Title	マスグレイヴによるヴィクセルの租税帰着理論の定式化について
Sub Title	On Wicksell's theory of tax incidence formulated by R. A. Musgrave
Author	飯野, 靖四
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1970
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.63, No.2 (1970. 2) ,p.198(86)- 214(102)
JaLC DOI	10.14991/001.19700201-0086
Abstract	
Notes	高木寿一教授退任記念特集号 論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19700201-0086

マスグレイヴによるヴィクセルの租税帰着理論の定式化について

飯野 靖四

はじめに

ミュルダールが『経済学説と政治的要素』〔1〕において「広義における帰着論 Inzidenzlehre すなわち可能的な租税体系の諸作用 Wirkungen の学が，全財政学の唯一の内容である」と述べていることからもわかるように，租税帰着に関する研究は現代においても財政学のきわめて重要な研究課題の1つである。それにもかかわらず租税帰着に関する研究は，近年にいたっても何ら新しい進展をみせず，わずかに実証的な研究のみが個別的に行なわれているにすぎない。まさに「租税転嫁・帰着の研究は，現代の財政学において混迷の状態にある」〔2〕のである。

私は今のところ，そのような租税転嫁・帰着理論に対して何らかの新しい提案をしようなどというおそれ多い考えは，全然もっていない。従ってここではそのような租税転嫁・帰着理論一般を扱わないで，将来そのような租税転嫁・帰着理論を再検討しようとする際に何らかの意味で役立つに違いないと思われるもの，すなわち将来の租税転嫁・帰着の研究に対するワン・ステップとなりうると思われるもの，という意味でヴィクセルの租税帰着理論(1)〔3〕をとりあげてみた次第である。しかし残念なことに私は，ヴィクセルの租税帰着理論を網羅的に論ずることができるほどヴィクセルの理論についてよく勉強していないので，ここではヴィクセルの租税帰着理論を比較的詳しく扱い(2)，しかもヴィクセルの租税帰着理論を一般均衡論的に体系化したマスグレイヴの研究を中心にして，ヴィクセルの租税帰着理論を検討してみようと思う。

注(1) ヴィクセルの租税帰着に関する著作については，拙稿「ヴィクセルの財政理論について〔I〕」(三田学会雑誌，第62巻第2号) 末尾の〔ヴィクセルの著作目録〕を参照。

(2) ヴィクセルの租税帰着理論について論じた文献はきわめて少ない。ヴィクセルの租税帰着理論について論じた文献については，拙稿「ヴィクセルの財政理論について〔II〕」(三田学会雑誌，第 62 巻第9号) 末尾の〔参考文献〕を参照。

I マスグレイヴによる定式化

マスグレイヴはその著『財政理論』〔4〕において，ヴィクセルの租税帰着理論を次のように定式化している。

まず以下で使用する記号についてまとめて説明しておこう。(記号は，ヴィクセル自身が使用している記号ではなくて，マスグレイヴが使用している記号である。)

P: 労働者1人当りの生産物
t: 平均投資期間
L: 労働者1人当りの賃金所得
Z: 利子率
A: 労働者数
K: 資本ストックの量
r: 税率
p: 純生産物

1 租税がない場合

まず租税のない場合におけるヴィクセルの体系についてみてみよう。

マスグレイヴによると，租税のない場合におけるヴィクセルの基本体系は，以下の4つの方程式によって与えられる。

その第1は，生産関数で

$\mathrm{P}=f(t)=at^m$…………(1)

で与えられる。これは，平均投資期間 t が長くなればなる程ますます迂回生産が行なわれて生産物Pが増大してゆくということを示す生産関数である。ヴィクセルは逓減的な割合で増加してゆく生産関数を想定しているから，$a>0$ と $1>m>0$(3) が仮定されている。

体系の第2の方程式は，生産物が各生産要素(ここでは生産要素として資本と労働のみが考えられている)の分け前に分配されるということを示す定義式である。

$\mathrm{P}=\mathrm{L}+\mathrm{ZL}t$…………(2)

労働者に対する賃金の支払いはすべて資本家からの借入によってまかなわれると仮定されているから，Lt は労働者1人当りに対する投資額(借入額)である。従ってそれに利子率Zを乗じた ZLt

注(3) マスグレイヴによる定式化では，単に $1>m$ となっている。しかし $m>0$ であるのは明らかであるので，ここではつけ加えておく。

は，資本家が受取る労働者1人当りの資本（利子）所得である。(2)式は，生産物Pが労働者の受取る賃金所得Lと資本家の受取る資本（利子）所得 ZLt とに分配されるということを示している。

体系の第3の方程式は，賃金基金の関係によって与えられる式で

$$L\cdot A=\frac{K}{t}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

で与えられる。(3)式は，1期間当りの利用可能な賃金支払額 $\left(\frac{K}{t}\right)$ が，労働者1人当りの賃金Lと雇用される労働者数Aの積に等しいということを示している。換言するならば，賃金基金がすべて労働の購入に用いられるということを示している。ヴィクセルも指摘しているように，賃金基金は他のいずれの用途にも用いることができないのである。

体系の第4の方程式は，資本家の利潤（利子率）極大化の条件である。すなわち

$$\frac{dZ}{dt}=0 \qquad \frac{d^2Z}{dt^2}<0\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

これは賃金基金を統制する資本家が，或る賃金（L＝一定）のもとで，利子率Zが極大値に達するまで投資期間 t を延長するということを示している。

a, m, A, K が与えられるならば，体系は P, L, t, Z を決定することができる。実際に計算によって，利子率Zが極大となるような投資期間 t を求めてみると，次のようになる。(1)，(2)，(3)より

