Title	回帰分析の方法 : 主成分分析の応用
Sub Title	Application of principal components
Author	佐藤, 保
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1971
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.64, No.9 (1971. 9) ,p.819(33)- 824(38)
JaLC DOI	10.14991/001.19710901-0033
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19710901-0033

も規則もなく，全く個人主義的原理によって運営された。それは約100人の住人と小さな木工場から成り，20年存続した。ウォーレンはさらにロング・アイランド島に Modern Times という共同体をつくり，これも20年ほど続いたが，南北戦争後資本主義が安定するに及んで，幾分協同組合的傾向をもった村に変わったようである。彼の"個人主権"原理は，イギリスにおいて J.S. ミルの注目をひき[19]，その後 Stephen Pearl Andrews と Lysander Spooner がウォーレンの後継者となり，彼らは奴隷解放，女性解放にも貢献している。

こうしてウォーレンは，アメリカの歴史において，最初の本格的なアナキストであり（ペインやジェファスンはもちろん本格的なアナキストとは言えない），ウィンスタンリ以後最初のアナキズム社会の実験を行ない，プルドン主義の先駆であり，奴隷解放，女性解放にも思想上の影響をもたらしたといえよう。その著書には，次のものがある。*Equitable Commerce*, 1846. *Practical Details in Equitable Commerce*, 1852.

Frances Wright (1795—1852)

彼女の父は自由主義者で，ペインの「人間の権利」を回覧しフランスの政治論を翻訳した。彼女は2歳半で両親を失い，全くの独学で学んで18歳の時にはエピクロス哲学擁護の小説を書いている。アメリカの歴史，特に革命史に興味を持って，1818年妹とアメリカへ向かい，2年間滞在，その時の手紙は *View of Society and Manners in America* として出版されており，また *Atorf* という悲劇を書いて上演された。1821年から24年にかけてパリにあって Lafayette ら自由主義的指導者と交わり，24年に奴隷問題を解決せんとアメリカへ戻り，Nashoba 川のほとりに土地を買って黒人奴隷を住まわせ，自由を得させようとした。この企ては，土地が悪く黒人は怠惰となり彼女自身も病気となり挫折，ヨーロッパへ戻ってその時シェリ夫人（ウルストンクラーフトの娘）と知り合って手紙を交換している。それによると，"愛情が唯一の結婚となり，親切な感情と行為が唯一の宗教となり，他人の感情と自由の尊重が唯一の制約となり，利益の結合が平和と安全のきずなとなるような社会の建設の基礎を置く"ことに没頭したと言っている。アメリカへ戻って[20]ニュー・ハーモニィへ入り，オウエンの影響を受け，また R. D. オウエンと協力して1829年1月に *Free Inquirer* 誌を発行，離婚法，富の再分配，工芸教育などを主張，以後各地で演説して奴隷解放，女性解放の先駆者として活動した。ニュー・ハーモニィで知った Phiquepal Darusmont と 1838 年フランスで結婚し1女を得たが，後に離婚，晩年は病気がちで不幸だったようである。

ニュー・ハーモニィ関係の資料・文献

The New-Harmony Gazette, vol. I—III, Oct. 1, 1825—Oct. 22, 1828.

The New Harmony and Nashoba Gazette, or The Free Enquirer.

Paul Brown, *Twelve Month in New Harmony: Presenting a Faithful Account of the Principal Occurrences which have taken Place there within that Period*, 1827.

George B. Lockwood, *The New Harmony Movement*, N.Y., 1905.

Frank Podmore, *Robert Owen, a Biography*, 1906, reprinted 1923. Chap. 13, 14.

Nora C. Fretageot, *Historic New Harmony, a Guide*, new ed., 1923.

Caroline Dale Snedeker, *The Town of the Fearless*, N.Y., 1931.

The New Harmony Story, 3rd ed., 1959. *Account of a Society at Harmony*, taken from *Travels in United States of America, in the Years 1806 and 1807, and 1809, 1810, and 1811*, by John Melish.

Arthur Eugene Bestor, *Backwoods Utopias: the Sectarian and Owenite Phases of Communitarian Socialism in America, 1663-1829*, Philadelphia, 1950.

Frank Thistlethwaite, *America and the Atlantic Community: Anglo-American Aspects, 1790-1850*, N.Y., 1963.

William E. Wilson, *The Angel and the Serpent*, Bloomington, 1964.

Irving Leibowitz, *My India*, 1964.

