Title	耐久消費財の需要分析 : 飽和点と多様化の問題について
Sub Title	Demand analysis for durable goods
Author	森泉, 陽子
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1973
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.66, No.10 (1973. 10) ,p.741(35)- 753(47)
JaLC DOI	10.14991/001.19731001-0035
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19731001-0035

耐久消費財の需要分析[1]

——飽和点と多様化の問題について——

森　泉　陽　子

I

耐久消費財の需要分析にとって重要な点は，ある価格体系の下で，ある財をどれ程購入するか(数量決定)ではなくて，ある価格体系の下で何を購入するか(財種の決定)である。非耐久財の分析では数量決定がその焦点である。耐久財の需要分析を非耐久財の需要分析と同じような手法で接近することには無理がある。それは耐久財という財の持つ特質に由来することでもあり，このことは従来から大いに強調されてきたことである。それにもかかわらず，従来の耐久財に関する分析は耐久財という財の特質にのみ目を向け，それに付随する消費者の行動(財種の決定など)には目を向けてこなかった。その為に，耐久財の需要分析については，需要関数の中で，そのストック量(保有量)がマイナスの効果を持ち，その結果ストック調整原理が作用しているとし，一般にプラスのストック効果を持つ習慣形成仮説は働かないという帰結が出てくることになったのである[2]。しかし，これらの分析の根底には耐久財の財自身の持つ特性としての intertemporal な効果という側面が無視されており，したがって intertemporal な消費者行動という面も考えられていない。この側面を考慮に入れると，必ずしもストック効果はマイナスに出てこないで，プラスの習慣形成仮説に近いものも生じる可能性がある。

更に耐久財の分析では，初めに述べたように財種の決定が大きな問題なのであるが，このことは同時に saturation (飽和点)の問題と不可分の関係にある。つまり，何故人々はクーラーよりもカラーTVを欲し，かつ先に購入するのかということを考えてみるならば，それはクーラーよりもカラーTVの方が普及速度が速いことを意味し，更に飽和点に達するのが早いということになる。つまり，購入順位は飽和点へ達する早さ(普及速度)で表わすことが出来るのである。このことは，耐久財の短期的な側面でとらえることが出来る。これについては，II—1で説明する。

注(1)　本研究について多くの示唆を与えてくれた尾崎巌教授及び同研究室のメンバーに深く感謝します。

(2)　Houthakker and Taylor〔1〕では，ストック効果の正負で耐久財・非耐久財に分けている。

一方，現在において消費財全般にわたって，殊に耐久財に関して多様化の問題が大きくクローズ・アップされてきた。多様化の問題はある財を持つことが，更に別の財を購入する引き金となり，事実このようにして次から次へと新しい財を購入してゆくことの結果であり，又，同一財のより良質（高級）な機種への転換という意味をも含んでいる。これら多様化の問題は耐久財需要の長期的側面であり，我々は，これを拡大された意味での習慣形成効果によって，その大いさを測ろうとするものである。これに関しては，II－3で説明される。

以下の節で，我々は耐久財の需要の長期的側面と短期的側面[3]に注意を払いながら，かつ習慣形成原理とストック調整原理とを対応させながら，更に特定化された intertemporal な効果関数の下で，intertemporal な効用最大化行動を行えば，耐久財の需要特性が普及速度及び習慣形成効果の二者で表わせることを明らかにしたい。

II　連続2財モデル[4]

II－1

以下の分析では，平均的な家計の行動を消費の代表としてとらえ考察を進めてゆきたい。

まず耐久財という財の持っている種々の動学的側面より，耐久財の購入決定に関して長期的な考え方が必要であると思われ，その為には消費者の intertemporal な行動を仮定する。よって，合理的な消費者は，彼の所得及び耐久財の価格を与件として計画期間，例えば0から T_0 期における，彼の消費あるいは購入についての決定を行うと仮定する。

計画期間中，消費者は現在所有している耐久財の補填の為に購入するか，あるいは同質の耐久財の購入をするにとどまる。より良質の財は計画終了後（T_0 期），即ち同時に次の新しい計画期間の始まりに購入するものを想定する。よって，嗜好の変化を限界効用関数のシフトで表わすとすれば，限界効用関数は T_0 期においてのみシフトし，消費者は T_0 期でより良質の耐久財を購入すると仮定する。そしてその時のストックの値を望ましいストック水準であるとし，以下で計画期間中その望ましい水準に近づいてゆくプロセスを分析し，飽和点と耐久財の普及速度の関係を明らかにしてゆく。

〈記号〉

$q_i(t)$　t 期における第 i 耐久財の購入量　$0 \leq t \leq T$，$i=1, 2$

注（3）以下の節で用いる長期とは，“均衡状態における”という意味ではない。通常用いる“均衡状態における”という意味での長期は，ある種の定常状態であって実際の分析に対してそれ程有用なツールを与えない。このことが，需要（関数）にも長期と短期の区別が必要であるとされながら，分析の進展しなかった理由であると思われる。ここで用いる長期とは嗜好の変化をも許容するとの意である。

