Title	公共財の最適供給と多数決原理
Sub Title	Optimal supply of public goods and majority rule
Author	山田, 太門
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1973
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.66, No.12 (1973. 12) ,p.932(38)- 937(43)
JaLC DOI	10.14991/001.19731201-0038
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19731201-0038

公共財の最適供給と多数決原理

山　田　太　門

I　序

本稿では，公共財の最適資源配分の手段として，市場メカニズムに代わるものとしての投票による社会的決定プロセス（特に単純多数決）を吟味する。これに関する先駆的な研究は，財政学におけるヴィクセルの論文の中に既に見られる。そこで，彼が考えた，課税方法と支出形態との組合せと理論的には同一な，2種の公共財モデルを分析する。またその際，アローが示した，いわゆる社会的厚生函数の存在条件との関連にもふれよう。そして結論を先取りしていえば，単純多数決の方法は，ある特別な場合を除けば公共財の最適資源配分をもたらすとは限らないことが示される。

ここで扱う公共財はいわゆる純公共財であって，それが投票による社会的決定作成過程の一つである単純多数決によっていかに決定されうるかを分析する。そこで，ここでの議論は当然，社会的厚生函数の定義についての論争とかかわってくるが，それについては長くなるので割愛し，一応，アローの考え方と同様に，社会的厚生函数＝社会的決定作成過程と見なす。従って本節の関心事は，次の二つ，すなわち，一つは，単純多数決による決定が，アローの示した一般不可能性定理のように不決定となるかどうかの問題であり，もう一つは，そのようなプロセスでたとえ決定されたとしても，公共財の資源配分としてパレート最適性を満足するかどうか，いいかえれば，多数決原理によって決定された公共財の量の組合せが効用フロンティア上の点を保証するかどうかの問題である。

II　定義とモデル

このような目的にとっては，それ自体パレート最適をインプライするような『均衡点』という分析用具を用いるのが便利であろう。そこで，均衡点を次のように定義しておく。すなわち，ある『現状点』における変数の変化をもたらす提案が，可決に必要な多数票を獲得しえないとき，この現状点を『均衡点』と呼ぶ。だがもちろん，この概念は，普通のパレート最適とは異なっている。つまり，多数決の法則を犯すことなく，もはや何人の状態も良化しえないという点である。

幸いこのような方法は，C・プロットによってとられているので，ここでは彼の方法を，かつてK・ヴィクセルが『公正な課税の新原理』で考察したような2デメンションの場合にあてはめて分析を進めよう。すなわちここで扱うモデルは，2公共財—m人モデルである。このようなモデルの想定は，公共財の資源配分にとって多数決原理の有効性を調べるのに，何ら一般性を失うことがないと思われるからに外ならない。

m人の個人（$1, 2, \cdots, i, \cdots, m$）を仮定し，二つの公共財（$x_1, x_2$）を仮定する。従って各個人の効用函数は，

$$U_i=U_i(x_1,\ x_2)\quad i=1, \cdots, m \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

と表わせる。この時，各個人は，次式が成立するならば，ユークリッド空間内の1点$\bar{X}$である『現状点』からのある変化（$d\bar{x}_1,\ d\bar{x}_2$）に投票するであろう。

$$dU^i=\frac{\partial U_i}{\partial x_1}d\bar{x}_1+\frac{\partial U^i}{\partial x_2}d\bar{x}_2>0\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2)式をグラディエントベクトルを用いて簡単に書きなおせば，

$$\mathrm{grad}\,U^i\cdot b>0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ただし，

$$\mathrm{grad}\,U^i\equiv\left[\frac{\partial U^i}{\partial x_1},\ \frac{\partial U^i}{\partial x_2}\right],\quad \bar{b}\equiv[d\bar{x}_1,\ d\bar{x}_2]$$

