Title	レオンティエフ体系における技術構造
Sub Title	A note on technical structure in the Leontief system
Author	尾崎, 巌
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1969
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.62, No.8 (1969. 8) ,p.932(166)- 941(175)
JaLC DOI	10.14991/001.19690801-0166
Abstract	
Notes	寺尾琢磨教授退任記念特集号 研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19690801-0166

整を行い，雇用所得機会に対しては機会の諾否を決定する不連続調整を行う機構を明示しうるものであること。第2に理論模型は余暇～所得選好図式によるもっとも自律的な性質のものであること。

以下に帰結を摘記する。

3.2　2.2，2.4節の供給図式は個々独立のものではない。選好関数のパラメタ（集合）γ が共通である家計群（群内家計間の無差別曲線の特性は u の差によって相異る）において，自営所得機会の所得造出曲線の位置と雇用所得機会の賃金率との間の相対的大小関係によって両節の図式のどちらかが妥当するのである。所得造出曲線上において $\frac{\partial y}{\partial H}=W$ が成立するばあいは2.2節の図式となり，すべての $H>0$ に対して $\frac{\partial y}{\partial H}<W$ であるときは2.4節の図式が妥当する。

2.6節では核雇用所得機会の需要量が限定され，$\bar{h}$ である場合の非核雇用所得機会への供給を考察したが，非核雇用所得機会の賃金率と自営所得造出曲線の位置いかんによって2.6.1，2.6.2，2.6.3の図式がそれぞれ成立することが知られた。

3.3　以上の考察によって，(イ) 家計が雇用所得機会と自営所得機会に対して労働力を配分する一般的図式を余暇～所得選好理論のうえに構築することは可能であり，(ロ)自営所得と雇用所得の各種の組合せを発生せしめる条件は，最適供給時間 $H(h^*)$ と点 $m_i(i=1,2,3)$（第1表），点 $n_i(i=1,2,3)$（第2表），点 $l_i(i=1,2,3)$（第3表），点 k および j（第4表）の位置で完全に記述されることが明らかにされた。従ってこれらの各点の位置と $H(h^*)$ を結ぶ関係（2.3節の関数 ϕ，2.4節の Ψ，2.6節の ξ，η および ζ）は家計の労働供給理論の基本的要具である。選好関数の解析的な形を特定化するならばこれらの関数の具体的な形は通常の解析的な手法または計算機による数値計算によって求められる。

3.4　雇用所得機会への労働供給関数を数値的に求めるには，すでに述べたように自営所得機会の限界収入率と雇用機会の賃金率の大小関係を判定し，各ケースに応じて ϕ，Ψ，ξ，η，ζ の関数を使いわけねばならない。従って特定の γ（選好場パラメタの平均値）および u（選好場パラメタの家計間変動をあらわす確率変数）の分布をもつ家計群について，各種の所得機会の組合せを与えて供給関数を導出するには判定と制約条件をふくむ組織的な計算プログラムが必要であり，かつ本稿の考察によってその基本手続が明らかにされた。供給関数の数値的導出は別稿で考察したい。

3.5　2.6節においては核雇用所得機会の需要量が $\bar{h}$ に限定されている場合を考察した。限定が $2\bar{h}$ 又はそれ以上である場合もまったく同様の推論によって扱うことができる。しかし，経験の示すところによれば，現代の家計の性年齢等構成員特性のもとにおけるかぎり核雇用所得機会が $\bar{h}$ を超えて $2\bar{h}$，$3\bar{h}$ などである場合は稀である。従って2.6節の所論は他の諸節と共にそのままの形で量的実証分析に適用可能である。

レオンティエフ体系における技術構造

尾　崎　　巌

(一)　ま　え　が　き

レオンティエフ投入–産出分析の体系は，1931年，彼がアメリカの National Bureau of Economic Research において Research Associate の職にあった時の予備的調査研究に始まる。その体系の全貌は1936年 Review of Economics and Statistics（文献〔4〕）に発表され，1941年に彼の主著 The Structure of the American Economy, 1919–1929（文献〔5〕）が刊行された。その後，投入–産出分析は，一方において経済発展過程における構造変化の本質を解明するための最も基本的な分析用具を提供しながら，他方において，各国の経済政策樹立のための有効な手段として利用されるという実践的課題の下に発展し，今日世界60数カ国において産業連関表が作成されるようになった。

経済理論的にみて，レオンティエフ体系には二つのきわだった性格が発見される。一つは，遠くケネーに始まる Tabreau Économique としての性格である。今日の用語を用いれば，国民経済計算体系の一環としての生産勘定体系の確立，すなわち，一国経済の生産物の流れの斉合的な記述という特質である。それは他の勘定体系との併用の下に，全体としての経済構造の実態を把握する目的に役立ち，同時に綜合的な計画モデルの作成に一つの基礎を与えるであろう。（たとえば，ストーン〔6〕，ヨハンセン〔3〕等を見よ）。

他は経済の相互依存的関係の決定や，一経済変数の変化の他のすべてに及ぼす影響の波及過程を分析するための核となるべき，部門別技術構造の摘出という性格である。決定された技術構造が安定的である限り，レオンティエフ体系はそのままワルラスの一般均衡理論の経験的適用という実証科学としての特質をもつことになる。投入–産出表に基づく技術構造の摘出は，投入係数行列と呼ばれる表によって記述されるが，たとえ，それらが変化するとしても，その変化の法則を経験的に確認することによって，より一般的な動学的レオンティエフ体系の構築が可能となるだろう。

上述の二つの特質のうち何れが重視さるべきかは，分析目的の如何に依って定まる。われわれの窮極の分析目的は，経済発展過程における構造変動要因の解明にある。構造変化の分析は，レオンティエフ体系の動学化の方向において最も有効に達成されるであろう。このような分析視角の下に，この稿では，レオンティエフ体系における技術構造の性格について考察したいと思う。

