慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	生産者均衡の純粋理論
Sub Title	The pure theory of producer's behaviour
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1969
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.62, No.9 (1969. 9) ,p.981(1)- 987(7)
JaLC DOI	10.14991/001.19690901-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19690901-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

生産者均衡の純粋理論

福岡正夫

I

1. 企業あるいは生産者は，各種の生産要素を投入することによって生産物を産出し，そのさい両者の価値の差である利潤を最大にすることをその目的にすると想定される。

2. 当面の企業の生産計画を，n 種の財について

$$y=(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n)$$

のように記し，y_i $(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ は産出される財については正，投入される財については負であると約束しよう。

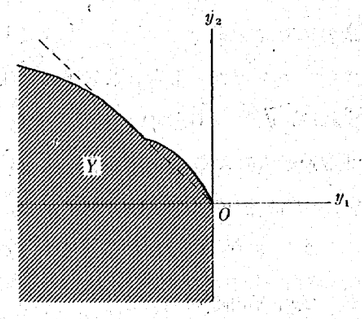
y の実現可能性は，そのとき知られている技術の状態によって制約されるから，以下ではその意味で生産可能な y の集合を Y であらわし，それはつぎのような仮定に服するものとする。

P1 Y は閉かつ凸で，原点を含んでいる。

ここで閉性および凸性については，前稿の消費可能集合 X の場合と同じであるから，説明は繰返さない[(1)]。原点 0 を含むというのは，もし当該の企業が生産を止めようと思えばそれも可能ということであり，凸性の仮定とともにこの仮定が併用されれば，いわゆる規模に関する収穫逓増の現象が排除されることになる。換言すれば，これらの仮定の下では，$y\in Y$ のようなどんな y についても，$0\leqq k\leqq 1$ なら ky はかならず可能であるが，$k>1$ なら ky は可能であるとはかぎらない[(2)]。

注(1) 福岡正夫「消費者均衡の純粋理論」，経済学年報 1968 年，p. 3.

(2) 但し逆に規模に関する収穫非逓増の事態がかならずしも凸性を意味しないことに注意。たとえば右図のような場合が考えられる。
Cf. G. Debreu, *Theory of Value*, 1959, p. 40, Fig. 2. b.



3. 財の価格を前と同様 $p=(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n)$ と記せば，生産者の利潤は p と y との内積

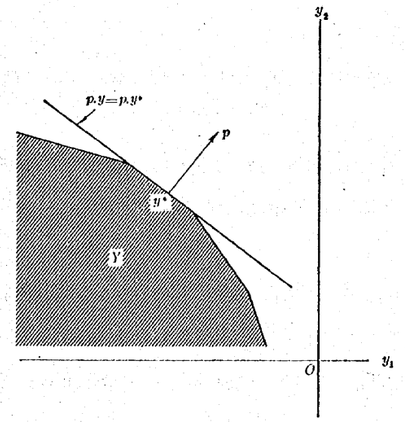
$$p\cdot y=p_1y_1+p_2y_2+\cdots\cdots+p_ny_n$$

で示される。というのは y_i の符号の約束にしたがい，$p\cdot y$ は収入と費用の差額をあらわすからである。競争の条件下では，p は y から独立の与件とみなされるから，企業はそのような所与の p について $p\cdot y$ という線型函数の値を最大にする y を選ぶことになろう。

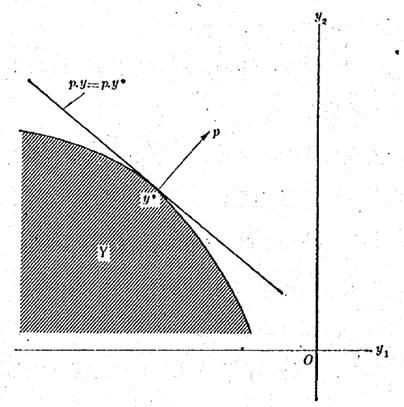
いま $p\neq 0$ のような p を与えて，y^* をその下での一均衡点とすれば，事態は Y の全体が，y^* をとおり p を法線ベクトルとする超平面 $p\cdot y=p\cdot y^*$ の片側に含まれるという事実によってあらわされる。2次元の場合について図示すれば第1図，第2図のようであって，均衡点 y^* の集合は Y と超平面 $p\cdot y=p\cdot y^*$ の共通部分にほかならない。

