最適成長理論における
耐久財の用途配分問題

宮尾　尊弘

序

本稿は，最適成長理論において，耐久消費財，レジャー，公共財および外部経済・不経済を考慮した場合に，どのような最適条件が得られるかを統一的に考察しようとするものである。そのために，これらの事柄を，すべて「耐久財用役の用途配分」の問題と「その用途間の外部効果」の問題に帰着させて，耐久財の最適用途配分の問題として取り扱い，総合的に分析することが試みられる。

本論文において主要な役割を演じる「耐久財」とは，それの毎期提供する有用性，つまりその「用役」が，生産にも役立ちうるし，また直接消費することも可能であるような「耐久財一般」を意味している。このような取り扱い方は，一見したところとは逆に，何ら新しいものでも珍しいものでもない。事実，その毎期生み出す用役が生産的用途にも消費的用途にも向けられうるような耐久財一般の概念は，かのアダム・スミスの『国富論』において導入され，そしてレオン・ワルラスの『純粋経済学要論』において厳密に定式化されたのである。また，アルフレッド・マーシャルの『経済学原理』にも，同様の概念が「富一般」として取り上げられている。したがって，耐久財一般という概念を中心とする本稿の分析は，従来までの新古典派理論の拡張と云うよりも，むしろ正統的な新古典派理論への復帰として位置付けられるべきものである。

さらに，本論文では，耐久財として使用されている財が，一般に経済的な選択の結果として「耐久的」に使用されているだけであって，その財に固有の内在的性質によって耐久財となっているの

ではないという考え方を強調するであろう。つまり，一般に物的財は，それが経済的に有利かどうかは別として，「耐久的」に使用することも可能であり，またそうではなく，いわば「消滅的」に使用することも可能である。したがって，ある財が耐久財として使用されているのは，与えられた条件のもとで，そのように使用することが最も経済的に有利であるからにほかならない。このような財の取り扱い方も，やはり一見したところとは逆に，何ら新しいものではない。と云うのは，通常のマクロ的な成長モデルにおいて，このような扱い方が一般になされていると解釈しうるからである。つまり，そこでは，経済全体でただ一種類の財が生産され，それが今期経常的に消費されることも，また次期以降その生産的用役を利用するために投資されることも，一般に可能であると想定されている。ここで，前者が「消滅的」使用で，後者が「耐久的」使用（ただし，その用役は，もっぱら生産的用途にのみ向けられ，消費的用途には向けられないと仮定される）に対応するものであり，この両者の割合は，与えられた条件のもとでの経済主体の選択によって決定されると考えられているのである。したがって，以上のような財の取り扱い方も，やはり正統的な新古典派的接近方法に沿ったものとみなすことができよう。

かくして，本稿においては，二つの段階での最適な選択に焦点を当てて，最適成長理論を考えて行くことになる。第一は，生産された財のうち，どれだけを今期「消滅的」に使用し，どれだけを「耐久的」に使用するために蓄積するか，ということであり，第二は，これまでに蓄積された「耐久財」のストックが今期提供する用役を，どのような割合で，消費的用途と生産的用途に配分すべきか，ということである。(1)

I　財の定義と分類

1.1　すべての物的財は，一般に「消滅的」にも「耐久的」にも使用することができる。財の消滅的使用とは，その財の物理的ないし化学的変化それ自体に由来する有用性を享受することであり，本質的に，瞬時的かつ1回限りの使用で完結する。これに対して，財の耐久的使用とは，その財の物的な運動あるいは存在それ自体に由来する有用性を享受することであり，本質的に，一定期間にわたる使用を意味する。例えば，リンゴは，それを食べてしまえば消滅的に使用したことになり，これを写生の対象とするならば，耐久的に使用したことになる。また，木材は，薪にして燃やすならば，消滅的に使用したことになり，垣根の柵にするならば，耐久的に使用したことになる。財を消滅的に使用するとは，財そのものの使用あるいは単に「財の使用」と呼ばれ，財を耐久的に使用す

注(1)　本稿は，私が昭和43年1月に提出した修士論文の一部分を加筆・修正したものである。修士論文の審査にあたって，有益なコメントをいただいた千種義人教授，福岡正夫教授，富田重夫教授に対して心から感謝の意を表する次第である。

ることは，その財の「用役の使用」と呼ばれる。

以下で使用される「耐久財」という言葉の定義を，ここではっきりさせておこう。通常「耐久財」とは，狭義には，もっぱら耐久的にしか使用されえない財を意味しており，また広義には，耐久的に使用しうるすべての財を意味していると考えられよう。しかし，前者の狭義の解釈をとった場合には，次の困難が生じる。つまり，先にも指摘したように，大部分の物的財は，経済的に有利かどうかは別として，一般に消滅的にも耐久的にも使用可能であるから，(例えば，どんなに強固な木製あるいは金属製の用具も，耐久的にだけ使用可能なのではなく，スクラップして燃料や原料に使うことができるから，消滅的にも使用可能なのである。) この狭い意味での耐久財は，ほとんど存在しないことになってしまう。それでは，後者の広義の解釈をとるならば，どうであろうか。この場合には，耐久的に使用可能な財がすなわち耐久財であるから，それは，同時に消滅的にも使用しうるような財を何ら排除するものでない。したがって，この広い意味での耐久財は，消滅的にも耐久的にも使用可能な「財」そのものにほかならず，実は「財一般」とほとんど等しい概念になってしまうから，改まって「耐久」財と呼ぶ必要はないのである。

以上の困難は，「耐久財」という言葉を，財の本来持っている物的な性格に関連させて定義しようとすることから起こっている。そうではなく，耐久財とは，経済的な選択の結果として，現実に耐久的に使われている財，すなわち，耐久的に使用することが経済的に有利であるような財を意味していると考えるならば，何ら困難は生じないであろう。このような定義によれば，ある財が耐久財かどうかは，その財の内在的性格から先験的に定まるものでなく，一定の与件のもとでなされる経済的選択の結果として決定されるべき事柄であり，その意味で，種々のモデルの仮定に対して相対的に定まるものでしかないのである。

1.2　一定量の耐久財は，毎期ある一定量の有用性を提供する。耐久財1単位が，単位期間使用される際に提供する有用性を，1単位の耐久財用役と呼ぶならば，そのような用役は，一般に直接消費されることも可能であり，また生産要素として使用されることにより間接的に消費の増加に寄与することも可能である[1]。前者の使用法を，耐久財用役の「消費用途」への配分と名付け，後者の使用法を，耐久財用役の「生産用途」への配分と名付けよう。

通常「耐久消費財」とは，その用役がもっぱら消費用途にのみ配分されるような耐久財を意味し，「耐久資本財」とは，その用役がもっぱら生産用途にのみ配分されるような耐久財を意味している。しかし，一般に，すべての耐久財用役は，消費用途にも生産用途にも配分されうるから，ある耐久財が，本来的に耐久消費財であるとか，本来的に耐久資本財であるということはなく，やはり，経

注(1)　このような耐久財の厳密な取り扱い方については，Walras, L., *Elements of Pure Economics*, translated by W. Jaffé (Richard D. Irwin Inc.) 1954. を参照。

済的な選択の結果として，現実にその用役が消費用途に配分されている耐久財が耐久消費財であり，現実にその用役が生産用途に配分されている耐久財が，耐久資本財であると考えるべきであろう。

ここで注意しておかなければならないのは，以上で述べた耐久財用役の中に，土地や労働のような本源的要素の用役を含めて考えてもさしつかえないということである。土地については，通常の財と同様に考えられるということで，何ら問題は生じないであろうけれども，労働については，若干の注釈が必要であると思われる。この場合の耐久財用役とは，労働用役のことであり，耐久財それ自体に対応するものは，云わば労働能力の固まりである「労働者」に他ならない。また，労働用役の消費用途に配分された部分が「余暇（レジャー）」であり，労働用役の生産用途に配分された部分が，通常の「労働」であると解釈しうるであろう。

1.3　ある一定量の耐久財の用役は，ある期間，一般に消費用途と生産用途とに，それぞれ適当な比率で配分される。この場合，その耐久財の総量は，これら2つの用途に配分されているその用役量の総和に等しい。つまり，ある耐久財が5単位あった場合に，その用役が例えば，消費用途に2単位で生産用途に3単位配分されるとか，消費用途に5単位で生産用途に0単位配分されるとか，といった具合である。しかしながら，ある種類の耐久財のある単位は，同一期間内において，両方の用途に同時に，その用役が配分されうる。つまり，この種の耐久財については，その財の総量よりも，各用途に配分されているその用役の総和のほうが大となる。この場合，そのような耐久財用役について，用途間に「外部効果」が存在すると云うことができる。例えば，消費者と生産者との間に外部経済・不経済が存在する場合，つまり，ある耐久財用役が，例えばすべて生産に役立てられていて，しかも同時に，そのある部分は，消費者に快適さや不快さを与えるという形で消費用途にも配分されているという場合がそれである。