とする。(3)式の示す意味は，効用函数のグラディエントベクトルと，現状点からの変化を示すベクトルとの

内積が正となることである。

さてこのような行動様式をとる体系において，はじめに定義したような『均衡点』が存在するための条件は何であろうか。これを単純多数決について見る前に，K・ヴィクセルが主張した満場一致のケースを考えて見よう。この場合の均衡の存在条件は，

$$A\cdot\bar{b}>0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$\text{ただし}\quad A\equiv\begin{pmatrix}\text{grad}\,U^1\\ \vdots\\ \text{grad}\,U^m\end{pmatrix}$$

が成立しないこと。ここで(4)はリニヤーな不等式体系だから，(4)が成立しないことは，

$$yA=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$\text{ただし}\quad y\equiv(y_1,\cdots,y_m)$$

が，セミポジティブな解 $y_i\geq 0$ をもつことと同値である。

次に単純多数決の場合を考えよう。ただし，便利のために個人の数mは奇数であるとする。今度は，前述の満場一致の場合よりもより強い存在のための条件が必要である。ここでは紙面の都合上，その厳密な証明を省略して列挙すれば，

(イ) 選好が無差別な個人は賛成投票しないこと。記号で書けば，

$\text{grad}\,U^i\cdot\bar{b}=0$ のような個人 i は $\bar{b}$ に賛成しないこと。

(ロ) 均衡点は少なくとも一個人の効用極大点であること。

(ハ) (ロ)が成立しない残りの個人について，マトリクスAが次式を満たすようなペアーに分割されること。

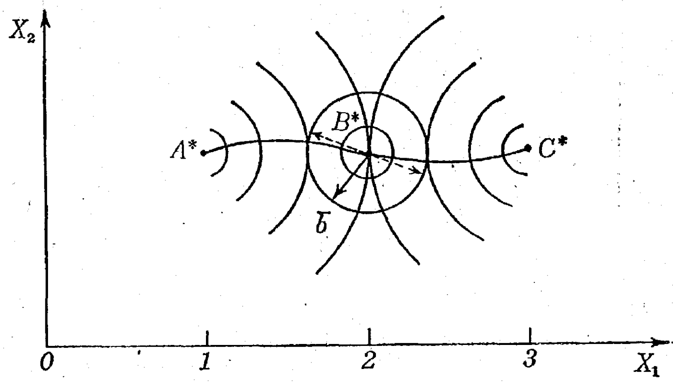
$$[y_i\ y_j]\begin{bmatrix}a_{i_1} & a_{i_2}\\ a_{j_1} & a_{j_2}\end{bmatrix}=0,\quad y_i,\ y_j>0 \cdots\cdots\cdots(6)$$

(6)式の意味するところは，ある個人の効用極大点である均衡点においては，残りの個人の効用曲線の法線ベクトルが，各々のペアーについて正反対の方向をもっていなければならないということである。そして，この条件が次の図解によってわかるように，単純多数決が均衡をもつためのキーポイントとなる。

III 図解と単一ピーク型選好

ここで上述の条件を図解して分析するとともに，アローの一般不可能性定理から免れうるとされている，いわゆる，単一ピーク型選好の仮定との関係を調べて見よう。

まず，単一ピーク型選好の仮定がどのように均衡存在のための条件となっているかを，今までの分析用具を用いて説明する。今，個人 A，B，C が，公共財 X_1 について次図のような選好をもつとする。



第 1 図

ただし，A^*, B^*, C^* はそれぞれ個人 A, B, C の効用極大点である。そしてそれらを囲む曲線は無差別曲線である。また$\overline{ABC}$はいわゆる契約曲線，B^* から出ている実線の矢印はベクトル $\bar{b}$，点線の矢印は法線ベクトルである。このような単一ピーク型選好に均衡点が存在することは次のように証明できる。まず個人Bについてはベクトル$\bar{b}$に対して “no”。個人Aについては，$\text{grad}\,U^A\cdot\bar{b}>0$ が成立するから “yes”。個人 C については $\text{grad}\,U^C\cdot\bar{b}<0$ だから，“no”。従って$\bar{b}$は必要な票を獲得できない。また$\bar{b}$がB^*から出発してC^*に近づくベクトルの場合は，今とちょうど対称であるから同様にして否決される。ただ問題なのは，$\bar{b}$が個人AとCの効用函数の接線ベクトルになっている場合であるが，この時 $\text{grad}\,U^A\cdot\bar{b}=\text{grad}\,U^C\cdot\bar{b}=0$ が成立し，個人AとCは$\bar{b}$に対して無差別であり，仮定によって両者とも “no” であるから，この場合も結局否決される。よって単一ピーク型選好の仮定の下では均衡点 B^* が決まり，これはまた，均衡点の定義からして最適点でもある。