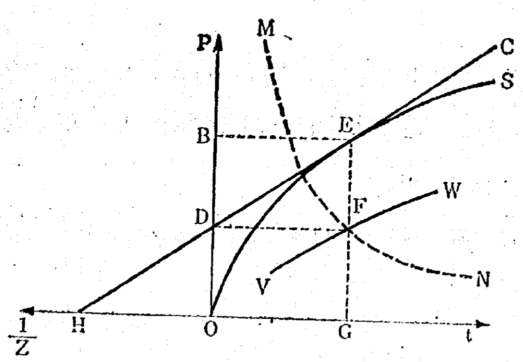
$$Z=\frac{aAt^m}{K}-\frac{1}{t}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

これを t について微分して

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{maAt^{m-1}}{K}+\frac{1}{t^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

これをゼロに等しいとおくことによって，t を解くことができる。[4]

図　1



以上のようなヴィクセルの体系を図表で表わすと図1のようになる。縦軸にはPを測り，横軸にはOより右に t を測る。曲線 OS は方程式 (1) によって定義されるような生産関数である。[5]

さて，生産物Pのうち或る一定額，例えばODだけが労働に向けられて賃金Lとなるような場合を考えてみよう。資本家は，賃金L（＝OD）のもとにおいてZが極大化されるような t の値を選ぶであろう。そのような（L＝OD のもとにおいてZが極大となるような）

注(4)　マスグレイヴ自身の文章では，We can solve for it.

(5)　ヴィクセルは，『価値・資本及び地代』〔5〕においては，全く資本が無い場合においてもなおいくばくかは生産されるであろうという理由から，OS を原点から少し上の点で縦軸と交わらせている。しかしその後の『財政の理論的研究』〔3〕においては，労働者達は資本をもたなかったら何も生産できないであろうという理由から，OS を原点から始めている。

t の値は，Dを通り，しかも OS に接するような直線 DC をひくことによって求めることができる。図1では DC はEで OS と接しているので，t＝OG，$\frac{1}{Z}$＝HO[6] を得ることができる。（Dを通りしかも OS に接するか或いは交わる直線だけを考えると，Eで OS と接する直線（ここでは DC）の場合が最も $HO\left(=\frac{1}{Z}\right)$ が小さくなる。$\frac{1}{Z}$ が最も小さくなるのであるからその時にZは最大になる。）従って，t が OG よりも大きくなっても小さくなっても $HO\left(=\frac{1}{Z}\right)$ は大きくなり，従ってZは小さくなる。同様な方法でLを任意に動かして，それぞれのLに対して最適の値となるような t の値を求めることができる。そのような最適な t とLの組合せの軌跡が VW という曲線で表わされている。ここまでを，我々は体系の方程式 (1)，(2)，(4) から導き出すことができる。

しかしながら実際には，そのように沢山ある最適な t とLの組合せのうちから，或る1組の t とLの組合せを選び出さなければならない。そのような1組の t とLの組合せを選び出すために，我々は方程式 (3) の助けを借りなければならない。K と A は与えられているから Lt の値は所与 $\left(=\frac{K}{A}\right)$ となる。縦軸にLを測るならば我々は直角双曲線 MN を得る。この直角双曲線 MN は，KとAが与えられた時の選択可能なLと t の組合せを示す。実際に選ばれるLと t の値は，VWと MN の交点Fにおいて得られる。

もし我々がWのような点におかれている場合には，賃金支払額（＝投資額）Lt の値は労働者1人当りの利用可能な資本 $\frac{K}{A}$ を超過してしまうであろう。従って一部の労働者が雇用されないことになり賃金は引下げられるであろう。逆に我々がVのような点におかれている場合には，賃金基金の一部が使用されないことになるから賃金は引上げられるであろう。結局，Fが唯一の均衡解となるであろう。その場合，労働者1人当りの生産物Pは GE であり，労働者1人当りの賃金 L は GF（＝OD）である。労働者1人当りの資本（利子）所得 $LtZ\left(=\frac{KZ}{A}\right)$ は FE であり，平均投資期間 t は OG であり，利子率Zは $\frac{1}{OH}$ である。

2　所得税が課せられた場合

次に所得税が課せられ，生産物の一部が政府によって購入されるような場合について考えてみよう。

所得税が総産出量に対して何らかの影響を及ぼさない限り（例えば，生産物がただ1種類しか生産されていない場合等）は，生産関数 (1) はもとのままである。すなわち

$$P=f(t)=at^m\cdots\cdots\cdots\cdots(1\text{-}I)$$

注(6)　△HOD と △DFE が相似であることから，HO：DF＝OD：EF.　DF＝OG，OD＝GF，EF＝GE－GF であるから　$HO=\frac{DF\times OD}{EF}=\frac{OG\times GF}{GE-GF}$　OG＝t，GF＝L，GE＝P＝L＋LZt を代入すると

$$HO=\frac{tL}{P-L}=\frac{tL}{(L+LZt)-L}=\frac{1}{Z}$$ となる。

生産物Pが賃金所得 L と資本（利子）所得 ZLt に分配されるとそこで所得税 r が課せられる。所得税は賃金所得にも資本（利子）所得にも同等に課せられるから，生産物 P は労働者と資本家が保有する部分 $(1-r)(L+ZLt)$ と彼らが租税として支払う部分（すなわち政府によって購入される生産物の部分）$r(L+ZLt)$ とに分けられる。従って (2) 式は次のように書きかえられる。

$$P=(1-r)(L+ZLt)+r(L+ZLt) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2\text{-I})$$

租税が課せられた場合でも賃金基金を減少させてはいけないという仮定によって，(3) 式はもとのままである。

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-I})$$

資本家は課税後の利子（率）を極大化しようと試みるから，(4) 式は次のように書き改められるであろう。

$$\frac{dZ}{dt}(1-r)=0 \quad \frac{d^2Z}{dt^2}<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{-I})$$

前の場合と同じように，計算によって利子率Zが極大となるような投資期間 t を求めてみると次のようになる。(1-I), (2-I), (3-I) より

$$(1-r)Z=\left(\frac{aAt^m}{K}-\frac{1}{t}\right)(1-r) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-I})$$