このような用途間に外部効果が存在する場合の極端なケースは，各用途に配分されているその耐久財用役量のそれぞれが，その耐久財の総量に等しいという場合である。例えばある耐久財が5単位あった場合に，その用役が，消費用途にも5単位，生産用途にも5単位配分されるといった具合である。そのような耐久財は，その用役の総量を1つの用途に配分することが，同時に他の用途に，やはりその総量を配分することを何ら妨げないという意味で，「公共的」ないし「社会的」な耐久財と呼ぶことができよう[2]。生産物や原材料の運搬に役立つと同時に，ドライヴや散歩にも役立つような道路は，社会的耐久財の好例である。これに対して，先に述べた用途間に外部効果の存在しない通常の耐久財は，「私的」な耐久財と呼ぶことができるであろう。

注(2)　この定義は，基本的に Samuelson, P.A., "The Pure Theory of Public Expenditure" *Review of Economics and Statistics*. Nov. 1954, における公共財の定義と同じである。ただし，Samuelson の場合には，消費的用途の中での利用者に関する外部効果を明示的に取り扱っており，用途に関する外部効果を中心とする本稿の分析とは異なる。

II 私的耐久財の場合

2.1 まず本章では，消費用途と生産用途への「私的」耐久財用役の最適配分問題を取り上げる。先に定義した如く，この場合には，耐久財の総量が，消費用途と生産用途にそれぞれ配分されている耐久財用役量の総和に等しい。簡単化のために体系内で再生産可能な財は，ただ一種類であって，それは生産された期間に消滅的に使用されて消費されることも，耐久的に使用するために「貯蓄」されることも可能であると仮定する。貯蓄されたものは，耐久財ストックへの新たな付加分となり，それ以後の期間を通じて耐久財用役を提供し続ける。消費用途に配分される耐久財用役は，消費者ないし家計によって直接消費される一方，生産用途に配分される耐久財用役は，体系外から毎期与えられる労働用役とともに生産活動を営む。

このようなモデルにおける最適資源配分の問題は，2つの次元で起ってくる。つまり，毎期生産される産出物のどれだけを毎期消滅的に使用して消費し，そのどれだけを耐久的に使用するために貯蓄するかという「最適貯蓄率」の問題として，またさらに，蓄積された耐久財ストックが毎期提供する用役のどれだけを消費用途に配分し，そのどれだけを生産用途に配分するかという「耐久財の最適用途配分」の問題として起こってくるのである。

ここで，最適性の基準としては，通常なされるように，労働者1人当り(つまり労働用役1単位当り)の「消費量」に依存する各期ごとの社会的な効用函数の割引現在価値の総和をとり，その最大化をもって最適と考える。ただし，この場合の消費量とは，消滅的に使用されて消費される財の量のみでなく，耐久財の消費用途に配分される用役量をも当然考慮に入れたものである。簡単化のために，各期ごとの効用函数は，時間を通じて不変であり，社会的な主観的割引率(時間選好率)は定数として与えられているものと仮定しよう。[1]

2.2 記号を次のように定義する。

K 蓄積された耐久財総量(総用役量)

K_c 消費用途に配分された耐久財用役量

K_q 生産用途に配分された耐久財用役量

Y 経常産出量

C 財の消滅的使用による消費量

注(1) 以下での取り扱いは，通常の最適成長理論の分析と基本的に同じである。例えば，Cass, D., "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation" *Review of Economic Studies*, July 1965. Samuelson, P. A., "A Catenary Turnpike Theorem Involving Consumption and the Golden Rulo", *American Economic Review*, June 1965 等を参照のこと。

L 労働用役量(総労働者数)

F 集計的生産函数

W 社会的効用函数

δ 社会の主観的割引率

n 労働増加率

すると，最適配分問題は，次のように定式化できる。

Maximize

$$\int_0^\infty W\left(\frac{C(t)}{L(t)}\ \frac{K_c(t)}{L(t)}\right)e^{-\delta t}dt \tag{2-1}$$

subject to

$$C(t)+\dot{K}(t)=Y(t)=F(K_q(t)\ L(t)) \tag{2-2}$$

$$K_c(t)+K_q(t)=K(t) \tag{2-3}$$

$$\dot{L}(t)=nL(t) \tag{2-4}$$

$$0\leq s(t)\equiv\frac{\dot{K}(t)}{Y(t)}\leq 1 \tag{2-5}$$

$$0\leq \alpha(t)\equiv\frac{K_c(t)}{K(t)}\leq 1 \tag{2-6}$$

with

$$K(0)=K_0,\ L(0)=L_0 \tag{2-7}$$

ここで，次のような仮定を置く。

仮定 I 効用函数は，各要素に関して増加的で，限界効用は，適当に逓減的である。つまり，任意の正の C/L と K_c/L に対して，$W_1>0$, $W_2>0$, $W_{11}>0$, $W_{22}<0$ および $W_{11}\cdot W_{22}-(W_{12})^2>0$

仮定 II 社会にとって，消滅的な消費Cも耐久的な消費 K_c も共に必要不可欠である，つまり，$W(0\ K_c/L)=-\infty$, $W(C/L\ 0)=-\infty$ および $W_1(0\ K_c/L)=\infty$, $W_2(C/L\ 0)=\infty$

仮定 III 生産函数は，規模に関して収穫不変で，限界生産力は正で逓減的である。つまり，任意の正の K_q, L および λ に対して，$\lambda F(K_q\ L)=F(\lambda K_q\ \lambda L)$ および $F_1>0$, $F_2>0$, $F_{11}<0$, $F_{22}<0$

仮定 IV 耐久財用役は生産に必要不可欠である。つまり，任意の正のLに対して $F(0\ L)=0$

仮定 V 労働増加率，主観的割引率および初期の資本量と労働量はすべて正の値で与えられる。つまり，$n>0$, $\delta>0$, $K_0>0$ および $L_0>0$

すると，問題 (2-1)—(2-7) は，次のような形になる。

Maximize

$$\int_0^\infty W\Big((1-s(t))f((1-\alpha(t))k(t))\ \ \alpha(t)k(t)\Big)e^{-\delta t}dt \tag{2-8}$$

subject to

$$\dot{k}(t)=s(t)f((1-\alpha(t))k(t))-nk(t) \tag{2-9}$$

$$0\leq s(t)\leq 1,\ 0\leq\alpha(t)\leq 1 \tag{2-10}$$

with

$$k(0)=k_0 \tag{2-11}$$

ただし

$$k(t)\equiv\frac{\mathrm{K}(t)}{\mathrm{L}(t)},\ f(x(t))\equiv \mathrm{F}(x(t),\ 1) \tag{2-12}$$

である。ここで，L・S・ポントリャーギン[2]の最大値定理より，問題の計画 $[k(t);\ s(t),\ \alpha(t):\ 0\leq t\leq\infty]$ が最適であるならば，時間に関する連続函数 $q(t)$ が存在して，Hamiltonian

$$\begin{aligned}\mathrm{H}&=e^{-\delta t}[\mathrm{W}((1-s)f((1-\alpha)k)\ \ \alpha k)+q\dot{k}]\\&=e^{-\delta t}[\mathrm{W}((1-s)f((1-\alpha)k)\ \ \alpha k)+q\{sf((1-\alpha)k)-nk\}]\end{aligned} \tag{2-13}$$

(以下，添字 t を省略する)を作れば，次の条件が満たされることが知られる。

(i) $\displaystyle\max_{0\leq s\leq 1}\mathrm{H}$ (2-14)

(ii) $\displaystyle\max_{0\leq\alpha\leq 1}\mathrm{H}$ (2-15)

(iii) $\displaystyle\frac{d(qe^{-\delta t})}{dt}=-\frac{\partial\mathrm{H}}{\partial k}$ (2-16)

(iv) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}qe^{-\delta t}=0$ (2-17)

仮定IIおよびIVより，最適計画において，$s<1,\ 0<\alpha<1$ でなければならないことは，明らかである。また，$k_0>0$ より，$k(t)>0$ となるから，結局，以上の(i)−(iv) は，次のように書き直すことができる。