次に単一ピーク型選好の仮定を満たさない場合を考察する。

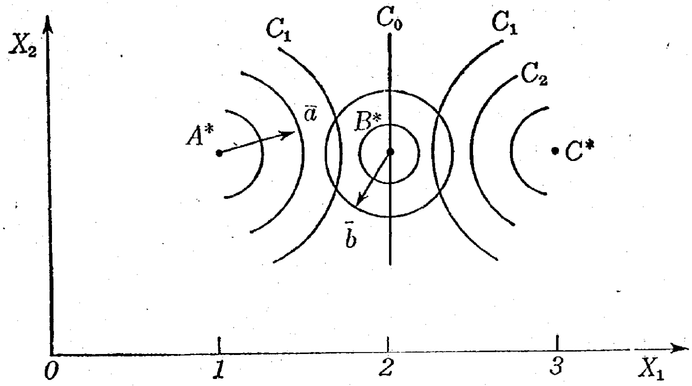
第2図における個人Cの効用函数の形をわかりやすく書いたのが第3図である。さて，第2図においては，個人Cにとって B^* は効用極少点であるから，それからの変化$\bar{b}$に対して “yes” である。よって$\bar{b}$は可決されるから，B^*は均衡点ではありえない。またC^*が均衡点でありえないことは明らかである。ところが，第

2図の A^* 点が均衡点かどうかは容易にはわからない。この判定には個人 B の効用関数の形がかかわりをもってくる。

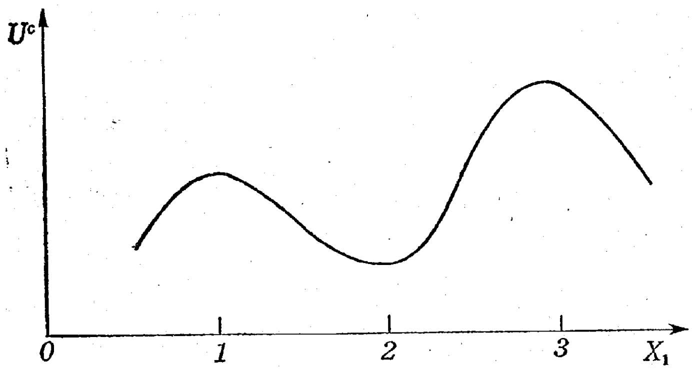
そこで，個人 B の選好順序に気をつけて各個人の選好順位の組合せの可能性を表にしてみると，次の二つの場合がある。

この第4図の(イ)，(ロ)の二つの表の X_1 軸の目盛を入れ替えてやる（すなわち，1，2，3→2，1，3）と，それぞれ第5図のようになる。第5図の(イ)のケースは，第2図で，A^* と B^*，B^* と C^* を入れ替えた場合であるから，第2図の議論がそのままあてはまり，結局，A^* 点は均衡点になりえないことが分かった。それに対して第5図の(ロ)のケースは，単一ピーク型選好の形になっているから，第1図と同様にして，A^* 点は均衡点になる。

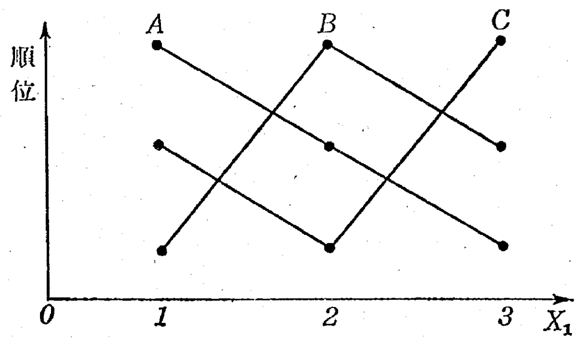
以上の考察から，公共財 X_1 についての選好を考えた場合には，単一ピーク型選好の条件は均衡点存在の十分条件ではあるが，必要条件ではないことが分かった。さて次に，公共財 X_2 についての選好も考慮に入れた2デメンションの場合について更に議論を進めよう。はじめに極く一般的なケースを考えるために個人 A，B，C の選好状態が第6図のようであったとする。もちろん，X_1 軸，X_2 軸のそれぞれについてみた場合，単一ピーク型