これを t について微分して

$$\frac{dZ}{dt}(1-r)=\left(\frac{maAt^{m-1}}{K}+\frac{1}{t^2}\right)(1-r) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6\text{-I})$$

$(1-r)$ は相殺しあうから (6-I) は (6) と同じ式になる。従って t の値は，租税がない場合と同じである。従って総産出量も同じであるが，労働者及び資本家は賃金所得，資本（利子）所得がそれぞれ税率だけ減少するのを見出すであろう。この場合には，賃金基金説は結果に影響を及ぼさない。

3　生産物税が課せられた場合

次に生産物税（生産物ないし粗収入に対する税）が課せられた場合について考えてみよう。

税率 r で生産物税が課せられるならば，純生産物 p は次のように書き表わされる。

$$p=(1-r)P$$

このPに (1) 式の右辺を代入すると (1−P) 式が得られる。すなわち

$$p=(1-r)at^m \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1-\text{P})$$

純生産物だけが各生産要素に対して分配されるから (2-P) 式は次のように書き表わされる。

$$p=L+ZLt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2\text{-P})$$

前の場合と同じように，租税が課せられた場合でも賃金基金を減少させることはできないと仮定されているから，(3-P) 式はもとのままである。すなわち

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-P})$$

前の場合と同じように，資本家は利潤（利子率）を極大にしようとするから，(4-P) 式ももとのままである。すなわち

$$\frac{dZ}{dt}=0 \quad \frac{d^2Z}{dt^2}<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{-P})$$

前の場合と同じように，計算によって利子率Zが極大となるような投資期間 t を求めてみると次のようになる。(1-P), (2-P), (3-P) より

$$Z=\frac{(1-r)aAt^m}{K}-\frac{1}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5\text{-P})$$

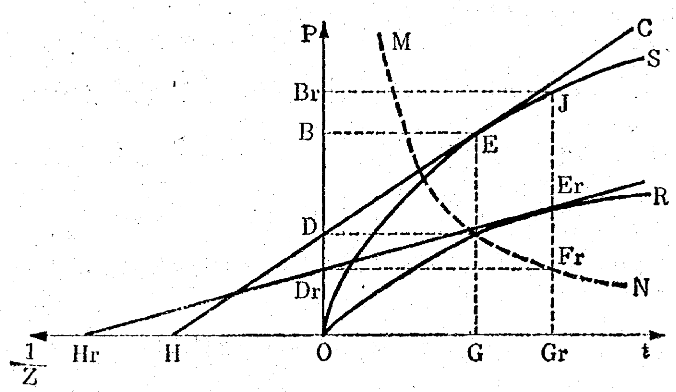
これを t について微分して

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{m(1-r)aAt^{m-1}}{K}+\frac{1}{t^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6\text{-P})$$

ここで，租税のない場合の (6) 式の右辺と生産物税が課せられた場合の (6-P) 式の右辺とを比較してみよう。

両者の場合において，第２項 $\left(\frac{1}{t^2}\right)$ は同じである。ただ違うのは，生産物税が課せられた場合の第１項が租税のない場合の第１項の $(1-r)$ 倍されていることである。２つの式とも右辺はゼロに等しいとおかれているから，t の値は生産物税が課せられた場合の方が租税のない場合より大きくなければならない。従って生産物税が課せられると投資期間 t が延長されることになる。投資期間 t が延長されると（方程式 (1) をみてもわかるように）生産物Pも増加するけれども，（方程式 (3-P) によって示されるように）賃金所得Lは減少する。そして M<1 のところで[7]（方程式 (5-P) によって示されるように）利子率Zも減少することになる。L 及び Z が減少する程度は，それぞれ生産関数の勾配に依存する。

図　2



生産物税が課せられた場合を図表的に表わすと，図２のようになる。

いま 50% の生産物税が課せられた場合（つまり $r=0.5$ の場合）について考えてみよう。

いろいろな投資期間 t の値に対して，各生産要素への分配に向けられる生産物の量は OS から OR にまで引下げられる。

注（７）　マスグレイヴは全く何の説明もなしに M<1 という条件を示している。M が何を指しているのかは不明である。(5) 式の左辺を Z, (5−P) 式の左辺を Z_p とすると，$M=\frac{Z_p}{Z}<1$ という意味であろうか。しかしこれはトートロジーである。

賃金基金方程式は仮定によって変化しないと考えられているので，直角双曲線 MN は変化しない。前と同じように，新しい均衡点 F_r は再び MN 上になければならない。図２を見てもわかるように，投資期間 t は OG から OG_r に延長される。しかし賃金Lは D から D_r まで減少し，利子率Zも $\frac{1}{OH}$ から $\frac{1}{OH_r}$ まで低下する。そして産出量Pは OB から OB_r まで増加する。新しい均衡においては，労働者１人当りの租税支払額は E_rJ に等しく，労働者１人当りの賃金受取額は G_rF_r に等しい。また労働者１人当りの資本家（利子）受取額は F_rE_r に等しい。図２で想定されているようなパラメーターが与えられるならば，資本（利子）所得は賃金所得より急速に引下げられる。もし生産関数曲線 OS がEの右方においてもっと一定の勾配をもつように描かれているならば，投資期間 t は更に延長され，賃金所得Lはもっと急速に引下げられるであろう。

このように生産物に対して生産物税が課せられた場合には，それは生産構造に変化をもたらし，各生産要素に対する分配を不均等に減少させるという全く奇妙な結果をもたらす。（これに対して所得税が課せられた場合には，それは生産構造を変えず，ただ各生産要素の純受取額（可処分所得）を比例的に減少させるだけである。）限界生産力の推論によれば，こういった奇妙な結果は成立しえない。限界生産力の理論によれば，生産物税が課せられた場合には，それは粗生産物Pと純生産物 p との間にくさびとして加わるだけで，賃金所得に対しても資本（利子）所得に対しても等しい負担となってかかってゆくはずである。従って，産出量と各生産要素に対する分配額は前と同じであって，ただ各生産要素の純受取額（可処分所得）が均等に税額だけ減少するだけなのである。従ってこれは所得税が課せられた場合と全く同じになってしまうのである。