(二)　レオンティエフ投入係数の安定性

1.　この節でレオンティエフ投入係数行列の安定性は，いかなる前提を基礎に成立しているかを検討する。

問題の所在を明らかにするために，レオンティエフ体系の基本的性格に関し次のことを仮定しておく。

イ．全商品経済を n 個の部門に分割する。部門分割と商品分類とは1対1対応の関係にあるものとする。

ロ．部門別投入係数は，よく定義された商品分類の下で，単一商品毎に測定される。すなわち第 j 部門における第 j 商品の総産出量 X_j^0 と，その部門に流入した第 i 商品の総投入量 x_{ij}^0 の比率として，部門別投入係数 a_{ij} が定義される。

(1)　$a_{ij}=x_{ij}^0/X_j^0$　　$i=1,2,\cdots\cdots,n$　$j=1,2,\cdots\cdots,n$

ハ．部門別労働投入係数を l_j で表わし次式で定義する。

(2)　$l_j=L_j^0/X_j^0$　　但し，L_j^0：第 j 部門への総労働投入量

すなわちレオンティエフ投入係数は，商品ベースを基本に構成されているために，その商品の生産が部門内でいかなる規模あるいは技術効率をもつ生産単位（たとえば工場）によって，生産されているかにかかわりなく，定義されていることになる。

ニ．第 j 部門に対し，a_{ij}，$(i=1,2,\cdots\cdots,n)$ と l_j から作られる次の列ベクトル T_j を第 j 部門の技術ベクトルと呼ぶ。(注1)

(3)　$T_j=[a_{1j},\ a_{2j},\ \cdots\cdots a_{ij},\cdots\cdots a_{nj},\ l_j]$

ホ．経済全体の技術構造は，次の $(n+1)\times n$ 行列 T で表わされる。

$$(4)\quad T=(T_1\ T_2\cdots T_j\cdots T_n)=\begin{array}{c}\overbrace{\hphantom{a_{11}\ a_{12}\cdots a_{1j}\cdots a_{1n}}}^{n\ 列}\\ \left(\begin{matrix}a_{11} & a_{12}\cdots & a_{1j}\cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22}\cdots & a_{2j}\cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{i1} & a_{i2}\cdots & a_{ij}\cdots & a_{in}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2}\cdots & a_{nj}\cdots & a_{nn}\\ l_1 & l_2\cdots & l_j\cdots & l_n\end{matrix}\right)\end{array}\Bigg\}(n+1)\ 行$$

T 行列を通常のレオンティエフ投入係数行列と区別してレオンティエフ体系における技術係数行列と呼ぶことにしよう。(注2)

注(1)　この稿では列ベクトルに［　］，行ベクトルに（　）の記号を用いる。

(2)　通常レオンティエフ投入係数行列とは，中間投入係数のみを要素とする次の正方行列 A を指す。

$$A=\left(\begin{matrix}a_{11} & \cdots a_{1j} & \cdots a_{1n}\\ a_{21} & \cdots a_{2j} & \cdots a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{i1} & \cdots a_{ij} & \cdots a_{in}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{n1} & \cdots a_{nj} & \cdots a_{nn}\end{matrix}\right)$$

われわれの分析では，技術構造の変動は基本的に物的資本財の技術効率の変動に基づいて生ずるものと考え

2.　以上のように部門別あるいは商品別に構成された投入係数の安定性について考察してみよう。

厳密に定義すれば，生産関数とは商品毎の投入—産出の技術的関係をあらわすものであるから，単に各商品毎の総産出量と投入量の関係を表示するに留まらず，その商品を生産している生産単位すなわち測定対象が何であるかをあらかじめ定めておかねばならない。第 j 商品の生産プロセスに対し測定対象を工場にとれば，第 j 商品の工場ベースの生産関数が構成され，測定対象を企業にとれば，企業ベースの生産関数が構成されるであろう。後述するようにわれわれの分析では技術構造は，本質的に物的資本財の技術効率に大きく依存すると考えるから，測定対象を工場という生産単位におく。一般的に工場ベース生産関数は次のように表わされるだろう。第 j 商品を生産している任意の工場能力規模を X_j, X_j を生産するために必要な各投入量を $x_{ij}(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ m)$ とすれば

(5)　$X_j=f_j(x_{1j},\ x_{2j},\ \cdots\cdots,\ x_{mj})$

が商品別工場ベース生産関数となる。

従って，単に商品別に，その総産出量 X_j^0 とその生産に必要な各投入総量 x_{ij}^0 との間に作成された

(5)′　$x_j^0=F_j(x_{1j}^0,\ x_{2j}^0,\cdots\cdots,x_{mj}^0)$

なる関数関係は，(5)式と区別されなければならない。一般には (5)′ 式は純粋に技術的な投入—産出関係のほかに，種々の技術をもつ工場分布の影響を含んだ合成的関係式とみなされる。(5)式と(5)′式の関係は aggregation problem の基本的な問題を提出している。レオンティエフ投入係数は (5)′ 式の特定化された形として測定されるが，(5) 式において収益不変の仮定と固定係数の仮定を採用することにより，(5) 式と (5)′ 式が同型となることを利用して，この aggregation の問題を回避した。固定係数の仮定は，1商品—1生産アクティビティの設定を意味する。もし (5) 式において収益不変の仮定を保持しつつ，多数の生産アクティビティの存在を許容し，かつその分布がパレート分布で記述されるときには，(5)′ 式は，周知のダグラス型になることが Houthakker の論文〔1〕で示される。生産の技術的関係は，(5)式によってのみ示されることを確認しておかねばならない。

さて，上述のような厳密な意味での生産関数論的視点からは，各投入係数 $\alpha_{ij}=x_{ij}/X_j$ の変動する要因は，次の三つの点に分解されて考察されるのが普通である。

(イ)　投入要素間の代替性
(factor—substitutability)

(ロ)　規模の経済性 (economies of scale)

(ハ)　その他の要因に基づく技術変化
(technical change)

