Title	対外投資理論の再検討 : 対外投資函数の採用
Sub Title	A new model of foreign investment
Author	宮尾, 尊弘
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1968
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.61, No.4 (1968. 4) ,p.458(76)- 484(102)
JaLC DOI	10.14991/001.19680401-0076
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19680401-0076

対外投資理論の再検討

――対外投資函数の採用――

宮尾尊弘

一、序

従来までの実物的な国際資本移動の理論ないし対外投資の理論は、国内に蓄積された既存の資本ストックが一国から他国へ瞬時的に移動可能であるという仮定を、その分析の主要な基礎としてきた(1)。そこでは、国際的な自由競争に制限が課せられない限り、資本の収益率のより低い国からより高い国へとスムースに資本ストックが移動して、国際的な資本の収益率の差異をただちに消滅させることになる。この仮定によって、資本の収益率の国際的均等がどこでも常に成立することとなり、モデル分析は著しく単純化されえたのである。また、そのような資本ストックの自由な移動は国際的な資源の最適配分をもたらすという信念も、この仮定が実証的な対外投資理論において普遍的に採用されることを助けたと思われる。キンドゥルバーガーは、彼の主著「国際経済学」の直接投資に関する結論の部分で次のように述べている。「将来巨大な国際的企業は、労働、資本および土地に対する報酬を均等化し、国民的企業が一国内で技術を普及させるように諸国間に技術を普及する重要な媒介物となる傾向がある。しかし、大部分のアメリカの企業が国内投資よりも外国投資からより高い収益を得ているという事実によって証明されるように、現在のところまだこの理想に達していない(2)。」

しかし、われわれが実証的な理論モデルによって説明すべきものは、望ましい理想状態ではなく、現実に観察可能な事実である。資本の収益率の国際的均等が成立している状態ではなく、長期にわたって現実に存在する収益率の国際的差異こそが分析され、説明されるべきであろう。その際に、一国に既に投資されてしまっている実物資本ストックが容易に他国に移動可能であるとする非現実的な仮定は排除さるべきであると考える。以下のモデルは、次のような観察可能な事実あるいはもっともと思われる仮説を考慮して設定されるであろう。

第一に、当該期間までに既に一国内に投資された実物資本ストックは、国際的にいかなる収益率の差異が存在しようとも、その国から他国へ移動することはない。

第二に、当該期間における一国内の貯蓄は、その一部が外国への投資となり、その残りが国内への投資となる。それぞれの投資は、それぞれの国の資本ストックの付加分を形成する。ここで、一国の総貯蓄に占める対外投資の割合は、一般にその国の収益率に比較して外国の収益率が高くなるにつれて増大するであろう。

第三に、自国の収益率に比較して外国の収益率が低いような国は、対外投資を行なわないであろう。また、自国の収益率に比較して外国の収益率がいかに高かろうと、自国の貯蓄のすべてを対外投資に向けることはないであろう。

以上の諸点は、これまでのいかなる国際資本移動の理論によっても考慮されることがなかったと言える。もっとも、第一の事実を考慮したモデルは、長期の均衡成長状態のみを問題とする限り、資本ストックが自由に移動しうる従来のモデルと同様の帰結を導くであろう。なぜなら、長期の均衡成長経路においては、資本ストックの増分である投資が自由に移動することは、資本ストックの自由な移動と実質的に同じことになるからである。しかし、均衡成長以外の経路にかかわる安定分析において、両者は異なってこよう。また、さらに、第二、第三の事実の考慮は、従来までの結論を著しく修正せしめる。ここでは、制限的な政策や障害が存在しない長期均衡においてさえも、一般に国際的な収益率の差異は解消しない。対外投資が存在しない場合の収益率の相違は、対外投資が起こることによって（ある条件のもとで）縮小されるが、その差は消滅しない。このことは、従来までの対外投資モデルで主張されてきた「対外投資の過大性」すなわち国際的に自由な資本移動は投資国の国民所得を最大化するような投資国の観点よりする最適な点を越えて過大になされるという命題を、直接に修正せしめるであろう。(3)(4)

（注1） 例えば、M・C・ケンプ〔4〕第十三章天野〔1〕第七章、根岸〔6〕、浜田〔2〕等を参照。
（注2） C・P・キンドゥルバーガー〔5〕第二十章（邦訳三八一頁）
（注3） 対外投資の過大性への批判と修正は、貿易をも考慮した分析によってもなされている。注1の文献を参照。
（注4） 本稿のような対外投資の取り扱い方およびその実際的解釈について、矢内原勝教授および大山道広助手より有益なコメントをいただいた。謝意を表する次第である。またこの機会に、指導教授である千種義人先生にも、日ごろの御指導に対して御礼を申し上げたい。

二、モデルの設定

簡単化のために、A国・B国の二国のみが存在して、ある国の対外投資はその国の経常（投資財）産出物を他国に持ち込むことによって遂行されると仮定する。それぞれの国を表わす添字をa、bとして、次のように記号を定義する。

Y_i　第i国の国民所得（$i=a$、b）

X_i　第i国の国内総生産（$i=a$、b）

I_i　第i国の総投資（$i=a$、b）

s_i　第i国の貯蓄率（$i=a$、b）

I_{ij}　第i国から第j国になされた投資量（$i=a$、b、$j=a$、b）

K_{ij}　第i国が所有し、第j国で使用される資本ストック（$i=a$、b、$j=a$、b）

r_i　第i国の収益率（$i=a$、b）

L_i　第i国の労働量（$i=a$、b）

対外投資からの収益は毎期本国に送金されると仮定して、先に指摘した三点を考慮するならば、次の一時的均衡モデルが出来る。

〈A国〉

$$s_a Y_a = I_a = I_{aa} + I_{ab} \quad (1a)$$

$$\frac{I_{ab}}{I_a} = \alpha\{\max(r_b - r_a, 0)\} \quad (2a)$$

$$Y_a = X_a + r_b K_{ab} - r_a K_{ba} \quad (3a)$$

$$X_a = F_a(K_{aa} + K_{ba}, L_a) \quad (4a)$$

$$r_a = \frac{\partial F_a}{\partial (K_{aa} + K_{ba})} \quad (5a)$$

〈B国〉

$$s_b Y_b = I_b = I_{bb} + I_{ba} \tag{1b}$$

$$\frac{I_{ba}}{I_b} = \beta\{\max(r_a - r_b,\ 0)\} \tag{2b}$$

$$Y_b = X_b + r_a K_{ba} - r_b K_{ab} \tag{3b}$$

$$X_b = F_b(K_{bb} + K_{ab},\ L_b) \tag{4b}$$

$$r_b = \frac{\partial F_b}{\partial(K_{bb} + K_{ab})} \tag{5b}$$

ただし、(2a) および (2b) の自国貯蓄に占める対外投資比率を表わす α および β は、「対外投資函数」とでも呼ばれるべきもので、次のような性質を持つものと仮定される。(1)

$$\alpha(0)=0,\ \alpha(\infty)=1,\ \text{および}\ \alpha'>0 \tag{6a}$$

$$\beta(0)=0,\ \beta(\infty)=1,\ \text{および}\ \beta'>0 \tag{6b}$$

また、生産函数は、一次同次で限界生産力逓減という通常の新古典派的な仮定を満たすものとする。

さて、一時的には、資本ストック量 K_{aa}、K_{ba}、K_{bb} および K_{ab} がすべて与えられており、労働量 L_a および L_b も与えられるから、(4a) (4b) (5a) および (5b) より、両国の国内産出量 X_a、X_b および収益率 r_a、r_b が決定される。したがって、(3a) (3b) より、両国の国民所得 Y_a、Y_b が求まり、さらに、(1a) (1b) に従って、両国の総貯蓄 I_a、I_b が決定される。そして、既に定まっている両国の収益率 r_a、r_b の差に依存して、(2a) (2b) から、対外投資比率 $\frac{I_{ab}}{I_a}$、$\frac{I_{ba}}{I_b}$、したがって I_{aa}、I_{ab}、I_{bb} および I_{ba} が求まるのである。