賃金基金が，生産物税が課せられた額だけ減少させられると仮定するならば，限界生産力の理論で推論した結果と同じような結果が得られる。[8] 投資期間 t は生産物税が課せられない場合と同じ長さになり，また生産物税の負担は各生産要素の受取額（所得）に均等に課せられることになる。

注（8） 賃金基金が生産物税の額だけ減少させられるような場合について考えてみよう。

生産物税が課せられるのであるから，第１の方程式は（1−P）で与えられる。すなわち

$P=(1-r)at^m$ ……(1−N)

次に，税引き後の純賃金所得と純資本（利子）所得をそれぞれ l と z で表わすと，第２の方程式はここでは次のように与えられる。すなわち

$p=l+zlt$ ……(2−N)

粗賃金基金Kから支払われる粗賃金Lと税引き後の純賃金 l との関係は

$l=L(1-x)$ 〔x は粗賃金所得Lに対して課せられる税率〕

のように書き表わすことができるから，これを（3−P）式に代入して，次のような第３の方程式を得る。すなわち

$l\cdot A=\frac{K(1-x)}{t}$ ……(3−N)

前と同じように，資本家は税引き後の利潤（利子率）を極大化しようとするから第４の方程式は次のように与えられる。すなわち

$\frac{dz}{dt}=0 \quad \frac{d^2z}{dt^2}<0$ ……(4−N)

前と同じように。計算によって z を求めると

$z=\frac{(1-r)aAt^m}{(1-x)K}-\frac{1}{t}$ ……(5−N)

これを t について微分して

以上のように賃金基金を生産物税の額だけ減少させれば奇妙な結果は回避されることになるのであるが，しかしそのように賃金基金を減少させることはヴィクセルの体系の精神とは両立しえないのである。ヴィクセルの体系においてはあくまでも賃金基金 $\frac{K}{A}$ は一定でなければならない。従ってこうした問題を考えることはヴィクセルの体系の問題点を理解するのに役立つけれども，同時にヴィクセルの体系においては決して許されえない解決法であるということに注意しなければならない。

Ⅱ　マスグレイヴによる定式化の検討

今まで見てきたようにマスグレイヴは，ヴィクセル自身も明確に表わしていないような具体的な方程式を用いてヴィクセルの体系を定式化している。例えば（1）式の生産関数などはその良い例である。確かにヴィクセル自身，生産関数の形等については至るところで述べているけれども，いずれの場所においても（1）式のような具体的な形で生産関数を表わしてはいないのである。

しかしこの論文の主要目的は，マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系が，ヴィクセル自身が考えていた体系と同じであるかどうかということを検討することではない。マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系が，それ自体として自己矛盾を犯していないかどうかということを検討することなのである。

それらのことを検討するために，マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系をもう少し具体的な数字をあてはめて考えてみよう。

1　租税がない場合

まず（1）式において $a=2$，$m=\frac{1}{2}$，（3）式において $K=16$，$A=2$ を代入してみよう。そうすると，租税がない場合におけるヴィクセルの体系は次のように表わされる。[9]

$P=2t^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{t}$ …………$(\bar{1})$

$P=L+LZt$ …………$(\bar{2})$

$\frac{dz}{dt}+\frac{m(1-r)aAt^{m-1}}{(1-x)K}+\frac{1}{t^2}$ ……(6−N)

生産物税率 r と粗賃金所得に対して課せられる税率 x とが等しいならば，明らかに（6−N）式は(6)式と同じ式になる。従って投資期間 t は生産物税が課せられない場合と同じになる。限界生産力の理論によれば，競争市場においては租税は限界生産力に比例して各生産要素に分担されることになるから，x は r に等しくならなければならない。従って我々は生産物税が課せられても投資期間 t が変化しないという結論を得るのである。

注（9） 方程式の番号の上の一は，具体的な数値例の場合の方程式の番号であることを表わす。

$2\cdot L=\dfrac{16}{t}$ より $L=\dfrac{8}{t}$ …………(3)

$\dfrac{dZ}{dt}=0 \quad \dfrac{d^2Z}{dt^2}<0$ …………(4)

計算によってZを求めると

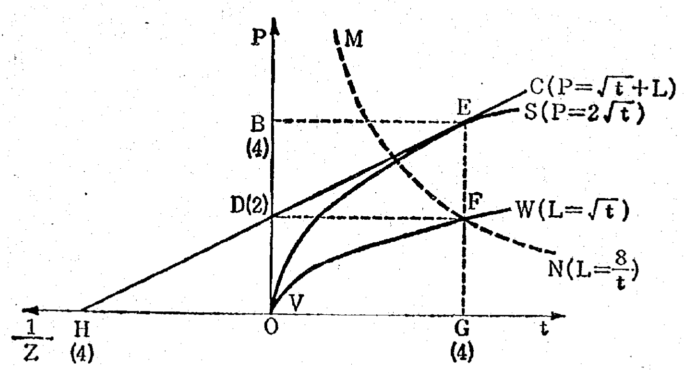
$Z=\dfrac{\sqrt{t}}{4}-\dfrac{1}{t}$ …………(5)

これを t について微分して

$\dfrac{dZ}{dt}=\dfrac{1}{8\sqrt{t}}+\dfrac{1}{t^2}$ …………(6)

以上のようなヴィクセルの体系を図表で表わすと図3のようになる。生産関数曲線 OS に接する接線の勾配は $\dfrac{dP}{dt}=\dfrac{1}{\sqrt{t}}$ であるから，縦軸とLで交わり（切片の値がL）生産関数曲線に接する接線 DC の方程式は

図 3



$P=\dfrac{1}{\sqrt{t}}\cdot t+L=\sqrt{t}+L$ ……(7)

で与えられる。この接線と生産関数曲線との接点Eで定まる最適な t とLの組合せの軌跡 VW は，(7)=(1) とおくことによって得られる。すなわち

$L=\sqrt{t}$ …………(8)