(イ)の代替性の有無は要素相対価格の変動に対応する投入係数の変化の可能性に関係し，(ロ)は産出量規模の変化が投入係数を変動せしめるか否かの問題を提起する。(ハ)は(イ)，(ロ)以外の要因，たとえば全く新らしい生産方法の開発という要因に基づく生産関数(5)の変位という形をとる。上記三点についてレオンティエフ投入係数の性格を検討してみよう。

レオンティエフ体系では，商品ベース投入—産出関係に，完全補完型一次同次関数（固定係数）を仮定することにより，(イ)の投入要素間の非代替性と，(ロ)に対する収益不変を同時に仮定した。そこで投入係数の変化要因は(ハ)の他の要因に基づく技術変化の影響のみとなる。

(ハ)の問題は後節に譲るとして，ここでは (イ) と (ロ) の問題がレオンティエフ体系においてどのように考えられ，またいかなる前提に立ち，さらに最近の研究結果からはどのように修正されなければならないかを検討してみよう。

(イ)の投入要素間の非代替性あるいは完全補完型固定係数の妥当性は，レオンティエフにおいて次のように考えられている。生産の技術的関係は，本来各商品の生産プロセス毎に測定さるべきであり，その場合には各投入量と産出量の固定比例的関係が，現実に対してかなりの程度安定した近似度を与えるであろう。さらに実際問題としては，この補完型技術係数がかなりの程度安定するまで，商品分類自体を細分化していく必要があると考えるのである。このような考え方に基づけば，投入要素間の代替性の有無の検証という問題は，窮極的には最適商品分類の基準を実験的に決定するという問題に帰着するであろう。商品分類基準の決定に対するこのような考え方の有効性が後に経験的に検証される。同時に投入要素間の代替性の有無の検定がなされるであろう。これは，単一商品の生産には唯一つの生産アクティビティ（生産方法）だけが対応しているか否かの問題である。もし複数個の生産方法が存在す

ているため，技術係数行列の定義として単に必要中間投入量のみならず必要労働投入量をも考慮した。この点については文献〔9〕を見よ。

るならば，一般的に云って投入要素間の代替現象が生ずるであろうことは論をまたない。

次に(ロ)の収益不変の仮定の問題に移ろう。レオンティエフ体系では，よく定義された商品分類基準を採用するという前提の下では，近似的に収益不変の仮定が成立すると考えられている。すなわち産出規模の変化に対して，各投入係数の大きさは変化しない。

規模の経済性の有無を検証するという実験的立場からは，産出規模とはいかなる測定対象に対して定義されているかということを明確にしておかねばならない。実際問題として，産業や企業のような経済主体の規模概念と，他方工場規模や個別機械設備といった物的資本設備の能力規模等種々の規模概念が考えられるが，純粋に技術的な視点から規模の経済性を検出しようと試みる目的に対しては，後者の方がより適当な規模概念となるであろう。われわれの分析模型では，一つには投入—産出のデータが基本的には事業所ベースで作成されているという制約から，二つには経済分析の有効性という視点から，工場（plant）という概念を生産能力規模測定の単位として採択した。換言すれば，規模の経済性の有無は，具体的には工場規模の変化が各投入係数をどのように変動せしめるかの検定によって確かめられることになる。規模の経済性が検出される限り，工場規模分布の変化は部門別投入係数の変動に影響を与えるであろう。レオンティエフ体系においては，先験的に収益不変を仮定したために，理論的に部門内工場規模の変動がもたらす影響を回避することができたのである。このことは部門内における各生産単位（工場）の技術的同質性が暗黙裡に仮定されていることを意味する。

すなわち，1商品の生産には唯一つの生産アクティビティ——唯一つの生産方法——が対応すると仮定していることになる。その結果，たとえばある商品1万トンの生産が5千トン能力規模の2工場で生産されようと，1千トン能力規模の10工場で生産されようと，何等生産効率あるいは費用構造に変化が生じない。このようにして，レオンティエフ技術係数は，部門別 commodity flow の表から直接計算され，その安定性は収益不変の仮定の上に保障されていることになる。もし工場単位で，規模の経済性が検証されるならば，部門内工場規模（分布）の変動は，各投入係数を変動せしめる効果をもつだろう。規模の経済性の検出は第5節で展開される。

以上，部門別に定義されたレオンティエフ技術係数の安定性は，本質的には商品分類基準の決定の仕方と，収益不変の仮定を前提にしてのみ成立するということを明らかにした。

（三）　投入要素間代替性の仮定に対する一つの経験的反証

1.　伝統的経済理論では，要素代替的生産関数は，同次性の公準を充たす関数として計測されてきた。前述の一般型 (5) 式

(5)　$X_j=f_j(x_{0j},\ x_{1j},\ x_{2j},\ \cdots\cdots,\ x_{mj})$

に対し，任意の正の実数，λ を選んで次式がなりたつとき，

(6)　$\lambda^n X_j=f(\lambda x_{0j},\ \lambda x_{1j},\cdots\cdots,\ \lambda x_{mj})$

この関数は n 次同次の生産関数と呼ばれる。伝統的生産関数論では，(5) 式を一次同次の生産関数とみなすのが普通であり，周知のダグラス型生産関数や C.E.S. 型生産関数がこれに含まれる。

いま，商品ベースの生産プロセスにおいて，(5)式が要素代替的同次生産関数であると仮定しよう。もし投入要素の相対価格が不変であり，かつその条件の下で各生産者が費用極小の合理的行動を行なうものと仮定すれば，次のように誘導形としての投入関数を導き出すことができる。

(7)　$C=\sum_{i=0}^{m} p_i x_{ij}$……費用定義式

(5)の生産関数を制約条件にして与えられた産出量水準 X_j の下に (7) 式の費用 C を最小にする必要条件は次の加重限界生産力均等式である。

(8)　$\dfrac{\partial X_j}{\partial x_{ij}}\Big/P_i=\dfrac{\partial X_j}{\partial x_{kj}}\Big/P_k \quad \begin{cases} i\neq k \\ i,k=0,1,\cdots\cdots,m. \end{cases}$

