4) で定義されているものとする。

(4.6) を $r=1$, i および n について書き，(3.6) を導いたと同じ議論によって

(4.7) $$\begin{vmatrix} f_1 & g_1 & \mathscr{F}_1 \\ f_i & g_i & \mathscr{F}_i \\ f_n & g_n & \mathscr{F}_n \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} f_1 & g_1 & \mathscr{G}_1 \\ f_i & g_i & \mathscr{G}_i \\ f_n & g_n & \mathscr{G}_n \end{vmatrix} \qquad (i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1)$$

を導くことができる。したがって

(4.8) $$-g_n\begin{vmatrix} f_1 & s_1 & \mathscr{F}_1 \\ f_i & s_i & \mathscr{F}_i \\ f_n & 0 & \mathscr{F}_n \end{vmatrix}=f_n\begin{vmatrix} s_1 & g_1 & \mathscr{G}_1 \\ s_i & g_i & \mathscr{G}_i \\ 0 & g_n & \mathscr{G}_n \end{vmatrix} \qquad (i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1)$$

である。ここで (3.9) を用いれば，

(4.9) $$g_n(s_1\mathrm{F}_{1i}+s_i\mathrm{F}_{ii})=f_n(s_1\mathrm{G}_{1i}+s_i\mathrm{G}_{ii})$$

したがって

(4.10) $$\frac{s_i}{s_1}=-\frac{g_n\mathrm{F}_{1i}-f_n\mathrm{G}_{1i}}{g_n\mathrm{F}_{ii}-f_n\mathrm{G}_{ii}}$$

となる。かくしてわれわれは次の定理を主張することができる。

定理 4　第 1 財の第 n 財に対する従量ゆがみ係数 $s_1 \neq 0$ が与えられたときの次善解に対応する第 i 財の第 n 財に対応するゆがみ係数 s_i ($i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1$) は，もし第 1 財と第 i 財が（第 1 財，第 i 財，第 n 財と相対的に）消費において代替的で生産において補完的であるなら，s_1 と同符号である。

つぎに (4.10) より

(4.11) $$\frac{s_i}{s_1}-1=-\frac{g_n(\mathrm{F}_{1i}+\mathrm{F}_{ii})-f_n(\mathrm{G}_{1i}+\mathrm{G}_{ii})}{g_n\mathrm{F}_{ii}-f_n\mathrm{G}_{ii}}$$

であるから，もし $\mathrm{F}_{ii}>\mathrm{F}_{1i}$ かつ $\mathrm{G}_{ii}<\mathrm{G}_{1i}$ なら $|s_i|<|s_1|$ となることは (2.6) よりあきらかである。

さて（第 1 財，第 i 財，第 n 財と相対的に）i 財の価格の変化が j 財の消費量に与える代替効果は $\mu\mathrm{F}_{ij}/\mathrm{F}=\mu\mathrm{F}_{ji}/\mathrm{F}$（$\mu$ は i, j とは独立な正の数）とあらわされるから，$\mathrm{F}_{ii}<\mathrm{F}_{1i}$ という条件は，第 i 財の価格の変化がその財に及ぼす代替効果の方が第 1 財に及ぼす代替効果より大であることを意味す

る。同様に，$\mathrm{G}_{ii}<\mathrm{G}_{1i}$ という条件は，第 i 財の価格の変化がその財の生産に及ぼす効果の方が第 1 財に及ぼす効果よりも大きいことを意味するものである。以上の条件が満たされているとき，われわれは簡単化のために，第 i 財の価格がその財に及ぼす効果の方が第 1 財に及ぼす効果よりも大であるということにしよう。以上によって次の結果がえられたことになる。

定理 5　第 1 財の第 n 財に対する従量ゆがみ係数 $s_1 \neq 0$ が与えられたときの次善解に対応する第 i 財の第 n 財に対応するゆがみ係数 s_i ($i=2,\ \cdots\cdots,\ n-1$) は，もし第 i 財の価格の変化が消費および生産の両面において（第 1 財，第 i 財，第 n 財と相対的に），その財に及ぼす効果の方が第 1 財に及ぼす効果より大であるならば，その絶対値において s_1 より小さい。

5　結びとノート

第 2 節および第 4 節で述べたモデルによって多くの興味ある経済問題が定式化されることは，たとえばリプシー＝ランカスター〔5〕の例をみることによって明らかになろう。そこで例示された租税の問題，国有産業の問題，そして関税同盟の問題は，まさに典型的な次善問題である。しかし本稿で確立された諸定理によれば，彼等の主張はいくつかの重要な変更をうけねばならないのである。以下では，一部の産業が独占化されている経済における国有産業のケース（リプシー＝ランカスター〔5〕の第Ⅵ節参照）を例にとって，その次善解についての性質を検討してみよう。

まず第 1 産業は独立化されており，その価格と限界費用の比が $k_1>1$ に保たれるものとしよう。また第 n 産業は競争的であって，そこでは価格と限界費用は等しく定まるものとする。すると

