

Title	技術進歩，貿易差額，交易条件，実質所得
Sub Title	Technical progress, trade balance, terms of trade and real income
Author	高橋, 房二
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1968
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.61, No.3 (1968. 3) ,p.284(22)- 347(85)
JaLC DOI	10.14991/001.19680301-0022
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19680301-0022

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

高橋 房 二

一、序

長期ドル不足問題に関するヒックス[17]の提言以来、技術進歩による商品交易条件(以下単に交易条件と呼ぶ)の変化に関するヒックス命題の理論的妥当性をめぐる論争が展開され、そしてそれに伴ってヒックス理論の拡充深化がなされた。

この経緯において生産条件が不変費用というヒックスモデルの限定的性格が反省され、ミシヤン[33]等によって逓増費用の生産条件が導入されて以後、このような一般的で現実的な生産条件のもとで二国二財に関する不完全特化モデルが構成されヒックス命題の再検討がなされた。また、ヒックスにおいて看過された超偏向性の存在がジョンソン[20, 21]によって指摘され、ジョンソンとコーデン[12]はリプチンスキー[34]の定理を適用することによって技術進歩・要素成長による経済成長のインパクトが交易条件に及ぼす効果を分析し、それぞれ命題を提起した。その中でジョンソン命題は中立的技術進歩の場合のみを対象としたのに対してフィンドレー||グループ[14]はさらに非中立的技術進歩の場合における分析の必要性を強調し新たにフィンドレー||グループバート命題を提起した。

これらの verbal な或は図解的な分析による接近に対して天野[1]はヒックスモデルの定式化を行ないヒックス命題の論証を試みた。また、高山[38]、天野[1]は二要素の場合における新古典派的生産組織を前提として二国二財モデルの formulation を行ない、前者は輸出財と輸入財との相対価格を中心とする価格分析・後者は各財に関する成長分析を通じてそれぞれ技術進歩・要素成長による交易条件の変化に関して検討を加えた。

このような交易条件の変化の問題と関連して、結果する貿易ゲインの問題がバグワートイ[5, 6]によって問題提起されジョンソン[22]等によって取扱われた。

このように議論の焦点はむしろ交易条件の変化におかれたが、一方国際収支、或は貿易差額の問題に関する議論の拡充が行なわれた。一要素、不変費用を前提とするヒックス[16]、ジョンソン[21]の各モデルはブラック[8]、マクドウガル[31]等の貢献を経てそれぞれ天野[1]、建元[39]による逓増費用の生産条件の陽表的な導入を通じて一般化された。

本稿は以上の貢献を基礎とし二要素・二国二財に関する不完全特化モデルを構成し、技術進歩の交易条件・貿易差額に及ぼす効果、そして結果する実質所得の変化に関して理論的考察を行なう。その場合、消費需要面に関してはチップマン[10]によって適用された消費に関する恒常的な財の代替弾力性をもつ効用関数を前提として消費需要関数を定式化し、また生産面に関してはアロー、チェナリー、ミンハス、ソロー[2]によるいわゆるCES生産関数、およびコブ||ダグラス生産関数を基礎として非中立的技術進歩をも含む生産関数を再定式化し、これらに基づいて一定の仮定のもとで二国二財モデルの構成を行なう。ここで展開される議論はヒックス理論以後における技術進歩に関する貿易問題のいわば総括的再検討となるものである。^(注1)

注 (1) この論文を作成するに際して福岡正夫教授に有益な示唆をいただき、また閲読をお願いした。ここに厚く感謝申し上げる次第である。なお、小稿においてありうる誤まりはすべて筆者の責に帰するものである。

二、消費需要面の考察

周知のごとくスルツキー[37]とヒックス[16]は効用関数 $U = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ と所得方程式 $Y = \sum_{i=1}^n P_i X_i$ を前提として各財に関する消費需要について理論的定式を行なったが、なかならずヒックスは財の消費需要が代替効果と所得効果に依存することを明示的に指摘した。ここでは効用の可測性を前提とし、そしてまたチップマン[10]が仮定したように効用関数に関して二財間の代替弾力性が一定であるという関係を前提として、前述の orthodox な貢献に依拠して消費需要関数の導出を試み、それに関連して若干の理論的な考察を行なう。以下の分析においておかれる仮定はつぎの通りである。