(5) 式と (8) 式を連立して解くと，各投入量 x_{ij} を産出量 X_j（外生変数）とすべての価格 $p_i(i=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ m)$ の関数として表わすことができる。

(9)　$x_{ij}=g_{ij}(X_j,\ p_0,\ p_1,\ p_2,\ \cdots\cdots,\ p_m)$
$i=0,1,2,\cdots\cdots,m$

価格体系不変の下では，$p_0, p_1, \cdots\cdots, p_m$ は一定であるから (9) 式は

(10)　$x_{ij}=G_{ij}(X_j)\quad i=0,1,\cdots\cdots,m$

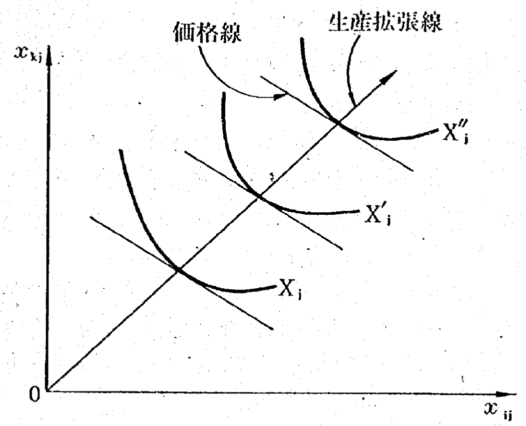
のように表わされる。(10) 式は通常要素投入関数と呼ばれているものである。もし (5) 式の生産関数が n 次同次関数であるならば，(10) 式は次の (10)′ 式を満足するであろう。

(10)′　$\lambda^{\frac{1}{n}} x_{ij}=G_{ij}(\lambda X_j)$

(10)′ 式は各投入関数は $1/n$ 次の同次関数になることを示している。

これらの事は次のように説明することができる。もし(5)式の生産関数が，同次関数であり，かつ要素代替的であるならば，相対価格不変の下での生産拡張線は原点を通る直線となるであろう。(第1図)

第1図　同次的生産関数



従って，これを各投入量 x_{ij} と産出量 X_j の関係で表わした (10) 式の投入関数の形では，次のような性質が見られることになる。

ケース(1)　もし生産関数が一次同次関数ならば，$x_{ij}-X_j$ 平面における各投入関数は原点を通る直線となる。すなわち，(10) 式は

(11)　$x_{ij}=\alpha_{ij}X_j$

となる。

ケース(2)　もし生産関数が n 次 ($n\neq1$) の同次関数ならば，(10)式の各投入関数はすべて，$\frac{1}{n}$次の同次関数すなわち対数線型式となるであろう。従って，(12)式が成立する。

(12)　$x_{ij}=\alpha_{ij}X_j^{\frac{1}{n}}$

2.　これらの関係を用い，要素代替的同次生産関数の有効性について一つの経験的反証を与えてみよう。

実験模型；(イ)，(10)式の各投入関数を，商品ベース工場別投入一産出データを用いて計測する。投入項目は，労働投入 L，原材料投入 M，固定資本投入 K，の三項目で，X は各商品毎の工場別産出量とする。

(ロ)　各投入関数に対する実験式を対数線型の式で近似する。

第1表　各投入関数の計測結果（資料：昭和36年工業統計表）

$L=\alpha_L X^{\beta_L}$　　　$M=\alpha_M X^{\beta_M}$　　　$K=\alpha_K X^{\beta_K}$

	労働投入関数			原材料投入関数			資本投入関数			自由度
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	β_L	$\log\alpha_L$	r	β_M	$\log\alpha_M$	r	β_K	$\log\alpha_K$	r	d.f.
1. 紙	0.58710 (0.01183)	−0.20306 (0.14188)	0.8396	1.01944 (0.01270)	−0.76253 (0.15238)	0.9285	1.34788 (0.05225)	−7.17929 (0.62687)	0.6260	1.030
11 洋紙	0.76287 (0.02198)	−2.44510 (0.30240)	0.9547	1.06468 (0.70608)	−1.55901 (0.97109)	0.8119	1.28031 (0.13045)	−5.75272 (1.79415)	0.6700	116
12 板紙	0.69142 (0.05345)	−1.71844 (0.69813)	0.7608	1.03706 (0.02192)	−1.11507 (0.27805)	0.9740	1.41578 (0.17886)	−7.51710 (2.2690)	0.5810	120
13 機械すき和紙	0.61263 (0.02763)	0.47855 (0.31568)	0.8399	1.08775 (0.02098)	−1.56043 (0.23933)	0.9639	1.41750 (0.16269)	−7.36082 (1.85910)	0.5173	204
14 紙製品	0.48256 (0.03122)	1.07487 (0.35798)	0.7893	1.10375 (0.03693)	−1.82820 (0.42342)	0.9279	0.90160 (0.18814)	−2.69850 (2.15720)	0.3638	143
15 紙製容器	0.47887 (0.02190)	1.03656 (0.25683)	0.7212	1.04890 (0.01943)	−0.97994 (0.22785)	0.9321	1.16878 (0.09338)	−5.45125 (1.0950)	0.5112	439
2. 鉄鋼	0.58745 (0.00922)	−0.19686 (0.11086)	0.8659	1.06227 (0.00689)	−1.34633 (0.08279)	0.9727	1.23002 (0.03628)	−6.06974 (0.43621)	0.6775	1.228
21 フェロアロイ	0.83433 (0.05627)	−3.26050 (0.76090)	0.9303	1.05224 (0.03975)	−1.30370 (0.53750)	0.9766	1.66332 (0.21347)	−1.13832 (2.88690)	0.7982	33
22 製鋼を行なわない鋼材	0.47416 (0.02425)	0.75420 (0.30805)	0.7611	0.93127 (0.01321)	0.68166 (0.16777)	0.9733	1.05418 (0.11536)	−4.31615 (1.46560)	0.4791	276
23 銑鉄鋳物	0.69005 (0.01181)	−1.24815 (0.13387)	0.8880	0.98038 (0.01154)	−0.53955 (0.12638)	0.9456	1.39418 (0.06123)	−7.82049 (0.69377)	0.6012	913