次に、体系の動学的運動を調べるために、以下の動学式を一時的均衡体系に加えよう。簡単化のために、資本ストックの減耗率がゼロであると仮定すると、

$$\dot{K}_{aa} = I_{aa} \tag{7a}$$

$$\dot{K}_{ab} = I_{ab} \tag{8a}$$

$$\dot{K}_{bb} = I_{bb} \tag{7b}$$

$$\dot{K}_{ba} = I_{ba} \tag{8b}$$

をうる。また、労働量は毎期一定率で増加すると仮定されるが、その増加率が両国で相違するならば、長期において、いずれかの国の経済の規模が他国に比してネグリジブルになるであろうから、両国の労働の成長率が同一である場合のみが考察に値すると考えられる。かくして、次のように仮定する。

$$\dot{L}_a = nL_a \tag{9a}$$

$$\dot{L}_b = nL_b,\quad n>0 \tag{9b}$$

また、一般性を失うことなく、両国の労働量の初期値が同一になるように生産函数を定義することができる。かくて、(9a) (9b) とともに、すべての期間について、

$$L_a = L_b\ (=L_0 e^{nt}) \tag{10}$$

となる。すると、各国の労働者一人当りの各国の変数を小文字で書くならば、体系 (1a)—(10) は、次のように表わすことができよう。

$$\dot{k}_{aa} + nk_{aa} = [1 - \alpha\{\max(r_b - r_a,\ 0)\}]s_a y_a \tag{11a}$$

$$\dot{k}_{ab} + nk_{ab} = \alpha\{\max(r_b - r_a,\ 0)\}s_a y_a \tag{12a}$$

$$y_a = x_a + r_b k_{ab} - r_a k_{ba} \tag{13a}$$

$$x_a=f_a(k_{aa}+k_{ba}) \tag{14 a}$$

$$r_a=f_a'(k_{aa}+k_{ba}) \tag{15 a}$$

$$\dot{k}_{bb}+nk_{bb}=[1-\beta\{\max(r_a-r_b,\ 0)\}]s_by_b \tag{11 b}$$

$$\dot{k}_{ba}+nk_{ba}=\beta\{\max(r_a-r_b,\ 0)\}s_by_b \tag{12 b}$$

$$y_b=x_b+r_ak_{ba}-r_bk_{ab} \tag{13 b}$$

$$x_b=f_b(k_{bb}+k_{ab}) \tag{14 b}$$

$$r_b=f_b'(k_{bb}+k_{ab}) \tag{15 b}$$

ただし、

$$f_a(z)\equiv F_a(z,\ 1),\quad f_b(z)\equiv F_b(z,\ 1) \tag{16}$$

$$f_a(0)=0,\quad f_a(\infty)=\infty,\quad f_b(0)=0,\quad f_b(\infty)=\infty \tag{17}$$

$$f_a'>0\quad f_a''<0\quad f_b'>0\quad f_b''<0 \tag{18}$$

$$f_a'(0)=\infty\quad f_a'(\infty)=0\quad f_b'(0)=\infty\quad f_b'(\infty)=0 \tag{19}$$

以上をまとめると、次の基本動学式をうる。

$$\dot{k}_{aa}=[1-\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}]s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})-nk_{aa} \tag{20}$$

$$\dot{k}_{bb}=[1-\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}]s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})-nk_{bb} \tag{21}$$

$$\dot{k}_{ab}=\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})-nk_{ab} \tag{22}$$

$$\dot{k}_{ba}=\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})-nk_{ba} \tag{23}$$

(注1)　これとやや類似した考え方が、通常の二部門成長モデルにおいて、部門ごとの投資函数に対してなされている。Inada〔3〕The General Case p. 26 footnote 2 参照。(筆者はこのことを、川又邦雄助手の御教示によって知ることができた。)

三、均衡成長経路

基本動学式 (20)―(23) の左辺をすべてゼロと置くことによって、均衡成長経路における諸関係が次のようにえられる。

$$[1-\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}]s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})=nk_{aa} \tag{24}$$

$$[1-\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}]s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})=nk_{bb} \tag{25}$$

$$\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})=nk_{ab} \tag{26}$$

$$\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})=nk_{ba} \tag{27}$$

このとき、次の命題が成立する。

命題一　体系 (24)―(27) を満たす有意味な解を $k_{aa}^*>0$, $k_{bb}^*>0$, $k_{ab}^*\geqq0$ および $k_{ba}^*\geqq0$ としよう。このときに

$$f_a'(k_{aa}^*+k_{ba}^*)=f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*) \tag{28}$$

となるのは、

$$k_{ab}^*=k_{ba}^*=0 \tag{29}$$

のとき、そしてそのときのみである。

〈証明〉

(28) が成立するならば (6a) (6b) より $\alpha=\beta=0$ となり、(9a) で $n>0$ と仮定したから、(26) (27) より、(29) となる。逆に、(29) が成立するならば、(26) (27) は、$\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}s_af_a(k_{aa}^*)=\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}s_bf_b(k_{bb}^*)=0$ となり、(17) (18) および $k_{aa}^*>0$, $k_{bb}^*>0$ より $s_af_a(k_{aa}^*)>0$ $s_bf_b(k_{bb}^*)>0$ だから、$\alpha\{\max(f_b'-f_a',\ 0)\}=\beta\{\max(f_a'-f_b',\ 0)\}=0$ がえられる。

これは (6a) (6b) より $f_a'-f_b'=0$、すなわち、(28) を意味する。(証了)

命題一は、対外投資が行なわれる以前に、A・B両国の資本の収益率が等しいとき、そしてそのときにのみ、対外投資を考慮した場合(実はこの場合に対外投資は起こらない)の収益率が両国で等しくなることを示している。すなわち、対外投資が行なわれる以前に収益率が両国で異なるときには、対外投資を考慮した体系 (24) ― (27) においても、決定される収益率は必ず両国で異なる。さらに、このことと、生産函数および対外投資函数の連続性と単調性は、対外投資がなされる以前の両国の収益率の大小関係が、対外投資を考慮した体系においても(量的な変化は当然であるが)そのまま維持されることを意味する。つまり、対外投資が行なわれる以前に、収益率が相対的に高い国は、結果として被投資国となり、それが相対的に低い国は、結果として投資国となる。これを命題一とともにまとめるならば、次の命題をうる。

命題二　対外投資が行なわれる以前において、

$$\frac{f_a(\bar{k}_{aa})}{\bar{k}_{aa}}=\frac{n}{s_a},\quad \frac{f_b(\bar{k}_{bb})}{\bar{k}_{bb}}=\frac{n}{s_b} \tag{30}$$

として、

$$f_a'(\bar{k}_{aa})=f_b'(\bar{k}_{bb}) \Longleftrightarrow f_a'(k_{aa}^*+k_{ba}^*)=f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*) \tag{31}$$

ただし、$k_{ab}^*=k_{ba}^*=0$

$$f_a'(\bar{k}_{aa})<f_b'(\bar{k}_{bb}) \Longleftrightarrow f_a'(k_{aa}^*+k_{ba}^*)<f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*) \tag{32}$$

ただし、$k_{ab}^*>0$, $k_{ba}^*=0$

$$f_a'(\bar{k}_{aa})>f_b'(\bar{k}_{bb}) \Longleftrightarrow f_a'(k_{aa}^*+k_{ba}^*)>f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*) \tag{33}$$