（4）n 財に拡張するのは理論的には容易であるので，ここでは2財を扱うことにする。

$y(t)$　t 期における耐久財に振り分けられる実質所得[5]　$0\leq t\leq T$

γ_i　第 i 耐久財の補塡率（期間中一定）

$v_i(t)$　第 i 耐久財の net investment　$0\leq t\leq T$

$x_i(t)$　t 期での第 i 耐久財の保有量（ストック）

$p_i(t)$　第 i 耐久財価格（$0\leq t\leq T$）

r　割引率（平均利子率）

t 期の平均的家計の効用関数を

$$u(t)=u(q_1(t),\ q_2(t)) \tag{1}$$

とおくと，計画期間中（$0\sim T_0$）の消費計画は，$0\sim T_0$ 期までの予算制約式の下で，0から T_0 期までの効用関数を最大にすることである。即ち，

$$\max\quad w(T_0)=f(u(0),\ \cdots,\ u(t),\ \cdots,\ u(T_0)) \tag{2}$$

$$\text{s. t.}\quad \int_0^{T_0} e^{r(T_0-t)}(y(t)-\sum_{i=1}^{2}p_i(t)q_i(t))dt\overset{(6)}{=}0 \tag{3}$$

(2)の計画期間にわたる効用関数を更に次のように特定化する。

$$w(T_0)=\int_0^{T_0}u(t)dt \tag{4}$$

消費者の最大化行動を(4)の効用関数の下で再定式化すると，

$$\max\quad w(T_0)=\int_0^{T_0-\theta}u^1(t)dt+u^2(T_0) \tag{4$'$}$$

$$\text{s. t.}\quad \int_0^{T_0} e^{r(T_0-t)}(y(t)-\sum_i p_iq_i(t))dt=0\qquad 0\leq t\leq T_0$$

$$q_i(t)=\gamma_i x_i(t)+v_i(t) \tag{5}$$

$$v_i(t)\equiv dx_i(t)/dt$$

$$0\leq\gamma_i\leq 1 \tag{6}$$

$$i=1,\ 2$$

ただし，$\theta>0$ 任意の small number $\underset{(\theta\to 0)}{T_0-\theta}\to T_0$ で T_0 期の限界効用関数は上方にシフトするとしているので，$u^1(t)$ と $u^2(T_0)$ を区別した。

この問題の解決には最大値原理が用いられる。それによると，(4)及び(3)を満足する最適な $q_i(t)$ は次のオイラーの条件を満足するものである。

$$u_i(t)=\mu e^{r(T_0-t)}\cdot p_i(t)\qquad i=1,\ 2\ \text{for all}\ 0\leq t\leq T_0 \tag{7}$$

ただし，$$u_i(t)=\frac{\partial u(t)}{\partial q_i(t)}\qquad i=1,\ 2 \tag{8}$$

注(5)　ここのモデルの前段階として，耐久・非耐久に所得を配分するステップがあると想定すれば良い。

(6)　$\int_0^T e^{r(T-t)}[y(t)-\sum_i p_iq_i(0)]dt=w$　w: net worth としても簡単に拡張できる。

ここで μ は T_0 期の所得の限界効用である。

(7)式は静学体系における2財の限界効用均等式に対応するものであり，それの時間を含んだものである。わかりやすくする為に(7)式を次のように書き改めればよい。

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)}=\frac{p_1(t)}{p_2(t)} \tag{9}$$

II－2

T_0 期を除いて限界効用関数がシフトしないということ，つまり，計画期間中は消費者の嗜好が変化しないと考えられているので，その意味においても(7)から求められる需要関数は，たとえ時間 t を含むものであっても短期的なものと言えよう。そこで次に，(7)から $q_i(t)$ の時間径路を求めてみよう。それは(10)式で与えられる。

$$\dot{q}_i(t)=\frac{u_i}{u_{ii}}\left(\frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)}-r\right)-\frac{u_{ij}}{u_{ii}}\dot{q}_j(t) \quad i=1,\ 2 \quad i\neq j \tag{10}$$

ここでドットは時間に関する変化であり，

$$u_{ii}=\frac{\partial^2 u}{\partial q_i^{\ 2}},\quad u_{ij}=\frac{\partial^2 u}{\partial q_i \partial q_j} \tag{11}$$

である。

$q_i(t)$ の時間径路は最終的には T_0 期における望ましい水準（即ち，限界効用関数がシフトしたときの値）に近づいてゆくのであるが，以下では，そのプロセスについて説明しよう。

推定可能とする為に効用関数を具体化する必要がある。その為に，ここではベルヌーイ・ラプラス型の効用関数に特定化しよう。

$$u(t)=(a_1+q_1(t))^{\alpha_1}(a_2+q_2(t))^{\alpha_2} \quad 0\leq t\leq T_0 \tag{12}$$

ただし a_1, a_2, α_1, α_2, a_{10}, a_{20}, c_1, c_2 は定数，(12)式を(10)式に代入すると，

$$\dot{q}_i(t)=\left(\frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)}-r\right)\frac{1}{\alpha_i-1}(a_i+q_i(t))+\frac{\alpha_j}{1-\alpha_i}\cdot\frac{a_i+q_i(t)}{a_j+q_j(t)}\dot{q}_j(t) \quad i=1,\ 2 \quad i\neq j \tag{13}$$