注(1)　(　)の中は各パラメタの標準誤差。
(2)　この計測は経済企画庁「部門別投入構造の変動と工場規模の効果に関する研究」昭和43年の中の一部である。
(3)　商品番号1桁の 1. 紙と 2. 鉄鋼はそれぞれ11～15, 22～23 の各品目を統合したグループを表わしている。

(11)′　$L=\alpha_L X^{\beta_L}$；労働投入関数

(12)′　$M=\alpha_M X^{\beta_M}$；原材料投入関数

(13)　$K=\alpha_K X^{\beta_K}$；資本投入関数

(ハ)　資料は昭和36年工業統計表個別事業所毎の個表を用い，計測対象商品は6桁分類規準で，鉄鋼，紙両産業に属する約70品目を，類似商品毎に8グループに統合したものである。(計測の手続きに関する詳細は文献〔7〕を見よ)

(ニ)　計測は，クロスセクション分析に基づいて行なわれる。これは相対価格一定の仮定に対応している。

検証の方法；(イ)　もし生産関数が一次同次関数ならば，すなわち $n=1$ ならば理論的に (11)′(12)′(13) 式において，

(14)　$\beta_L=\beta_M=\beta_K=1$

の条件が満足される筈である。

(ロ)　もし生産関数が n 次 ($n\neq1$) の同次関数ならば，理論的に，

(15)　$\beta_L=\beta_M=\beta_K=\frac{1}{n}(\neq1)$

の条件が要請される。

(ハ)　計測の結果，(14)，(15) 式の条件式が，統計的に棄却されるならば，同次的・要素代替的生産関数の有効性は否定されるであろう。

計測の結果は第1表に示されている。

この計測から次のことが云える。

(イ)　すべての計測値は統計的にきわめて安定しており，自由度の大きさに対して各パラメタの標準誤差も小さく，またかつ相関係数 r の値も大きい。(すべて1％水準で有意)。

(ロ)　各弾力性に対して，次の結果

$\beta_L<1,\ \beta_M\doteqdot1,\ \beta_K\geqq1$

が得られた。この結果は，(14) 式 (15) 式の何れの条件をも充たさない。よって統計的に $\beta_L=\beta_M=\beta_K$ の帰無仮説は棄却されるであろう。

以上の結果は，(5)式の生産関数が要素代替的同次関数である限り，経済理論的に導かれる帰結と観察結果が，斉合的でないという事実を示している。他の多くの計測（文献〔8〕〔9〕参照）においても同様の結果が導かれた。生産の技術構造を商品ベースで測定する場合，生産関数の定式化において，要素代替的同次関数の設定は有効な結果を生まないと結論できるだろう。(注3)(注4)

3.　以上，伝統的な生産理論の展開の線に沿って解釈する限り，要素代替的同次的生産関数の設定は，観測結果と斉合的な結果を生み出さないことを示した。この結果は要素代替性の性質か，同次関数の設定の何れかの否定を示唆している。いうまでもなく，要素非代替的一次同次関数とは，レオンティエフ投入関数にほかならないから，この計測結果は，間接的にレオンティエフの要素間非代替性の仮定 (イ) の有効性を支持していることになろう。

とくに，部分的ではあるが，原材料投入過程に関して，$\beta_M\doteqdot1$ の結果を得たことは，中間投入に関するレオンティエフ投入係数行列の安定性の仮定と斉合的で

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2}\cdots\cdots a_{nn} \end{pmatrix}$$

ある。その理由は次のように説明されるであろう。いま中間投入の各商品毎にレオンティエフ型投入係数が成立しているものと仮定しよう。

(16)　$x_{ij}=a_{ij}X_j\quad i=1,2,\cdots\cdots,n.$

(16)式の両辺に p_i を乗じ，i に関する和をとると次式を得る。

(17)　$\sum_i p_i x_{ij}=\sum_i p_i a_{ij}X_j=(\sum_i p_i a_{ij})X_j$

いま，左辺の $\sum_i p_i x_{ij}$ を M_j であらわし $(\sum_i p_i a_{ij})$ を α_{M_j} なる記号であらわすと，

(18)　$M_j=\alpha_{M_j}X_j$

なる式を得る。ここに M_j は第 j 部門に投入された総原材料費用である。もしすべての i に関し，(16)式が安定的であり，かつ各 p_i が一定であるならば，(18)式は安定的に計測される筈である。(逆は必ずしも成立たない。)

われわれの計測では (18) 式を直接計測する代りに，より一般的な形の次の実験式

注(3)　このような結論は，もちろん(イ)，各生産主体の合理的行為と(ロ)，ある時点において，すべての事業所に対し，要素相対価格が不変であるという仮定の成立を前提としている。
(4)　厳密にいえば中間投入係数は，原材料投入係数の他に，燃料動力関係の諸投入係数（石炭，石油，電力エネルギー投入）を含む。文献〔9〕における計測結果からは，$\beta_M\doteqdot1$ が成立するのは原材料投入だけであって，一般には燃料動力関係投入係数は，1に等しくない。

(19) $M_j=\alpha_{M_j}X_j^{\beta_{Mj}}$

をクロスセクション分析によって計測し，その結果，すべての商品別投入関数に対して，$\beta_{Mj}\fallingdotseq 1$ なる結果を得た。(第1表第4欄) この事は，(18)式の成立を意味し，それは各投入品目に関する $a_{ij}=\mathrm{const.}$ の仮定と整合的な結果を与えるものである。

他方，$\beta_L<1$, $\beta_K\geq 1$ の諸結果は，労働投入過程，資本投入過程に関して，必ずしもレオンティエフ型固定係数の関係が成立しないことを意味している。しかしながら，