ただし、$k_{ab}^*=0$, $k_{ba}^*>0$

〈証明〉

命題一および諸函数の連続性と単調性より、例えば、$f_a'(\bar{k}_{aa})>f_b'(\bar{k}_{bb}) \Longrightarrow f_a'(k_{aa}^*+k_{ba}^*)>f_b'(k_{bb}^*)$ となる例が一つでも存在すればよいことになる。いま $f_a'(\bar{k}_{aa})$ が $f_b'(\bar{k}_{bb})$ に十分近い値をとる場合を考える。そして、結論とは逆に $f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)$ が成立したと想定しよう。すると (25) で $\beta=0$, $k_{ba}^*=0$ となるから、これを変形し、さらに (30) を見るならば、次の関係が成立せねばならない。

$$\frac{f_b(k_{bb}^*)}{k_{bb}^*}<\frac{f_b(k_{bb}^*+k_{ab}^*)-f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)k_{ab}^*}{k_{bb}^*}=\frac{n}{s_b}=\frac{f_b(\bar{k}_{bb})}{\bar{k}_{bb}} \tag{34}$$

これより、$k_{bb}^*>\bar{k}_{bb}$ したがって $f_b'(k_{bb}^*)<f_b'(\bar{k}_{bb})$ となる。また、同様に結論とは逆の想定は、(24) (26) より、

$$\frac{f_a(k_{aa}^*)+f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)k_{ab}^*}{k_{aa}^*+k_{ab}^*}=\frac{n}{s_a}=\frac{f_a(\bar{k}_{aa})}{\bar{k}_{aa}} \tag{35}$$

を導くが、$f_a'(\bar{k}_{aa})$ が $f_b'(\bar{k}_{bb})$ に十分近いという仮定より、(命題一および諸函数の連続性より) $f_a'(k_{aa}^*)$ も $f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)$ に十分近い値をとらねばならず、$\frac{f_a(k_{aa}^*)}{k_{aa}^*}>f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)$ となる。これは、(35) の左辺よりも、$\frac{f_a(k_{aa}^*)}{k_{aa}^*}$ のほうがより大であることを意味するから、したがって、$k_{aa}^*<\bar{k}_{aa}$ つまり $f_a'(k_{aa}^*)>f_a'(\bar{k}_{aa})$ となる。以上をまとめると

$$f_a'(\bar{k}_{aa})<f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)<f_b'(k_{bb}^*)<f_b'(\bar{k}_{bb}) \tag{36}$$

が成立することになり、最初の仮定である $f_a'(\bar{k}_{aa})>f_b'(\bar{k}_{bb})$ に矛盾する。(証了)

四、存在と一意性

命題二における（32）のケースを以下での考察の対象にすれば十分である。なぜなら、（31）のケースはトリヴィアルであり、（33）のケースは、それとまったく対称的だからである。（32）のケースにおいては、体系（24）―（27）が次のように書ける。

$$[1-\alpha\{f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)-f_a'(k_{aa}^*)\}]s_a\{f_a(k_{aa}^*)+f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)k_{ab}^*\}=nk_{aa}^* \tag{37}$$

$$s_b\{f_b(k_{bb}^*+k_{ab}^*)-f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)k_{ab}^*\}=nk_{bb}^* \tag{38}$$

$$\alpha\{f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)-f_a'(k_{aa}^*)\}s_a\{f_a(k_{aa}^*)+f_b'(k_{bb}^*+k_{ab}^*)k_{ab}^*\}=nk_{ab}^* \tag{39}$$

このモデルにおいて、均衡が一意に定まるための条件を検討しよう。そのために、体系を次のように変形する。（以下では、混乱のおそれがない限り、＊印を省略する。）

$$\frac{f_a(k_{aa})+f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab}}{k_{aa}+k_{ab}}=\frac{n}{s_a} \tag{40}$$

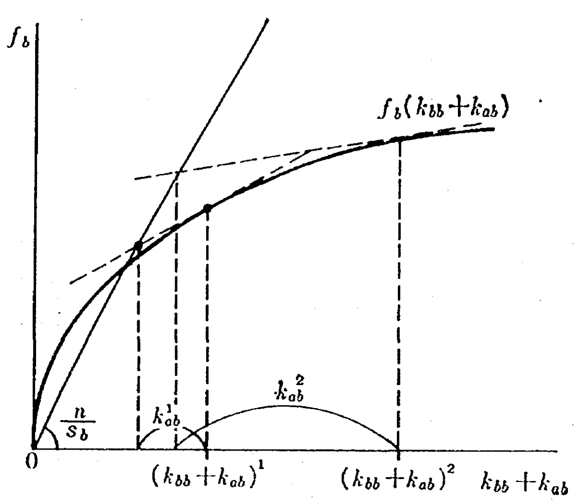
$$\frac{f_b(k_{bb}+k_{ab})-f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab}}{k_{bb}}=\frac{n}{s_b} \tag{41}$$

$$\alpha\{f_b'(k_{bb}+k_{ab})-f_a'(k_{aa})\}=\frac{k_{ab}}{k_{aa}+k_{ab}} \tag{42}$$

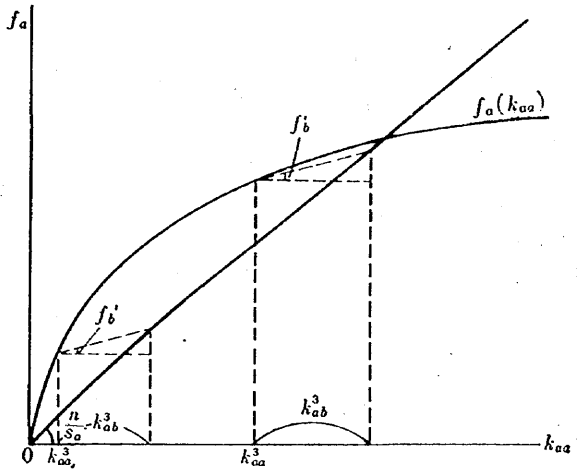
ここで、（40）は、（37）と（39）より、（41）は、（38）より、さらに、（42）は、（37）と（39）そして（39）を二度利用して導かれる。

第一に、k_{ab} の定まり方を見よう。（41）より、$k_{bb}+k_{ab}$ を与えるならば、k_{ab} が第1図のように定まることがわかる。

第 1 図



第 2 図



次に、k_{aa} はどのように定まるであろうか。（40）より、$k_{bb}+k_{ab}$ と k_{ab} を与えるならば、つまり、$f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab}$ と k_{ab} を与えるならば、k_{aa} が第2図のように決まる。この場合、一般に k_{aa} は二つの値をとる。

かくして、（40）と（41）から、$k_{bb}+k_{ab}$ に対応して k_{aa} が定まることになる。これを次の図で示そう。

ここで、CD間におけるような k_{aa} の逆転が生じるのは、$k_{bb}+k_{ab}$ が増大するのに対して、（41）より（第1図より）決まる k_{ab} が逆に減少することがあるからである。このような逆転を排除する条件を求めよう。$k_B\equiv k_{bb}+k_{ab}$ と置けば、（41）より、

$$k_{bb}=h(k_B)\equiv\frac{f_b(k_B)-f_b'(k_B)k_B}{\frac{n}{s_b}-f_b'(k_B)} \quad \text{or} \quad k_{ab}=m(k_B)\equiv\frac{f_b(k_B)-\frac{n}{s_b}k_B}{f_b'(k_B)-\frac{n}{s_b}} \tag{43}$$

と書ける。函数の定義より

$$m'(k_B)=1-h'(k_B) \tag{44}$$

であって、

$$h'(k_B)=\frac{\left(f_b-\frac{n}{s_b}k_B\right)f_b''}{\left(f_b'-\frac{n}{s_b}\right)^2}=\frac{mf_b''}{f_b'-\frac{n}{s_b}} \tag{45}$$