〔仮定 I・1〕二財 (X_1 財と X_2 財) が存在し、それらは消費において代替可能であり、その場合効用関数は CES 型か対数線型で表わされるものとする。

〔仮定 I・2〕各財の限界効用は通減的である。

〔仮定 I・3〕財市場は完全競争のもとにおかれている。

以上により、体系における消費需要面を形成する方程式組織はつぎの通りとなる。

I・効用関数

1・CES 型の場合⁽²⁾

$$(1) U_i = C \left(\sum_{i=1}^2 \alpha_i X_i^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}$$

2・対数線形型の場合

$$(2) U_i = C \prod_{i=1}^2 X_i^{\alpha_i}$$

但し、 U は効用、 X_i は X_i 財の消費量を表わす。 α は所得配分に関連する定数であり、 $\alpha_i > 0$ 、 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ である。 ρ は消費に

関する二財間の代替弾力性を規定する定数であり、 $\rho = \frac{1}{1+\theta}$ である。〔仮定 I・2〕より、効用関数は二回微分可能で第二次微分は負であるので $-1 < \theta < 0$ 、 $0 < \rho < 1$ である。⁽³⁾ これは消費無差別曲線が原点に対して凸であることを意味する。⁽⁴⁾ (2) の対数線形式は $U = C \lim_{\rho \rightarrow 0} \left(\sum_{i=1}^2 \alpha_i X_i^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}$ の場合の極限形態である。C は正の定数であるが、単純化のために以下において $C = 1$ とおく。

II・所得方程式

$$(3) Y = \sum_{i=1}^2 P_i X_i$$

但し、 Y は所得、 P_i は X_i 財の価格を表わす。

III・消費者均衡

二財の加重限界効用は均等であるので

$$(4) \frac{\alpha_1 \left(\frac{U_i}{X_{1i}} \right)^{1+\theta}}{P_{1i}} = \frac{\alpha_2 \left(\frac{U_i}{X_{2i}} \right)^{1+\theta}}{P_{2i}}$$

或は

$$(5) P_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{X_{2i}}{X_{1i}} \right)^{1+\theta}$$

但し、 $P_1 = \frac{P_{1i}}{P_{2i}}$ であり、二財の相対価格を示す。

(5) より

$$(6) X_1 = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{\frac{1}{1+\theta}} P^{-\frac{1}{1+\theta}} X_2$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

(6) と (3) より

$$(7) \quad X_1 = u_1 P_1 \frac{Y}{P_1}$$

但し、 $u_1 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{1+\theta}} P_1^{-\frac{\theta}{1+\theta}}}$ であり、効用関数が対数線型の場合には $u_1 = \alpha_1$ である。そして同時に $u_1 = \frac{P_1 X_1}{Y}$ であるので、 u_1 は X_1 財の購入に支出される所得の配分比率を示し、 $0 < u_1 < 1$ である⁽⁵⁾。全く同様にして

$$(8) \quad X_2 = u_2 P_2 \frac{Y}{P_2}$$

但し、 $u_2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{1+\theta}} P_1^{-\frac{\theta}{1+\theta}}}$ であり、効用関数が対数線型の場合は $u_2 = \alpha_2$ である。また、 $u_2 = \frac{P_2 X_2}{Y}$ であるので、 u_2 は

X_2 財の購入に支出される所得の配分比率を示し、 $0 < u_2 < 1$ である。 u_1 と u_2 に関して付与さるべき制約条件は、

$$(9) \quad u_1 + u_2 = 1$$

である。ここで前述の Slutsky-Hicks 命題との関連について若干ふれてみよう。

(7) を P_1 で微分すれば

$$(10) \quad \frac{dX_1}{dP_1} = u_1 \left(\frac{dY}{dP_1} P_1^{-1} - Y P_1^{-2} + \frac{\theta}{1+\theta} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{1+\theta}} P_1^{-1+\frac{2\theta}{1+\theta}} P_2^{\frac{\theta}{1+\theta}} X_1 \right)$$