(i) $-\mathrm{W}_1\cdot f+q\cdot f\leqq 0\ (<0\Rightarrow s=0)$

or $q\leqq\mathrm{W}_1$ and $s(q-\mathrm{W}_1)=0$ (2-18)

(ii) $-\mathrm{W}_1\cdot(1-s)f'\cdot k+\mathrm{W}_2\cdot k-qsf'\cdot k=k[\mathrm{W}_2-\{\mathrm{W}_1+s(q-\mathrm{W}_1)\}f']=k(\mathrm{W}_2-\mathrm{W}_1f')=0$

or $\mathrm{W}_2=\mathrm{W}_1f'$ (2-19)

(iii)
$$\begin{aligned}\dot{q}e^{-\delta t}-\delta qe^{-\delta t}&=-e^{-\delta t}[\mathrm{W}_1\cdot(1-s)f'\cdot(1-\alpha)+\mathrm{W}_2\alpha+qsf'\cdot(1-\alpha)-qn]\\&=-e^{-\delta t}[\{\mathrm{W}_1+s(q-\mathrm{W}_1)\}f'\cdot(1-\alpha)+\mathrm{W}_2\alpha-qn]\\&=-e^{-\delta t}[\mathrm{W}_1f'+\alpha(\mathrm{W}_2-\mathrm{W}_1f')-qn]\end{aligned} \tag{2-20}$$

or $\dot{q}=(n+\delta)q-\mathrm{W}_1f'$

(iv) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}q\cdot e^{-\delta t}=0$ (2-21)

これらの最適の必要条件は，仮定I，IIIおよびVにより，同時に最適であるための十分条件でもあることが知られる[3]。以上4つの条件の経済学的意味は，次のようなものである。

注(2) Pontryagin, L.S., et al *The Mathematical Theory of Optimal Processes* New York and London: Interscience Publishers, Inc., 1962, Theorem 7, Theorem 17.

(3) Cass, D., op. cit..

(i) 変数 q は，効用の単位で測られた耐久財1単位の価格と解釈しうる。$s>0$ のとき，$q=\mathrm{W}_1$ となるが，これは，財をもう1単位付加的に蓄積することに帰属する価格 q が，財をもう1単位付加的に消費 (消滅的に使用) することから得られる限界効用 W_1 に等しくなるところまで，貯蓄がなされるべきであることを示している。$q<\mathrm{W}_1$ ならば $s=0$ となるが，これは，最適の状態で，蓄積に帰属する価格が，消滅的使用から得られる限界効用を下まわるならば，貯蓄はまったくなされていないはずであることを示している。

(ii) 耐久財用役を1単位だけ消費用途から生産用途へと移した場合に，効用の減少分は W_2 であり，効用の増加分は，生産物の増分が消滅的に使用されるとしたとき，f' と W_1 との積に等しくなる。それらが等しくなるように，つまり $\mathrm{W}_2=\mathrm{W}_1f'$ となるように，耐久財用役は両用途に配分されなければならない。

(iii) 財の自己利子率は，労働の増加率と社会の主観的割引率との和に等しい。つまり

$$\frac{\mathrm{W}_1f'}{q}+\frac{\dot{q}}{q}=n+\delta \tag{2-22}$$

この左辺が財の自己利子率であることは，(i) および (ii) の関係を利用して，これが

$$\frac{\mathrm{W}_1f'}{q}+\frac{\dot{q}}{q}=\frac{\mathrm{W}_2}{q}+\frac{\dot{q}}{q}\quad\text{for } s\geqq 0 \tag{2-23}$$

$$\frac{\mathrm{W}_1f'}{q}+\frac{\dot{q}}{q}=f'+\frac{\dot{q}}{q}=f'+\frac{\dot{\mathrm{W}}_1}{\mathrm{W}_1}=\frac{\mathrm{W}_2}{\mathrm{W}_1}+\frac{\dot{\mathrm{W}}_1}{\mathrm{W}_1}\quad\text{for } s>0 \tag{2-24}$$

となることより，明らかであろう。ここで (2-22) において，$n\to 0$ のとき，財の自己利子率つまり実物利子率が，社会の主観的割引率そのものに等しくなる。これは，体系の成長を明示的に考慮しない「静学的」な場合における最適条件として知られているものである。また，$\dot{q}=\dot{k}=0$ という長期の均衡状態において，$\delta\to 0$ のとき，周知の「新古典派定理[4]」の条件，$f'=n$ が (2-22) より，また $s=k\cdot f'/f$ が (2-9) より求まる。

(iv) 仮定Vより，$\delta>0$ だから $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\dot{q}=0$ であれば，条件 $\displaystyle\lim_{t\to\infty}q\cdot e^{-\delta t}=0$ がみたされる。

2.3 以上の一般的な最適配分問題の一例として，社会的効用函数が

$$\mathrm{W}\left(\frac{\mathrm{C}(t)}{\mathrm{L}(t)}\ \ \frac{\mathrm{K}_c(t)}{\mathrm{L}(t)}\right)=\mathrm{U}\left(\frac{\mathrm{C}(t)}{\mathrm{L}(t)}\right)+\mathrm{V}\left(\frac{\mathrm{K}_c(t)}{\mathrm{L}(t)}\right) \tag{2-24}$$

という形を持つ場合を詳しく検討しよう。このとき，問題 (2-1)—(2-7) あるいは (2-8)—(2-11) は次のようになる。(以下添字 t を省略する)

Maximize

$$\int_0^\infty\{\mathrm{U}((1-s)f((1-\alpha)k))+\mathrm{V}(\alpha k)\}e^{-\delta t}dt \tag{2-25}$$

注(4) Phelps, E. S., "The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen," *American Economic Review*, Sept. 1961 および Samuelson, P. A., op. cit., 等を参照のこと。

subject to

$$\dot{k}=sf((1-\alpha)k)-nk \tag{2-26}$$

$$0\leq s\leq 1,\ 0\leq\alpha\leq 1 \tag{2-27}$$

with

$$k(0)=k_0 \tag{2-28}$$

最大値定理より，問題の計画 $[k(t);\ s(t),\ \alpha(t);\ 0\leq t\leq\infty]$ が最適であるならば

$$\mathrm{H}=e^{-\delta t}[\mathrm{U}((1-s)f((1-\alpha)k))+\mathrm{V}(\alpha k))+q\{sf((1-\alpha)k)-nk\}] \tag{2-29}$$

として，以下の条件が満たされる。

$$q\leqq\mathrm{U}' \quad \text{and} \quad s(q-\mathrm{U}')=0 \tag{2-30}$$

$$\mathrm{V}'=\mathrm{U}'f' \tag{2-31}$$

$$\dot{q}=(n+\delta)q-\mathrm{U}'f' \tag{2-32}$$

$$\lim_{t\to\infty} qe^{-\delta t}=0 \tag{2-33}$$

k と q の最適経路の性質を調べてみよう。

まず，s が正からゼロとなる境界は次式で与えられる。

$$q=\mathrm{U}'(f((1-\alpha)k)) \tag{2-34}$$

$$\mathrm{V}'(\alpha k)-\mathrm{U}'(f((1-\alpha)k))\cdot f((1-\alpha)k=0 \tag{2-35}$$

$\sigma\equiv\dfrac{d(\alpha k)}{dk}=\alpha+\dfrac{d\alpha}{dk}k$ と置けば，(2-35) より

$$\mathrm{V}''\cdot\sigma-\mathrm{U}''f'^2\cdot(1-\sigma)-\mathrm{U}'f''\cdot(1-\sigma)=0 \tag{2-36}$$

つまり

$$\sigma=\frac{\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''}{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''} \tag{2-37}$$

が求まるから，$0<\sigma<1$ であることがわかる。(2-34) より，

$$\frac{dq}{dk}=\mathrm{U}''\cdot f'\cdot(1-\sigma)<0 \tag{2-38}$$

がえられる。

次に，$\dot{q}=0$ の場合には (2-32) と (2-31) より

$$q=\frac{\mathrm{V}'}{n+\delta} \tag{2-39}$$

したがって

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0}=\frac{\mathrm{V}''\sigma}{n+\delta} \tag{2-40}$$