(11)′ $L=\alpha_L X^{\beta_L}$,　(13) $K=\alpha_K X^{\beta_K}$

なる投入関数の成立は，もし産出量水準 X を固定する限り，労働投入，資本投入に関しても固定係数的な関係が成立することを示している。この意味において，(11)′(12)′(13)式の計測結果は，投入要素間の非代替性の仮定の有効性を主張していると解される。商品ベースで投入の技術構造が測定されるとき，少くとも与えられた産出量水準に対しては，すべての投入項目に関して要素非代替的，補完的関係が成立すると考えられるからである。

次節で上記計測結果と矛盾しないような，投入—産出の技術構造は，どのような性格の生産関数によってあらわされるかを考察してみよう。

(四) 要素制約的生産関数の性格 ——資本の技術的構造

1. 投入—産出の技術構造の計量的，実証的研究は大きく分けて二つの方向において発展してきた。一つは，伝統的生産関数論に基づく接近の方向であり，その方法論的特徴は イ，巨視的集計的変数の利用。ロ，要素代替的同次関数による定式化，ハ，残差分析の手法による技術進歩率の測定 (residual analysis) の3点によってあらわされる。他は，レオンティエフ投入—産出分析に基づく技術構造の把握の方向であり，その特徴は，イ，より disaggregate された段階における商品別あるいは部門別分析，ロ，要素制約的生産関数の定式化，ハ，資本の技術的構造に基礎を置く技術変化の把握の3点となる。

以上の3点の対比において，前者が巨視的成長分析の用具としての役割を担うのに対し，後者が構造変化の分析手段としての有効性を強調している点に両者の特質が見出される。いうまでもなく，われわれの研究は後者の方向に属する。より厳密には，レオンティエフ体系の動学化の方向において技術構造の変化の研究が進められているといえよう。

2. 前節の計測結果は，商品ベース投入—産出の技術的関係式の測定に関する限り，伝統的な要素代替的同次関数の有効性を否定するものであった。しからばどのような性格をもつ生産関数の定式化が技術構造の分析にとって有効なものとなるであろうか。

新らしい生産関数の特質が次の二つの点に関して検討されなければならない。一つは測定さるべき生産関数とは，実態的にはいかなる対象物の技術構造を記述しているかという問題であり，他は採用された関数の特定化 (specification) に関する問題である。

先ず第1の問題を考察しよう。すでにのべた通り，第 j 商品の生産プロセスにおいて投入量を x_{ij}, 産出量を X_j と書くとき，(5) 式の $X_j=f_j(x_{0j}, x_{1j}, \cdots\cdots x_{mj})$ なる一般型でもって生産関数を表わすことができる。この関数式の変数に具体的にどのような経済変数を含ませるかによって，(5)式の性格は著しく異ったものになることを示そう。最初に最も重要な変数である資本投入量——たとえば x_{mj}——を(5)式の中に入れた場合を考えよう。x_{0j} を第 j 部門への労働投入量，$x_{ij}(i=1,2,\cdots\cdots,m-1)$ を中間投入量とすれば，(5) 式は，各産出量水準 X_j に対応する労働，原材料，資本の平面的代替関係を記述する等量曲面を表わすことになる。これは伝統的な生産関数の表示にほかならない。

他方個別商品の生産技術を規定する主要な実体は，機械設備や工場等，物的資本財の技術構造であると考えた場合，ある商品の生産プロセスにおける投入—産出の技術的関係は，資本財の工学的な性質によって最も適確にあらわされることになろう。資本の技術的構造を示す関係式を，伝統的な経済学的生産関数と区別するために工学的生産関数と呼ぶことにしよう。

一般に第 j 商品を生産するためには，種々の技術効率をもった生産方法が存在する。異った生産方法は異った技術の資本設備に付随して実現するだろう。たとえば，切削工程における手働式旋盤機械と自働式高速度旋盤機械の如きものである。われわれの分析では，異った技術をもつ物的資本財の測定単位をあらわすものとして，工場 (plant) という概念が導入された。

第 j 商品を生産するために使用される第 k 番目の物的資本財すなわち第 k 工場の技術構造が，その工場の生産能力 $X_j^{(k)}$, $X_j^{(k)}$ を生産するために必要な労働量 $x_{0j}^{(k)}$，同じく各種の必要原材料投入量 $x_{ij}^{(k)}(i=1,2,$

$\cdots\cdots,n)$ からなる $(n+2)$ 次元ユークリッド空間のベクトル

$$(X_j^{(k)}, x_{0j}^{(k)}, x_{1j}^{(k)}, x_{2j}^{(k)}, \cdots\cdots, x_{nj}^{(k)})$$

で表わされるものとしよう。変数はすべて物量タームで測られるものとする。異ったベクトルをもつ二つの工場はそれぞれの技術構造が異なると考える。たとえば機械産業において，$(X_j^{(1)}, x_{0j}^{(1)}, x_{1j}^{(1)}, x_{2j}^{(1)}, \cdots\cdots, x_{nj}^{(1)})$ なるベクトルは，手働式旋盤を主要機械とする第1番目の工場の技術を示し，それと異るベクトル $(X_j^{(2)}, x_{0j}^{(2)}, x_{1j}^{(2)}, \cdots\cdots, x_{nj}^{(2)})$ は，自働式高速度旋盤を主要機械とする第2番目の工場の技術を示しているような場合である。もし，生産の技術的関係の基底に工学的法則 (engineering law) が存在するならば，種々の有効な生産方法の軌跡 (efficient locus)[注5] は，この $(n+2)$ 次元空間に一つの曲面を画くであろう。この曲面を次の関数式で表わす。

(20) $g_j(X_j, x_{0j}, x_{1j}, x_{2j}, \cdots\cdots, x_{nj})=0$

(20)式は第 j 商品の生産に使用さるべき物的資本財（工場）の技術構造を表わしている。この工学的生産関数の式には，資本投入の項目が含まれていないことに注意しなければならない。この場合資本投入関数を別途に構成することができる。金額表示で示された物的資本財（工場）の価値を K という記号で表わそう。異った技術水準をもつ物的資本財の K の値は異るであろう。K は，特定時点においては，物的資本財（工場）の技術ベクトルの大きさと方向に応じて変化すると考えられるだろう。すなわち，