(8) より

$$(11) \quad \left(\frac{dX_1}{dP_1} \right)_{Y=\text{const}} = -u_1 \left(Y P_1^{-2} - \frac{\theta}{1+\theta} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{1+\theta}} P_1^{-1+\frac{2\theta}{1+\theta}} P_2^{\frac{\theta}{1+\theta}} X_1 \right)$$

(3) を P_1 で微分すれば

$$(12) \quad \frac{dY}{dP_1} = X_1 + P_1 \frac{dX_1}{dP_1} \left(1 + P_1^{-1} \frac{dX_2}{dX_1} \right)$$

同一無差別曲線上におけるとは

$$(13) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -P$$

の関係が存在するので、(2)、(3)、(8)より、 $\left(\frac{dX_1}{dP_1} \right)_{U=\text{const}}$ は(11)のようにならされる。

$$(14) \quad \left(\frac{dX_1}{dP_1} \right)_{U=\text{const}} = u_1 \left(P_1^{-1} X_1 - Y P_1^{-2} + \frac{\theta}{1+\theta} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{1+\theta}} P_1^{-1+\frac{2\theta}{1+\theta}} P_2^{\frac{\theta}{1+\theta}} X_1 \right)$$

よって、(7)を Y で微分し、 P_1 を一定とすれば、

$$(15) \quad \left(\frac{dX_1}{dY} \right)_{P_1=\text{const}} = u_1 P_1^{-1}$$

かくして、(11)、(14)より

$$(16) \quad \left(\frac{dX_1}{dP_1} \right)_{Y=\text{const}} = \left(\frac{dX_1}{dP_1} \right)_{U=\text{const}} - X_1 \left(\frac{dX_1}{dY} \right)_{P_1=\text{const}}$$

が導かれる。(16)は効用関数が対数線型の場合は(10)、(11)の第三項、(14)の第二項はいずれも0となりより単純に導かれる。ところで(16)は Hicks と Slutsky とがそれぞれ価値方程式、基本方程式と呼んだ関係に他ならない。 X_2 財についても全く同様にしてこのような関係が導かれうる。

つきに、(7)の両辺を相対的変化率の形、例えば $\frac{dX}{X}$ を dX で示すならば、

$$(17) \quad X_1 = -\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2 + Y$$

となる。但し、 $\eta_1 = -\frac{\theta}{1+\theta} u_2 + 1$ であり、 η_2 は X_1 財に関する需要の価格弾力性 $-\frac{\partial \log X_1}{\partial \log P_1}$ 、そして $\eta_2 = -\frac{\theta}{1+\theta} u_2$ である。

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

あり、 η_{12} はその交叉弾力性 $\frac{\partial \log X_1}{\partial \log P_2}$ を表わす。ここで、 $\eta_{11} > 0$ であるが、 η_{12} は $-1 < \theta < 0$ か、 $\theta = 0$ か、 $0 < \theta < 8$ としたがってそれぞれ $\eta_{12} > 0$, $\eta_{12} = 0$, $\eta_{12} < 0$ である。(11)より需要の所得弾力性 $\frac{\partial \log X_1}{\partial \log Y}$ を ϵ_1 とすれば、 $\epsilon_1 = 1$ であるので

$$(8) \quad -\eta_{11} + \eta_{12} + \epsilon_1 = 0$$

となり、(7)で与えられる需要関数は0次同次である。全く同様にして

$$(9) \quad X_2 = -\eta_{21}P_2 + \eta_{22}P_1 + Y$$

が得られる。但し、 $\eta_{22} = -\frac{\theta}{1+\theta} \eta_{21} + 1$ であり、 η_{22} は X_2 財に関する需要の価格弾力性 $-\frac{\partial \log X_2}{\partial \log P_2}$ 、そして $\eta_{21} = -\frac{\theta}{1+\theta} \eta_{11}$ であり、 η_{21} はその交叉弾力性 $\frac{\partial \log X_2}{\partial \log P_1}$ を表わす。(9)によって示される需要関数の各弾力性値、および同次性関係は X_1 財の場合と同様であるので繰返す必要はない。これ迄の分析にしたがうならばある財の需要はその財の価格、相対価格、および所得の関数であるが、他方においてある財の需要は財の相対価格、および実質所得の関数とみられるであろう。以下においてこのより、reasonable な関係の導出を試みよう。