となる。ここで，$s>0$ ならば $q=\mathrm{U}'$ だから (2-32) より

$$f'((1-\alpha)k)=n+\delta \tag{2-41}$$

かくして

$$f''\cdot(1-\sigma)=0 \tag{2-42}$$

つまり $\sigma=1$ であり，$s=0$ ならば (2-35)，したがって，(2-37) より $0<\sigma<1$ となる。以上のことから，

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0}<0 \tag{2-43}$$

がわかる。

また，$\dot{k}=0$ の場合 (1-26) より，$s=\dfrac{nk}{f}>0$ および $(1-s)f=f-nk$ であるから (2-30) (2-31) は次のようになる。

$$q=\mathrm{U}'(f((1-\alpha)k)-nk) \tag{2-44}$$

$$\mathrm{V}'(\alpha k)-\mathrm{U}'(f((1-\alpha)k)-nk)\cdot f'((1-\alpha)k)=0 \tag{2-45}$$

(2-45) より

$$\mathrm{V}''\sigma-\mathrm{U}''f'\cdot\{f'\cdot(1-\sigma)-n\}-\mathrm{U}'f''\cdot(1-\sigma)=0 \tag{2-46}$$

つまり

$$\sigma=\frac{\mathrm{U}''f'\cdot(f'-n)+\mathrm{U}'f''}{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''} \tag{2-47}$$

そして，(2-44) から次式が求まる。

$$\begin{aligned}\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{k}=0}&=\mathrm{U}''\cdot\{f'\cdot(1-\sigma)-n\}=\mathrm{U}''\left\{f'\frac{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'n}{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''}-n\right\}\\&=\frac{\mathrm{U}''}{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''}\{\mathrm{V}''\cdot(f'-n)-\mathrm{U}'f''n\}\\&=\frac{\mathrm{U}''\mathrm{V}''}{\mathrm{V}''+\mathrm{U}''f'^2+\mathrm{U}'f''}\left\{f'-\left(1+\frac{\mathrm{U}'f''}{\mathrm{V}''}\right)n\right\}\end{aligned} \tag{2-48}$$

かくて，次の関係が明らかになる。

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{k}=0}\lesseqgtr 0 \iff f'\gtreqless\left(1+\frac{\mathrm{U}'f''}{\mathrm{V}''}\right)n \tag{2-49}$$

ここで，$s>0$ だから $\dot{k}=0$ かつ $\dot{q}=0$ の点では (2-41) $f'=n+\delta$ が成立し，かくして，この点における (2-49) の符号は，

$$n+\delta\gtreqless\left(1+\frac{\mathrm{U}'f''}{\mathrm{V}''}\right)n=n+\frac{f''/f'}{\mathrm{V}''/\mathrm{V}'}n \tag{2-50}$$

つまり

$$\frac{\delta}{n}\gtreqless\frac{f''/f'}{\mathrm{V}''/\mathrm{V}'} \tag{2-51}$$

の不等号の向きに依存する。

最後に，生産函数について通常の仮定

$$f'(0)=\infty,\ f'(\infty)=0 \tag{2-52}$$

を加えるならば

$$f(k)=nk \tag{2-53}$$

を満たす $\bar{k}$ が一意に存在して，

$$\lim_{k\to 0} q|_{\dot{k}=0}=\infty,\quad \lim_{k\to \bar{k}} q|_{\dot{k}=0}=\infty \tag{2-54}$$

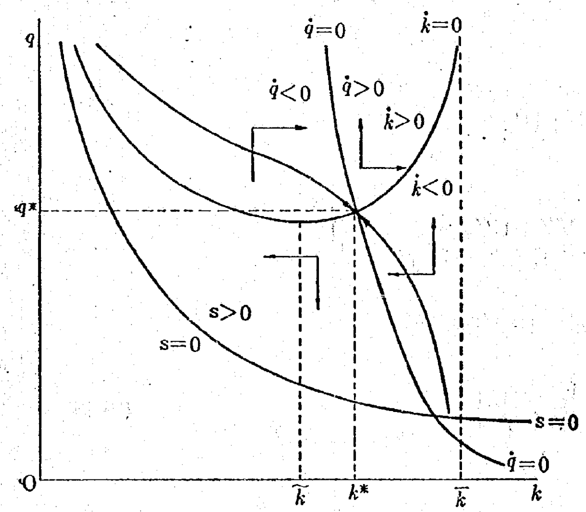
となることが，仮定II・IV および (2-44) より主張されうる。

以上の (2-34)—(2-54) をまとめるならば，$(k,\ q)$ 平面に最適経路を書き表わすことができる。(2-49) (2-51) を考慮して，$\delta\to 0$ の場合と $n\to 0$ の場合とに分けて検討しよう。ここで，$\dot{k}=0$ の制約下で１人当りの消滅的消費量 $(1-s)f=f-nk$ を最大化するような k の値を $\tilde{k}$ とすれば，そこにおいて

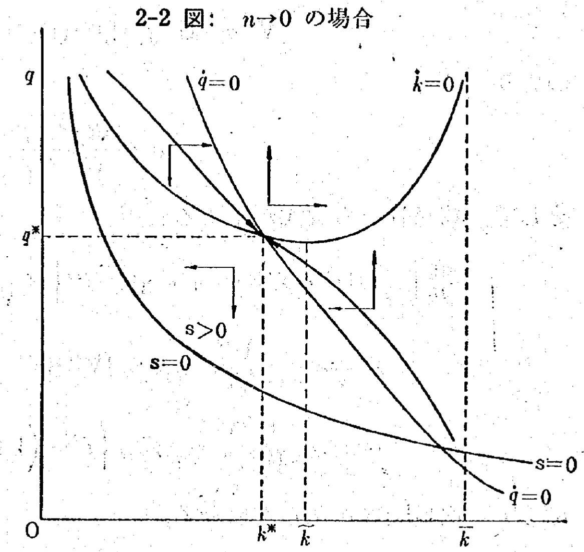
$$\frac{d(f-nk)}{dk}=f'\cdot(1-\sigma)-n=0 \tag{2-55}$$

が成立するから，$\dot{k}=0$ を表わす曲線の最低点に対応することに注意すべきである。

2-1 図： $\delta\to 0$ の場合



2-2 図： $n\to 0$ の場合



この２つの図から，次の重要な結論が導かれよう。任意の初期状態から出発する最適経路は，長期的にあるバランスのとれた状態，$(k^*,\ q^*)$ に収束する。そして，労働増加率 n に比較して社会の主観的割引率 δ が十分に小さい場合には，そのような k^* は，$\dot{k}=0$ の制約下で１人当り消滅的消費のみを最大化する $\tilde{k}$ よりも大となり，逆に，δ に比較して n が十分小さい場合には，k^* は $\tilde{k}$ よりも小となる。比較する場合に，最大化さるべき目的函数が同様のものでなければならないとするなら，前者つまり $\delta\to 0$ の場合における k^* と $\tilde{k}$ の比較のみが意味を持つ。なぜならば，主観的割引率がゼロであるときには，異時点間の消費の配分を考慮することなく，任意の１時点で効用を最大化することが，バランスのとれた成長状態での最適を意味することになり，$\tilde{k}$ を求める場合の「新古典派定理」の考え方もこのようなものと解釈しうるからである。この場合の比較から結論できることは，消滅的消費のみを考慮する場合に比べて，耐久財用役の消費をも考慮する場合の１人当り

耐久財蓄積量はより大とならなければならないということである。

2.4 本章の付論として，労働用役の最適用役配分問題にも触れておこう。[5] レジャーつまり余暇と労働との選択に関する問題も，利用可能な労働用役の消費用途と生産用途とへの最適用途配分の問題として取り扱うことができる。なぜなら，余暇とは，消費用途に配分された労働用役であり，労働とは，生産用途に配分された労働用役にほかならないからである。記号を次のように定義しよう。