(13)の連立方程式から $\dot{q}_i(t)_{i=1,2}$ を求めると，

$$\begin{aligned}\dot{q}_1(t)&=A_1(a_1+q_1(t))\\ \dot{q}_2(t)&=A_2(a_2+q_2(t))\end{aligned} \tag{14}$$

ただし

$$A_1=\frac{1}{\Delta}\left(\frac{\hat{p}_1-r}{\alpha_1-1}+\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}(\hat{p}_2-r)\right)$$

$$A_2=\frac{1}{\Delta}\left(\frac{\hat{p}_2-r}{\alpha_2-1}+\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}(\hat{p}_1-r)\right)$$

$$\Delta=1-\frac{\alpha_1\alpha_2}{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}$$

$$\hat{p}_i=\frac{\dot{p}_i(t)}{p_i(t)} \quad i=1,\ 2$$

ここで短期においては $\hat{p}_i$ は一定とみなしてもよいであろうから $\hat{p}_i=\delta_i=\text{constant}$ $i=1,\ 2$ とし，(14)

の微分方程式をとくと，

$$q_i(t)=q_i(0)e^{A_it}+a_i(e^{A_it}-1) \quad i=1,\ 2 \quad i\neq j \tag{15}$$

ここで $q_i(0)$ は $q_i(t)$ の初期値である。

(15)式が我々の求める短期需要関数である。それは望ましい水準に A_i の速度で近づいてゆき，更に a_i によって望ましい水準に近づく時間は早められる（下図参照）。

図 2.1

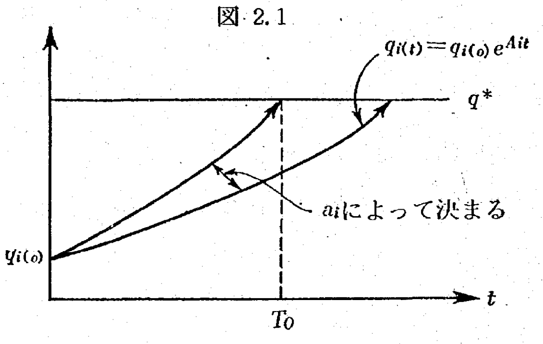


図 2.1 からも明らかであるが，A_i と a_i が飽和点に近づく速度を表現していて，双方ともに効用関数のパラメータと密接に関連しているので，その意味で財固有のものであると言うことができよう。一方実際のデータを眺めてみると，$p_i\sim p_j$ であり，よって $A_i\sim A_j$ $(i\neq j)$ となり，真に財固有の特質を表現しているものはa_iなのである。a_iは又図より判明するように，飽和点への速度を速める役割を果していて，この値が大きければ飽和点へ早く到達する。つまり，普及度a_iは各財によってそれぞれ固有の値を持っており，よって決して先験的にあるいは外から決まってくるものではなくて，消費者の選好体系の中に内包されているものだということを強調したい（a_i は効用関数のパラメータそのものであることに注目したい）。このことにより，a_i の大なる財はそれだけ早く購入されるという購入優先の帰結を得て耐久財の財種決定の問題に重要な足がかりとなるであろうと思われる。

II—2　離散型2財モデル

実際に推定をしようと試みる場合の為に，ここで離散型のモデルを与える。我々が利用できるデータは常に連続的な変量を与えてはくれないので，離散型のモデルを用いなくてはならない。ここでは連続型と対応させて進めてゆく。

離散型モデルを簡潔に書き表わすと，

$$\begin{aligned}&\max \quad w(T_0)=\sum_{t=0}^{T_0-1}u^1(q_1(t),\ q_2(t))+u^2(q_1(T_0),\ q_2(T_0))\\ &\text{s. t.} \quad \sum_{t=0}^{T_0}(1+r)^{T_0-t}[y(t)-\sum_{i=1}^{2}p_i(t)q_i(t)]=0\end{aligned} \tag{25}$$

である。変数の概念及び定義，関数形は連続型モデルと同じである。さてこの最大化問題は，周知のラグランジュ法によって解くことができる。その結果として，

$$u_i(q_1(t),\ q_2(t))=\mu(1+r)^{T_0-t}p_i(t) \tag{26}$$

が得られ，更に

$$u_i(q_1(t+1),\ q_2(t+1))=\mu(1+r)^{T_0-t-1}p_i(t+1) \tag{27}$$

が成立する。(27)式の左辺をテイラー展開し整理することにより，

$$u_{i1}\Delta q_1(t)+u_{i2}\Delta q_2(t)=(d_i-1)u_i(q_1(t),\ q_2(t)) \tag{28}$$

ただし　$d_i=(1+r)^{-1}\cdot\dfrac{p_i(t+1)}{p_i(t)}\quad i=1,\ 2$

を得る。(28)式の連立方程式を，ベルヌーイ・ラプラス型の効用関数を導入して解くと，

$$q_1(t+1)=(\gamma_1+1)q_1(t)+\alpha_1a_1$$
$$q_2(t+1)=(\gamma_2+1)q_2(t)+\alpha_2a_2$$