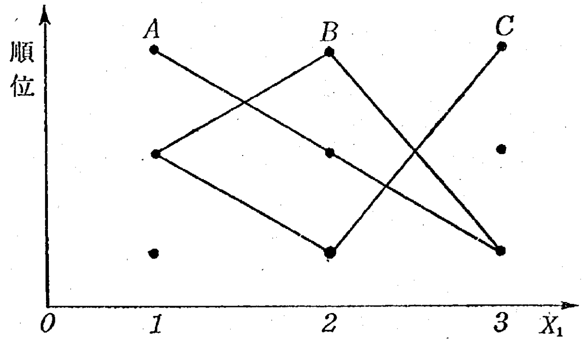
第 2 図



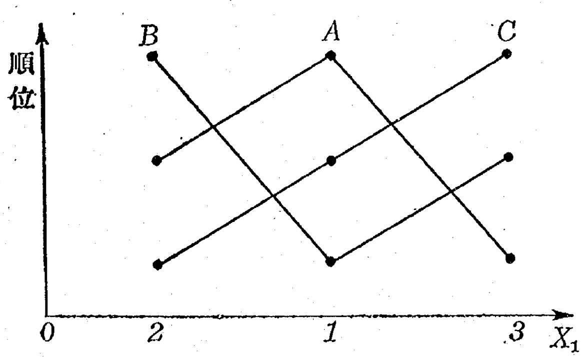
第 3 図



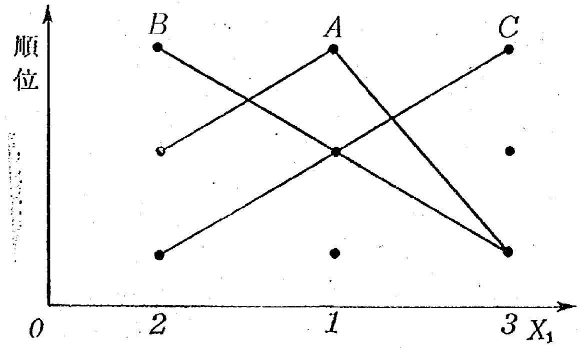
第 4 図(イ)



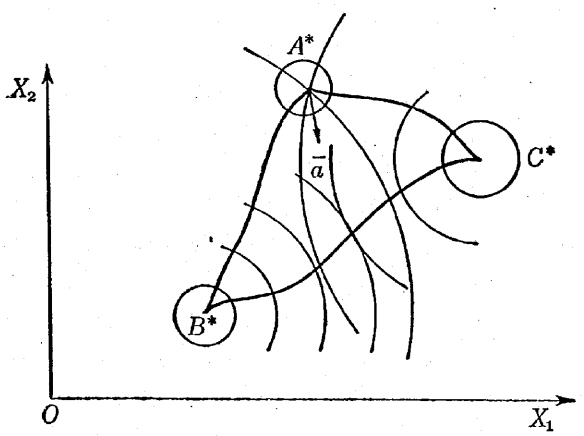
第 4 図(ロ)



第 5 図(イ)



第 5 図(ロ)