だから、

$$\frac{dk_{ab}}{dk_B}=m'(k_B)$$
$$=1-\frac{k_{ab}f_b''(k_B)}{f_b'(k_B)-\frac{n}{s_b}}$$
$$=\frac{f_b'(k_B)-k_{ab}f_b''(k_B)-\frac{n}{s_b}}{f_b'(k_B)-\frac{n}{s_b}} \tag{46}$$

がえられる。第3図あるいは（41）より、

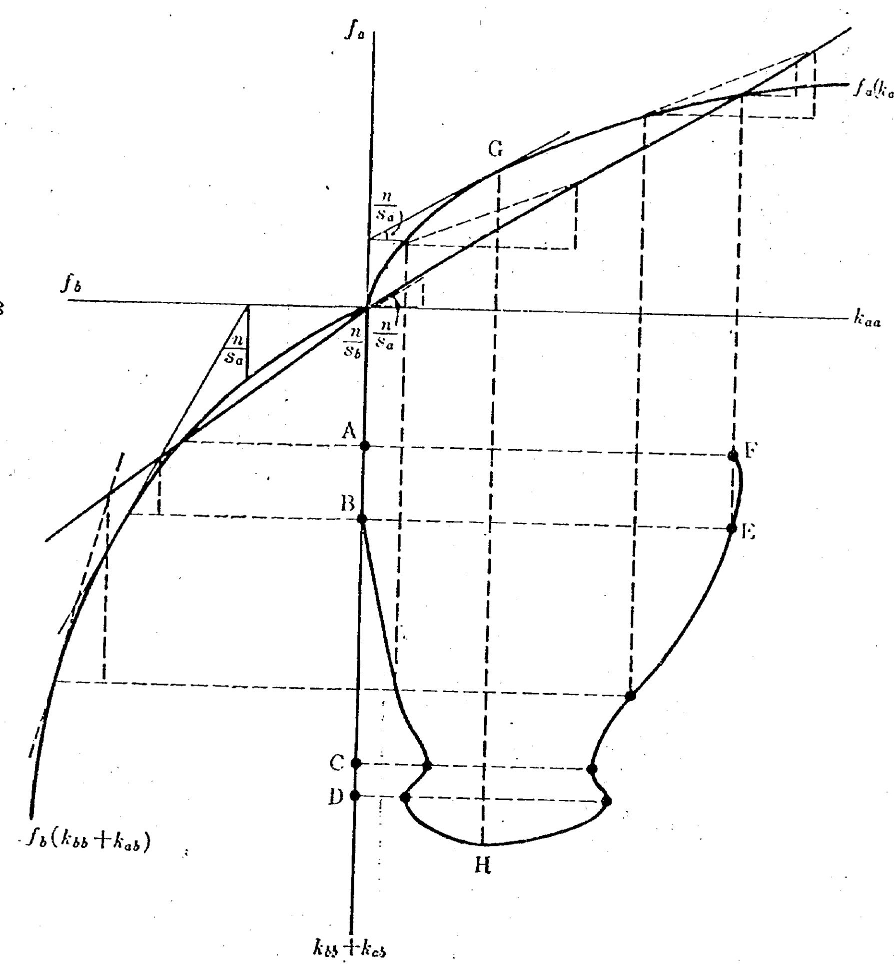
$f_b'(k_B)-\frac{n}{s_b}<0$ となるから、

$$f_b'(k_B)-k_{ab}f_b''(k_B)<\frac{n}{s_b} \quad (k_B\equiv k_{bb}+k_{ab}) \tag{47}$$

が満たされるならば、CD間におけるようなk_{aa}の逆転は生じないことになる。

また、AB間（EF間）においても、k_{aa} の逆転が生じる。これは、たとえ条件(47)が満たされても生じう る逆転であって、

第 3 図



しかもこの部分では、資本輸出国であるA国の資本ストックが、対外投資の行なわれる以前よりも、ヨリ大となり、したがって収益率がヨリ小となることが第3図から読みとれる。かくしてこの部分においては、対外投資がなされる以前に存在する両国の収益率の差は、対外投資が行なわれることによって、かえって拡大するという変則的な事態が発生することになる。このような事態は、第3図より、条件

$$f_b'(\bar{k}_{bb})\leqq\frac{n}{s_a} \quad \left(\frac{f_b(\bar{k}_{bb})}{\bar{k}_{bb}}=\frac{n}{s_b}\right) \tag{48}$$

が満たされるならば排除される。なお、このとき、図より $f_b'(k_B^*)<f_b'(\bar{k}_{bb})\leqq\frac{n}{s_a}$ となることが明らかである。すると、仮定により $f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_B^*)$ であったから、$f_a'(k_{aa}^*)<\frac{n}{s_a}$ となり、第3図において、G点より右側のk_{aa}のみを考慮すればよいことがわかる。

ところで（43）を利用すると、（40）より

$$\frac{dk_{aa}}{dk_B}=\frac{\left(\frac{n}{s_a}-f_b'(k_B)\right)m'(k_B)-f_b''(k_B)m(k_B)}{f_a'(k_{aa})-\frac{n}{s_a}} \tag{49}$$

が計算できる。この分子は、条件（47）および（48）が満たされるならば、正の符号を持つから、全体が正となるか負となるかは、分子が正となるか負となるか、すなわち第3図で、k_{aa} がGの左側であるか右側であるかに依存する。以上のことを、次の命題にまとめておこう。

命題三　条件（47）$f_b'(k_B)-m(k_B)f_b''(k_B)<\frac{n}{s_b}$ for $k_B\equiv k_{bb}+k_{ab}>\bar{k}_{bb}$ および条件（48）$f_b'(\bar{k}_{bb})\leqq\frac{n}{s_a}$ が同時に満たされるならば、（40）および（41）より描かれる第3図において、G点つまり $f_a'(k_{aa})=\frac{n}{s_a}$ に対応するH点と、$(\bar{k}_{aa},\bar{k}_{bb})$ に対応す

るF点とを結ぶ単調な右上りの $\left(\frac{dk_{aa}}{dk_B}<0\right.$ となる$\left.\right)$曲線をうる。そして、もしも体系(37)—(39)に均衡解が存在するならば、それは必ず曲線HFの範囲内になければならない。

ここで、右の二つの条件を、より見やすい十分条件に置きかえておこう。第一に、条件(47)は、

$$f_b'''(k_B)>0 \quad \text{for } k_B>\bar{k}_{bb} \tag{50}$$

つまり、B国（被投資国）の収益率逓減の程度それ自体が逓減していくならば、十分に満たされる。なぜなら、これより、$f_b'(k_B)<f_b'(k_{bb})+f_b''(k_B)k_{ab}$ であり、また(41)より、

$$f_b'(k_{bb})<\frac{f_b(k_{bb})}{k_{bb}}<\frac{f_b(k_{bb}+k_{ab})-f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab}}{k_{bb}}=\frac{n}{s_b}$$

であり、この両式より、$f_b'(k_B)-f_b''(k_B)\cdot k_{ab}<\frac{n}{s_b}$ つまり(47)をうるからである。第二に、(48)は、

$$s_a\leqq s_b \tag{51}$$

つまり、A国（投資国）の貯蓄率がB国（被投資国）のそれを上まわらないならば、十分に満たされる。これは、$f_b'(\bar{k}_{bb})<\frac{f_b(\bar{k}_{bb})}{\bar{k}_{bb}}=\frac{n}{s_b}\leqq\frac{n}{s_a}$ より明らかである。むろん、$s_a>s_b$ であっても、その差があまり大きくなければ、(48)は成立するであろう。

体系(37)—(39)における均衡点を求めるために、残りの(42)より、k_{aa} と k_B の間のもう一つの関係を見よう。(42)より、次の式が求まる。

$$f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})=\alpha^{-1}\left(\frac{k_{ab}}{k_{aa}+k_{ab}}\right) \tag{52}$$