開放体系において所得は次のように与えられる。

$$(10) \quad Y = \sum_{i=1}^2 P_i X_i + I + E_2 - I_m$$

但し、 I は投資、 E_2 は輸出、 I_m は輸入を表わす。

I が autonomous であると(10)を変化率の形で表わせば

$$(11) \quad \dot{Y} = \frac{1}{1-n+m} \left(\sum_{i=1}^2 u'_i \dot{P}_i + \sum_{i=1}^2 u'_i \dot{X}_i \right)$$

但し、 n は限界輸出性向、 m は限界輸入性向

いま、体系が均衡に位置するものとし、 S が貯蓄を表わすとすれば

$$(12) \quad S = I + E_2 - I_m$$

s を限界貯蓄性向、 c を限界消費性向とすれば、 $s = n - m$, $c = 1 - s$ であるので(12)は

$$(13) \quad \dot{Y} = \frac{1}{c} \left(\sum_{i=1}^2 u'_i \dot{P}_i + \sum_{i=1}^2 u'_i \dot{X}_i \right)$$

$$(14) \quad u_i u_j \dot{P}_i = 0 \quad (i=1,2) \text{ と仮定}$$

$$(15) \quad \dot{Y}_2 = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^2 u'_i \dot{X}_i$$

但し、 Y_2 は実質所得

一方、(5)より

$$(16) \quad \dot{P} = (1+\theta) (\dot{X}_1 - \dot{X}_2)$$

$$(17) \quad u_i u_j \dot{X}_i$$

$$(18) \quad \dot{X}_1 = -\eta'_1 \dot{P} + O\dot{Y}_2$$

但し、 $\eta'_1 = \frac{u'_2}{(1+\theta)(u'_1+u'_2)}$ (>0) で X_1 財の相対価格に関する需要弾力性 $-\frac{\partial \log X_1}{\partial \log P}$ 、 $O = \frac{c}{u'_1+u'_2}$ (>0) で、その所得弾力性 $\frac{\partial \log X_1}{\partial \log Y_2}$

$$(19) \quad \dot{X}_2 = \eta'_2 \dot{P} + O\dot{Y}_2$$

但し、 $\eta'_2 = \frac{u'_1}{(1+\theta)(u'_1+u'_2)}$ (>0) で X_2 財の相対価格に関する需要弾力性 $\frac{\partial \log X_2}{\partial \log P}$

共(16) (17) は(4)の整理

$$[2-1] \quad U = C' \left(\sum_{i=1}^2 \alpha_i X_i^{-\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

のごとく示されよう。但し、 d は効用関数の同次性の次数であるが、ここではチップマンの定式と同様にして α_i が仮定されている。 d の次数は以下の議論の本質に無関係である。効用関数を一般的に取扱ったものとしてジョンソン [21] 等の定式があるが、われわれの整合的な分析見地からみれば上式の方がより適当と思われる。

(3) (1) に関して X_i 財に関する第一次微分 f'_{X_i} は

$$[2.2] \quad f'_{X_i} = \alpha_i \left\{ \alpha_i + \alpha_j \left(\frac{X_i}{X_j} \right)^{\rho} \right\}^{-\frac{1}{\rho-1}} \quad i \neq j$$

である。そこで $\theta = -1$ の場合 $f'_{X_i} = \alpha_i$ であり、そして $\theta = \infty$ の場合

$$[2.3] \quad f'_{X_i} = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j \left(\frac{X_i}{X_j} \right)^{\rho}} \quad i \neq j$$

であるので、この場合 $X_i \searrow X_j$ ならば $f'_{X_i} = \alpha_i$, $X_i \nearrow X_j$ ならば $f'_{X_i} = 0$ 、そして $X_i = X_j$ ならばその $\left(\frac{X_i}{X_j} \right)^{\rho}$ は ρ の不定形となり f'_{X_i} は不定となる。以上の事実より $\theta = -1$ と $\theta = \infty$ の各場合はいずれも二回微分可能でないことは自明である。(1) に関する第二次微分 f''_{X_i} は、

$$[2.4] \quad f''_{X_i} = -(1+\theta) \alpha_i \alpha_j X_i^{\theta-1} X_j^{-\theta} \left\{ \alpha_i + \alpha_j \left(\frac{X_i}{X_j} \right)^{\rho} \right\}^{-\frac{1+\rho}{\rho}}$$