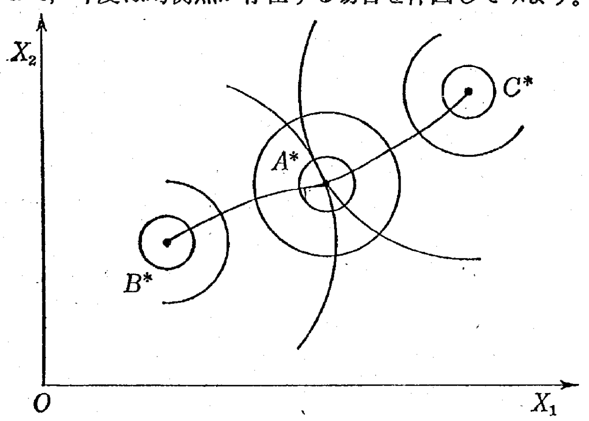


第 6 図

選好になっているとする。その場合でも均衡点が存在しないことがいえる。すなわち，A^* から出発するベクトル $\bar{a}$ に対して，個人 A は，"no" であるが，個人 B と C については次式が成立する。

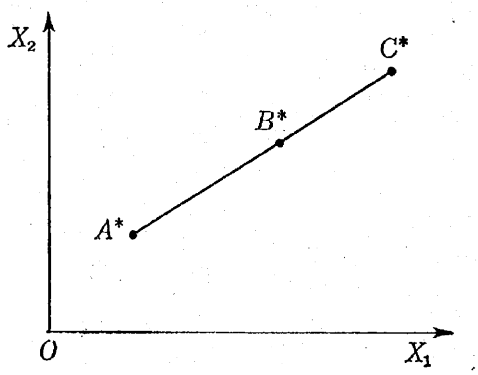
$$\begin{aligned} &\mathrm{grad}\, U^B \cdot \bar{a} > 0 \\ &\mathrm{grad}\, U^C \cdot \bar{a} > 0 \end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

から両者とも "yes"。よって，$\bar{a}$ は可決される。B^* 点，C^* 点でも同様なことがいえるから，この場合均衡点は存在しない。上の例で A^* 点が均衡点であるためには，少なくともベクトル $\bar{a}$ が，個人 B，C の効用曲線の接線ベクトルになっていること，いい替えれば，A^* 点が契約曲線 B^*C^* に乗っていなければならない。そこで，今度は均衡点が存在する場合を作図してみよう。

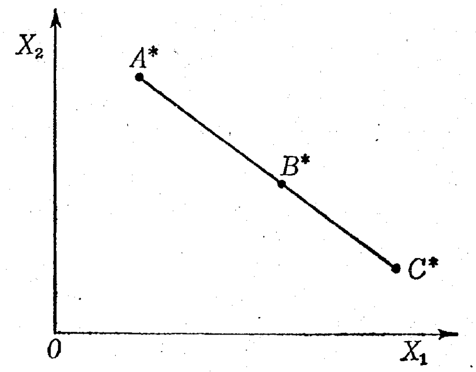


第 7 図

第7図で均衡点が A^* に決定されることは，前述の第1図での説明と本質的に変わるところはない。かくして2公共財モデルに均衡点が存在するためには，各財のそれぞれについて単一ピーク型選好が仮定されていても不十分であり，各個人の選好パターンが，ずっと特殊な形をとることが必要である。その特殊な状態とは，すなわち，均衡点となるべき個人の効用極大点が，それ以外の個人の契約曲線上に乗っていることこれである。しかし，このことは，各個人の選好状態が次図で示すように，一直線となることを必ずしも必要としない。要は，均衡点への契約曲線の入る近傍の状



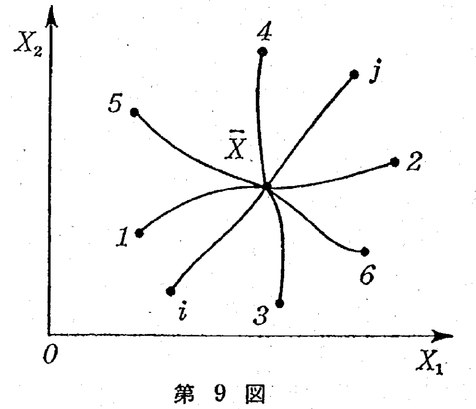
第 8 図(イ)



第 8 図(ロ)