ただし $\alpha^{-1}(\ )$ は、$\alpha(\ )$ の逆函数で、(6α)より $\alpha^{-1}(0)=0$, $\alpha^{-1}(1)=\infty$ および $\alpha^{-1\prime}>0$ であることがわかる。第4図は、与えられた k_{aa} に対して第3図で求めたHF線より k_{ab} を読みとり、それらの k_{aa} と k_{ab} に対応して、(52)より定まる k_B を描いたものである。条件(47)(48)あるいは(50)(51)が満たされるならば、そのようにHF線を使って、(52)より求まる k_{aa} と k_B との関係を表わす曲線は、第4図のように単調な右下りの曲線となる。これは、(52)を微分して、

$$\frac{dk_B}{dk_{aa}}=\frac{\alpha^{-1\prime}}{f_b''}\cdot\frac{k_{aa}\frac{dk_{ab}}{dk_{aa}}-k_{ab}}{(k_{aa}+k_{ab})^2}+\frac{f_a''}{f_b''}>0 \tag{53}$$

（なぜなら、右辺の $\frac{dk_{ab}}{dk_{aa}}=m'(k_B)\frac{dk_B}{dk_{aa}}$ が、(46)(47)(48)および(49)より負であるから）となることによっても確かめられよう。以上のことは、体系(37)—(39)に均衡が存在するなら、つまり、第4図で曲線HFと曲線IJが交点を持つなら、必ず一意であることを示している。

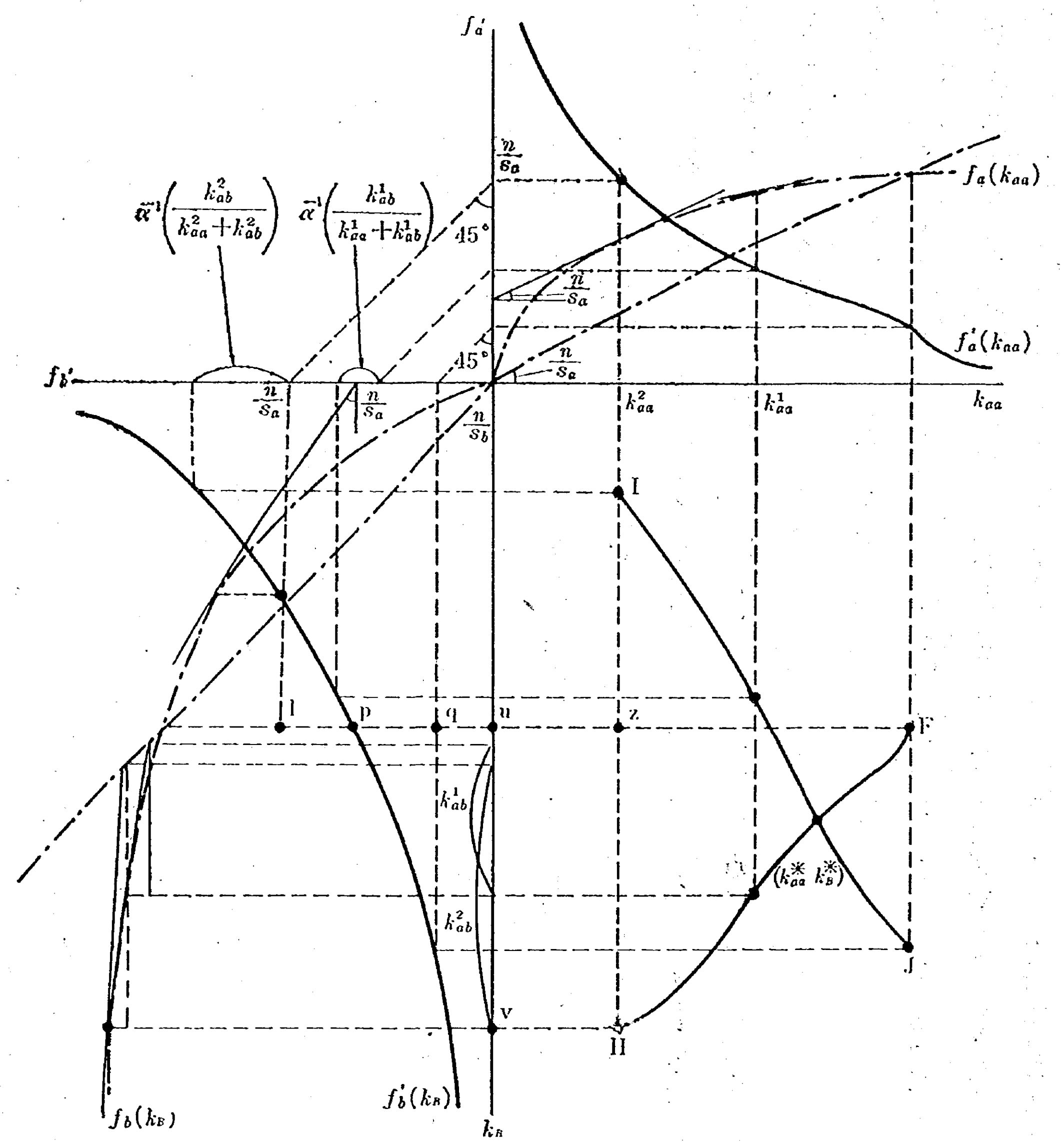
最後に、均衡の存在、すなわち曲線HFとIJに交点があることを証明する。まず、I点とJ点が存在することは、生産函数の形に対する仮定(19)より明らかである。したがって、J点がF点よりも下側に、そしてI点がH点より上側に存在することを確かめれば十分である。J点がF点よりも下側に来ることは、F点が $(\bar{k}_{aa}, \bar{k}_{bb})$ に対応していることよりただちに出て来る。なぜなら、ここで問題としているのは、(32)のケース、つまり $f_a'(\bar{k}_{aa})<f_b'(\bar{k}_{bb})$ の場合であって、第4図では、$\overline{qu}<\overline{pu}$ だからである。また、I点がH点より上側に来ることは、条件(48)（あるいは(56)）$f_b'(\bar{k}_{bb})\leqq\frac{n}{s_a}$ つまり、第4図で $\overline{pu}\leqq\overline{tu}$ となることから導かれる。なぜなら、$\alpha^{-1}\geqq0$ であって、かつ、u 点は、H点に対応する v 点よりも厳密に上方にある（I点はZ点よりも下方に来ることはない）からである。

かくして、次の命題が証明されたことになる。

命題四　$f_a'(\bar{k}_{aa})<f_b'(\bar{k}_{bb})$ つまり $f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_B^*)$ $(k_B^*\equiv k_{bb}^*+k_{ab}^*)$ となる(32)のケースについて、条件(47) $f_b'(k_B)-f_b''(k_B)k_{ab}<\frac{n}{s_b}(k_{ab}=m(k_B))$ for $k_B>\bar{k}_{bb}$ （あるいは条件(50) $f_b'''(k_B)>0$ for $k_B>\bar{k}_{bb}$）および条件(48) $f_b'(\bar{k}_{bb})\leqq\frac{n}{s_a}$ （あるいは条件(51) $s_a\leqq s_b$）が同時に満たされるならば、体系(37)—(39)には、経済的に有意味な均衡解が存在して、しかも一意に定

まる。そこでは、対外投資が行なわれる以前の状態と比較して、A国（投資国）の収益率の水準が高くなり、B国（被投資国）の収益率の水準が低くなることを通じて両国の収益率の差は縮小するが、その差は決して消滅しない。逆のケース(33)についても、同様の命題が成立する。