L 利用可能な総労働用役量

L_c 消費用途に配分された労働用役量（余暇）

L_q 生産用途に配分された労働用役量（労働）

簡単化のために，耐久財用役は，そのすべてが生産用途に配分されるものと仮定しよう。すると問題は，次のようになる。

Maximize

$$\int_0^\infty \mathrm{W}\left(\frac{\mathrm{C}(t)}{\mathrm{L}(t)}\ \frac{\mathrm{L}_c(t)}{\mathrm{L}(t)}\right)e^{-\delta t}dt \tag{2-56}$$

subject to

$$\mathrm{C}(t)+\dot{\mathrm{K}}(t)=\mathrm{Y}(t)=\mathrm{F}(\mathrm{K}(t)\ \mathrm{L}_q(t)) \tag{2-57}$$

$$\mathrm{L}_c(t)+\mathrm{L}_q(t)=\mathrm{L}(t) \tag{2-58}$$

$$\dot{\mathrm{L}}(t)=n\mathrm{L}(t) \tag{2-59}$$

$$0\leq s(t)\equiv\frac{\dot{\mathrm{K}}(t)}{\mathrm{Y}(t)}\leq 1 \tag{2-60}$$

$$0\leq \alpha(t)\equiv\frac{\mathrm{L}_c(t)}{\mathrm{L}(t)}\leq 1 \tag{2-61}$$

with

$$\mathrm{K}(0)=\mathrm{K}_0,\quad \mathrm{L}(0)=\mathrm{L}_0 \tag{2-62}$$

すると，本章の 2.2 と同様の仮定のもとで，次のような最適条件をうる。

$$q\leqq \mathrm{W}_1 \quad \text{and} \quad s(q-\mathrm{W}_1)=0 \tag{2-63}$$

$$\mathrm{W}_2=\mathrm{W}_1\cdot\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{L}_q} \tag{2-64}$$

$$\dot{q}=(n+\delta)q-\mathrm{W}_1\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{K}} \tag{2-65}$$

$$\lim_{t\to\infty} q\cdot e^{-\delta t}=0 \tag{2-66}$$

注(5) 余暇と労働の選択の問題は，すでに Chase E. S., "Leisure and Consumption" in *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, edited by K. Shell. The M. I. T. press 1967 において取り上げられている。したがって，本稿では，詳しく触れないことにする。

これらの条件で，前に見なかった式は，(2-64) のみである。この条件は，労働用役を直接消費することから得られる限界効用が，労働を生産に投じて得られる財の追加的産出量を消費することの限界効用に等しくなるよう，利用可能な労働用役を両用途に配分すべきことを示している。この配分は，競争的市場経済においては，労働の限界生産力 $\frac{\partial F}{\partial L_q}$ と，余暇対「所得」の限界代替率 $\frac{W_2}{W_1}$ とがそれぞれ実質賃金率に等しくなることを通じて，適切になされるであろう。

Ⅲ　社会的耐久財の場合

3.1　本章では，消費用途と生産用途への「社会的」耐久財用役の最適配分問題を取り扱う。社会的耐久財とは，前に定義した如く，その用役の用途間に外部効果が存在するため，各用途に配分されているその用役量のそれぞれが，その耐久財の総量に等しいというものである。例えば，正の外部効果が存在する場合として，消費者にも生産者にも役立つ道路，橋，堤防やその他外部経済効果の伴うものが考えられ，また負の外部効果が存在する場合として，企業の資本ストックの増加につれて生じてくる「公害」などの外部不経済が考えられるであろう。

社会的耐久財に関しては，その用役を各用途に適当な比率で配分するという意味での最適配分問題は生じえない。なぜなら，1つの用途に配分したその用役量が，そのまま自動的に他の用途にも配分されてしまうからである。したがって，この場合に問題となりうるのは，毎期の経常産出量のどれだけを消滅的に消費し，どれだけを耐久財として蓄積すべきかという「最適貯蓄率」の次元においてのみである。直観的に結論として云えることは，外部効果がまったく存在せず，しかもすべての耐久財用役が生産用途にのみ配分される場合の最適な長期の1人当り耐久財蓄積量に比較して，正の外部効果つまり外部経済が存在する場合の最適なそれはより大であり，負の外部効果つまり外部不経済が存在する場合はより小であるということである。以下の分析は，この命題を厳密に確立するものである。(1)

3.2　記号は，すべて前章のとおりとする。すると私的耐久財の場合には，(2-3) のように $K_c(t)+K_q(t)=K(t)$ となるのに対して，社会的耐久財の場合には

$$K_c(t)=K_q(t)=K(t) \tag{3-1}$$

となる。したがって，問題は次のように定式化できる。

注(1)　この種の命題は，技術進歩を考慮した最適成長理論において，投資の「ラーニング効果」がある場合に，妥当することがよく知られている。例えば，Arrow, K. J., "The Economic Implications of Learning by Doing" *Review of Economic Studies*, June 1962. Sheshinski, E., "Optimal Accumulation with Learning by Doing" in *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth* edited by K. Shell 1967 等を参照せよ。これらのモデルは，ある意味で，生産用途と「技術開発」用途とに同時に配分される社会的耐久財を取り扱っているとみなすことができよう。

Maximize

$$\int_0^\infty W\left(\frac{C(t)}{L(t)}\ \ \frac{K(t)}{L(t)}\right)e^{-\delta t}dt \tag{3-2}$$

subject to

$$C(t)+\dot{K}(t)=Y(t)=F(K(t)\ \ L(t)) \tag{3-3}$$

$$\dot{L}(t)=nL(t) \tag{3-4}$$

$$0\leqq s(t)\equiv\frac{\dot{K}(t)}{Y(t)}\leqq 1 \tag{3-5}$$

with

$$K(0)=K_0,\ \ L(0)=L_0 \tag{3-6}$$

前章での仮定ⅠからⅤがそのまま成立するとしよう。仮定Ⅰより，$W_2>0$ だから，これは社会的な観点から正の外部効果が存在する場合を取り扱うことになる。前と同様に，問題を1人当りのタームで表わすならば，(3-2)―(3-6) は次のように変形される。

Maximize

$$\int_0^\infty W((1-s(t))f(k(t))\ \ k(t))e^{-\delta t}dt \tag{3-7}$$

subject to

$$\dot{k}(t)=s(t)f(k(t))-nk(t) \tag{3-8}$$

$$0\leqq s(t)\leqq 1 \tag{3-9}$$

with

$$k(0)=k_0 \tag{3-10}$$

最大値定理より

$$H=e^{-\delta t}[W((1-s)f(k)\ \ k)+q\{sf(k)-nk\}] \tag{3-11}$$

を作るならば，以下の最適条件が導出される。

$$-W_1f+qf\leqq 0\ (<0\Rightarrow s=0)$$

$$\text{or}\quad q\leqq W_1\quad \text{and}\quad s(q-W_1)=0 \tag{3-12}$$

$$\dot{q}e^{-\delta t}-\delta qe^{-\delta t}=-e^{-\delta t}\{W_1(1-s)f'+W_2+qsf'-qn\}$$

$$\text{or}\quad \dot{q}=(n+\delta)q-(W_1f'+W_2) \tag{3-13}$$

$$\lim_{t\to\infty}q\cdot e^{-\delta t}=0 \tag{3-14}$$

これらの条件を，私的耐久財の場合の条件 (2-18)―(2-21) と比較するならば，次の点が対称的である。

私的耐久財の場合

$$K_q+K_c=K \tag{3-15}$$

$$\frac{W_1 f'}{q}=\frac{W_2}{q}=n+\delta-\frac{\dot{q}}{q} \tag{3-16}$$

社会的耐久財の場合

$$K_q=K_c=K \tag{3-17}$$

$$\frac{W_1 f'}{q}+\frac{W_2}{q}=n+\delta-\frac{\dot{q}}{q} \tag{3-18}$$

すなわち，私的耐久財の場合において，成長率プラス割引率に等しくせしめられるものは，各用途それぞれへの配分から生じる収益率ないし自己利子率であるのに対して，社会的耐久財の場合において，成長率プラス割引率に等しくせしめられるものは，すべての用途への配分から生じる収益率ないし自己利子率の総和である。このように，外部効果をすべて斟酌した収益率は，通常「社会的収益率」と呼ばれるものに対応していると考えることができよう。

3.3　社会的効用函数が次のような形を持つ場合について，より詳しく考察しよう。

$$W\left(\frac{C(t)}{L(t)}\ \frac{K(t)}{L(t)}\right)=U\left(\frac{C(t)}{L(t)}\right)+V\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right) \tag{3-19}$$

ただし，前章と同じ仮定のもとでは，$V'>0$ であるから，正の外部効果つまり外部経済が存在する場合になり，逆に，$V'<0$ と仮定するなら，負の外部効果つまり外部不経済が存在する場合になる。問題は，次のように書くことができる。