ここで　$$\frac{\alpha_i\alpha_j(\alpha_i-1)(\alpha_j-1)-\alpha_i\alpha_j^2(d_j-1)}{\alpha_i\alpha(1-\alpha_i-\alpha_j)}\quad i=1,2.\ \ i\neq j \tag{29}$$

あるいは　$\{\alpha_i\alpha_j(\alpha_i-1)(\alpha_j-1)-\alpha_i\alpha_j^2(d_j-1)\}/\alpha_i\alpha_j(1-\alpha_i-\alpha_j)$

の定義方程式を得る。これにより

$$q_i(t)=q_i(0)(\gamma_i+1)^t-a_i\{1-(1+\gamma_i)^t\}\quad i=1,\ 2 \tag{30}$$

が求められ，これが連続型の(15)式に対応するものである。(30)式では，$(1+\gamma_i)^t$ が調整速度であり連続型と同様の帰結を得る。

II—3

さて今までは消費者の計画期間内だけで分析を進めてきたわけであり，T_0 期において限界効用曲線がシフトすると仮定し（そのときのストック量を望ましい水準とし），期間内では嗜好は不変の下での分析であった。その意味で短期の需要関数であると言えるし，又，ストーン流のストック調整原理の拡張であることもわかった。[(7)] このことから逆に，我々はストーン流のストック調整原理は短期的な考え方であると言うことが出来よう。そこで次に長期的展望に立たなくては真の耐久財の分析には不満足のものとなってしまう。そこで我々は，消費者が計画を何回も立てるという長期的展望の観点から話を進めよう。よってこの節では，各計画期間 T_0 においてどのような場面が起こるかをみてゆき，それが明らかとなれば，その場面の連続である長期についても明らかにされるであろう。

一般的に言えば，消費の多様化にもつながることであるが，ある財を持てば，慣性の働くところにより，その財なくしてはいられないのが人間の本性であることは通説であって，これが消費の場における習慣形成仮説である。更に，ここで我々が注意を促したいのは，単にその財を持ちつづけるだけではなく，その財よりもより質の良い（あるいは，高級なと言い換えてもよい）財へと消費は拡張され，よって消費の多様化が生じる。このことは，消費の場における習慣形成仮説の拡大であると解釈してよいであろう。

今までに述べたようなことを念頭に置けば，前節のはじめでも証明したように，消費者は各計画期間の切れ目で次の計画期間に入るときには（第１の計画期間の終りは同時に第２の計画期間の初めである），今までと同質の財を購入するというよりは，より質の高い財，あるいはより高次の別の財[(8)]を購

注（7）　補論参照。

（8）　たとえば，より質の高い財とは冷蔵庫で言えば普通の冷蔵庫から冷凍冷蔵庫のようなこと。より高次の別の財とは，扇風機からクーラーへということ。勿論，新生産物も含まれる。

入すると考えられる。この時には，既に説明したのであるが，より高い質の財あるいは高次の別の財の購入への圧力となっているのは，今まで持っていた財あるいは，既に飽和点に達した別種の財なのである。このような考え方に沿って，前節まででT_0期における水準を望ましい水準とし，その望ましい水準に近づいてゆく態様を明らかにした。この節では，均衡点の移動という長期的観点から各計画期間の切れ目を分析の対象とし，その為にはII―1節のモデルでT_0期におきていることをここで，もう一度考えてみればよい。以下そのプロセスを見てゆくならば，それはまさしく嗜好の変化をも含めた長期的モデルであろう。

さて，
$$u(T_0)=u(q_1(T_0);\ q_2(T_0)) \tag{31}$$
とする。記号は今までと同じである。

(31)の効用関数を下の制約の下で最大にする。

$$\begin{aligned} &y(T_0)=p_1(T_0)q_1(T_0)+p_2(T_0)q_2(T_0) \\ &q_i(T_0)=\gamma_i x_i(T_0)+v_i(T_0) \quad i=1,\ 2 \end{aligned} \tag{32}$$

次にベルヌーイ・ラプラス型に効用関数を特定化すると，消費者の最大化行動は，

$$\begin{aligned} \max\ \ & u(T_0)=(a_1+q_1(T_0))^{\alpha_1}(a_2+q_2(a_2(T_0))^{\alpha_2} \\ \text{s. t.}\ \ & y(T_0)=p_1(T_0)q_1(T_0)+p_2(T_0)q_2(T_0) \\ & q_i(T_0)=\gamma_i x_i(T_0)+v_i(T_0) \\ & v_i(T_0)=x_i(T_0+1)-x_i(T_0) \\ & a_i=a_{i0}+c_i x_i(T_0) \end{aligned} \tag{33-1}$$