で与えられる。したがって、 $-1 \triangleleft \theta < \infty$ の範囲において $f''_{X_i} \triangleleft 0$ となり、 X_i 財の限界効用は逓減的となる。

(4) 無差別曲線の凹凸は周知のように

$$[2.5] \quad \frac{d^2 X_j}{dX_i^2} = -\frac{1}{(f'_{X_i})^2} \{ f''_{X_i} (f'_{X_j})^2 - 2f''_{X_i X_j} f'_{X_i} f'_{X_j} + f''_{X_j} (f'_{X_i})^2 \} \quad i \neq j$$

の正負を吟味することによって判別される。ここで $f'_{X_i} > 0$, $f'_{X_j} > 0$ 、そして $-1 \triangleleft \theta < \infty$ の場合上述のごとく $f''_{X_i} \triangleleft 0$, $f''_{X_j} \triangleleft 0$ である。また、 $f''_{X_i X_j}$ は、

$$[2.6] \quad f''_{X_i X_j} = (1+\theta) \alpha_i \alpha_j X_i^{\theta} X_j^{-\theta-1} \left\{ \alpha_i + \alpha_j \left(\frac{X_i}{X_j} \right)^{\rho} \right\}^{-\frac{1+\rho}{\rho}} \quad i \neq j$$

であり、同様にして $-1 \triangleleft \theta < \infty$ の場合において $f''_{X_i X_j} \triangleleft 0$ である。これらの関係より $\frac{d^2 X_j}{dX_i^2} \triangleleft 0$ となり無差別曲線は原点に対して、

凸となる。

(5) α_i は P が上昇すれば、 $0 \triangleleft \theta < \infty$ か $-1 \triangleleft \theta < 0$ にしたがってそれぞれ増加、減少し、逆は逆である。 $\theta = 0$ すなわち効用関数が対数線型の場合、 α_i は P の変化と独立であり、これは X_i 財の購入に支出される所得の割合が不変であることを意味する。 $\alpha_i = 1 - \alpha_j$ であるので、 α_j に関しては更めて述べる必要はない。

三、生産面の考察

本節においては新古典派理論にしたがって生産組織に関するモデル構成を行ない、それに基づいて生産面に関する若干の考察を行なう。ここで適用される生産関数の基本型はアロー、チェナリー、ミンハス、ソロー [2] によって導出された CES 生産関数、およびコブ・ダグラス型生産関数である。本稿の分析目的にそって生産関数を定式化するとき、そこで留意されるべき点はいま、二要素、規模に関する収益不変を前提とした場合 (1) 非中立的ケースを含めて技術進歩をいかに導入するか、(2) 生産関数を新古典派的条件にいか整合せしめるかの問題である。第一の問題に関してはいま事後的代替可能の場合に限定するならばそこでは技術進歩の各類型をいかに取扱うかが問題となる。このような技術進歩と生産関数との関係は宇沢 [41]、宇沢・渡辺 [42] によってヒックス [18] の新古典派的公準による分類規準より明らかにされている。そこで得られた帰結の一として技術進歩の中立性、非中立性の相違は、いま生産関数を $X = F(K, L, E)$ で表わせば、 θ が分離可能か分離不能かという問題に帰着する。この分析の線は他方においてダグラス型生産関数に関してドーマー [13] によって示唆され、チャン [40] によって定式化された生産関数において整合的に見出されよう。ここではこれらの貢献に基づいて生産関数の定式を行ない、さらに非中立的技術進歩の各類型がいかなる関係によって具体的に把握されるかについて言及する。

第二の問題に関して新古典派理論にしたがうならば、要素は有限的に代替可能、云い換えれば生産物等量曲線は原点に対して凸の曲線となる必要がある。CES 型を基本型とする生産関数の場合、代替パラメーターは一定の範囲内に存在し