Marguerite Young, *Angel in the Forest*, 1945, new ed., 1966.

J. F. C. Harrison, *Utopianism and Education: Robert Owen and the Owenites*, 1968.

（経済学部教授）

注(19) "それからまたウォーレンという毛色の異なったアメリカ人が「個人の主権」ということを基礎として一つの社会組織を組み立て，多数の同志を得て，実際に一つの村落共同体をつくりあげることに着手した。（もっとも私は，それが今日でもなお存在しているかどうかは知らない）。それは皮相的には，社会主義者の計画のあるものに類似した点もあるようではあるが，主義においては，それと全然正反対のものである。と言うのは，それはすべての個性に対して発展の自由を平等に強制すること以外には，個人に及ぼす社会のいかなる強権も，一切認められていないからである。……私はウォーレン主義者から，「個人の主権」という用語を借用したこともあった。" J.S. Mill, *Autobiography*, Longmans ed., p. 147. 西本正美訳 299 ペイジ。

(20) "彼女の計画は，協同主義をオウエンから，黒人解放思想を George Flower から得た。" W. H. G. Armytage, *op. cit.*, p. 222. *Cf.* A. J. G. Perkins and Theresa Wolfson, *Frances Wright: Free Inquirer*, 1939.

回帰分析の方法

——主成分分析の応用——

佐藤　保

（1）

これまで筆者は同一の簡単な資料を用いていろいろな計算を行なってきたが，ここではその続きとして，主成分分析 (principal components) の計算を行なってみる。資料は

表 1

	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3
昭和27	7096	8330	1163.5	100.0	9241
28	8741	8250	1505.1	95.3	10575
29	10640	8000	1507.6	90.8	12834
30	10519	7697	1469.0	88.1	16230
31	12969	6497	2044.9	90.8	17514
32	15107	7000	2684.3	97.6	18696
33	14904	6700	2665.3	95.7	21408
34	17169	6300	3263.2	91.4	23148
35	22425	6700	4339.9	88.4	29020
36	24484	6000	5985.2	86.6	31200
37	28662	6350	6534.6	84.9	35568
38	29766	6275	7083.5	82.2	43200

Y_1＝セメントの生産量，Y_2＝セメントの価格，X_1＝総投資量，X_2＝石炭価格指数（原材料価格，あるいは生産コストの代用），X_3＝セメントの容量（セメントの生産能力），Y＝内生変数，X＝外生変数

方程式は

(1)　$Y_1=a_0+a_1Y_2+a_2X_1$

(2)　$Y_1=b_0+b_1Y_2+b_2X_2+b_3X_3$

(1)は需要函数を示し，(2)は供給函数を示す。今日計測の際使われる方法として，二段階最小自乗法が用いられる場合が多いが，あるいは他の方法にしても，同時方程式体系の場合，その方程式（例えば(1)）に入っている外生変数（この場合 X_1）だけでなく，その式からは除外されている外生変数を含めて内生変数の係数を推定することにする。ここに問題が生ずる。この点について，T. Kloek と L. B. M. Mennes[1] の述べているところを少し引用してみよう。

(1. 1)　$y=Y\gamma+X_1\beta+u$

(1. 1) は同時方程式体系の一部である線型の関係式である。ここで y は説明さるべき結合従属変数についてのT個の観測値の列ベクトル，Yは m 個の説明さるべき結合従属変数についてのT行 m 列の行列，X_1 は l 個の先決変数についての観測値のT行 l 列の行列，γ と β は推理さるべきパラメーターベクトル，u は攪乱項の列ベクトルである。全体の体系は $\Lambda\geqq l$ 先決変数を含むと仮定される。観測値はT行 Λ の行列Xで示される。そこで

(1. 2)　$X=[X_1, X_2]$

と書くことができ，X_2 はT行 $(\Lambda-l)$ 列の先決変数の観測値の行列で体系の中に入ってはいるが，(1. 1) からは除外されているものである。

その方程式が識別可能 (identifiable) でなければ

注(1)　T. Kloek and L. B. M. Mennes, Simultaneous Equations Estimation Based on Principal Components of Predetermined Variables. Econometrica. Vol. 28, No. 1, January 1960. p. 45-62.