である。実際のLと t の値は VW 曲線と MN 曲線の交点で決まるから，(8) と (3) を連立させることによって $t=4$，$L=2$ を得ることができる。最後にこの値を (1) (2) に代入して $P=4$，$Z=\dfrac{1}{4}$ を得ることができるのである。

2 所得税が課せられた場合

所得税が課せられた場合も全く同じようにして求めることができる。すなわち，$r=0.5$ とすると

$P=2\sqrt{t}$ …………(1-I)

$P=0.5(L+ZLt)+0.5(L+ZLt)$ …………(2-I)

$L=\dfrac{8}{t}$ …………(3-I)

$\dfrac{dZ}{dt}=0 \quad \dfrac{d^2t}{dt^2}<0$ …………(4-I)

$0.5Z=0.5\left(\dfrac{\sqrt{t}}{4}-\dfrac{1}{t}\right)$ …………(5-I)

$\dfrac{dZ}{dt}\cdot 0.5=0.5\left(\dfrac{1}{8\sqrt{t}}+\dfrac{1}{t^2}\right)$ …………(6-I)

$P=\sqrt{t}+L$ …………(7-I)

$L=\sqrt{t}$ …………(8-I)

前と全く同じ方法でこれらの方程式を解いて $t=4$，$L=2$，$P=4$，$Z=\dfrac{1}{4}$ を得ることができるのである。

3 生産物税が課せられた場合

次に生産物税が課せられた場合についても考えてみよう。前と全く同じ数値を代入して

$p=(1-0.5)\cdot 2t^{\frac{1}{2}}=\sqrt{t}$ …………(1-P)

$p=L+ZLt$ …………(2-P)

$L=\dfrac{8}{t}$ …………(3-P)

$\dfrac{dZ}{dt}=0 \quad \dfrac{d^2Z}{dt^2}<0$ …………(4-P)

$Z=\dfrac{\sqrt{t}}{8}-\dfrac{1}{t}$ …………(5-P)

$\dfrac{dZ}{dt}=\dfrac{1}{16\sqrt{t}}+\dfrac{1}{t^2}$ …………(6-P)

$p=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}\cdot t+L=\dfrac{\sqrt{t}}{2}+L$ …………(7-P)

$L=\dfrac{\sqrt{t}}{2}$ …………(8-P)

これらの体系の方程式も前の場合と全く同じようにして解いて，$t=4\sqrt[3]{4}\fallingdotseq 6.36$，$L=\sqrt[3]{2}\fallingdotseq 1.26$，$p=2\sqrt[3]{2}\fallingdotseq 2.52$，$Z=\dfrac{\sqrt[3]{2}}{8}\fallingdotseq 0.16$ を得るのである。

確かに生産物税が課せられた場合には，租税がない場合よりも，投資期間 t が延長され，賃金所得Lと利子率Zが低下させられている。

以上で具体的な数値例によるヴィクセルの体系のすべての値が求まったのであるが，よく考えてみると，これらの値を求める際に (4) 式（同様に (4-I) 式，(4-P) 式）をどこにも使っていないのである。そこで試みに (6) 式 ((6-I)，(6-P) 式) によって $\dfrac{dZ}{dt}=0$ となる t の値を求めてみよう。そうすると t は正の数であるから $\dfrac{dZ}{dt}=0$ となるような t の値は無限大でなければならない。t が無限大の時，(3) 式 ((3-I)，(3-P) 式) によってLはゼロに近づく。つまり投資期間を無限に延長し，賃金所得をゼロに近づければ利子率は最大になるということである。これは確かに1つの帰結である。とすると，先に求めた $t=4$ ($t=4$，$t=4\sqrt[3]{4}$) は一体どのような意味をもつ t の値なのであろうか。

念のために，具体的な数値例によるヴィクセルの体系ではなくて，マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系に戻って同じ問題を考えてみよう。

そこでは (6) 式に与えられたように

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{maAt^{m-1}}{K}+\frac{1}{t^2}=0$$

である。m は1より小さい正の数と定義されているから，$(m-1)$ は負の値となる。従って (6) 式は

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{maA}{K}\cdot\frac{1}{t^{1-m}}+\frac{1}{t^2}=0$$

と書きかえることができる。この場合にも $\frac{dZ}{dt}$ をゼロにするような t の値は無限大でなければならない。[10] t が無限大でなければならないとすると，図1で求めた t の値はどのような意味をもつ t の値なのであろうか。

ここでその問題を考えるために，具体的な数値例のところで考えたような体系の解き方を，マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系にあてはめて考えてみよう。

1　租税がない場合

租税がない場合におけるヴィクセルの体系は次のように与えられている。

$$P=f(t)=at^m \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$P=L+LZt \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\frac{dZ}{dt}=0 \quad \frac{d^2Z}{dt^2}<0 \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$Z=\frac{aAt^m}{K}-\frac{1}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{maAt^{m-1}}{K}+\frac{1}{t^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

もし (4) 式（従って (6) 式）を考慮に入れるならば，前にも見たように，これらの体系を同時に充たしうるような t の値は無限大（その時Lはゼロに近づく）しかありえない。そしてそれがこの体系の唯一の解である。しかしそれでは余りにもつまらない体系である。というのは，もしそうだとすると，この体系は投資期間を無限に延長し，生産を増やし，賃金をゼロに近づけるならば，利子率従って資本（利子）所得は無限に大きくなってゆくというだけの体系であり，それは余りにも自明でまた余りにも現実に起りえない体系であるからである。

従って我々は，ここで (4) 式を放棄しよう。そして (1)～(3) の方程式だけを残して別の体系を考えてゆくことにしよう。

次に，具体的な数値例のところで行なったように，生産関数曲線と接する接線の方程式を求めて

注(10)　マスグレイヴは「これ（(6) 式）をゼロに等しいとおくことによって，t を解くことができる*」〔4〕と述べている。t が無限大であるという解を得ることが，t を解いたことになるのであろうか。
* 注 (4) を参照