(33-1)式は従来の耐久財のストック量によって限界効用関数がシフトして，より良質の財へ転換することを意味している。

一方，耐久財の普及度でみてi財あるいはj財よりも前段階の財k財（即ち，既に飽和点に達した財）によって限界効用関数がシフトするとすると，

$$a_i=a_{i0}+c_i x_k(T_0) \quad k\neq i,\ j \tag{33-2}$$

多様化の問題は，この2つの場合を総合して考えるのが妥当であろうと思われる。

しかし実際問題として，質の良質化だけを別に抽出することは，データ上の問題で出来ない。我々の分析においては，q_iの中に質の問題も含まれてしまっているので，(33-2)の形でしか扱えないことになる。

このように多様化を含む最大化行動から，

$$q_i(T_0)=\frac{\alpha_i^*}{\alpha_1^*+\alpha_2^*}\cdot\frac{y(T_0)}{p_i(T_0)}+\frac{a_{j0}^*p_j(T_0)/p_i(T_0)-a_{i0}^*}{\alpha_1^*+\alpha_2^*}+\frac{c_j^*\dfrac{p_j(T_0)}{p_i(T_0)}x_j(T_0)+c_i^*x_k(T_0)}{\alpha_1^*+\alpha_2^*} \tag{34}$$

ただし　$\alpha_i^*=1/\alpha_i,\ a_{i0}^*=1/a_{i0},\ c_i^*=c_i/\alpha_i \quad i=1,\ 2 \quad k\neq i,\ j$ [9]

注(9)このとき，実質所得の代りに耐久財支出を用いる。

(34)式をこのまま推定するのは非常に複雑であるので，ここでは，耐久財には購入順位があるという想定を我々は持っているのでそれを利用することにする。

紙面の都合上，詳論は又別の機会に譲りたいと思うが，一般的に言って耐久財の需要分析において主体的均衡を考えるとき，我々はフローの均衡と同時にストックの均衡をも無視することは許されない。即ち，耐久財の購入は既存のストックの均衡を攪乱（violate）する形では行えないということである。ここでストックとフローの均衡がクローズ・アップされてくる問題である。

今効用関数を $u=u(q_1, q_2, q_3, q_4)$ とし，第３財，第４財を既に飽和点に達した財とし，その財に関しては，新規購入 v がなく補塡のみであると仮定すると，

$$q_k(T_0)=\gamma_k x_k(T_0)$$
$$x_k(T_0)=\sum_{\tau=0}^{T_0-1} q_k(\tau) \quad k=3,\ 4 \qquad (34)'$$

と表わすことが出来る。ここで $\partial u/\partial q_i=u_i$ とすると，主体的均衡式は，

$$u_1/p_1=u_2/p_2=u_3/p_3=u_4/p_4$$

ところが　$u_k=\partial u/\partial q_k=\gamma_k\cdot\partial u/\partial x_k=\gamma_k\cdot u'_k \quad k=3,\ 4$

であるので上の均衡式は，

$$u_1/p_1=u_2/p_2=\gamma_3\cdot u'_3/p_3=\gamma_4\cdot u'_4/p_4$$

ストックの世界では既に均衡にあると仮定すると，$\dfrac{u'_3}{p_3}=\dfrac{u'_4}{p_4}$ である。

ここで第１財は３財によって，第２財は４財によって各々限界効用関数が押し上げられると仮定すると，ストックとフローの均衡が達成される為には，

$$u_1/p_1=\gamma_3\cdot u'_3/p_3 \qquad (*)$$
$$u_2/p_2=\gamma_4\cdot u'_4/p_4 \qquad (*)$$

が各々満たされなくてはならない。一方 $\gamma_3=\gamma_4$ と仮定するとストックの均衡から上式の $u_1/p_1=u_2/p_2$ も満足することになり，フローの均衡も達成されることになる。従って各財の需要関数を推定する際には(＊)の式から推定を行えば良い[(10)]（フローの購入量を既存のストックが決めるという考え）。

(＊)式から得られる各財の推定されるべき需要関数は，u_i を確率項とすると，

$$q_i(t)=-a_i-c_i x_k(t)+A_{1i}\cdot p_k/p_i+A_{2i}\cdot p_k q_k/p_i+u_i \qquad (35)$$

ただし　$A_{1i}=\dfrac{\alpha_i}{\alpha_k}\cdot a_k$

$$A_{2i}=\alpha_i/\alpha_k$$

である。符号条件 $0<\alpha_i<1$

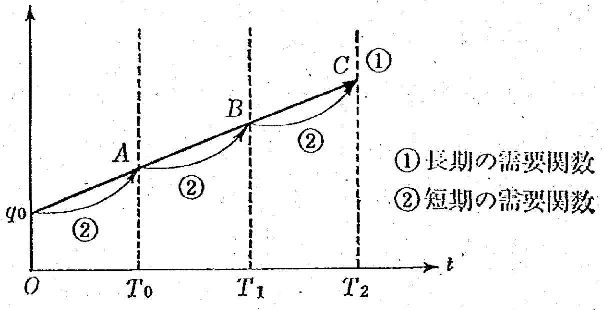
さて我々がこの節で得た(35)式が嗜好の変化をも導入した（その意味で）長期の需要関数であり，それは今までも明らかとなったが，自ずと短期的需要関数とは形状も性質も異にするのである。しか