ところで p がまったく任意に与えられる場合は，均衡点 y^* が存在しない可能性があるから，前の消費理論の場合になぞらえ，y^* の存在が保証されるような p の集合 T' に限定して考えることにする[3]。すると $p\in T'$ の p のそれぞれに空でない均衡点の集合が対応することになり，T' から

第 1 図



第 2 図



Y への函数 $\varphi(p)$ が定義できることになる。これが当該生産者の供給函数 (supply function) である。

4. 前稿の X の場合と同様，Y の場合もそれをコンパクトな部分集合におきかえて市場均衡存在の議論に支障を来たさないことがよく知られている。そこで，本稿の以下の議論でもしばらく Y を空でないコンパクト集合と想定して，次稿の議論に具えることにしよう。Y のコンパクト性さえ仮定すれば，$\varphi(p)$ が任意の p について空でないこと，コンパクトとなること，凸となること，および上部半連続となることが，つぎのような推論からただちに明らかとなる。

まず $p\cdot y$ は y の連続函数であるから，Y がコンパクトなら，周知の定理によって $p\cdot y$ を最大にするような y が Y のなかに存在し，$\varphi(p)$ は任意の p について空でない集合となる。すなわち

注(3) 福岡，前掲論文，p. 27.

前述の T' は全空間 R^n に拡張されるわけである。

つぎに Y がコンパクトなら $\varphi(p)$ の有界性は自明であるから，そのコンパクト性をいうためには，それが閉であることをいえばよい。換言すれば，$\varphi(p)$ のなかから $\{y^{*q}\}$ をとって y^{*0} に収斂するとした場合，y^{*0} もまた $\varphi(p)$ に属することをいえばよい。ところが $p\cdot Y$ の最大値を $m(p)$ とすれば，すべての q について $p\cdot y^{*q}=m(p)$ であり，$m(p)$ は所与の p について一意的に定まる定数であるから，$y^{*q}\to y^{*0}$ のとき $p\cdot y^{*0}=m(p)$ となることは明白である。

Y の凸性を知ることもまたきわめて容易である。いま $y^{*0}\in\varphi(p)$, $y^{*1}\in\varphi(p)$ かつ $y^{*2}=\alpha y^{*0}+(1-\alpha)y^{*1}$, $0<\alpha<1$ とすれば，

$$\begin{aligned} p\cdot y^{*2}&=p\cdot[\alpha y^{*0}+(1-\alpha)y^{*1}]\\ &=\alpha p\cdot y^{*0}+(1-\alpha)p\cdot y^{*1}\\ &=\alpha m(p)+(1-\alpha)m(p)\\ &=m(p)。\end{aligned}$$

最後に $\varphi(p)$ の上部半連続性をいうためには，$p^q\to p^0$, $y^{*q}\in\varphi(p^q)$, $y^{*q}\to y^{*0}$ のとき，$y^{*0}\in\varphi(p^0)$ となることをいえばよい。ところが仮定から任意の y について $p^q\cdot y^{*q}\geqq p^q\cdot y$ であり，この式の左辺は p^q, y^{*q} の連続函数，右辺は p^q の連続函数であるから，$q\to\infty$ のとき $p^0\cdot y^{*0}\geqq p^0\cdot y$ となることは明らかである。

依って求める帰結がすべて成立したことになる。

II

1. 要素ならびに生産物の価格が変化するとき，それらの投入・産出量はどの方向に変化するか？ 伝統的な生産理論は消費理論の場合と同様，この問題を解析の手法によって分析し，スムーズな生産函数の概念から出発する[4]。