みよう。それは

$$P=mat^{m-1}\cdot t+L=mat^m+L \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

で与えられる。[11] この接線と生産関数曲線との接点Eで定まる最適な t とLの組合せの軌跡 VWは，(7)＝(1) とおくことによって得られる。すなわち

$$L=(1-m)at^m \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

で与えられる。実際の t とLの値は，VW 曲線と MN 曲線との交点で決まるから，(8) 式と (3) 式を連立させて

$$t=\left(\frac{K}{(1-m)aA}\right)^{\frac{1}{m+1}},\quad L=\left\{(1-m)a\left(\frac{K}{A}\right)^m\right\}^{\frac{1}{m+1}}$$

$$Z=m\left(\frac{aA}{(1-m)^mK}\right)^{\frac{1}{m+1}},\quad P=\left(\frac{a^{\frac{1}{m}}K}{(1-m)A}\right)^{\frac{m}{m+1}}$$

が得られる。（ここで得られた t の値を (6) 式に代入しても $\frac{dZ}{dt}$ はゼロにはならない。）

体系は解けたから，今度は未知数の数と方程式の数を数えてみよう。未知数は，t, L, Z, P の4つである。解を得るのに使った方程式は，(1), (2), (3), (7), (8) の5つである。しかし (8) 式は独立でないから（単に (7)＝(1) とおいて解いただけのものであるから），実際に独立な方程式は，(1), (2), (3), (7) の4つである。従って，ちょうど未知数の数と方程式の数が一致して，体系は解けることになるのである。

ここで新たに登場した (7) 式についてみてみよう。(7) 式は生産関数曲線と接する接線の方程式である。(7) 式をもっと一般的に書けば

$$P=\frac{dP}{dt}\cdot t+L \cdots\cdots\cdots\cdots (7')$$

である。いま (2) 式において，Lを常数と考えて t について微分すると

$$\frac{dP}{dt}=LZ \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

を得る。この (9) 式を (7′) 式に代入すると，実は接線の方程式が (2) 式と一致してしまうのである。これは，Lを常数と考えて微分したからである。逆に言えば，(9) 式が成立するのはLを常数と考えることができる特殊な場合だけなのである。

Lを常数と同じように扱いえたのは，実はその時Lが極大になっていると仮定したからなのである。この点についてヴィクセルは，〔5〕において次のように述べている。

「労働者1人当りの平均年生産をPと表わすならば

$$P=L(1+Zt)$$

が得られる。既に述べたように，Pはここでは t の関数であり，しかも既知の関数である。またZ

注(11)　(1) 式より，接線の勾配は $\frac{dP}{dt}=mat^{m-1}$。この接線は縦軸とLで交わるから，(7) 式が得られる。

は既知の大きさと想定されている。今や問題はLが最大になるように t を決めることであり，それは周知のように，両辺を t に関して微分することによって得られる。極大の点では $dL=0$ であるので，この際Lはあたかも常数であるかのように取り扱われ，こうして我々は

$$\frac{dP}{dt}=LZ$$

を得る。[12]」

従って我々が加えるべき第4の方程式は，(9) 式，従って

$$\frac{dL}{dt}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

なのである。これはまさに，マスグレイヴによって定式化された方程式とは全く正反対のことを仮定した方程式である。マスグレイヴは資本家による利潤（利子率）極大化の条件を第4の方程式としたけれども，ここで得られた第4の方程式は賃金所得極大化の条件である。

ではここで新しく得られた第4の方程式を新しい体系に加えて，その体系を解いてみよう。所得税が課せられた場合は，租税がない場合とほとんど同じであるから，ここでは生産物税が課せられた場合について解いてみよう。

3　生産物税が課せられた場合（2は省略）

生産物税が課せられた場合の新しい体系の方程式は次のように与えられる。

$$p=(1-r)at^m \cdots\cdots\cdots\cdots(1\text{-P})$$

$$p=L+ZLt \cdots\cdots\cdots\cdots(2\text{-P})$$

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-P})$$

$$\frac{dL}{dt}=0 \quad \frac{d^2L}{dt^2}<0 \cdots\cdots\cdots\cdots(10\text{-P})$$

注(12)　この点についてスティグラーは，『生産と分配の理論』〔6〕において，次のように述べている。「ヴィクセルは，次のような極大の方法を用いている。すなわち極大点では $dL=0$ であるから，彼はちょうどLが定数であるかのように，t に関して微分しているのである。同じような結果はもっと周知の方法で求められる。すなわち (2) 式を書きかえると

$$L=\frac{P}{1+Zt}$$

そこで

$$\frac{dL}{dt}=\frac{\frac{dP}{dt}\cdot(1+Zt)-P\cdot Z}{(1+Zt)^2}=0$$

分母をかけて除いてしまい，分子において $(1+Zt)$ に $\frac{P}{L}$ を代入すると

$$\frac{P}{L}\cdot\frac{dP}{dt}-P\cdot Z=0$$

となり，P で割って除いて，移行すると

$$\frac{dP}{dt}=LZ$$

となる。」

(2-P) と (10-P) から $\frac{dp}{dt}=ZL$ を得る。[13] (1-P) より $\frac{dp}{dt}=(1-r)amt^{m-1}$ であるから両辺相等しいとおいて

$$ZL=(1-r)amt^{m-1} \cdots\cdots\cdots\cdots(11\text{-P})$$

を得る。この (11-P) 式と (3-P) 式を連立させて $Z=\frac{(1-r)amA}{K}t^m$ を得る。また (3−P) より $L=\frac{K}{At}$ である。このLとZを (2-P) に代入し (1-P) と連立させて，$t=\left(\frac{K}{(1-m)(1-r)aA}\right)^{\frac{1}{m+1}}$，$p=\{(1-r)a\}^{\frac{1}{m+1}}\left\{\frac{K}{(1-m)A}\right\}^{\frac{m}{m+1}}$ を得る。ここで得られた t の値を Z と L の式に代入して，