注(10)　このように限界効用均等式の段階で需要関数を推定することについては，辻村〔7〕を参照。

しながら，効用関数のパラメータが同一であるので($a_i=a_{i0}+c_i x_k$ は短期では $c_i=0$ と仮定しているので $a_i=a_{i0}$ となる)我々は長期の需要関数のみを推定すれば，その結果として短期の需要関数が得られる。

ところで長期と短期の需要関数の関係については，図 3.1 を参照されたい。

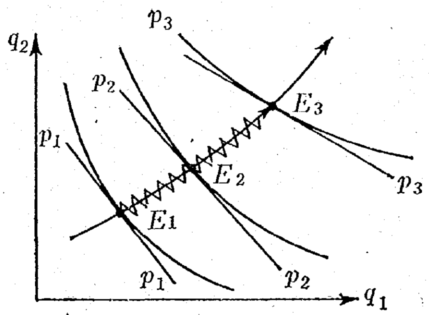
図 3.1



第1計画期間の終了であるA点（T 期）に達したとたんに消費者にとって望ましい水準は次期の計画の望ましい水準であるB点になり，消費者はその水準に調整しようとする。さらにB点に達したとたんに望ましい水準はC点となり，その水準に調整しようとする。以下このプロセスが一生続くことになる。ここでA, B, C点を結んだのが長期の需要関数であり，その間をつなぐ②が短期の需要関数を表わしている。

図 3.2 も又短期と長期の需要関数の関係を示すのに役立つ。q_1 と q_2 に関する無差別曲線図の中に，時間をも投影して長期と短期の需要関数の形を描き出した。E_1, E_2, E_3 はそれぞれ価格線 p_1p_1, p_2p_2, p_3p_3 によって決まる均衡点である。II-3 で具体的に説明した長期の需要関数とは E_1, E_2, E_3, …… を結ぶものであり，それは図からも明らかとなるが，均衡点の移動を示している。一方，短期需要の関数は図で波状の部分を示唆しており，それは均衡点への収束過程を表わしたものであると言えよう。

図 3.2



これらの図及び説明から明らかになったと思われるが，どんな財であろうとも，耐久財であろうとも非耐久財であろうとも，財の需要関係には長期と短期の概念が存在するのである。非耐久財に関しては，計画期間が短い為に均衡点 E_1, E_2, E_3, …… の幅が狭いので，長期の需要関数と短期の需要関数の違いは余り大きくないであろう。ところが耐久財については，均衡点の幅が大きいので長期と短期の需要関数の違いが大きく，又，重要となってくるのである。

III

我々は前節まで同一の効用関数からある仮定の下で長期と短期の耐久財の需要関数が求められることを明らかにした。更に各耐久財の固有の特質が効用関数のパラメータ a_i と c_i に依存することも知った。この2つのパラメータによって，飽和点に近づく早さと (a_i) 質の転換の大いさ（即ち，多様化傾向）(c_i) を表現することが出来る。即ち，財によって次の4通りに類別することが可能で

ある。

(1)　a が大で c が大

(2)　a が大で c が小

(3)　a が小で c が大

(4)　a が小で c が小

(1)の財は飽和点に達するのが早く，しかも質の転換力も大きい。多様化の傾向が最も大きく，色々な機種が購入され，その購入順位も早い。

(2)の財は飽和点に達するのは早いが，質の転換力は小さいので，同じような機種をずーっと持ちつづけることになる。

(3)の財は飽和点に達するのは遅いが，一度達すると質の転換をし，より良質の機種へと移行する可能性が大きい。

(4)は飽和点に達するのも遅いし，又機種の転換も小さいので，なかなか普及しにくい財である。

以上のように耐久財を４つのグループに区別したが，実際どのような財がこの区分の中に入るかを確かめる為に，クーラー，テープ・レコーダー，掃除機，ＴＶ（白黒）で回帰分析を試みた。[11, 12]

（カッコ内は t 値）

$$q^C = \underset{(2.0)}{7.7} + \underset{(2.0)}{0.0011}x^F + \underset{(2.7)}{25.08}\ p^F/p^C - \underset{(2.1)}{0.100}\ q^F p^F/p^C \tag{36}$$

$$q^T = \underset{(2.0)}{15.4} + \underset{(16,2)}{0.0190}x^R + \underset{(1.5)}{1.30}p^R/p^T + \underset{(2.0)}{0.098}p^R q^R/p^T \tag{37}$$

$$q^{ソ} = -\underset{(2.7)}{191.8} + \underset{(2.0)}{0.0031}x^{セ} + \underset{(2.3)}{164.89}p^{セ}/p^{ソ} + \underset{(5.0)}{0.980}p^{セ}q^{セ}/p^{ソ} \tag{38}$$

$$q^{TV} = \underset{(2.9)}{386.0} - \underset{(3.5)}{0.0290}x^R - \underset{(2.0)}{185.40}p^{TV}/p^R - \underset{(1.0)}{0.260}p^{TV}\cdot q^R/p^R \tag{39}$$ [13]