(1.1) パラメーターを推定することは不可能であることはよく知られている。そしてそれは

(1.3)　$A \geqq m+l$

ということを要求している。

この不等式は小さなモデルに対しては制約をあたえるが，大きなモデルに対しては全然制約とはなりそうにもない。しかしその代りに大きなモデルではまったく別の種類の困難が起こってくる。

これをみるために最初に簡単な需要供給の体系を考える。

(1.4)　$q=\alpha_0+\alpha_1 p+\alpha_2 \mathrm{M}+u_1$　(需要)

$q=\beta_0+\beta_1 p+u_2$　(供給)

q は売買の量，p は価格，Mは購買者の所得とする。Mは外生変数，p と q は内生変数と考える。常数を時間について一定の外生変数の係数として考える。そのとき需要方程式においては $A=2$，$m+l=3$ であり，供給方程式においては $m+l=2$ である。それ故需要方程式は識別されない，そして供給方程式は適度識別 (just identified) である。しかしより大きなモデルを考える時，先決変数 A の総数はモデルの大きさに比例して（むしろより急速に）大きくなる。一方個々の方程式で推定されるべき係数の数 $(m+l)$ は通常4ぐらいであり，大部分の場合5,6より大きくなることはない。第1表で三つのアメリカ経済のモデル，クライン (Klein) のモデルI，モデルIIIと，クライン・ゴールドバーガー (Klein and Goldberger) のモデルをとりあげ，方程式の数，いろいろな方程式で推定される係数の中位数と最大数，先決変数の総数，（それは，現時点の外生変数，遅れのある外生変数，遅れのある内生変数に更に分割される）が示される。このような方程式に対する過少識別 (underidentification) の機会はほとんどない。（識別に対するランクの条件は考慮されていない。なぜなら実際的な重要性が小さいからである。）

しかしこの表はまた推定が基礎をおいている観測値Tの数より A が大きくなるかもしれないことを示している。これは重大な問題である。なんとなれば それは先決変数の変動行列が特異であることを含んでいるからである。そしてこの行列の逆行列が構造方程式のパラメーターの推定に補助的役割をもつ誘導形の攪乱項の推定に対して必要である。しかしもし $A<\mathrm{T}$ としてもその状況はなお困難である。なぜなら誘導形の推定における自由度 $(\mathrm{T}-A)$ の小さな数は結果された推定値の質を悪くするであろう。

このような場合の通常の手続きは方程式の中に入ってこない先決変数のいくつかを考慮の外におくことによって先決変数の集合の部分集合だけで推定の基礎とすることである。(1.1) の意味ではこのことは推定は u と X のすべての列の直交性に基礎をおかずに $\mathrm{X}=[\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2]$ で X_2 のいくつかを除去したXの部分行列の列と u の直交性に基礎をおくことになる。この手続きは適当な仮定の下で一致推定値をつくりだすことが示しうるけれども，それは二つのかなりの不利益をもたらす。

第1はこの接近方法は結果された推定量の標本分散を最小化するという意味において最適ではない。第2にこの接近方法は一義的ということからはほど遠い。例えばもし $A=28$ (これはクラインのモデルIIIに対応する) で $l=3$ としよう。そしてもし方程式の中に入ってこない3個だけの先決変数だけを使用しようとするならば，これは $\binom{25}{3}=2300$ 通りの方法がある。もちろんこの数は（クラインがそれを減少させたように）体系を部分的な体系に分割することによって減少できる。部分的な体系の中の各方程式の推定はこの部分的体系の中に入っている先決変数に基礎をおくからである。しかしなお可能性の数は大きくのこっている。

第1の点は除いて，第2の点，すなわち，もし先決変数の全部あるいはそれに近い数を使えば，自由度の減少から，係数の不安定性，多重共線性が起こること，これを避けようとすれば組合せの数が多すぎ，またなにを基準にして除外する外生変数の数をきめたり，どの組合せをとったりするかにも問題が生じよう。そこでクロークとメンズは主成分分析をとり入れようとする。主成分分析の方法はチントナー (Tintner) のエコノメトリックスにあるので以下にのせておくが，その

表　2

モデル	方程式の数	$m\,t\,l$		先決変数の数				T
		中位数	最大数	現時点の外生変数	遅れのある外生変数	遅れのある内生変数	A	
クライン I	6	4	4	5	0	3	8	21
クライン III	16	4	6	14	4	10	28	21
クライン・ゴールドバーガー	19	4	5	19	0	12	31	18