$Z=m\left(\frac{(1-r)aA}{(1-m)^m K}\right)^{\frac{1}{m+1}}$，$L=\left\{(1-m)(1-r)a\left(\frac{K}{A}\right)^m\right\}^{\frac{1}{m+1}}$ を得る。

以上のように，賃金所得極大化の条件を加えることによって，新しい体系が解けることが分かった。そして得られた解が図表で求めた解と一致することが分かった。

さて今までは，Lは極大化されているものとして常数と同じように扱ってきた。しかし今度は，Lが極大化されていない場合について考えてみよう。

(3) 式（同様に (3-I) 式，(3-P) 式）を見てもわかるように，Lは t の関数である。従ってLを t の関数であると考えて，(2) 式を t で微分すると

$$\frac{dP}{dt}=\frac{dL}{dt}+Z\left(\frac{dL}{dt}\cdot t+L\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

(3) 式を t で微分すると $A\cdot\frac{dL}{dt}=\frac{-K}{t^2}$　　従ってこれを整理して $\frac{K}{A}=Lt$ を代入すると

$$\frac{dL}{dt}=-\frac{K}{A}\cdot\frac{1}{t^2}=-(Lt)\cdot\frac{1}{t^2}=-\frac{L}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13) 式を (12) 式に代入して $\frac{dP}{dt}=-\frac{L}{t}$ を得る。t とLは正の数であるから $\frac{dP}{dt}$ は負の値となる。これを図表的に言い表わすならば，生産関数曲線における接線の勾配が負になった時に初めて解が得られるということである。また数学的に言い表わすならば，(1) 式のような生産関数 ($P=at^m$，$a>0$ $1>m>0$) を仮定する限り $\frac{dP}{dt}=mat^{m-1}$ は負になりえないから，経済学的に意味のある解が得られないということである。

こうしたことについては，ヴィクセル自身，〔5〕の中で述べている。すなわち「私はやっと最近になって初めて次のことに気がついた。すなわち，資本家が勝手気ままにますます長い生産期間を採用し，しかもその際，賃金は資本家及び労働者の相互の競争によって，常に方程式 (3) $K=ALt$ に従って決定されると考えうるということである。到達された利子は常に (2) $P=L+LZt$ によって与えられるけれども，この際Zを最大にするように t を定めようとするとLはもはや常数とは見られえず，むしろ (3) によって t に依存すると思われるがゆえに，我々は条件方程式 $\frac{dP}{dt}=LZ$

注(13)　注(12) を参照。

ではなくて，これとは全く異なる方程式

$$\frac{dP}{dt}=-\frac{L}{t}$$

に導かれるであろう。t とLとは本質上，正の値をとるからこの $\frac{dP}{dt}$ は負となるはずであろう。換言すれば，最大可能な利子は次第に生産を長期化してゆく時，労働者1人当りの年生産が逓減的になる時に初めて達成されるであろう。それ故実際上ここには決して利子率の真の極大は存在せず，生産期間のいかなる延長も資本家にとって有利である。………ここでの想定は，資本家が賃金を圧迫するために団結し，労働者は無抵抗にこれに対立するものと仮定している。この場合確かに，すべての生産の長期化は結局，有利なことが知られるであろう。年々使用可能な賃金基金が減少し，その結果として賃金は低落せざるを得ないからである。………もちろんこのような賃金の低下は早晩何らかの仕方において，国民経済内部における労働者数の減少をひき起すであろう。しかしこのような点に至らない限り，常に生産期間を延長することが，階級としての資本家の利益である。

もし資本家の間に自由競争が行なわれるとすれば，これと異なる。この場合には賃金の低い状態が誘因となって，個々の資本家は生産期間を短縮し，その資本をいっそう多くの労働者の雇用に用いようとする。しかも多数の資本家がこのようにする場合には，当然賃金は騰貴する。(14)」

ここで思い出されるのは，マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系である。マスグレイヴによる体系は，資本家が利潤（利子率）を極大化することであった。そしてマスグレイヴによる体系を解こうとすると，投資（生産）期間は無限に延長されることになってしまった。それはまさに，ヴィクセルも述べているように，資本家が団結して賃金を圧迫する場合にのみ有効な結論であったのである。従って賃金に下限があったり，資本家の間で競争があったりする場合には，マスグレイヴによる体系は意味をなさない。従って，賃金所得の極大化を条件にした新しい体系の方が，より現実的でかつより一般的な体系なのである。

お わ り に

最後に今まで得た結論をまとめてみよう。

注(14)　この点についてスティグラーは，〔6〕の中で次のように述べている。すなわち，「ヴィクセルは，彼の理論に対して競争の仮定が重要であることをはっきり認めている。もし資本家達が結合して，なお資本を完全に利用しようとするならば，利子が極大化する生産期間を彼らは求めるであろうが，その期間はもはや賃金一定の条件には従っていないのである。その結果，方程式 $\frac{dP}{dt}$ は

$$\frac{dP}{dt}=\frac{-L}{t}$$

となる。Lと t はプラスであるから，生産期間延長の限界生産力は極大の利子率の点でマイナスにならなければならないし，マイナスの収益の段階に到達するに違いないのである！　このような点は事実上存在しないから極大点は存在しないし，非経済的な条件は賃金が低下する範囲に限界を与えるに違いないであろう。」

1.　マスグレイヴによって定式化されたヴィクセルの体系は，資本家が団結して賃金を切下げようと努力した場合にのみ妥当するような体系である。その体系においては，投資期間 t が延長されればされる程資本家の利潤（利子率）が大きくなる。しかし利子率Zは，労働者1人当りの年生産が逓減する時まで，極大にはならない。