ここで q は購入量，x は保有量，p は財の価格であって，肩文字は財の種類を表わす。

Ｃ（クーラー），Ｔ（テープ・レコーダー），Ｒ（ラジオ），Ｆ（扇風機），

ソ（掃除機），セ（洗濯機），ＴＶ（ＴＶ白黒）

各財の a_i と c_i の相対的大いさを比較する為には，一番良い方法は(36)〜(39)式の４財の同時決定であるが，右辺の財との関連もあって，複雑をきわめるので，ここでは単純な比較を試みることにした。

注(11)　クーラーは Fan によって，テープはラジオ，掃除機は洗濯機．ＴＶはラジオによってそれぞれ選好場がシフトさせられると仮定した。

(12)　data は消費実態調査から，物理的耐用年数を減耗率として40年コンスタント価格とし，年々の x を求めた。価格は C.P.I 及び卸売物価 p を修正したもの。q 消費実態調査から昭和 34, 39, 44 年，使用。

(13)　36〜39 式はすべてベルヌーイ・ラプテス型で推定したが，TV（白黒）はベルヌーイ・ラプラス型の効用関数では，よい結果が得られなかったので，ゴッセン・タイプにした。

$$q^{TV} = a^{TV} - a^R\left(\frac{p^T}{p^{TV}}\right) + c^{TV}x^R - a^R\left(q^R\cdot\frac{p^{TV}}{p^R}\right)$$

まずaの大きい順に並べると，

TV，掃除機，クーラー，テープ[14]
(386)　(191.75)　(−7.7)　(−15.4)

となっていて，これは表1の普及率と良く合っている。

表1　主要耐久財保有率表 *1　(%)

品目＼年	39.2	40	41	42	43	44	45	46	47
TV（白黒）	87.8	90.0	94.4	96.2	96.4	94.7	90.2	82.3	75.1
ラジオ	71.8	70.3	—	74.7 *2	72.1	72.6	71.7	69.8	71.5
テープ・レコーダー	8.7	14.6	17.9	22.5	24.5	28.6	30.8	33.4	38.1
洗濯機	61.4	68.5	75.5	79.8	84.8	88.3	91.4	93.6	96.1
掃除機	26.8	32.2	41.2	47.2	53.8	62.6	68.3	74.3	79.8
クーラー	—	—	2.0	2.8	3.9	4.7	5.9	7.7	9.3
扇風機	49.9	56.6	65.7	69.1	75.6	80.1	83.2	85.0	89.3

*1 各年の2月現在の数値　「消費と貯蓄の動向」より
*2 以降はトランジスター・ラジオも含む数値

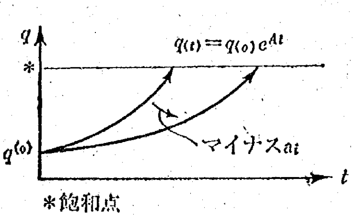
次にcの大いさを比較し大きい順に並べると，テープ，掃除機，クーラーとなっていて，TV（白黒）はcがマイナスとなってしまったのでここでは除外する。

さてTV（白黒）は普及速度の抜群に大きい財であって飽和点に達するのが早く，現在では普及率はむしろ低下気味となっている。

テープ・レコーダーは飽和点に達するのは遅いが，一度達すれば質の転換の大きい財であって，(3)のタイプに属す。これから大いに伸びる財であると言える。クーラーは，普及速度も遅く，かつ質の転換度も余り高くないので(4)のタイプに属し，普及しにくい財の1つであろう。掃除機は，普及速度は中位で質の転換は余り大きくないので，(2)のタイプである。掃除機が普及速度が遅くつい最近になるまで普及率が低かった所以である。今後余り需要の伸びは期待できないものと思われる。

以上のように財によって上記の4つのタイプの財に分けられ，財の購入順位が決められ，耐久財分析にとって新しい分析ツールが与えられたわけである。しかし，これらの推定結果は必ずしも満足のゆく結果ではなかった。それは個別財の段階で推定したこともあるが（グループ化した方があてはまりは良いと思われる），更に耐久財によって普及してゆく時期がそれぞれ異なるのにもかかわらず，同一時期で各個別財を同一モデルで推定したことに原因があるように思われる。更に，同時方程式

注(14)　マイナスは，下図のようなケース



体系で推定を試みるのも残された課題である。

以上の3点を今後は改良しながら，ここで得られた飽和点と多様化の尺度についての結果を，更に耐久財分析において利用し研究を深化させてゆくのが今後の課題であると思われる。