主旨となるところは，多くの先決変数があるとき，例えば今の例で T=21 とすれば，実際に誘導形に入る先決変数が5個以上になれば経済資料の場合ほぼ確実な多重共線性の問題が起きてくるであろう。それをさけるために，例えば先決変数8個とすれば，その系列より，それを代表する主成分をとりだして，（多くの場合は1個か2個とれば充分である）それによって8個の系列の代表値とする。こうすれば先決変数の数を大幅にへらすことができて，その意味で多重共線性を回避することができると考えられる。

クロークとメンズはいろいろな方法を用いている。

(1) 制度変数 (instrumental variables) として主成分を使った二段階最小自乗法，

(2) 除外された先決変数の主成分を使う方法，

(3) 若干の最小自乗回帰の現実の主成分を使う方法

(4) 除外させた先決変数の主成分に対して変形をほどこした上それを使う方法

(5) すべての先決変数の主成分を使う方法

(6) (5)で求められた主成分を変形して用いる方法をあげている。そしてクラインのモデルIに対して応用を試みている。

ここでは先にあげたセメントの需給方程式に対して，二段階最小自乗法を用いる時の，先決変数すべてを用いる場合の主成分の応用を行なってみよう，その前にチントナーによる主成分の計算方法をあげておく。(2)

(2)

標準化された変数 $z_1, \cdots\cdots, z_p$ の集合をより基本的な変数の集合 $u_1, \cdots\cdots, u_p$ によって置き換えようとする。

$$
(2.1)\quad
\begin{aligned}
z_1&=\mathrm{K}_{11}u_1+\mathrm{K}_{12}u_2+\cdots\cdots+\mathrm{K}_{1p}u_p\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
z_p&=\mathrm{K}_{p1}u_1+\mathrm{K}_{p2}u_p+\cdots\cdots+\mathrm{K}_{pp}u_p
\end{aligned}
$$

$u_1, \cdots\cdots, u_p$ は主成分 (principal components) である。それは直交している。すなわち $\sum_{t=1}^{N} u_{it}u_{jt}=0\ (i \neq j)$ k_{ij} は常数である。u_i をもとの変数 z_i 間の相関で再び示す。

$$(2.2)\quad r_{ij}=\mathrm{K}_{i1}\mathrm{K}_{j1}+\mathrm{K}_{i2}\mathrm{K}_{j2}+\cdots\cdots+\mathrm{K}_{ip}\mathrm{K}_{jp}$$

(r_{ij} は z_i 間の相関)　$(i, j=1, 2, \cdots, p)$

$$(2.3)\quad \mathrm{S}_i=\mathrm{K}_{1i}^2+\mathrm{K}_{2i}^2+\cdots\cdots+\mathrm{K}_{pi}\qquad (i=1, 2, \cdots\cdots, p)$$

S_i はすべての標準化された変数 z_i の分散に対する i 番目の主成分 u_i の寄与を示している。

条件(2)の下で最初の主成分の寄与を最大ならしめようとする。

$$(2.4)\quad \mathrm{S}_1=\sum_{i=1}^{p}\mathrm{K}_{i1}^2$$

次の形の函数をつくる。

$$(2.5)\quad \mathrm{F}=\sum_{i=1}^{p}\mathrm{K}_{i1}^2-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{s=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{is}\mathrm{K}_{js}$$

u_{ij} はラグランジェの乗数である。$\mathrm{K}_{11}, \mathrm{K}_{21}, \cdots\cdots, \mathrm{K}_{p1}$ は最初の主成分の係数である。K_{i1} について偏微分してあと整理すると，

$$
(2.6)\quad
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{p}\mathrm{K}_{j1}^2-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{j1}\mathrm{K}_{j1}=0\\
&-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{i1}\mathrm{K}_{js}=0\quad (s=2, 3, \cdots, p)
\end{aligned}
$$

この体系の中の各方程式に K_{i1} を乗じて i について加えると次の式をうる。

$$
(2.7)\quad
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{p}\mathrm{K}_{i1}^2-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{i1}\mathrm{K}_{j1}=0\\
&-\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{i1}\mathrm{K}_{js}=0\quad (s=2, 3, \cdots, p)
\end{aligned}
$$

(2.6) における最初の方程式から $\sum_{i=1}^{p}u_{ij}\mathrm{K}_{i1}=\mathrm{K}_{j1}$ を得る。また $\sum_{i=1}^{p}\mathrm{K}_{i1}^2=\delta_1=\lambda_1$ とおくと，

$$
(2.8)\quad
\begin{aligned}
&\lambda_1-\sum_{j=1}^{p}\mathrm{K}_{j1}^2=0\\
&-\sum_{j=1}^{p}\mathrm{K}_{j1}\mathrm{K}_{js}=0\quad (s=2, 3, \cdots, p)
\end{aligned}
$$