第　4　図



五、小域的安定性

体系の動学的性格を見るためには(20)―(23)の基本動学式を検討すべきである。しかしながら、(20)―(23)には、変数が四つ存在し、また体系が、f_a'とf_b'の大小関係によってスイッチする可能性を持つため、そのままで取り扱うことは、かなり困難である。本章では、(32)のケースについて命題四で確立された一意的均衡の小域的安定性のみを考察することにしよう。つまり、常に $k_{ba}=0$, $f_a'<f_b'$ が満たされ続けるような局所的状態に限定して議論する。均衡において k_{ab} および k_{bb} は、(41)より(43)のように、$k_{ab}=m(k_B)$、および $k_{bb}=k_B-m(k_B)$ と表わすことができるから、(32)のケースの均衡の近傍における動学式は、次のような、k_{aa}, k_B 二変数の微分方程式となる。(20)―(22)より

$$\dot{k}_{aa}=[1-\alpha\{f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})\}]s_a\{f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)m(k_B)\}-nk_{aa} \tag{54}$$

$$\begin{aligned}\dot{k}_B&=s_b\{f_b(k_B)-f_b'(k_B)m(k_B)\}-n\{k_B-m(k_B)\}+\alpha\{f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})\}s_a\{f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)m(k_B)\}-n\cdot m(k_B)\\&=s_b\{f_b(k_B)-f_b'(k_B)m(k_B)\}+\alpha\{f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})\}s_a\{f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)m(k_B)\}-nk_B\end{aligned} \tag{55}$$

これらを均衡の近傍でテイラー展開して、二次以上の項を無視すると、次の線型微分方程式がえられる。

$$\begin{pmatrix}\dfrac{d(k_{aa}-k_{aa}^*)}{dt}\\ \dfrac{d(k_B-k_B^*)}{dt}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}P & Q\\ R & S\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k_{aa}-k_{aa}^*\\ k_B-k_B^*\end{pmatrix} \tag{56}$$

ただし、（以下の諸変数はすべて均衡点で評価されるものとする。）

$$P\equiv\alpha'f_a''s_a\{f_a+f_b'm\}+(1-\alpha)s_af_a'-n \tag{57}$$

$$Q\equiv-\alpha'f_b''s_a\{f_a+f_b'm\}+(1-\alpha)s_a\{f_b''m+f_b'm'\} \tag{58}$$

$$R\equiv-\alpha'f_a''s_a\{f_a+f_b'm\}+\alpha s_af_a' \tag{59}$$

$$\begin{aligned}S&\equiv\alpha'f_b''s_a\{f_a+f_b'm\}+\alpha s_a\{f_b''m+f_b'm'\}+s_b\{f_b'-f_b''m-f_b'm'\}-n\\&=\alpha'f_b''s_a\{f_a+f_b'm\}+\alpha s_a\{f_b''m+f_b'm'\}-nm'\end{aligned} \tag{60}$$

ここで、最後の等号は、(41)(43)および(46)から導かれる。

(56) の線型微分方程式体系の特性方程式は、

$$\lambda^2-(P+S)\lambda+(PS-QR)=0 \qquad (61)$$

となるから、体系(56)が安定であるための必要十分条件、すなわちλが二根とも負の実数部を持つための必要十分条件は、

$$P+S<0 \quad かつ \quad PS-QR>0 \qquad (62)$$

である。以下では、均衡の存在と一意性を保証する十分条件（47）（48）（あるいは(50)(51)）が、ここでも（62）の成立、すなわち体系の小域的安定を保証する十分条件となることを示そう。（47）は $m'>0$ を、（48）は $f_a'<f_b'<\frac{n}{s_a}$ を保証するから、第一に、（37）あるいは（48）より $(1-\alpha)s_af_a'-n<0$ だから $P<0$ となる。第二に、（47）および（48）より $\alpha s_af_b'm'-nm'=(\alpha s_af_b'-n)m'<0$ だから $S<0$ である。第三に、$PS-QR=\alpha's_a(f_a+f_b'm)(s_af_a''f_b''k_{ab}-f_a''m'(n-s_af_b')-f_b''(n-s_af_a'))-f_b''\alpha s_anm+nm'\cdot[n-s_a\{\alpha f_b'+(1-\alpha)f_a'\}]$ と書けるが、これは（47）と（48）より正となる。

命題五　$f_a'(\bar{k}_{aa})<f_b'(\bar{k}_{bb})$ となる（32）のケースにおいて、均衡の存在と一意性を保証する十分条件（47）および（48）（あるいは（50）および（51））は、その均衡の小域的安定を保証する十分条件でもある。逆の（33）のケースについても、同様の命題が成立する。

六、対外投資の過大性

これまでは、現実の描写として、対外投資・総貯蓄比率を、外国と自国の収益率の差に依存する函数であるとしてきた。本章では、そのいわば、「対外投資比率」をパラメターとして取り扱い、投資国の国民所得（したがって消費量）を最大化する最適問題を検討する。ただし、問題とする状況は、均衡成長経路のみであるとしよう。結論として、通常の対外投資モデルと同様に、最適な点において、条件 $f_a'(k_{aa})<f_b'(k_B)$ が成立していなければならないのであるが、本稿のモデルでは、何ら制限が加えられない均衡状態においても $f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_B^*)$ となるから、一般に、対外投資が最適点を越えて過大になされる傾向があると言うことは出来ない。

体系（37）－（39）において、α をパラメターとすれば、次のように書ける。

$$(1-\alpha)s_a\{f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)k_{ab}\}=nk_{aa} \qquad (63)$$

$$s_b\{f_b(k_B)-f_b'(k_B)k_{ab}\}=nk_{bb} \qquad (64)$$

$$\alpha s_a\{f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)k_{ab}\}=nk_{ab} \qquad (65)$$

（64）より、（43）で求めた関係 $k_{ab}=m(k_B)$ がえられる。また（63）と（65）より $k_{aa}=\frac{1-\alpha}{\alpha}k_{ab}$ だから、（65）より、

$$f_a\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}m(k_B)\right)+f_b'(k_B)m(k_B)=\frac{n}{\alpha s_a}m(k_B) \qquad (66)$$

かくて

$$\frac{dk_B}{d\alpha}=\frac{\frac{m}{\alpha^2}\left(f_a'-\frac{n}{s_a}\right)}{\frac{1-\alpha}{\alpha}f_a'm'+mf_b''+f_b'm'-\frac{1}{\alpha}\frac{n}{s_a}m'}=\frac{\frac{m}{\alpha^2}\left(f_a'-\frac{n}{s_a}\right)}{\frac{m'}{\alpha}\left(f_a'-\frac{n}{s_a}\right)+m'(f_b'-f_a')+mf_b''} \qquad (67)$$

がえられる。

いま、投資国であるA国の観点よりすれば、A国の一人当り国民所得を（したがって、一人当り消費量を）最大化するような対外投資比率が、最も望ましいと考えられるから、

$$y_a=f_a(k_{aa})+f_b'(k_B)k_{ab}=\frac{n}{s_a}\frac{1}{\alpha}\cdot m(k_B) \qquad (68)$$

を、α に関して最大化すれば、

$$\frac{dy_a}{d\alpha}=\frac{n}{s_a}\cdot\frac{1}{\alpha^2}\left(m'\alpha\frac{dk_B}{d\alpha}-m\right)=0 \text{ or } \frac{dk_B}{d\alpha}=\frac{m}{m'}\cdot\frac{1}{\alpha} \qquad (69)$$

となり、これと、(67) から、

$$m'(k_B)\{f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})\}+m(k_B)f_b''(k_B)=0 \qquad (70)$$

が求まる。(1) ここで、条件 (47) が満たされているならば、$m'(k_B)>0$ だから、結局 $f_b'(k_B)-f_a'(k_{aa})>0$ をうる。