Maximize

$$\int_0^{\infty}\{U((1-s)f(k))+V(k)\}e^{-\delta t}dt \tag{3-20}$$

subject to

$$\dot{k}=sf(k)-nk \tag{3-21}$$

$$0\leqq s\leqq 1 \tag{3-22}$$

with

$$k(0)=k_0 \tag{3-23}$$

かくして，最適条件は次のようになる。

$$q\leqq U' \quad \text{and} \quad s(q-U')=0 \tag{3-24}$$

$$\dot{q}=(n+\delta)q-(U'f'+V') \tag{3-25}$$

$$\lim_{t\to\infty} q\cdot e^{-\delta t}=0 \tag{3-26}$$

第1に，s が正からゼロになる境界は

$$q=U'(f(k)) \tag{3-27}$$

で与えられるから

$$\frac{dq}{dk}=U''\cdot f'<0 \tag{3-28}$$

であることがわかる。

次に，$\dot{q}=0$ の場合には，(3-25) より

$$(n+\delta)q=U'f'+V' \tag{3-29}$$

であるが，$s>0$ ならば (3-24) より，

$$q=U'((1-s)f(k)) \tag{3-30}$$

だから，これを使用すれば，(3-29) は

$$n+\delta=f'(k)+\frac{V'(k)}{U'((1-s)f(k))} \tag{3-31}$$

と書き直すことができる。これより，

$$\frac{d((1-s)f(k))}{dk}=\frac{f''\cdot(U')^2+V''U'}{U''V'} \tag{3-32}$$

となるが，前章と同じ仮定のもとでは (すなわち正の外部効果が存在する場合には) $V'>0$, $V''<0$ だから，これは正の符号を持つ。かくて，(3-30) より，$s>0$ のとき，

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0}=U''\frac{d((1-s)f(k))}{dk}<0 \tag{3-33}$$

となる。$s=0$ のときには，(3-29) より，直接に，

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0}=\frac{U''f'^2+U'f''+V''}{n+\delta}<0 \tag{3-34}$$

であることがわかる。

第3に，$\dot{k}=0$ ならば，$(1-s)f=f-nk$ となり，$s>0$ であるから

$$q=U'(f(k)-nk) \tag{3-35}$$

つまり，

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{k}=0}=U''\cdot(f'-n)\gtreqless 0 \tag{3-36}$$

$$\text{according as} \quad f'(k)\lesseqgtr n \tag{3-37}$$

前章と同様に，次の関係も成立する。

$$\lim_{k\to 0} q|_{\dot{k}=0}=\infty, \quad \lim_{k\to\bar{k}} q|_{\dot{k}=0}=\infty \tag{3-38}$$

$\dot{k}=0$ かつ $\dot{q}=0$ の平衡状態においては，$s=\frac{nk}{f}>0$ だから，(3-35) $q=U'(f-nk)$ が成立し，これと (3-29) より

$$f'(k)=n+\delta-\frac{V'(k)}{U'(f(k)-nk)} \tag{3-39}$$

となる。正の外部効果つまり外部経済の場合には，$V'>0$ だから，生産用途に配分されている耐久財用役が何ら消費用途に対して外部効果を与えない場合，すなわち，

$$V\left(\frac{K}{L}\right)\equiv 0 \quad \text{or} \quad W\left(\frac{C}{L}\ \frac{K}{L}\right)\equiv U\left(\frac{C}{L}\right) \tag{3-40}$$

としたときの $\dot{k}=0$, $\dot{q}=0$ の平衡状態における最適条件

$$f'(k)=n+\delta \qquad (3\text{-}41)$$

より定まる k の最適値 k^{**} と比較して，(3-39) より定まる k の最適値 k^* はより大となることがわかる。さらに $\dot{k}=0$ の制約のもとで1人当りの消滅的消費量 $(1-s)f(k)=f(k)-nk$ を最大化する k の値，つまり，

$$f'(k)=n \qquad (3\text{-}42)$$

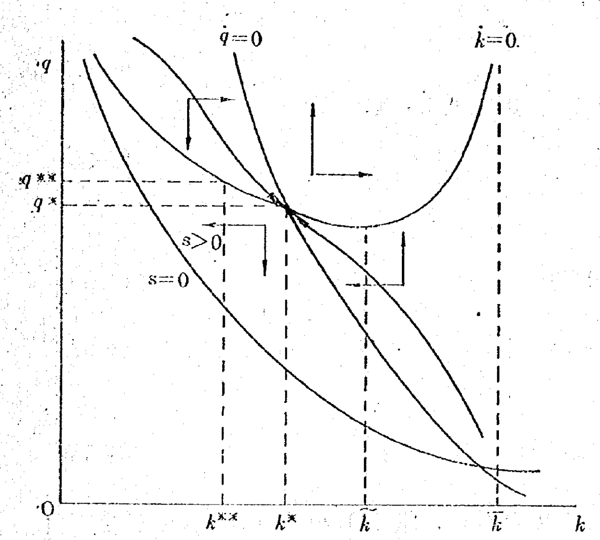
より求まる k の値を $\bar{k}$ とするなら，(3-39) より，次のようになる。

$$\bar{k}\gtreqless k^* \quad \text{according as} \quad \delta\gtreqless\frac{V'(k^*)}{U'(f(k^*)-nk^*)} \qquad (3\text{-}43)$$

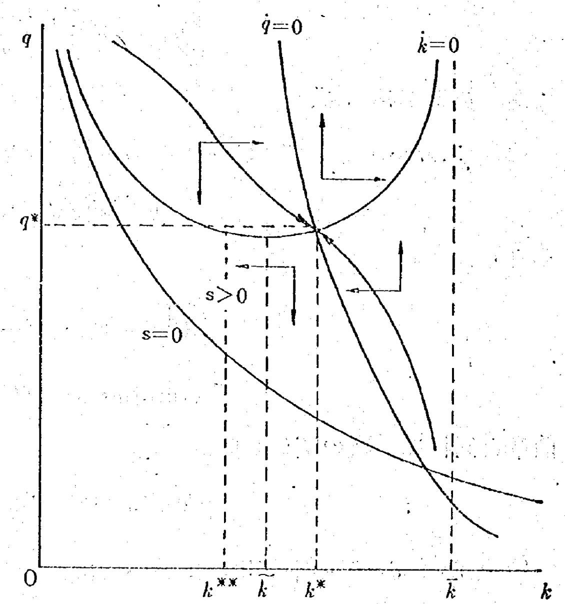
$\delta\to0$ のとき，$k^{**}\to\bar{k}$ となることは，(3-41) (3-42) から導かれるが，これはまた，最大化問題 $\mathrm{Max}\int_0^\infty U\left(\frac{C}{L}\right)e^{-\delta t}dt$ が $\dot{k}=0$, $\delta\to0$ とするとき，問題 $\mathrm{Max}\left(\frac{C}{L}\right)$ に帰着することによっても明らかである。

以上をまとめるならば，正の外部効果つまり外部経済の場合は，次のような図を描くことができる。

3-1 図: $\delta>\frac{V'(k^*)}{('Uf(k^*)-nk^*)}$ の場合



3-2 図: $\delta<\frac{V'(k^*)}{U'(f(k^*)-nk^*)}$ の場合



これに対して，負の外部効果すなわち外部不経済の場合には，$V'<0$ であるから，

$$f'(k^*)=n+\delta-\frac{V'(k^*)}{U'(f(k^*)-nk^*)}>f'(k^{**})=n+\delta \qquad (3\text{-}44)$$

したがって，常に

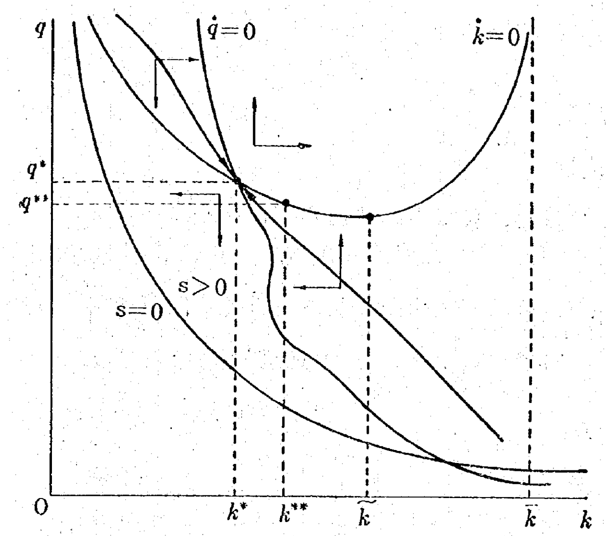
$$k^*<k^{**} \qquad (3\text{-}45)$$

となる。また，この場合には，

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0}\gtreqless0 \qquad (3\text{-}46)$$