態であり，そこがリニアーになっていればよい。最後に，もっと一般的な場合である前出の(6)式の条件を図示しておこう。

第9図において，もちろん各軸に関して単一ピーク



第 9 図

型選好の仮定があったとしても，それだけでは不十分なこと，しかもそれを補うのは極めて蓋然性の少ない特殊な選好パターンであることである。従って，単純

多数決の方法によって公共財の最適な資源配分を達成しうる可能性の少ないことが証明できたと解釈できよう。

Ⅳ　モデルの問題点と政策的含意

以上のような分析は，それを現実の問題に当てはめようとする時，モデルの非現実性があらわになってくる。

まず第1は，上の分析の結論は，「単一ピーク型選好による均衡点の存在可能性は，それが，1次元の選好から，2次元の選好へと，次元が増加するに従って，均衡存在の条件が厳しくなり，単に，各次元について単一ピークでも，均衡が存在するとは限らなくなる」というものであった。しかしながら現実には，ある公共財の建設等は，それらが，一つずつ逐次的に決定されるものであって，例えばn個の決定が，n次元空間内の1点を決める時のように同時に決定される可能性は少ない。従って，理論を一般化するため，個人の効用函数の中に入るべき公共財の量を示す変数を，いたずらに増やすことは，現実への妥当性の上から疑問視されねばならないだろう。

また，決定の次元について，アローは著書『社会的選択と個人的価値』の中で，単一ピーク型選好にとって，その選好対象が1次元であることは固有の性質であると見ているが，この点については，単一ピーク型選好を各次元について示すような選好函数を考えることが可能であるから，単一ピーク即1次元選好とは考えられないであろう。もちろん，この場合，各次元は，各個人の効用函数の中に入るべき，それぞれ独立の財を示す変数のことである。従って，アローの主張の意味は，その中の一つの変数がその個人の効用に影響を与える仕方が，各個人にとって同様であれば，その選好は単一ピークとなるということであろう。つまり，ある変数が，各個人に影響を与える仕方が，複数次元の要素で決定されるようなら，その変数についての効用函数は，単一ピークにはならないであろうからである。

次に，今までの分析では，各個人の効用函数は，その函数の中に入る変数の大きさによってのみ変ってくる利己的な効用函数であった。もちろんそれは，その変数が各個人で同一であるという意味で，普通の私的財についての効用函数とは異なっていた。しかし，入る変数は同じでも，利己的な行動をとってもよいわけで，それが，公共財についての均衡点の存在条件を難かしくしていると思われる。そこで，効用函数としてもっと，利他的な，他の個人の効用水準が変数として入ってくるような工夫が必要ではなかろうか。

また，これと若干にているが，今までの分析では，個人の選好は不変であったが，投票のプロセスを通じて，各個人の選好間で何らかの調整が行われて，最終的には均衡点が得られるという現象も扱わなくてはならないであろう。もっとも，ここのモデルではこういった調整過程を入れることは無理である。なぜなら，ここのモデルは，静学的な均衡存在に関するモデルであるから。従って今後，動学的な決定プロセスの設定が必要であろう。

また，これも現実との対応であるが，公共財等の決定について，その財を効用函数の中に入れるとき，それから得られるであろう効用の確実性について，普通の私的財と同様に考えるのは非現実的である。というのは，公共財とは，その性質上，まだ個人が一度も経験したことのない財であることが多く，それから得られると予想される効用には非常に大きな不確実性があると思われる。従って，公共財の選好理論を作る場合こそ，不確実性を明示的に含むモデルの設定が必要であろう。

社会的な決定を，特に公共財の供給の決定に当てはめた場合，一番問題となるのは，それから得られる効用というよりも，むしろ，その供給のための費用であろう。ここに公共財の決定には，ヴィクセルがしたように，少なくとも2次元の考え方をしなくてはならないという理由もあろう。ところで，公共財の費用については，その経常的な負担よりも，その建設時に必要となる固定的費用が重要である。なぜなら，建設時の費用は，公共財によって私的財が犠牲になるという機会費用を意味するからである。そこで，先にも述べたとおり，犠牲になる方の私的財から得る効用については各個人は比較的確実な予想を立てることができ，逆に，公共財からは不確実な予想しか立てられないから，この時，リスクに対する態度によって，公共財の供給は決定的な影響を受けるであろう。