命題六　A国が投資国となる場合に、条件 (47)（あるいは条件(50)）が満たされるならば、バランスのとれた成長経路のうちで、A国の一人当り国民所得（したがって、一人当り消費）を最大化するようなA国にとっての最適対外投資比率が成立しているところでは、$f_a'(k_{aa})<f_b'(k_B)$ となっていなければならない。しかるに、前章までのモデルにおける (32) のケースでは、条件 (47)(48)（あるいは(50)(51)）のもとで、均衡において $f_a'(k_{aa}^*)<f_b'(k_B^*)$ が成立するから、この均衡における対外投資が、A国にとっての最適点と比較して、過大となるか過小となるかは、確定しえない。

（注1）これは、通常、対外投資の過大性を示すときに導かれる式 $f_a'=f_b'+k_{ab}f_b''$ に対応するものである。例えば、天野〔1〕根岸〔6〕等を参照。

七、最適成長と対外投資

前章では、ある一国（投資国）の観点よりする最適な対外投資比率を求めたのであるが、本章では、世界全体（両国）から見て最適な成長経路を考えよう。ここでは、両国の対外投資比率と並んで、両国の貯蓄率もコントロールできるパラメターとして取り扱う。前章と同様に、問題とする経路は、常にバランスのとれた均衡成長の状態にのみ限定する。ただし、世界全体の厚生の水準は、両国の定常的な一人当り消費量に依存するものとして、次のような一般的な目的函数の最大化を考える。

$$U=U(c_a, c_b) \qquad (71)$$

ここで、c_a および c_b は、それぞれA国およびB国の一人当り消費量を表わしている。

かくして、最適問題は (20)―(23) を考慮すると、次のように定式化できる。

Maximize

$$U\big((1-s_a)y_a, (1-s_b)y_b\big) \qquad (72)$$

subject to

$$(1-\alpha)s_ay_a=nk_{aa} \qquad (73)$$

$$\alpha s_ay_a=nk_{ab} \qquad (74)$$

$$(1-\beta)s_by_b=nk_{bb} \qquad (75)$$

$$\beta s_by_b=nk_{ba} \qquad (76)$$

$$y_a=f_a(k_{aa}+k_{ba})+f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab}-f_a'(k_{aa}+k_{ba})k_{ba} \qquad (77)$$

$$y_b=f_b(k_{bb}+k_{ab})+f_a'(k_{aa}+k_{ba})k_{ba}-f_b'(k_{bb}+k_{ab})k_{ab} \qquad (78)$$

$$0\leq\alpha\leq1,\quad 0\leq\beta\leq1 \qquad (79)$$

$$0\leq s_a\leq1,\quad 0\leq s_b\leq1 \qquad (80)$$

ここで、次のような仮定を置く。

仮定I　$U_1>0,\ U_2>0,\ U_{11}<0,\ U_{22}<0$ for $c_a, c_b>0$ および $U_{11}U_{22}-(U_{12})^2>0$

仮定II　$U(0,\ c_b)=-\infty,\ U(c_a,\ 0)=-\infty,\ U_1(0, c_b)=\infty$ および $U_2(c_a, 0)=\infty$

つまり、この仮定IIは、世界全体の観点からしても、少なくともどちらか一方の国の消費がゼロとなることは許されないことを意味する。したがって、最適状態において、

$$(1-s_a)y_a>0,\quad (1-s_b)y_b>0 \tag{81}$$

つまり、

$$s_a<1,\quad s_b<1,\quad y_a>0,\quad y_b>0 \tag{82}$$

が成立せねばならない。

問題（72）－（80）を解くために、次の Lagrangean を作ろう。

$$\begin{aligned}\Phi(s_a, s_b, \alpha, \beta, k_{aa}, k_{ab}, k_{bb}, k_{ba}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \equiv \mathrm{U}\Big((1-s_a)(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba}),\ (1-s_b)(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})\Big)\\ +\lambda_1[(1-\alpha)s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})-nk_{aa}]+\lambda_2[\alpha s_a(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})-nk_{ab}]\\ +\lambda_3[(1-\beta)s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})-nk_{bb}]+\lambda_4[\beta s_b(f_b+f_a'k_{ba}-f_b'k_{ab})-nk_{ba}]\end{aligned} \tag{83}$$

すると、以下の最適条件が導出される。

$$\underset{0\leq s_a\leq 1}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad \{-\mathrm{U}_1+\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha\}(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})\gtreqless 0\ \left(\gtrless 0 \Rightarrow s_a=\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\right)$$

これは、（82）を考慮すると、次のようになる。

$$\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha\leqq \mathrm{U}_1,\quad s_a\{\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha-\mathrm{U}_1\}=0 \tag{84}$$

同様に、

$$\underset{0\leq s_b\leq 1}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad \lambda_3(1-\beta)+\lambda_4\beta\leqq \mathrm{U}_2,\quad s_b\{\lambda_3(1-\beta)+\lambda_4\beta-\mathrm{U}_2\}=0 \tag{85}$$

次に、

$$\underset{0\leq \alpha\leq 1}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad s_a(-\lambda_1+\lambda_2)\cdot(f_a+f_b'k_{ab}-f_a'k_{ba})\gtreqless 0\ \left(\gtrless 0 \Rightarrow \alpha=\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\right)$$

これも、（82）を考慮すると、次のように書ける。

$$s_a(\lambda_2-\lambda_1)\gtreqless 0\ \left(\gtrless 0 \Rightarrow \alpha=\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\right) \tag{86}$$

同様に、

$$\underset{0\leq \beta\leq 1}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad s_b(\lambda_4-\lambda_3)\gtreqless 0\ \left(\gtrless 0 \Rightarrow \beta=\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\right) \tag{87}$$

$$\underset{k_{aa}\geq 0}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad [\mathrm{U}_1(1-s_a)+s_a\{\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha\}](f_a'-f_a''k_{ba})+[\mathrm{U}_2(1-s_b)+s_b\{\lambda_3(1-\beta)+\lambda_4\beta\}]f_a''k_{ba}-\lambda_1 n\leqq 0\ (<0\Rightarrow k_{aa}=0)$$

つまり、（84）（85）を使用すると、

$$\mathrm{U}_1\cdot(f_a'-f_a''k_{ba})+\mathrm{U}_2 f_a''k_{ba}-\lambda_1 n\leqq 0\ \ (<0\Rightarrow k_{aa}=0) \tag{88}$$

$$\underset{k_{ab}\geq 0}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad [\mathrm{U}_1(1-s_a)+s_a\{\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha\}](f_b'+f_b''k_{ab})+[\mathrm{U}_2(1-s_b)+s_b\{\lambda_3(1-\beta)+\lambda_4\beta\}](-f_b''k_{ab})-\lambda_2 n\leqq 0\ \ (<0\Rightarrow k_{ab}=0)$$

つまり、

$$\mathrm{U}_1\cdot(f_b'+f_b''k_{ab})-\mathrm{U}_2 f_b''k_{ab}-\lambda_2 n\leqq 0\ \ (<0\Rightarrow k_{ab}=0) \tag{89}$$

同様に、

$$\underset{k_{bb}\geq 0}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad \mathrm{U}_1 f_b''k_{ab}+\mathrm{U}_2\cdot(f_b'-f_b''k_{ab})-\lambda_3 n\leqq 0\ \ (<0\Rightarrow k_{bb}=0) \tag{90}$$

$$\underset{k_{ba}\geq 0}{\mathrm{Max}}\,\Phi:\quad -\mathrm{U}_1 f_a''k_{ba}+\mathrm{U}_2\cdot(f_a'+f_a''k_{ba})-\lambda_4 n\leqq 0\ \ (<0\Rightarrow k_{ba}=0) \tag{91}$$