生産函数というのは，周知のように投入・産出量間のもっとも効率的な技術関係をあらわす函数であり，一般に

(1) $\quad f(y)=f(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_n)=0$

のようにあらわされる[5]。(1) はたとえば $y_2, \cdots\cdots, y_n$ を与えたとき，y_1 の技術的に可能な最大量を

注(4) ここで伝統的な生産理論とは，たとえば J. R. Hicks, *Value and Capital*, Chapter VI-VII および P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, Chapter IV などに集約されている理論の定型をいう。

(5) 適当な条件の下では，(1) はまた

$$y_1=g(y_2, \cdots\cdots, y_n)$$

のように書くこともできる。結合生産物がない場合の生産函数は，いうまでもなく第1財が生産物で，第2財～第 n 財が生産要素というスペシャル・ケースにあたる。

規定する関係式であり，前の Y が実現可能ないっさいの y の集合を意味するのに対して，いわばその有効な関係のみを規定するものと考えることができる。したがって生産函数の概念には，すでにそれ以外の y は論外におくという意味での一種の選択行動が含まれているわけであるが，伝統的な生産理論があえてそれを与件とするのは，その種の選択が技術効率の問題であって経済の問題ではないと考えられるからである。

さて以下では微分可能性の仮定

P 2 $f(y)$ は R^n のすべての点で少くとも二回微分可能で，それらの偏導函数 $\partial f/\partial y_i=f_i$, $\partial f^2/\partial y_i\partial y_j=f_{ij}$, ……は連続

が満足されると想定し，さらに P1 における凸性の仮定を一そう強めて

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1k} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2k} & f_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ f_{k1} & f_{k2} & \cdots & f_{kk} & f_k \\ f_1 & f_2 & \cdots & f_k & 0 \end{vmatrix} <0$$

が $k=2$, ……, n のすべてについて成立すると想定しよう。

2. 企業は利潤

$$\pi=\sum_{i=1}^{n}p_iy_i=p_1y_1+p_2y_2+\cdots\cdots+p_ny_n$$

を生産函数 (1) の下で極大ならしめるわけであるから，消費理論の場合と同様，ラグランジュの未定乗数を μ として，ラグランジュの函数

$$\phi(y,\ \mu)=\sum_{i=1}^{n}p_iy_i+\mu\ [0-f(y_1,\ y_2,\ \cdots\cdots,\ y_n)]$$

をつくれば，極大の必要条件は

$$(3)\qquad \frac{\partial\phi}{\partial y_i}=p_i-\mu f_i=0 \qquad (i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ n)$$

で与えられる。これから μ を消去して

$$(4)\qquad \frac{f_i}{f_j}=\frac{p_i}{p_j} \qquad (i,\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

が得られ，つぎのような諸命題が導かれる。(イ) 第 i 財，第 j 財がともに生産物である場合は，両者間の限界変形率（いわゆる生産可能性曲線の傾斜）が，均衡点で同じく両者の価格比にひとしくなっていなくてはならない。(ロ) 両財がともに生産要素である場合は，両者間の限界代替率（等量曲線の傾斜）が，均衡点で同じく両者の価格比にひとしくなくてはならない。(ハ) 両財の一方が生産物，他方が生産要素である場合は，前者に関する後者の限界生産力（生産曲線の傾斜）が，均衡点において両者の価格比にひとしくなくてはならない。

極大の充分条件

$$(5)\qquad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} & f_2 \\ f_1 & f_2 & 0 \end{vmatrix} <0,\quad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_1 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_2 \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 & 0 \end{vmatrix} <0,\ \cdots\cdots$$

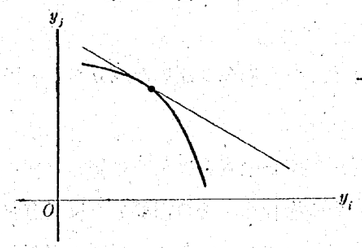
が (2) から保証されることを考慮すれば，これら(イ)(ロ)(ハ)の命題は，それぞれ第1図，第2図，第3図のごとくに図示することができるであろう。