の符号が確定しえない。外部不経済の場合の典型的な例を次に図示しよう。

3-3 図



以上，3-1 図から 3-3 図までをまとめると，次の結論が出てくる。正の外部効果つまり外部経済が存在する場合の最適な長期の1人当り耐久財蓄積量 k^* は，消滅的消費のみに依存する効用函数を仮定した場合の最適なそれ k^{**} よりも大となる。負の外部効果つまり外部不経済が存在する場合には逆である。またいずれの場合にしても，$\dot{k}=0$ のもとで1人当り消滅的消費量を最大化するもの $\bar{k}$ に比較して，k^{**} はより小であるが，社会の主観的割引率 δ が十分ゼロに近い値で与えられるならば，k^{**} は $\bar{k}$ に十分近い値をとる。かくて，δ が十分小さいときには，外部経済の場合，k^* は k^{**} よりも大であるばかりでなく，$\bar{k}$ よりも大となるであろう。また逆に，δ が十分大きいならば，外部経済の場合，k^* は k^{**} よりも大であるが，$\bar{k}$ よりも小となるであろう。このとき，k^* に対応する耐久財の（効用単位で測った）価格 q^* は，k^{**} に対応するそれ q^{**} よりも小となる。これに対して，外部経済の場合には，δ の大小にかかわらず，k^* は k^{**} よりも小さく，したがって，$\bar{k}$ よりも小さい。また，q^* は必ず q^{**} よりも大となる。

Ⅳ 一般的な場合

4.1 これまでの章で，私的耐久財と社会的耐久財の基本的な性格を検討したので，本章においては，その両方の種類の耐久財が存在する一般の場合について，最適配分問題を考察してみよう。問題を出来る限り一般的に取り扱うため，生産には，3つの要素つまり私的耐久財用役，社会的耐久財用役および労働用役が別々に必要であり，また社会的効用は，3つの種類の消費つまり生産物の消滅的使用による消費，私的耐久財用役の消費および社会的耐久財用役の消費のそれぞれに依存すると仮定して議論を進める。この場合には，まずある期間に生じうる総耐久財用役量（耐久財ストック総量）が，私的なものと社会的なものとに分けられる。さらに，私的な耐久財用役の総量が，生産用途と消費用途に分けられて配分される。これに対して，社会的な耐久財は，その総量がそのまま生産用途に配分されると同時に，その同じ総量が消費用途に配分されることにもなるのである。

まず，記号の定義を必要な限りで修正し追加しておこう。

K_p　私的耐久財ストック量（用役量）

K_{pc}　消費用途に配分された私的耐久財用役量

K_{pq}　生産用途に配分された私的耐久財用役量

K_s　社会的耐久財ストック量（用役量）

K_{sc}　消費用途に配分された社会的耐久財用役量

K_{sq}　生産用途に配分された社会的耐久財用役量

前章までと同様に，社会に存在する総耐久財ストック量を，Kで表わすならば，これは次のように分割される。

$$K(t)=K_p(t)+K_s(t) \tag{4-1}$$

ただし，

$$K_p(t)=K_{pc}(t)+K_{pq}(t) \tag{4-2}$$

$$K_s(t)=K_{sc}(t)=K_{sq}(t) \tag{4-3}$$

である。

この場合における最適問題は，次のように定式化される。

Maximize

$$\int_0^\infty W\left(\frac{C(t)}{L(t)}\ \frac{K_{pc}(t)}{L(t)}\ \frac{K_{sc}(t)}{L(t)}\right)e^{-\delta t}dt \tag{4-4}$$

subject to

$$C(t)+\dot{K}(t)=Y(t)=F(K_{pq}(t)\ K_{sq}(t)\ L(t)) \tag{4-5}$$

$$K_{pc}(t)+K_{pq}(t)=K_p(t) \tag{4-6}$$

$$K_{sc}(t)=K_{sq}(t)=K_s(t) \tag{4-7}$$

$$K_p(t)+K_s(t)=K(t) \tag{4-8}$$

$$\dot{L}(t)=nL(t) \tag{4-9}$$

$$0\leq s(t)\equiv\frac{\dot{K}(t)}{Y(t)}\leq 1 \tag{4-10}$$

$$0\leq\alpha(t)\equiv\frac{K_{pc}(t)}{K_p(t)}\leq 1 \tag{4-11}$$

$$0\leq\beta(t)\equiv\frac{K_s(t)}{K(t)}\leq 1 \tag{4-12}$$

with

$$K(0)=K_0\ L(0)=L_0 \tag{4-13}$$

つまり，１人当りのタームで書き表わすならば，次のようになる。

Maximize

$$\int_0^\infty W((1-s)f((1-\alpha)(1-\beta)k\ \ \beta k)\ \ \alpha(1-\beta)k\ \ \beta k)e^{-\delta t}dt \tag{4-14}$$

subject to

$$\dot{k}=sf((1-\alpha)(1-\beta)k\ \ \beta k)-nk \tag{4-15}$$

$$0\leq s\leq 1,\ 0\leq\alpha\leq 1,\ 0\leq\beta\leq 1 \tag{4-16}$$

with

$$k(0)=k_0 \tag{4-17}$$

4.2　ここで，前２章で仮定されたと同様の仮定を置き，同様の分析を行なうならば，以下の最適条件が導出される。ただし，消滅的消費と私的耐久財用役の消費とは，社会的に必要不可欠であり，また私的耐久財用役と社会的耐久財用役とは，生産にとって必要不可欠であると仮定される。この仮定は，最適状態で，

$$s<1,\ 0<\alpha<1,\ 0<\beta<1 \tag{4-18}$$

となることを意味するであろう。すると，最適条件は，

$$q\leq W_1 \quad \text{and} \quad s(q-W_1)=0 \tag{4-19}$$

$$W_1f_1=W_2 \tag{4-20}$$

$$W_1f_1=W_1f_2+W_3 \tag{4-21}$$

$$\dot{q}=(n+\delta)q-W_1f_1 \tag{4-22}$$

$$\lim_{t\to\infty}q\cdot e^{-\delta t}=0 \tag{4-23}$$

となる。

第１の条件（4-19）は，経常的に生産される財を消滅的使用と耐久的使用とに分ける際の条件で，前章までと同じものである。

第２の条件（4-20）は，私的耐久財用役の配分にかかわる条件で，生産用途に配分された限界分のもたらす社会的効用の増加量と消費用途に配分された限界分のもたらすそれとを等しくせしめるように，私的耐久財が各用途に配分されなければならないことを示している。

第３の条件（4-21）は，蓄積された耐久財ストック総量の分割にかかわる条件で，私的耐久財へと分割された限界分のもたらす社会的効用の増加分と社会的耐久財へと分割された限界分のもたらすそれとを等しくせしめるように，蓄積された耐久財ストックが各種類の耐久財に分割されなければならないことを示している。

第４の条件，（4-22）および第５の条件（4-23）は，前章までとまったく同じものであるから，詳しい説明を省略する。ただし，（4-19）から（4-22）までを利用すると，次の関係が導かれることは注意すべきである。

$$\frac{W_1 f_1}{q}=\frac{W_2}{q}=\frac{W_1 f_2}{q}+\frac{W_3}{q}=n+\delta-\frac{\dot{q}}{q} \tag{4-24}$$

これは，

$$K_{pq}+K_{pc}+K_s(=K_{sq}=K_{sc})=K \tag{4-25}$$

に対する双対的な条件にほかならない。また長期の最適状態 $\dot{k}=\dot{q}=0$ においては，(4-24)は，次のように書ける。

$$f_1=\frac{W_2}{W_1}=f_2+\frac{W_3}{W_1}=n+\delta \tag{4-26}$$

(4-24) および (4-26) は，どのような種類に分割されていようとも，どのような用途に配分されていようとも，耐久財の（外部効果をすべて考慮した意味での）真の収益率がお互いにすべて等しく，しかもそれが労働増加率と社会的割引率との和に等しくなっていなければならないことを意味している。

4.3　最後に，結論として，政策的な介入が行なわれない完全競争市場において，以上の最適条件が満たされるかどうかを検討しよう。社会的に計画された最適状態と，市場経済において競争的な経済主体が最適な選択を行なう場合に出現する状態とを関連づけるために，次のような仮定を置く。つまり，ミクロ的な経済主体の各々が，先に定義した社会的な効用函数と同一の形の効用函数を等しく持ち，また集計的生産函数と同一の形の生産函数を等しく持つということを仮定する(1)。そのとき，もしもその経済に外部効果が存在せず，耐久財はそのすべてが私的耐久財であるならば，完全競争のメカニズムは，自動的に社会的な最適状態を出現せしめるであろう。しかし，外部効果が存在するときには，そのような結論は妥当しない。完全競争市場では，外部効果が斟酌されないから，社会的耐久財が存在する場合に，例えば，資本財として生産用途に配分されている部分のみが明示的に評価されて，それが同時に消費用途へ配分されることによって生じる効用や不効用がまったく市場で評価されないことになる。