この体系の中の各方程式に K_{is} を乗じて，δ について加える。

$$(2.9)\quad \lambda\mathrm{K}_1-\sum_{j=1}^{p}\sum_{s=1}^{p}\mathrm{K}_{j1}\mathrm{K}_{js}K_{is}=0\quad (i=1, 2, \cdots, p)$$

(2.2) を用いることによって体系は次のように書ける，

$$
(2.10)\quad
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{11}+r_{12}\mathrm{K}_{21}+\cdots\cdots+r_{1p}\mathrm{K}_{p1}=\lambda_1\mathrm{K}_{11}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&r_{1p}\mathrm{K}_{11}+r_{2p}\mathrm{K}_{21}+\cdots\cdots+\mathrm{K}_{p1}=\lambda_1\mathrm{K}_{p1}
\end{aligned}
$$

この線型の同時方程式体系はもし次の行列式が0に等しい場合のみ0以外の解をもつ。

$$
(2.11)\quad
\begin{vmatrix}
(1-\lambda_1) & r_{12}\cdots\cdots & r_{1p}\\
r_{1p} & r_{2p}\cdots\cdots & (1-\lambda_1)
\end{vmatrix}=0
$$

(2.11) の最大根が標準化された変数の大部分を説明するところの最初の主成分と結びついている。このことは (2.8) の最初の方程式から結果している。最初の主成分の係数は線型の方程式体系 (2.10) から計算される。

次に (2.11) の行列方程式の第2の最大根を計算する。λ_1 の代りに (2.10) の中にこの根を入れて，最初の主成分が除去された後に標準化された変数の分散を

注(2)　G. Tintner, Econometrics 1952.　John Wiley, p. 102–114.

最も多く説明する第2番目の主成分を計算する。以下つづけてゆく。

次に変数 z_i の集合を二つの部分からなるものとする。$z=m_i'+y_i'$ 　m_i' は"真の値"あるいは数学的期待値そして y_i' は攪乱項である。この考えは重みをつけた回帰 (weighted regression) の方法と密接に関係している。攪乱項 (確率誤差項) は同じ分散 σ^2 をもち互いに独立である。次の線型函数, $u=K_1z_1+K_2z_2+\cdots\cdots+K_pz_p$ を見出そうとする。このことは $K_1^2+K_2^2+\cdots\cdots+K_p^2$ に比例している誤差項の分散が最小になり, しかも u の分散は1であるように選ばれなければならない。ガーシック (Girshick) はこのことが前の方法を導くということを示した。(11)の行列方程式の最大根 λ を選ばなければならない。もし K_{i1} の第2の添字をはぶくならば, 以前と正確に同じ解をうる。この二番目の解決は計量経済学の研究において最初のものよりももっと有効であったかもしれない。

次の式を最小化する。

(2.12)　$\sigma^2\sum_{i=1}^{p}K_i^2$

σ^2 は独立な確率誤差 y_i' の分散である。u の分散は1でなければならないという条件は

(2.13)

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}K_iK_jr_{ij}=1$$

と書かれる。

ラグランジュの乗数 μ を導入して新しい函数形をつくる。

(2.14)

$$F=\sigma^2\sum_{i=1}^{p}K_i^2-\mu\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}K_iK_jr_{ij}$$

K_i について偏微分して $\mu=\frac{\sigma^2}{\lambda}$ と置くと, 再び (2.11) の体系を得る。ここで K_i は今は第2の添字がなく書かれている。それ故, (2.11)の行列方程式がみたされなければならない。行列方程式 (2.11) の最大根が再び選ばれる。

最後に線型の函数を決定する。最初の標準化された変数 $z_1, z_2, \cdots\cdots, z_p$ と共に, u のすべての相関係数の自乗和が最大になるように, 係数 K_i を決定しようとする。再び u の分散は1でなければならないという条件を用いる。このことはもし(2.10)における第2の添字をおとし, そして(2.11)の最大根をとるならば, 再び以前の方法を導く。

今次の式を最大化しようとする。

(2.15)　$T=\sum_{i=1}^{p}(\sum_{j=1}^{p}K_jr_{ij})^2$

これはすべて標準化された変数 $z_1, z_2, \cdots\cdots, z_p$ と共に指数 $u=K_1z_1+K_2z_2+\cdots\cdots+K_pz_p$ の相関係数の自乗和である。この指数の分散は1でなければならないという条件は再び(2.12)で示される。