(21) $K_j=h_j(X_j, x_{0j}, x_{1j}, \cdots\cdots, x_{nj})$

(21)式は資本投入関数と呼ばれ，それは物的資本財とその価値とを結ぶ関係式となる。

(20) 式と (21) 式を並べてみよう。第 j 商品の生産プロセスに利用された物的資本財に関し，この両式は，その技術構造と，その資本財の金額表示の価値を表示していることになる。このような定式化はそれが，資本の技術構造を問題にしているという点で，労働，資本の代替関係を基礎にする伝統的生産関数論の接近と内容を異にする。もはや (20), (21) 式が同次関数である必要性はない。

3. 最初に (20) 式の関数型特定化を試みよう。その特殊な形として，要素間の非代替性を仮定すれば，次の要素制約的生産関数 (factor limitational production function) が導かれる。第 j 商品の生産に関し，

(22) $x_{ij}=F_i(X_j)$　　$i=1,2,\cdots\cdots,n.$

が成立つものとしよう。すなわち，工場能力規模 X_j が定まる限り，その工場の技術水準は特定化され，同時に必要各投入量 x_{ij} の水準も定まると考える。先の技術ベクトル

$$(X_j, x_{0j}, x_{1j}, \cdots\cdots, x_{nj})$$

は

$$(X_j, F_0(X_j), F_1(X_j), \cdots\cdots, F_n(X_j))$$

となり，その要素はすべて X_j の水準によって決定される。もし(22)式の定式化の統計的安定性が検証されるならば，各商品を生産する各工場の技術特性は，大きく工場規模 X_j によって規定されることになるだろう。

(22) 式を (21) 式に代入すれば資本投入関数は

(23) $K=H_j(X_j)$

の如く表わされることになる。(22) 式と (23) 式を併わせて，資本に関する要素制約生産関数と呼ぶことにしよう。

3. 要素制約的生産関数において，最も簡潔な形は次の固定比例係数である。

(24) $x_{ij}=\alpha_{ij}X_j$,　$i=0,1,\cdots\cdots,n$

(25) $K_j=\alpha_{Kj}X_j$

この場合，一次同次性が成立ち，その結果工場単位で計測された固定係数 α_{ij} は，そのままレオンティエフの部門別固定係数 a_{ij} と等しくなる。すなわち工場規模 X_j の分布の変化にかかわらず，部門別に測定されたレオンティエフ投入係数 a_{ij} の安定性は保持される。

$$a_{ij}=\frac{X_{ij}^0}{X_j^0}=\frac{x_{ij}}{X_j}=\alpha_{ij}\quad i=1,2,\cdots\cdots,n,K$$

この間の事情は次頁の第2図によって示される。

さらに一般的な要素制約型生産関数の特定化は，次の対数線型近似による関数型である。

(26) $x_{ij}=\alpha_{ij}X_j^{\beta_{ij}}$,　$i=0,1,2,\cdots\cdots,n,K$

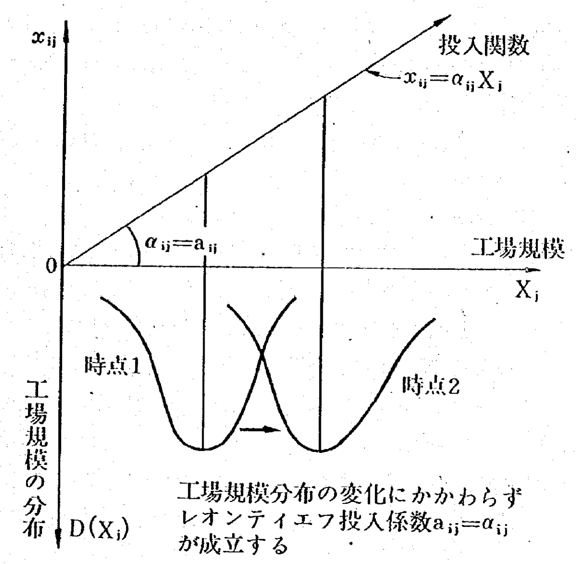
である。レオンティエフ係数 a_{ij} の安定性は $\beta_{ij}=1$, $(i=0,1,2,\cdots\cdots,n,K)$ によって保障されるが，もし何れか1つ以上の i について，

$$\beta_{ij}\neq 1$$

が成立すれば，もはや a_{ij} の規模に関する安定性は保障されず，工場規模 X_j の変化の影響を受けて変動することになる。このことは次頁の第3図によって示される。(詳細な説明は文献〔9〕を見よ)

注(5) 生産の場における efficiency の定義については，クープマンス〔2〕を見よ。

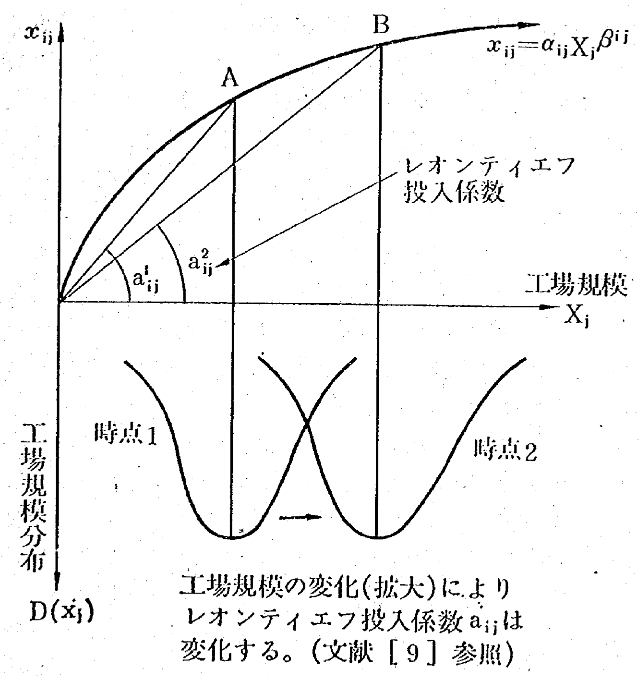
第2図　固定比例係数と規模の変化(注1)