これを，上の第3の最適条件 (4-21) で見るならば，次のようになるであろう。まず，完全競争市場では，外部効果を無視した「市場」収益率が均等になるように，耐久財の配分がなされてしまうから，

$$f_1=f_2 \tag{4-27}$$

が成立する。これに対して，最適条件 (4-21) は，正の外部効果つまり外部経済の場合には $W_3>0$ だから，

$$f_1>f_2 \tag{4-28}$$

注(1)　計画された最適状態と競争市場における状態とを比較するために，このような仮定を置くことについては，Sheshinski. E., op. cit., p. 43 を参照のこと。

を意味し，逆に負の外部効果つまり外部不経済の場合には，$W_3<0$ だから，

$$f_1<f_2 \tag{4-29}$$

を意味する。限界生産力は逓減的であるから，競争条件 (4-27) を最適条件 (4-28) (4-29) と比較すると，次の結論がえられよう。つまり最適状態と比較して，完全競争市場経済においては，私的耐久財に比して社会的耐久財が，外部経済の場合には過小となり，外部不経済の場合には過大となる傾向を持つ。

さらに重要なことは，この場合，単に私的耐久財と社会的耐久財との比が，最適な比率でなくなるというにとどまらず，蓄積される耐久財ストック総量が，最適なそれに比して過小となったり過大となったりするということであり，それに応じて，社会全体の貯蓄率も最適な値から乖離するということである。つまり，条件 (4-24) あるいは (4-26) を見ると，私的耐久財に関しては，それらの収益率ないし自己利子率が所与の労働増加率と主観的割引率の和に等しく，これはまた，競争市場においても実現されると考えられる。したがって，私的耐久財の蓄積や配分は，最適状態に比して過大でも過小でもなく，(4-27) の競争条件の成立によって過小となったり過大となったりするのは，もっぱら社会的耐久財であることがわかる。つまり，外部経済の場合，私的耐久財と社会的耐久財の合計である蓄積された耐久財ストック総量は，過小となり，それに応じて，毎期の貯蓄率も過小となる。逆に，外部不経済の場合，蓄積された耐久財ストック総量は，過大となり，それに応じて，毎期の貯蓄率も最適なそれに比して過大となるであろう。

V　結　　び

これまで得られた結論のすべては，経済が多部門化され，生産過程が複雑になり，蓄積された耐久財ストック総量がより多くの用途に配分されるようになったとしても，基本的に修正することなく妥当するであろう。つまり，私的耐久財のみが存在して，外部効果が存在しない場合には，すべての期間について，どの用途に配分される耐久財用役の付加分も，同一の社会的効用の増加をもたらすように，その用役は各用途に配分されなければならない。また，任意の2つ以上の用途にわたる社会的耐久財が存在する場合には，その社会的耐久財の増加分がもたらしたすべての用途にわたる社会的効用の増加の総和が，私的な耐久財用役のもたらす社会的効用の増分に等しくなるように，耐久財総量は私的なものと社会的なものとに分割されなければならない。これらの最適条件に加えて，経常的に生産される財のうちどれだけを消滅的に使用し，どれだけを耐久的に使用するために蓄積するかを決定する「最適貯蓄率」の条件が，次のように得られる。生産された財をもう1単位付加的に蓄積することに帰属する価格（効用単位で測られた耐久財1単位の価格）が，財をもう1単位消滅的に使用することから得られる社会的効用の増分に等しくなるところまで，貯蓄がなされるべ

きである。

私的なものであれ社会的なものであれ，耐久財が最適に配分されている状態では，各財について，それが配分されているすべての用途から上がる収益を考慮した意味での社会的収益率（あるいは，耐久財自身の効用単位で測った価格の変化率を付け加えているという意味で社会的自己利子率）がお互いに等しくなっているのであるが，さらにその値は，労働増加率と社会的な割引率との和に等しくなっていなければならない。長期的に経済がたどるべき経路は，耐久財ストック総量の増加率が労働増加率に等しいバランスのとれた成長状態であって，そこでは，耐久財の効用単位で測った帰属価格が時間を通じて一定となる。このとき，社会的な割引率が十分にゼロに近いならば，上の条件は，バランスのとれた成長状態のもとで任意の1期間の社会的効用を最大化するという一般化された「新古典派定理」の条件，つまり耐久財の収益率が体系の成長率に等しいという条件に一致する。

本稿において導かれた結論のうちで最も重要なものは，最適資源配分を動学的なタームで考える場合においても，静学的な分析が示すのと同様の最適条件が得られるということであって，とりわけ，耐久財用役の配分される用途間に外部効果が存在する場合には，次のような静学的な場合と同一の政策的インプリケーションが導出される。その用役が配分される用途間に正の外部効果つまり外部経済が存在するような社会的耐久財のストックは，そのような外部効果を持たない私的耐久財のストックに対して，完全競争市場経済においては（最適な状態に比較して）相対的に過小に蓄積される傾向を持つ。また，負の外部効果つまり外部不経済が存在する場合には，逆の傾向を持つ。さらに加えて，外部経済が存在する場合には，耐久財の総ストック量が，最適な状態に比較して過小に蓄積される傾向があり，それに応じて貯蓄も過小となる傾向を持つ。外部不経済の場合には，逆となる。政策当局は，社会的耐久財の真の「社会的」収益率を測定して，市場では評価されないその外部効果に対応する部分を，補助金ないし課税によって正確に補うべきであると結論することができよう。

資　料

明治10年代における

製糸資本の生成と村落構造の変化（I）

高　山　隆　三

はしがき

日本資本主義の確立過程において，農業生産を基礎とする生糸・茶・米の輸出は，生産手段・消費手段両生産部門の必要とする原料・諸機械輸入を可能とし，資本制生産軌道の急速な確立を実現したことはすでに明らかなところである。(注1) この過程において生糸輸出は明治初年の日本の輸出総額の50%~60%を占め，輸出貿易上の枢軸をなしていた。かかる日本資本主義確立の基礎条件である製糸業は幕末開港期に到達していた自生的発展段階を基礎として，市場が世界資本主義との連繫を契機に一挙に拡大することによって発展条件が与えられた。問題はかかる発展条件が満足され急速な発展が現実化してゆく全過程の把握において，製糸資本の自生的展開を決定的要因に位置づけるか，或は自生的展開を認めながら，国際的契機を導入し(注2)金融機構の編成，横浜売込問屋体制の確立に発展の規定的役割を求めるかに(注3)存するとしても，その場合なお明らかにされるべき点の一つは，横浜売込問屋体制に集約される生糸流通組織・金融上の諸組織が確立される明治20年代以前の製糸資本の蓄積過程がいかなる基礎上で進行したか，製糸金融のあり方，養蚕農民・製糸労働者と製糸資本との関係の具体的分析である。

本稿は明治10年代を対象として，製糸資本と労働者，養蚕農民との具体的関係を提示し，それを通じて製糸マニュファクチュアの生成・展開・マニュファクチュア資本の運動を把握し，製糸資本の確立が，製糸資本における資本賃労働関係，資本と養蚕農民関係をいかに変化させながら，資本と地主的土地所有の共生関係を確立し，村落構造をいかに再編するかを展望しようとするものである。

かかる分析の対象として本稿は現諏訪市湖南区南真志野(注4)における一製糸資本（関初平家仝製糸所）が器械製糸を開始し，生糸結社「東英社」を結成する明治11年より20年にいたる期間をとりあげる。湖南区は，昭和30年に諏訪市に合併される以前は，湖南村に属し，江戸時代の本村である北真志野・南真志野，大熊，田辺および新田村の後山，板沢，椚平からなっていた。明

注(1)　水沼知一「明治後期における生糸輸出の動向」（『社会経済史学』28巻5号，1963年）

(2)　矢木明夫「日本近代製糸業の成立」1963年・同矢木明夫「明治中期の製糸金融」（研究年報『経済学』25巻3・4号）

(3)　山口和雄編著「日本産業金融史研究—製糸金融篇—」1966年）
中村政則「製糸業の展開と地主制」（『社会経済史学』，32巻5・6号　1966年）
石井寛治「器械製糸業の発展過程」（『歴史学研究』282号　1963年）
石井寛治「産業金融史研究の方法に関する覚書」（『社会経済史学』33巻3号　1967年）

(4)　南真志野については慶応義塾大学村落調査会（代表有賀喜左衛門）が「村落における氏神祭祀組織と政治経済構造との関連」（慶応義塾大学『社会学研究会紀要』第1号　1962年）の中間報告を行なっており，本稿はその研究における拙稿「明治時代の農業と製糸業の発展」を受けつぐものである。