新しい函数形がつくられる。

(2.16)　$G=\sum_{i=1}^{p}(\sum_{j=1}^{p}K_jr_{ij})^2-\lambda\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}K_iK_jr_{ij}$

ここで λ はラグランジュの乗数である。

(2.16) を K_j について微分して, その結果を0と置くと,

(2.17)　$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}K_jr_{ji}r_{sj}-\lambda\sum_{j=1}^{p}K_jr_{js}=0$　$(s=1, 2, \cdots, p)$

$[r^{ij}]$ を相関行列 $[r_{ij}]$ の逆行列であるとする。この行列の要素を乗じて加えることによって(2.10)の体系に類似した方程式体系を得る。

以上がチントナーの説明であるが, ここでは主成分の求め方と, それを用いた指数のつくり方が述べられている。この方法を用いて先にあげたセメントの需要供給函数の場合に応用してみよう。

(3)

まず相関行列は次のようになっている。

	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
X_1	1.00000000	−0.54398195	0.94679313*	0.97339518*	−0.80120823*
X_2	−0.54398195	1.00000000	−0.62157664	−0.59230707	0.48521498
X_3	0.94679313*	−0.62157664	1.00000000	0.98568452*	−0.88180014*
Y_1	0.97339518*	−0.59230707	0.98568452*	1.00000000	−0.85186380*
Y_2	0.80120823*	0.48521478	−0.88180014*	−0.85186380*	1.00000000

＊印は有意水準　1%　で有意

先の主成分分析の説明で (2.11) 式で固有根を求めたならばノーマライズの条件として,

(3.1)　$K_{11}^2+K_{21}^2+K_{31}^2+\cdots\cdots+K_{p1}^2=1$

としてこの際の固有ベクトルを求めることにする。

二段階最小自乗法では内生変数 Y_2 を直接方程式に入れることは望ましくないので, あらかじめ外生変数で推定を行なう。すなわちこの場合

(3.2)　$\hat{Y}_2=a_0+a_1X_1+a_2X_2+a_3X_3$

と求めて, この $\hat{Y}_2$ をもとの方程式に入れ,

(3.3)　$Y_1=c_0+c_1\hat{Y}_2+c_2X_1+u_1$

$Y_1=d_0+d_1\hat{Y}_2+d_2X_2+d_3X_3+u_2$

としてパラメーターを求めるわけである。しかし先に述べたように, $\hat{Y}_2=a_0+a_1X_1+a_2X_2+a_3X_3$ としたときに, 外生変数間に多重共線性があると困るわけである。これをさけるために, 主成分をとりだす。この場合固有ベクトルは3個になるから, これを $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

として示せば,

(3.4)　$\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2=1$

という条件を使って一般に α_h を求める。これが求められたら, もとのXと結びつけて

(3.5)　$f_h=X\alpha_h$

をつくる。この場合

(3.6)

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & X_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{110} & X_{210} & X_{310} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_{10} \end{bmatrix}$$

となり主成分 (この場合は第1主成分のみを使ったわけであるが) をもとにした新たな系列 f をつくることができる。この f をもって X_1, X_2, X_3 の3個に代わるものとして使うことができるわけである。

(3.7)　$Y_2=b_0+b_1f+u$

として $\hat{Y}_2$ を求めれば, f一つであるからその意味で多重共線性の危険はない。もし第2主成分までを使うことにすれば f_1, f_2 の2個を使うことになる。そしてこのようにして求めた $\hat{Y}_2$ をもとの式に代入して, これを $\hat{Y}_2'$ で示せば,

(3.8)　$Y_1=c_0'+c_1'\hat{Y}_2'+c_2'X_1+u$

$Y_1=d_0'+d_1'\hat{Y}_2+d_2'X_2+d_2'X_3+u$

としてパラメーターを求めることにする。

まずXの相関行列から固有根を求めるため

(3.9)

$$\begin{vmatrix} 1.00000000-\lambda & -0.54398195 & 0.94079313 \\ -0.54398195 & 1.00000000-\lambda & -0.62157664 \\ 0.94679317 & -0.62157664 & 1.00000000-\lambda \end{vmatrix}$$

$=0$

を解くのであるが, その前に先の

(3.10)　$Y_2=a_0+a_1X_1+a_2X_2+a_3X_3+u$

を求めてみよう。

その結果は,

(3.11)