注1　$a_{ij}=\alpha_{ij}$ の成立に対する証明は文献〔9〕で与えられている。

第3図　一般的投入関数の例

$\beta_{ij}<1$ の case の図示



われわれの一連の計測は，(26)式に基づいてなされた。その目的は，(イ)，(26)式による各投入関数の安定性の検定，(ロ)，レオンティエフ投入係数がどの投入項目に関して安定するかの検定，逆にいえばいかなる投入項目に関して規模の経済性が検出されるかの検定となる。

(五)　規模の経済性の検出に関する若干の計測結果とその帰結

1.　レオンティエフ投入係数の安定性と規模の経済性の検出という目的に対して，工場別・要素制約的生産関数の一連の計測が，基本的には商品別データを用いてなされた。その一つの例が先の第1表である。第 j 商品の生産プロセスに関し，工場別原材料投入項目 $x_{ij}(i=1,2,\cdots\cdots n)$ を一まとめにして，M_j であらわし，$(M=\sum_i p_i x_{ij})$，x_{0j} を労働投入量としてLで表わすと，計測式は（j の記号を省略して）

$$L=\alpha_L X^{\beta_L},\quad M=\alpha_M X^{\beta_M},\quad K=\alpha_K X^{\beta_K}$$

となる。第1表の結果は，統計的に

$$\beta_L<1,\ \beta_M\doteqdot 1,\ \beta_K\geqq 1$$

が成立することを示した。(他の計測結果の例は文献〔7〕〔8〕〔9〕〔10〕を見よ）これらの結果は次のような結論をもたらすであろう。

(イ)　原材料投入に関しては，収益不変の仮定と斉合的な結果を与える。従って，商品分類を適当に選ぶ限り中間投入過程の大部分を占める原材料投入に関して，レオンティエフ投入係数行列 A

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2}\cdots\cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

の安定性は保障されるであろう。

(ロ)　しかし先に定義した技術係数行列 T の重要な変数である労働投入に関しては，もはや収益不変の仮定は成立せず，従ってレオンティエフ労働投入係数は，工場規模分布の影響を受けて変動するだろう。経済成長の過程で各商品の市場規模が拡大すれば，それが工場規模の拡大を誘発して，労働投入係数を変化させるという効果をもつ。

(ハ)　資本投入過程に関しては，規模の非経済性の傾向が作用する $(\beta_K\geqq 1)$。単一商品の生産に関する限り，限界資本係数は工場規模の拡大過程に伴って増大するであろう。

2.　商品ベースの測定で原材料投入に関して固定係数関係が成立するということは，中間投入の波及過程に重点を置くレオンティエフ体系の有効性を支持している。もし規模の経済性が働くとすれば，それは大き

く労働投入過程に対して作用するであろう。労働生産性の上昇は単一商品の生産に関する限り，工場規模拡大の効果を通じてのみ実現するところが大きい。

資本投入過程で規模の非経済性の傾向が作用することは，労働投入に関する規模の経済性の効果と相まって，工場規模の決定に単位費用極小点を与えるであろう。工場の最適規模の決定機構は，さらに精密な実証研究を必要とするだろう。しかし，以上の観察結果から，与えられた相対価格の下での単位費用最小点が最適規模を与えるとすれば，その水準は各時点の要素相対価格の水準に依存すること，および，成長の過程で，賃金率の相対的上昇が見られる時には，労働節約を目的にした工場規模の拡大過程が続くであろうことを示唆している。

3.　以上を要約すれば次のようになる。商品毎の技術特性は，要素制約的生産関数の計測によって良好に把握される。工場ベースの技術特性は工場規模 X_j の水準およびその変化の態様によって規定されるところが大きい。さらに，もし計測結果の示す通り，規模の経済性の効果が労働投入過程にのみ集中するならば，基本的に1国経済の労働生産性の高い水準は，1人当りの所得水準の上昇効果のみならず，絶対産出量規模の大きさ，すなわち，国内，国外をあわせた市場規模の大きさに依存することになろう。

以上，商品ベースで構成されたレオンティエフ体系の技術構造および，技術係数行列の変化に関して，これまでに得られた計測結果の示す含意についてのべた。経済発展過程における構造変化の一層の分析のためには，これら商品別の技術構造の把握の下に，商品構造の転換の態様が分析されなければならない。これらの研究は今後に残された重要な課題である。(商品構造の転換過程の分析については，たとえば文献〔11〕を見よ。)

参　考　文　献

〔1〕 H. S. Hauthakker "The Parato Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis "Review of Economic Studies, 1955-56, Vol. XXIII (1), No. 60, pp. 27-31.

〔2〕 T. C. Koopmans (editor), "Activity Analysis of Production and Allocation, Cowles Commission Monograph, No. 13, 1951. p. 60.

〔3〕 L. Johansen "A Multi-Sectoral Study of Economic Growth" 1960.

〔4〕 W. W. Leontief. "Quantitative input and output relations in the economic system of the United States," Review of Econ. & Statistics. vol. XVIII, No. 3, 1936, pp. 105-25.

〔5〕 W. W. Leontief "The Structure of American Economy, 1919-1929" Harvard Univ. Press. 1941.

〔6〕 R. Stone. "A Computable Model of Economic Growth" Department of Applied Economics, Univ. of Cambridge, 1962.

〔7〕 尾崎巌「規模の経済性とレオンティエフ投入係数の変化」慶応大学産業研究所シリーズ No. 195, 1966-67.

〔8〕 経済企画庁資料「部門別投入構造の変動と工場規模の効果に関する研究」昭和43年4月。

〔9〕 尾崎巌「産業構造の変化と技術構造」慶応大学産業研究所シリーズ No. 224, 1967-68.

〔10〕 尾崎巌「商品ベース投入関数の計測」季刊理論経済学20巻1号，1969年4月。

〔11〕 尾崎巌「労働生産性の変化と工場規模」日本労働協会雑誌1969年8月