なければならない。

ここで、以後の分析においておかれる仮定を一括して示せばつぎの通りである。

- 〔仮定Ⅱ・1〕 体系において二産業（ X_1 財産業、 X_2 財産業）が存在し、各産業の要素集約度（資本労働比率）は相互に異なる。
- 〔仮定Ⅱ・2〕 各財の生産関数はいずれも二要素（資本と労働）に関して一次同次であり、その基本的な技術関係はいわゆるCES型、ダグラス型とよばれるもので示される。

〔仮定Ⅱ・3〕 技術進歩はヒックス的意味において中立的か非中立的であり、そして体化されないタイプ (disembodied type) のものである。

〔仮定Ⅱ・4〕 各要素の限界生産力はいずれも逓減的である。

〔仮定Ⅱ・5〕 各要素はいずれも完全に雇用される。

〔仮定Ⅱ・6〕 各要素市場は競争均衡におかれている。

以上の仮定に基づいて体系における生産面を形成する方程式組織を示そう。

I、生産関数

1、CES型の場合

$$(28) \quad X_i = A_i [\delta_{1(i)} K_i^{-\rho} + (1 - \delta_{1(i)}) L_i^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

2、コブ・ダグラス型の場合

$$(29) \quad X_i = A_i K_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha} \quad (\alpha = 1/2)$$

但し、 X_i 、 K_i 、 L_i は X_i 財産業のそれぞれ産出高、資本、労働を表わす。A は efficient parameter とよばれ技術進歩

による効率改善を表わすパラメーターで \hat{A} はその技術進歩率を表わす。 δ は distribution parameter と呼ばれ、通例的には定数として扱われるが、いずれかの技術進歩が存在するとした場合 δ はその中立的・非中立的性格にしたがって時間に関してそれぞれ独立・従属的であるとされる。 $\delta_{1(i)}$ の記号はこのような技術進歩の性格に応じたその不変性・可変性を表わす意味において用いられる。ただし、 $\delta_{1(i)}$ の変域は $0 \leq \delta_{1(i)} \leq 1$ 、 ρ は substitution parameter と呼ばれ、要素間の代替弾力性を規定する定数である。〔仮定Ⅱ・4〕より、生産関数は二回微分可能でその第二次微分は負であるがこれは $-1 \leq \rho \leq 8$ の場合に充足される。(29)で示されるコブ・ダグラス型生産関数はCES型の(28)に関して ρ を0に近づけた極限形態である。よって以下の議論の展開において特に明示する必要のない限りこの場合について更めて言及しない。

II、完全雇用

$$(30) \quad K_i = \sum_{j=1}^2 K_{ij}$$

$$(31) \quad L_i = \sum_{j=1}^2 L_{ij}$$

但し、 K 、 L はそれぞれ全体の資本、労働を表わす。

III、要素市場の均衡

両産業の要素の限界代替率は均等であり、またそれらは同時に要素の相対価格と均等であるので

$$(32) \quad \frac{1 - \delta_{1(i)} k_i^{1+\rho}}{\delta_{1(i)} k_i^{1+\rho}} = \frac{1 - \delta_{2(i)} k_{2i}^{1+\rho}}{\delta_{2(i)} k_{2i}^{1+\rho}} = w_i$$

但し、 $k_i = \frac{K_{ii}}{L_{ii}}$ で X_i 財産業の資本集約度（資本労働比率）を表わし、 w_i と r_i はそれぞれ賃銀率・利子率を表わす。(8)

つぎに、ここで技術進歩の各類型について述べておこう。前述の通りいま要素の限界代替率を R とすれば、

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$(3) \quad R_{ii} = \frac{1 - \delta_{i(\omega)} k_{ii}^{1+\rho_i}}{\delta_{i(\omega)}} = \frac{w_i}{r_i} \quad (i=1,2)$$

であるので、(3)を時間に関して偏微分すれば、

$$(3) \quad R_{ii} = \left\{ -\frac{\delta_{i(\omega)}}{1 - \delta_{i(\omega)}} + (1 + \rho_i) k_{ii} \right\} R_{ii}$$

$$\text{或は} \quad R_{ii} = -\frac{\delta_{i(\omega)}}{1 - \delta_{i(\omega)}} + (1 + \rho_i) k_{ii}$$