$\hat{Y}_2=11792.453+0.21265110X_1-24.890060X_2$
(4620.8092) (0.32278997)　(45.450124)
《2.5520320》《0.65879091》　《0.54763458》

$-0.15325110X_3$
(0.071739385)
《2.1362198》

重相関係数　R=0.89363691,

自由度調整後　R′=0.83539236

(　) 内は係数の標準誤差, 《　》内は t の値, 自由差6の t 分布の5%点は2.4469であるから, 係数についてはいずれも有意水準5%で有意ではない。係数の符号についても, X_1 と Y_2 の単相関はマイナスであるが, 偏相関はプラスに変わっている。X_2 と Y_2 の単相関はプラスであるが偏相関はマイナスに変わっている。X_3 と Y_2 との符号は変わっていないが, これからみても多重共線性の危険はあるといってよいであろう。

そこで先の行列方程式から固有根を求めると,

(3.12)　$\lambda_1=2.4241720$,　$\lambda_2=0.52768853$,
$\lambda_3=0.048139728$

最大根は $\lambda_1=2.4241720$ である。

そこでこの λ_1 の値を使って, $\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2=1$ という条件の下で固有ベクトルを求めると,

(3.13)　$\alpha_1=0.60363409$
$\alpha_2=-0.50117973$
$\alpha_3=0.62003624$

となった。この値を用いて $f_h=X\alpha_h$ を求めると,

(3.14)

f
6381.9650
7417.6504
8822.0767
10905.772
12048.178
13163.616
14834.638
16276.568
20568.858
22914.598

となる。これを先の Y_2 の値と対比して,

(3.15)　$Y_2=b_0+b_1f+u$

として, これを求めると,

(3.16)　$\hat{Y}_2'=8972.8050-0.13690479f$
(383.32414) (0.026811096)
《23.407878》《5.1062735》

係数はあきらかに有意である。

(3.17)　$r=-0.87476687$

自由度調整　$r=-0.85782818$

相関係数もあまり違わない。

(3.18)

$\hat{Y}_2'$
8099.0834
7957.2931
7765.0204
7479.7525
7323.3517
7170.6429
6941.8719
6744.4648
6156.8298
5835.6867

となる。この値を用いて,

(3.19) $Y_1=c_0+c_1\hat{Y}_2'+c_2X_1+u_1$

(3.20) $Y_1=d_0+d_1\hat{Y}_2'+d_2X_2+d_3X_3+u_2$

を求める。結果は

(3.21)

$$Y_1=52064.416-5.6342600\hat{Y}_2'+0.98065500X_1$$
(10202.328) (1.2133095) (0.59235632)
《5.1031922》《4.6437120》《1.6555153》

R=0.99354602　自由度調整　0.99169435

$$Y_1=156038.28-17.304500\hat{Y}_2'+8.0649000X_2$$
(61561.301) (6.5935579) (76.838117)
《2.5346813》《2.6244556》《0.10495962》

$$-0.98472000X_3$$
(0.69339833)
《1.4623142》

R=0.99351551　自由度調整　0.99025728

この結果を二段階最小自乗法の結果と比較してみよう。

(3.22) $Y_1=31993.518-3.26840\hat{Y}_2+2.16781X_1$
(1.3896165) (0.69306376)

R=0.9665

$$Y_1=-78983.355+6.769584\hat{Y}_2$$
(7.7681373)

$$+174.9051X_2+1.518458X_3$$
(274.95572) (0.86173757)

R=0.8961

需要方程式についてはかなりの一致がみられるが,供給方程式に関しては大幅に異なっている。主成分による方法では Y_2 の係数がマイナスに変わっており,X_2 の係数が非常に小さくなっている。もともと他の方法を用いても X_2 の相関がひくいので有意にはでていない。

昭和 37, 38 年の予測を行なってみる。

需要方程式にあてはめてみると,

(3.23) 昭和 37 年　22694
　　　昭和 38 年　24393

となる。

供給方程式にあてはめてみると,

(3.24) 昭和 37 年　27978
　　　昭和 38 年　11543

実際値は

　　　昭和 37 年　28662
　　　昭和 38 年　29766

となっており,二段階最小自乗法による値を使ったときは,

需要方程式では

(3.25) 昭和 37 年　25405
　　　昭和 38 年　26840

供給方程式では

(3.26) 昭和 37 年　32861
　　　昭和 38 年　43470

となっていた。

この結果から二段階最小自乗法が,需要方程式からは過小,供給方程式からは過大となっているのに対して主成分を使った方法は,両者共過小,特に供給方程式の 38 年は大幅に小さくなっており,あまり意味のない数値となってしまっている。これは係数の符号が通常の意味と異なってしまっていることに帰因すると考えられる。この限りではこの計算における主成分分析の応用はあまりよい結果を生まなかったといってもよいであろう。