(5.1) $$\frac{p_1}{\mathrm{MC}_1}=k_1\frac{p_n}{\mathrm{MC}_n} \qquad k_1>1$$

である。((5.1) が満たされるのは必ずしも上で想定したケースだけではない。以下で重要なのはこの式が成立するということである)。さらに消費者の選好順序が (2.1) によって，また転形曲線の方程式が (2.2) で与えられるものと想定しよう。このとき，他の産業における最適な価格と限界費用の比はどのような値であろうか。

われわれは消費者は価格を所与として効用の最大化を行い，生産要素市場は競争的で各産業において（一定の産出量を達成するための）費用は最小になっているとしよう。すると

(5.2) $$\frac{p_i}{p_n}=\frac{f_i}{f_n} \qquad (i=1,\ \cdots\cdots,\ n-1)$$

および

(5.3) $$\frac{\mathrm{MC}_i}{\mathrm{MC}_n}=\frac{g_i}{g_n} \qquad (i=1,\ \cdots\cdots,\ n-1)$$

が成立することはよく知られている。

さて，次善解における第 i 産業 ($i=1, \cdots\cdots, n$) の価格と限界費用の比を第 n 産業の同様な比（これは1と想定してもよい）で除した値を k_i としよう。定義より（第 n 産業における上の比が必ずしも1でない一般の場合にも）

(5.4) $$\frac{p_i}{\mathrm{MC}_i}=k_i\frac{p_n}{\mathrm{MC}_n} \qquad (i=2, \cdots\cdots, n-1)$$

である。

ここで (5.2)，(5.3) を用いれば，(5.1)，(5.4) より

(5.5) $$\frac{f_i}{f_n}=k_i\frac{g_i}{g_n} \qquad (i=1, \cdots\cdots, n-1)$$

という関係が導かれ，したがってわれわれの当面の問題が，第2節の標準的な次善問題と同じ数学的構造をもつことは明らかである。かくして定理1を用いれば，もし $p_1/\mathrm{MC}_1>1$ に与えられ，第 i 財が他の財と消費において相対的に代替的または独立で，生産において補完的または独立なら，$p_i/\mathrm{MC}_i<p_1/\mathrm{MC}_1$ ($i=2, \cdots\cdots, n-1$) でなければならないことが主張されるわけである。またとくに第 i 財が第1財と生産において補完的ないしは独立の場合には，$p_i/\mathrm{MC}_i\geq p_n/\mathrm{MC}_n$ ともなることが定理3によって知られるのである。

この結果は明らかにリプシー＝ランカスター〔5〕のⅥ節における分析の一般化であり，そこにおけるように線型の転形関数についてだけでなく，かなり一般的な場合について先験的に次善解の性質が知られる点に注意しなければならない。

また上の結果とグリーン〔3〕の類似の結果との関連は，次のようである。一方において彼の分析は独占度が一定である産業の数が必ずしも1つでない場合を想定している点で，われわれの分析より一般的である。しかし他方，彼の分析は社会の転形関数が線型であるという極端な場合にのみ適用可能であって，この点に関しては，われわれの仮定の方がはるかに一般的であるといえよう。

なお本稿で扱わなかった次善理論の重要な問題の1つは，制約条件 (2.3)（および (4.3)）にあらわれるゆがみの大きさ k_1（および s_1）の変化が経済厚生に与える効果である。この問題は，一定とされるゆがみの大きさが必ずしも1つでない場合にも一般化されるが，何らかの意味でのゆがみの減少が経済厚生を高めるという主張は，われわれの経済的「常識」に合致するものであろう。しかしフォスター＝ソンネシャイン〔2〕によって例示されたように，この「常識」は必ずしも十分な根拠をもたずに主張される場合がありうるのであって，われわれはそれが正しく主張されるための条件を明らかにしなければならない。この問題は従量的ゆがみの場合については，かなり一般的な枠組の中で肯定的解決がなされている（川又〔4〕参照)。しかし，その他の場合についての一般的な肯定的結論は知られていない。

引用文献

〔1〕 O. A. Davis and A. Whinston, Welfare Economics and the Theory of Second Best, *Review of Economic Studies*, 32 (January, 1965), 1-14.

〔2〕 E. Foster and H. Sonnenschein, Price Distortion and Economic Welfare, *Econometrica*, 38 (March, 1970), 281-297.

〔3〕 H. A. J. Green, The Social Optimum in the Presence of Monopoly and Taxation, *Review of Economic Studies*, 29 (1961), 66-78.

〔4〕 K. Kawamata, Price Distortion and Potential Welfare, *Econometrica*, Forthcoming.

〔5〕 R. G. Lipsey and K. J. Lancaster, The General Theory of Second Best, *Review of Economic Studies*, 24 (1956-57), 11-32.

〔6〕 D. McFadden, A Simple Remark on the Second Best Pareto Optimality of Market Equilibria, *Journal of Economic Theory*, 1 (1969), 26-38.

〔7〕 根岸　隆「次善理論について」『経済学論集』35(4)，1970年1月（嘉治・村上編『現代経済学の展望』勁草書房，1971)。

（経済学部助教授）