2.　新しい体系では，利潤（利子率）極大化という条件の代わりに賃金所得極大化という条件を導入する。新しい体系をまとめて表わすと次のようになる。

(1)　租税がない場合

$$P=f(t)=at^{m} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$P=L+ZLt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\frac{dL}{dt}=0 \quad \frac{d^{2}L}{dt^{2}}<0 \quad \cdots\cdots(4)$$

この時

$$t=\left(\frac{K}{(1-m)aA}\right)^{\frac{1}{m+1}},\ L=\left\{(1-m)a\left(\frac{K}{A}\right)^{m}\right\}^{\frac{1}{m+1}}$$

$$Z=m\left(\frac{aA}{(1-m)^{m}K}\right)^{\frac{1}{m+1}},\ P=\left(\frac{a^{\frac{1}{m}}K}{(1-m)A}\right)^{\frac{m}{m+1}}$$

(2)　所得税が課せられた場合

$$P=f(t)=at^{m} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1\text{-I})$$

$$P=(1-r)(L+ZLt)+r(L+ZLt) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2\text{-I})$$

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-I})$$

$$\frac{dL}{dt}=0 \quad \frac{d^{2}L}{dt^{2}}<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{-I})$$

この時

t，L，Z，P の値は，租税がない場合と同じ値をとる。

(3)　生産物税が課せられた場合

$$p=(1-r)at^{m} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1\text{-P})$$

$$p=L+ZLt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2\text{-P})$$

$$L\cdot A=\frac{K}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{-P})$$

$$\frac{dL}{dt}=0 \quad \frac{d^{2}L}{dt^{2}}<0 \quad \cdots\cdots\cdots(4\text{-P})$$

この時

$$t=\left(\frac{K}{(1-m)(1-r)aA}\right)^{\frac{1}{m+1}},\ L=\left\{(1-m)(1-r)a\left(\frac{K}{A}\right)^{m}\right\}^{\frac{1}{m+1}}$$

$$Z=m\left(\frac{(1-r)aA}{(1-m)^{m}K}\right)^{\frac{1}{m+1}},\quad p=\{(1-r)a\}^{\frac{1}{m+1}}\left\{\frac{K}{(1-m)A}\right\}^{\frac{m}{m+1}}$$

最後に，租税がない場合の t, L, Z と，生産物税が課せられた場合の t, L, Z とを比較してみよう。

生産物税が課せられた場合の t は，租税がない場合の t の $\left(\frac{1}{1-r}\right)^{\frac{1}{m+1}}$ 倍されている。$(1-r)$ は1と0の間の値をとるから $\frac{1}{1-r}$ は1より大きい。m も1より小さい正数であるから $\left(\frac{1}{1-r}\right)^{\frac{1}{m+1}}$ は1より大きい。従って，生産物税が課せられた場合，投資期間 t が延長されることが分かる。

次に，生産物税が課せられた場合のLとZはともに，租税がない場合のL, Z の $(1-r)^{\frac{1}{m+1}}$ 倍されている。$(1-r)$ は1より小さい正数で m は1と0の間の値をとるから $(1-r)^{\frac{1}{m+1}}$ は1より小さい正数である。従って，生産物税が課せられた場合，賃金所得Lと利子率Zは(この体系では均等に)低下させられるのが分かる。

〔参考文献〕

[1] Myrdal, G.: Das politische Element in der nationalökonomischen Doktrinbildung, 1932.(山田雄三訳)
[2] 高木寿一: 租税利益説に関する問題，三田学会雑誌，第56巻第8号
[3] Wicksell, K.: Finanztheoretische Untersuchungen, 1896.
[4] Musgrave, R. A.: The Theory of Public Finance, 1959.(木下和夫監訳)
[5] Wicksell, K.: Über Wert, Kapital und Rente, 1893.(北野熊喜男訳)
[6] Stigler, G. J.: Production and Distribution Theories, 1941.(松浦保訳)

高木寿一名誉教授略歴

生年月日	明治32年2月26日生
本籍地	東京都中央区京橋新川町2の4
現住所	東京都世田ヶ谷区下馬6丁目19の2

大正10年3月	慶應義塾大学理財科卒業。
大正10年4月より 13年3月まで	同大学院に在学。
大正13年4月1日	慶應義塾高等部教員に就任。
昭和2年1月より 4年2月まで	財政学および経済学研究のため，慶應義塾留学生として英・独両国に2年間派遣される。
昭和5年4月より 7年3月まで	同高等部副主任を兼務。
昭和13年4月より 18年10月まで	同高等部主任を兼務。
昭和17年10月より	同大学経済学部講師(財政学)を兼務。
昭和18年4月より	慶應義塾商業学校教員を兼務。
昭和18年10月	慶應義塾高等部教授を退職し，同高等部および経済学部の講師となる。
昭和24年4月	慶應義塾大学経済学部教授に就任。
昭和24年9月より 25年1月まで	同大学学生部長を兼務。
昭和25年1月より 30年5月末日まで	同大学就職部長を兼務。
昭和28年10月	経済学博士の学位を授与される。
昭和30年10月より 36年10月末日まで	慶應義塾大学通信教育部長を兼務。
昭和36年1月	同大学産業研究所所員を兼務。
昭和44年3月	慶應義塾大学を定年退職。
昭和44年4月	慶應義塾大学経済学部名誉教授。なお，現在，大学院経済学研究科の財政学演習で，法学部の財政学，経済学部の「自由研究」を担当している。

慶應義塾外の職務略歴

昭和18年10月より 24年2月まで	神奈川県商工経済会理事長，横浜商工会議所専務理事に就任。
昭和23年1月	地方財政委員会顧問を委嘱される。
昭和27年4月より 32年3月まで	横浜市立大学商学部講師を委嘱される。
昭和29年9月より 31年7月まで	公共企業体等中央調停委員会委員長に就任。
昭和32年7月より 44年7月まで	東京都公安委員に就任。
昭和32年9月	日本財政学会の推薦により，総理大臣命の国費派遣によって国際財政学会のウィーン大会に出席。
昭和34年6月より 現在まで各年に	国家公務員採用上級試験専門委員に任命される。