である。よって、 $k_{ii} = \text{const}$ の場合、

$$(35) \quad \delta_{i(\omega)} \searrow 0 \quad (\text{或は} \delta_{i(\omega)} \nearrow 0) \quad \text{にしたがって} \\ R_{ii} \searrow 0 \quad (\text{或は} R_{ii} \nearrow 0)$$

ヒックスの定義によれば、資本労働比率一定のとき限界代替率を増加、一定、減少せしめる生産関数の時間シフトが存在する場合、技術進歩はそれぞれ資本節約的・中立的・労働節約的である。これをわれわれのモデルに即して云えばそれぞれ $\delta_{i(\omega)} \searrow 0, \delta_{i(\omega)} = 0, \delta_{i(\omega)} \nearrow 0$ に対応している。(6)

ここで、さらに価格面に関する若干の考察をそれぞれの生産関数について試みることにしよう。

(28)より導かれる $\frac{\partial X_i}{\partial K_i}$ を $P_i \frac{\partial X_i}{\partial K_i} = r$ に代入し変形すれば、

$$(36) \quad P_i = A_i r^{\rho_i} \delta_{i(\omega)}^{-1} \left(\frac{X_i}{K_i} \right)^{-(1+\rho_i)} \quad (i=1,2)$$

(3)より

$$(37) \quad L_i = K_i \left(\frac{1 - \delta_{i(\omega)}}{\delta_{i(\omega)}} \frac{r}{w} \right)^{\frac{1}{1+\rho_i}} \quad (i=1,2)$$

(28)と(3)より

$$(38) \quad X_i = A_i \left[\delta_{i(\omega)} K_i^{-\rho_i} + (1 - \delta_{i(\omega)}) \right] \left\{ K_i \left(\frac{1 - \delta_{i(\omega)}}{\delta_{i(\omega)}} \frac{r}{w} \right)^{\frac{1}{1+\rho_i}} \right\}^{-\rho_i} \quad (i=1,2)$$

(38)よりえられる

$$(39) \quad \frac{X_i}{K_i} = A_i \left[\delta_{i(\omega)} + (1 - \delta_{i(\omega)}) \left(\frac{1 - \delta_{i(\omega)}}{\delta_{i(\omega)}} \frac{r}{w} \right)^{-\frac{\rho_i}{1+\rho_i}} \right]^{-\frac{1}{\rho_i}}$$

を(36)に代入すれば

$$(40) \quad P_i = A_i^{-1} \left\{ \delta_{i(\omega)}^{\frac{1}{1+\rho_i}} r^{\frac{\rho_i}{1+\rho_i}} + (1 - \delta_{i(\omega)})^{\frac{1}{1+\rho_i}} w^{\frac{\rho_i}{1+\rho_i}} \right\}^{-\frac{1+\rho_i}{\rho_i}} \quad (i=1,2)$$

そこで、生産関数がコブ・ダグラス型の場合

$$(41) \quad P_i = A_i^{-1} \frac{1 - \delta_{i(\omega)} \delta_{i(\omega)}^{i-1}}{\delta_{i(\omega)} \delta_{i(\omega)}^{i-1}} r^{\rho_i i} w^{1-\rho_i i} \quad (i=1,2)$$

となる。

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

つきに、(40)を相対的変化率の形で表わすならば

$$(38) \quad \dot{P}_i = -\dot{A}_i + (1-d_{Li})r + d_{Li}\dot{w} + \frac{1}{\rho_i} \left(1 - \frac{d_{Li}}{1-d_{Li(i)}}\right) \delta_i \quad (i=1, 2)$$

となる。但し

$$(39) \quad d_{Li} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta_i(i)}{1-d_{Li(i)}}\right) \frac{1}{1+\rho_i} \left(\frac{w}{r}\right) - \frac{\rho_i}{1+\rho_i}}$$