となる。これらに、（73）－（76）つまり λ_1 から λ_4 までに関する最適条件を加えることによって、一般に、Φ の中の十二個の変数を求めることができる。

$k_{aa}=0$ あるいは $k_{bb}=0$ となるような最適状態は、一国が自国所有の資本を自国内に持たないことを意味する。また、$k_{ab}=k_{ba}=0$ となるような状態は、両国がお互いに何ら対外投資を行なわないことを意味する。これらの状態は、最適条件（84）－（91）および（73）－（76）から導かれうるけれども、興味のある事態とは言えない。以下では、最適状態において、

$$(k_{aa},\ k_{bb})>0,\quad (k_{ab},\ k_{ba})\geqq 0\ (\neq 0) \tag{92}$$

となるような場合に考察を限定しよう。$k_{aa}>0$, $k_{bb}>0$ そして例えば $k_{ab}>0$ であるならば、(73)—(75) より、

$$0<\alpha<1, \quad \beta<1, \quad s_a>0, \quad s_b>0 \tag{93}$$

となるから、条件 (84)—(91) は次のように書ける。

$$\lambda_1(1-\alpha)+\lambda_2\alpha=U_1 \tag{94}$$

$$\lambda_3(1-\beta)+\lambda_4\beta=U_2 \tag{95}$$

$$\lambda_1=\lambda_2 \tag{96}$$

$$\lambda_4\leqq\lambda_3, \quad \beta(\lambda_4-\lambda_3)=0 \tag{97}$$

$$U_1f_a'+(U_2-U_1)f_a''k_{ba}=\lambda_1 n \tag{98}$$

$$U_1f_b'+(U_1-U_2)f_b''k_{ab}=\lambda_2 n \tag{99}$$

$$U_2f_b'+(U_1-U_2)f_b''k_{ab}=\lambda_3 n \tag{100}$$

$$U_2f_a'+(U_2-U_1)f_a''k_{ba}\leqq\lambda_4 n \quad (<\lambda_4 n \Rightarrow k_{ba}=0) \tag{101}$$

(94)—(97) より、

$$\lambda_1=\lambda_2=U_1>0 \qquad \lambda_3=U_2>0 \tag{102}$$

となるから (99) と (100) より

$$U_1=U_2 \tag{103}$$

が導かれる。したがって、(98) と (100) から、

$$f_a'=f_b'=n \tag{104}$$

をうる。ちなみに、(97) と (101) の不等号は、お互いに向きが逆であるから、両方とも厳密な等号が成立せねばならない。

以上は $k_{ab}>0$ の場合について考察したのであるが、$k_{ba}>0$ の場合についても、まったく同様に考えるならば、(103) および (104) がやはり成立する。$k_{ab}>0$ かつ $k_{ba}>0$ の場合は、以上のどちらの場合に含めることもできるから、結局、次の命題が証明されたことになる。

命題七　達成可能な均衡成長状態の中から世界全体の厚生水準 $U(c_a, c_b)$ が最大となるものを求める問題 (72)—(80) において、$(k_{aa}, k_{bb})>0$ および $(k_{ab}, k_{ba})\geqq 0(\neq 0)$ のような意味のある最適解が存在するならば、そこでは $U_1=U_2$ および $f_a'=f_b'=n$ という条件が満たされていなければならない。前者の条件は、世界全体の厚生に対する一国の一人当り消費量の限界重要度が、両国で等しくなければならないことを示しており、後者の条件は、資本の収益率が両国で等しく、かつそれが両国に共通の成長率（労働増加率）にも等しくなっていなければならないことを示している。

ここで、(73)—(76) より、

$$s_a=\frac{nk_{aa}+nk_{ab}}{y_a}, \quad s_b=\frac{nk_{bb}+nk_{ba}}{y_b} \tag{105}$$

だから、後者の最適条件 $f_a'=f_b'=n$ は、

$$s_a=\frac{f_a'k_{aa}+f_b'k_{ab}}{y_a}, \quad s_b=\frac{f_b'k_{bb}+f_a'k_{ba}}{y_b} \tag{106}$$

つまり、どちらの国においても、一国の貯蓄率と利潤分配率が等しいという条件にほかならない。[1] より正確には、一国の対外投資を含めた投資と所得の比率が、対外投資収益をも含めた自国所有の資本の収益と所得の比率に等しくなければならない。これは、閉鎖経済体系における通常の「新古典派定理」の結果を、二国モデルに一般化したものである。[2]

（注1）　同様の最適条件は、浜田〔2〕第三章 p. 66-67 において導出されている。ただし、そこでは開放経済ではあるが一国のみが分析の対象となっている。本章の結論は、その二国モデルの場合への拡張にほかならない。

（注2）新古典派定理については、例えば、浜田〔2〕第一章等を参照のこと。

引用文献

〔1〕天野明弘　貿易と成長の理論　一九六四年　有斐閣。

〔2〕浜田宏一　経済成長と国際資本移動　一九六七年　東洋経済。

〔3〕Inada, K., "Investment in Fixed Capital and the Stability of Growth Equilibrium" Review of Economic Studies, January, 1966.

〔4〕Kemp, M.C., "Pure Theory of International Trade" 1964, Prentice-Hall Inc.

〔5〕Kindleberger C. P., "International Economics," 3rd Edition 1963, Richard D. Irwin Inc.

〔6〕Negishi, T., "Foreign Investment and Long-run National Advantage" Economic Record, December 1965.

書評

経済学史学会編

『「資本論」の成立』

飯田　鼎

本書は、一九六七年、「資本論」第一巻の発刊一〇〇年を記念して、経済学史学会が編纂した論文集である。「資本論」一〇〇年を記念していろいろな行事が行われ、あるいは特集が現われ、また、これを契機として、わが国におけるマルクス主義研究は一層盛んになっていったことも事実である。しかしこのような量的な発展は真に質的な深化に支えられていなければならない。わたくしは、いま、この論文集をよみ終って、その他の「資本論」の「特集」、たとえば、「思想」、「唯物史観」あるいは「経済」などのそれとはちがった独自のものをしみじみと味わったことを感ずる。それは一体どこからくるのであろうか。何といってもそれは、そのきわめてユニークな編集方針においてみることができる。すなわち、それはまず、「資本論」の解説的論文の収集ではないことがもっとも特徴的であり、堀代表幹事が序文においてのべているように、今まであまりかえりみられなかった学者や思想家であって、マルクス主義形成にきわめて重要な影響をあたえた人々の発掘という点でも注目すべきである。レーニンの古典的規定「イギリスの古典派経済学、ドイツの古典哲学、フランスの革命的諸学説と結びついたフランス社会主義」によって、「資本論」の思想史的背景として、イギリス、フランスおよびドイツをとりあげ、さらに、「資本論」形成史上における一八四〇年代、五〇年代および六〇年代の諸問題をあつかっていることである。そして最後に、「資本論」第一巻の反響を、ドイツ、ロシア、イギリスおよびフランスについてあつかっている。

第Ⅰ部『資本論』の思想史的背景のⅠ、イギリスにおいては、遊部久蔵氏は「リカード派社会主義とマルクス――『資本論』前史としてのリカード派社会主義およびとくにジョン・フランシス・ブレイの見解の意義について」において、まずリカードウ派社会主義の理論とマルクスの経済学研究についてふれ、彼の経済学研究の出発点ともいうべき一八四四年の「経済学＝哲学手稿」にたいする理論的影響としては、マルクスによって、リカードウ派社会主義者の文献がはじめて読まれて抜萃されたのが一八四五年であったところから、問題にならないことを指摘される（六―七頁）。またこの時点において仮りに、その理論がマルクスに何らかの影響を及ぼしたにせよ、『経済学＝哲学手稿』の段階では、その理論的中核が、疎外論を基礎とするものであり、多分に観念的・思弁的であって、有効な成果を生まなかったと考えられる。しかし五〇年代における経済学の本格的研究、六〇年代初期における剰余価値学説史の執筆の過程で、それは次第に重要な役割を演ずるようになり、そのなかでも、