所与の p の近傍に，連続微分可能な函数の組

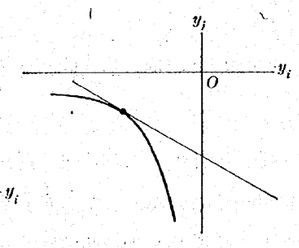
$$(6)\qquad \begin{aligned} &y_i=\psi^i(p_1,\ p_2,\ \cdots\cdots,\ p_n) \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)\\ &\mu=\psi^{n+1}(p_1,\ p_2,\ \cdots\cdots,\ p_n)\end{aligned}$$

がただ一組存在すること，したがって n 個の価格をパラメターとする連続微分可能な供給函数が得られること，それらが p についてゼロ次同次の函数となること，などは消費の理論の場合とすべてアナロガスである。(6)

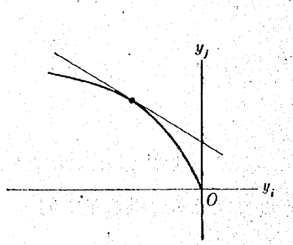
第 1 図



第 2 図



第 3 図



3. さてここで価格の変化に対する均衡点の変化の分析に進もう。まず均衡条件

$$\mu f_i(y_1,\ y_2,\ \cdots\cdots,\ y_n)-p_i=0 \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$
$$f(y_1,\ y_2,\ \cdots\cdots,\ y_n)=0$$

の全微分を求めれば

$$\sum_{j=1}^{n}f_{ij}dy_j-f_id\mu=dp_i$$
$$\sum_{j=1}^{n}f_jdy_j\qquad\quad =0,$$

ゆえにこれを解いて

$$(7)\qquad dy_j=\frac{\sum_{i=1}^{n}F_{ij}dp_i}{\mu F} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$
$$d\mu=\frac{-\sum_{i=1}^{n}F_{in+1}dp_i}{\mu F}$$

注(6) 福岡，前掲論文，pp. 39—40.

を得る。ここで

$$F=\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12}\cdots\cdots f_{1n} & f_1 \\ f_{21} & f_{22}\cdots\cdots f_{2n} & f_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots f_{nn} & f_n \\ f_1 & f_2\cdots\cdots f_n & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} f_{ij} & f_i \\ f_j & 0 \end{vmatrix},$$

であり，F_{ij} は F の第 i 行第 j 列要素の余因数である。とりわけ第 i 財のみの価格が変化する場合は，(7) から

$$(8)\qquad \frac{\partial y_j}{\partial p_i}=\frac{F_{ij}}{\mu F}\qquad (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$
$$\frac{\partial y_j}{\partial \mu}=\frac{-F_{i,n+1}}{\mu F}$$

となり，$F_{ij}/\mu F$ の項が消費理論の代替項にあたることは F の形から明らかであろう。そこで

$$S_{ij}=-\frac{F_{ij}}{\mu F}$$

とおけば，この S_{ij} について前稿で導いた諸則と形式的にはまったく同様な諸則が成立つことになる。

（1） まず $i=j$ の場合は，$S_{ii}<0$ となり，これは第 i 財が生産物の場合は，その価格の変化が例外なくその供給量を同一方向に動かすことを，また生産要素の場合は，その需要量を反対方向に動かすことを意味している。すなわち生産物の供給曲線はかならず右上りとなり，要素の需要曲線はかならず右下りとなる。

（2） つぎに $i\neq j$ の場合は，前稿と同様，$S_{ij}>0$，<0 のいずれであるかによって，第 i 財・第 j 財の代替・補完の関係を定義することができよう。(イ) 二財 i, j がともに生産物の場合は，第 i 生産物の価格の変化は，それと代替的な第 j 生産物の供給量を逆方向に変化せしめ，それと補完的な第 j 生産物の供給量を同一方向に変化せしめる。また (ロ) 二財 i, j がともに生産要素の場合は，第 i 要素の価格の変化は，それと代替的な第 j 要素の需要量を同一方向に変化せしめ，それと補完的な第 j 要素の需要量を逆方向に変化せしめる。