〔補〕

II－2の体系とストーンの体系とを比較する為に，ここで⒂式の $q_i(t)$ についてもう少し詳細に検討してみよう。

⒂式をもう一度ここに書くと，

$$q_i(t)=q_i(0)\,e^{A_it}-a_i(e^{A_it}-1) \quad i=1,\ 2 \quad i\neq j \tag{15}$$

さてここで，$v_i(t)=x_i(t+\theta)-x_i(t)$ $\theta>0$ 任意の小数であり，II－1でのように時間を連続的にとれば，

$$v_i(t)=dx_i(t)/dt \tag{16}$$

と書ける。一方微分方程式の性質より，

$$x_i(t)=x_i'(0)\,e^{A_it}+\overset{(15)}{a_i'}(e^{A_it}-1) \tag{17}$$

であるので，

$$v_i(t)=A_ix_i(t)+a_i'(A_i-1) \tag{18}$$

を得る。

⒅式及び(5)を用いることによって次式を求めることができる。

$$q_i(t)=(\gamma_i+A_i)\,B_i(t)\left\{\left(\frac{x_i^*}{x(t)}\right)e^{-Ai(T-t)}-1\right\}+f_i^1(x_i(t))+f_i^2(t) \tag{19}$$

ただし，$B_i(t)=e^{A_iT}x_i(0)+e^{A_iT}\cdot a^1(1-e^{-A_iT})$ (20-1)

$$f_i^1(x_i(t))=(\gamma_i+A_i)\,x_i(t)\,e^{Ai(T-t)} \tag{20-2}$$

$$f_i^2(t)=a_i(e^{A_it}-1)-(\gamma_i+A_i)\,e^{Ai(t-T)}a_i^1(e^{A_iT}-1)+a_i^1(A_i-1)\,e^{A_it} \tag{20-3}$$

注(15)　$q_i(t)=q_i(0)\,e^{A_it}+a_i(e^{A_it}-1)$　①

であり，又，一方

$q_i(t)=\gamma_ix_i(t)+v_i(t)$　②

である。

$v_i(t)=dx_i(t)/dt$

を考慮すると，

$q_i(t)=\gamma_ix_i(t)+\dot{x}_i(t)$　③

となる。

これは一階の線型微分方程式であり，①を考慮すると，その解は，$x_i(0)$ を初期値とすると，

$$x_i(t)=\left(x_i(0)-\frac{A_ia}{\gamma_i(A_i+\gamma_i)}\right)e^{A_it}+\frac{a_i}{A_i+\gamma_i}(e^{A_it}-1)$$

となる。よって⒄式の

$$x_i'(0)=x_i(0)-\frac{A_ia_i}{(A_i+\gamma_i)\gamma_i}$$

であり，

$$a_i'=\frac{a_i}{A_i+\gamma_i}$$

である。

$x_i(0)$ は $x(t)$ の初期値であり所与である。x_i^* は望ましいストック水準を表わすものとする。

一方，ストーンの体系は，

$$q_i(t)=\gamma_i x_i(t)+v_i(t),\ \gamma_i=\text{constant} \tag{21}$$

$$v_i(t)\equiv x_i(t+\theta)-x_i(t) \tag{22}$$

$$v_i(t)=x_i(t)\left(\left(\frac{x_i^*(t)}{x(t)}\right)^{\lambda_i}-1\right) \quad \lambda_i=\text{constant} \tag{23}$$

である。(21)および(22)はここの定義と変りない。ただ異なるのは(23)式である。ストーンは陽表的に行動方程式として(23)式を導入して，次の需要関数を求めた。

$$q_i(t)=\beta_i^1\left(\frac{x_i^*(t)}{x_i(t)}\right)^{\lambda_i}-\beta_i^2\cdot x_i(t) \tag{24}$$

ここで β_i^1, β_i^2 は一定である。ところがストーンは $x^*(t)$ の中にトレンド項を含ませているが，β_i^1 の中に入れても同じことなので β_i^1 と書き替えてもよい。

ストーンの体系と比較すれば明らかになるのであるが，ここでは(23)式というストックへの調整の行動方程式を導入しなくとも，時間を含む intertemporal な最大化行動を消費者が行うとすれば，結局は(24)と同じ形をした(19)式が得られることが明らかとなったのである。ただ，ストーンは調整速度は一定であると仮定しているのに対し，ここではそれは時間とともに変化してゆくという点で，ストーンの体系より多少幅の広いものである。

さて今まで見てきたように，ここでの体系がストーンの体系と同じであると見なされるので，我々は推定をするならば，0期を適当に選ぶことによって(15)式を用いればよく，それは購入モデルである。[16]

参考文献

〔1〕 Houthakker, H. S. and L. D. Taylor, Consumer Demand in the United States, 1929-1970.
〔2〕 Stone, R. and D. Rowe, The Market Demand for Durable Goods, Econometrica 1957.
〔3〕 R. Stone, Dynamic Demand Function: Some Econometric Results, The Economic Journal, 1958.
〔4〕 M. Nerlove, The Market Demand for Durable Goods: Comment, Econometrica, 1960.
〔5〕 R. Stone and D. Rowe, The Durability of Consumer's Durable Goods, Econometrica, 1960.
〔6〕 辻村江太郎，消費者行動の理論。
〔7〕 辻村江太郎，消費構造と物価。
〔8〕 P. A. Pollak, Habit Formation and Dynamic Demand Functions, Journal of Political Economy 1970.
〔9〕 K. J. Arrow, Application of Control Theory to Economic Growth.

（慶應義塾大学大学院経済学科博士課程修了）

注(16) ストーンは，q を推定せず u を推定している。