最後に，このモデルでは，均衡存在のための条件として，選択対象に対して無差別な人々が，動議に対して賛成投票をしないということをあげているが，これはかなり重要な意味をもっている。というのは，ある公共財の供給を決定するとき，その公共財によってあまり影響を受けない人々の行動によって決定が左右さ

れることは望ましくないからである。しかし，現実の世界では，こうした不都合が，よく考えられることなく行われ，決定に無関心な人々の投票によって，重要な決定の最適性が乱されることが多い。その意味で，現実の公共財の供給決定に際して，このモデルの警告することに注意することは有意義であろう。

実際，公共財の供給決定は，むしろ当事者間の交渉にまかせた方がよい。しかし，純粋な公共財とは，その定義からして，その経済の個人全員が当事者であるわけだ。ところが，理論上の純公共財は現実には存在しない。実際には，普通公共財と呼ばれるものは，何らかの地域性とか，利用者の限定とかそれから便益を得る人々の範囲が制限されることが多い。そのため，たとえ個人の効用函数が互いに似ていても，具体的な公共施設の建設等の場合になると，利害が反するために，私的財の場合よりも合意に達するのが難かしくなるわけである。そこで，公共財に関する決定を行う場合には，その公共財が，純粋に公共財としての性質をもつような，個人の集合からなるグループを決めておき，その中で決定を行うことが望ましい。従来の公共財の供給の理論においては，このような側面が無視されてきたが，すべての決定を，最大の共同体である国家の決定にまかせるのは不適当であって，その公共財の種類，性質によって，地方自治体の種々のグループ内の決定にまかせるべきである。

このように，公共財の範囲を限定する理論はブキャナン氏の有名な『クラブの理論』の中に見出すことができるが，その理論の問題点は，ブキャナン氏自身が指摘している費用の公平負担ではなく，むしろ，その理論のキーポイントとなるクラブの大きさを示す変数の決定であろう。というのは，彼はモデルの設定の中で，その変数をあたかも財貨のように扱っているが，果して，そのような変数が示すものについて市場のような調整機構が存在するかどうか疑わしいからである。もし，市場の様な自発的交換システムがないなら，その決定も何らかの社会的決定システムによらなければならず，またここで分析したような困難が生ずるかも知れない。この点に比べれば，クラブ内での公共財の負担が均一になることは，それほど問題とならない。なぜならば，このように公共財の係わる範囲を制限したことは，その公共財から得る限界効用の大きさが各個人の間で，ほぼ等しいであろうと想定してもよさそうだからである。このように考えると，公共財の費用負担は，保険金の負担と似ていることがわかる。つまり，公共財は，いやおうなしに個人の効用函数の中に入ってしまうものと定義するよりも，個人が望むならいつでもそれを利用できるという，いわば消費可能性を保証するものであると定義する方が適当であろう。こう定義しておけば，その公共財を実際に消費しない時でも，その費用を負担することは，それほど不公正ではなかろう。しかし，先にも述べたように，公共財の経常的な費用はこのようにして解決されても，問題は設置等に伴う機会費用であって，これは上のようなクラブを想定したとしても，その中では費用負担が著しく不公平になるであろう。従って，公共財のこの部分については，補償の概念を用いなければ解決しないであろう。

先の公共財の定義のところで，効用函数の中に必然的に入り込むような財の存在にふれたが，私の分類では，そのような財は，外部効果のある財とした方がよい。しばしば，公共財は外部経済を与える財であると見なされるが，これは誤りであって，公共財はそれを消費する場合には何ら外部効果とは無関係であり，それが誤解を招くのは，公共財の供給の費用が外部効果を持つことが多いからである。つまり，公共財の供給の機会費用は，公共財自体の規模が大きいため，私的財の場合に比べて，ある特定の個人に対して，非常に大きい外部効果（外部不経済）を与えることが多い。そして，この場合にのみ補償の原理が必要となるであろう。

（経済学部助手）