最後に (ハ) 二財 i, j のいずれか一方が生産物で他方が生産要素の場合を考えよう。いま第 i 財を生産物，第 j 財を要素として，p_i が騰貴した場合をとりあげてみれば，前記の定義で両者が「代替財」である場合は，いうまでもなく第 j 要素の需要量は増大し，またそれらが「補完財」である場合は，第 j 要素の需要量は減少する。そこでそれを (イ) の結論と併せて考えれば，第 j 要素の需要量は，前者の場合は第 i 生産物の供給量の増大に伴って増大し，後者の場合は第 i 生産物の供給量の増大とは逆に減少するわけである。

ところで $f_{ij}=f_{ji}$ から $S_{ij}=S_{ji}$ であるから，上記の推論はまた第 j 要素の価格の変化が第 i 生産物の供給量に及ぼす効果についても適用できるであろう。すなわち p_j が下落したと考えれば，第 i 生産物の供給量は，「代替的」な場合は増大し，「補完的」な場合は減少する。つまりこの事例においても，第 i 生産物の供給量と第 j 要素の需要量は，前者の場合は順行し，後者の場合は逆行するのである。

これらの考察にもとづき，二財 i, j の一方が生産物で他方が生産要素の場合は，S_{ij} 正負のそれぞれの事例を「代替的」・「補完的」と呼ぶよりも，むしろ「順行的」("progressive")・「逆行的」("regressive") と名づけたほうが適切であるかもしれない。事実ヒックスは後者の現象が「一種変則的な転倒した補完関係」であることを認めつつ，それに「逆行」("regression") の名を与えたのである。(7)

4. 生産の需給の法則は，また微分法を用いない "finite change" の形でも容易に導くことができる。(8) いまある価格の組 $p^0=(p_1^0,\ p_2^0,\ \cdots\cdots,\ p_n^0)$ に対する生産の均衡点を $y^0=(y_1^0,\ y_2^0,\ \cdots\cdots,\ y_n^0)$ で記し，また他の価格の組 $p^1=(p_1^1,\ p_2^1,\ \cdots\cdots,\ p_n^1)$ に対する均衡点を $y^1=(y_1^1,\ y_2^1,\ \cdots\cdots,\ y_n^1)$ で記すとしよう。すると y^0 は p^0 の下で利潤を最大にしているから，明らかに

$$p^0\cdot y^0\geqq p^0\cdot y^1$$

が成立ち，他方 y^1 は p^1 の下で利潤を最大にしているから，同様に

$$p^1\cdot y^1\geqq p^1\cdot y^0$$

が成立つ。そこでこれらを辺々差引くことによって，ただちに

$$(p^1-p^0)\cdot(y^1-y^0)\geqq 0$$

あるいは

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta p_i\cdot\Delta y_i\geqq 0$$

が得られ，これが生産理論における需要の一般法則にほかならない。とりわけ，もし生産関係が強い意味での凸性を満たし，均衡点が一意的であるとすれば，上式で不等号のみが成立するから，単一の価格が変化するスペシャル・ケースにおいては

$$\Delta p_i\cdot\Delta y_i>0$$

となって，前節（1）の需給法則が得られることになる。

注（7） J. R. Hicks, *Value and Capital*, 2nd edition, pp. 93 ff。なおこの現象を劣等財（下級財）の事例として解釈する試みについては，安井琢磨「生産理論における下級財とリグレッション」，『経済学論集』第13巻第12号，pp. 91—96 および『経済理論の基本問題』(2)，東京経済研究所編『経済学講座』第2巻，pp. 31—58 参照。

（8） P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, pp. 80—81. G. Debreu, *Theory of Value*, p. 47 参照。