Y_2 と $\hat{Y}_2$ の相関は重相関に等しいから 0.89363691 であり,Y_2 と $\hat{Y}_2'$ の相関は 0.87476687 (f との相関のときの符号が変わることに注意) であったからあまり違わないが,結果においては大きな相違をもたらして,予測値についても大きな違いとなってあらわれた。これは一例であるが,主成分分析を用いるときに注意しなければならない点であろう。(3, 21) (3, 22) のY_1は $\hat{Y}_1$ とすべきであるがみやすいため Y_1 とした。

(経済学部教授)

日本帝国主義下における「満州」への中国人移動について

——「満州国」成立以降における対満中国人移動政策史——

松　村　高　夫

日本帝国主義下の植民地「満州」(中国東北部—以下,たんに満州と記す) について,最近若干の注目すべき研究が発表されはじめているが,その研究課題の重要性に比して,研究が著しく立ち遅れていることは否定できない。[(1)] 1945年以前の日本帝国主義による植民地支配の構造を解明するには,満州の植民地支配を歴史的・具体的に明らかにすることが必要であるにもかかわらず,その研究は植民地朝鮮・台湾にかんする研究よりも遅れている,というのが現状なのである。とりわけ,カイライ政権「満州国」成立 (1932年3月) 以降の満州を対象とした研究はきわめて少ない。本稿の目的は,中国関内,主として華北から満州への中国人移動にたいして,「満州国」成立以降,いかなる政策が展開されたかを,歴史的・具体的に明らかにすることにあり,したがって入満した中国人労働者の状態についての考察は,本稿の範囲外におかれている。そして,「満州国」成立以降関東軍によって主導されたこの対満中国人移動政策は,日中戦争勃発 (1937年7月) を契機として,ヨリ組織的・統一的な国家権力によって主導されるようになり,その政策内容も,中国人入満制限政策から積極的導入政策へと 180 度の転換を示したので,本稿においても,日中戦争勃発以前と以後の2つの段階に分けて考察をすすめることにしたい。

I 「満州国」成立以降日中戦争勃発以前における対満中国人移動政策の展開

中国人の対満移動にたいして,「満州国」成立以降日中戦争勃発までの時期には,関東軍の主導による治安維持の観点にたつ政策が先行し,一貫して入満制限政策が追求されたことが,まず指摘されねばならない。そして,その入満制限政策は,労働政策立案機関=「労働統制委員会」の関東軍内への設置,移動制限政策実行機関=大東公司の設置,さらにその法的根拠=「外国労働者取締規則」の制定というように,次第に強化されていったのである。

1933年9月5日の関東軍特務部連合委員会において,「全満の労働統制のため其の協議機関として労働統制委員会を特務部に置く」ことを基本方針とする「労働統制委員会設置案」が可決され,同年10月20日,関東軍特務部内に労働統制委員会が設置された。[(2)] この委員会は,特務部長 (小磯国昭) が委員長となり,関東軍 (参謀部,特務部,経理部),満州国政府 (軍政部,実業部,外交部,交通部),朝鮮総督府,関東庁,満鉄,技術協会,土木協会などの27名の委員から構成され,かくして関係機関総動員のもとで,関東軍主導による労働統制政策の立案作成が開始されたのである。

この労働統制委員会設置に先だって,関東軍は,中国人労働者の入満制限を基調とする労働統制政策の立案作成を,満鉄経済調査会に督促していた。すなわち,33年6月6日,関東軍特務部長小磯国昭は,経済調査会委員長十河信二宛に,「目下貴方に於て調査立案中の満州国に於ける外人入国取締,帰順匪賊及裁兵の処理等に関聯し緊急の要事と被存に付取急完成の上送

注(1) 最近の満州研究の状況にかんしては,鈴木隆史「『満州』研究の現状と課題」(アジア経済研究所『アジア経済』1971年4月号) の手ぎわよい整理を参照されたい。

(2) 「労働統制委員会設置」,関東軍特務部,1933年9月5日,『満洲労働統制方策』(立案調査書類第30編第1巻),5-7頁。