であるが、(38)より

$$(40) \quad d_{Li} = \frac{1}{1 + \frac{r}{w} k_i}$$

であるので、 d_{Li} は労働の相対的分前を表わす。

また一方、 d_{Li} は

$$(41) \quad d_{Li} = \frac{1}{1 + \frac{\delta_i(i)}{1-d_{Li(i)}} k_i - \rho_i}$$

であるので、(38)は

$$(39) \quad \dot{P}_i = -\dot{A}_i + (1-d_{Li})r + d_{Li}\dot{w} + \frac{1}{\rho_i} (1-d_{Li})(1-k_i^{\rho_i}) \delta_i \quad (i=1, 2)$$

のように書き改められる。

同様にして(34)は

$$(35) \quad \dot{P}_i = -\dot{A}_i + \delta_i r + (1-\delta_i)w + d_i \left(\log \frac{1-\delta_i}{\delta_i} \frac{r}{w} \right) \quad (i=1, 2)$$

この場合、(32)より $\frac{1-\delta_i}{\delta_i} \frac{r}{w} = k_i^{-1}$ であるので(35)は

$$(36) \quad \dot{P}_i = -\dot{A}_i + \delta_i r + (1-\delta_i)w - \delta_i \log k_i \quad (i=1, 2)$$

となる。

一方、要素の限界代替率はその相対価格と均等であるので、(33)より

$$(37) \quad \dot{R}_i = \dot{w} - \dot{r} = (1+\rho_i)(\dot{K}_i - \dot{L}_i) - \frac{\delta_i}{1-\delta_i} \quad (i=1, 2)$$

第二節の場合と同様にして $\dot{P} = \dot{P}_1 = \dot{P}_2$ とおけば、(36)と(37)より

$$(38) \quad \dot{P} = \dot{A}_2 - \dot{A}_1 + (d_{L1} - d_{L2}) \left\{ (1+\rho_i)(\dot{K}_i - \dot{L}_i) - \frac{\delta_i}{1-\delta_i} \right\} + \frac{1}{\rho_1} (1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1}) \delta_1 - \frac{1}{\rho_2} (1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2}) \delta_2 \quad (i=1, 2)$$

となる。

そしてまた生産関数がコブ・ダグラス型の場合、(38)と(39)より

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$\textcircled{2} \quad \hat{P} = \hat{A}_2 - \hat{A}_1 + (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_1) \left\{ (\hat{K}_2 - \hat{L}_2) - \frac{\hat{\sigma}_2}{1 - \hat{\sigma}_2} \right\} - \hat{\sigma}_1 \log k_1 + \hat{\sigma}_2 \log k_2$$

$$(\hat{\sigma} = 1 \cdot 2)$$

となる。

したがって、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ 、 $\textcircled{4}$ をそれぞれ同様にして相対的変化率の形で示すならば以下の通りとなる。

$$\textcircled{3} \quad \hat{X}_2 = \hat{A}_1 + (1 - d_{L2}) \hat{K}_2 + d_{L2} \hat{L}_2 - \frac{1}{\rho_2} (1 - d_{L2}) (1 - k_2^{\rho_2}) \hat{\sigma}_2$$

$$\textcircled{4} \quad \hat{X}_2 = \hat{A}_1 + \hat{\sigma}_2 \hat{K}_2 + (1 - \hat{\sigma}_2) \hat{L}_2 + \hat{\sigma}_1 \log k_2$$

$$(\hat{\sigma} = 1 \cdot 2)$$

$$\textcircled{5} \quad \hat{K} = \lambda_K \hat{K}_1 + (1 - \lambda_K) \hat{K}_2$$

$$\text{但し} \quad \lambda_K = \frac{K_1}{K} \quad \psi \quad 1 - \lambda_K = \frac{K_2}{K}, \quad 0 < \lambda_K < 1$$

$$\textcircled{6} \quad \hat{L} = \lambda_L \hat{L}_1 + (1 - \lambda_L) \hat{L}_2$$

$$\text{但し} \quad \lambda_L = \frac{L_1}{L} \quad \psi \quad 1 - \lambda_L = \frac{L_2}{L}, \quad 0 < \lambda_L < 1$$

かくして、生産関数がCES型の場合は $\textcircled{6}$ 、 $\textcircled{7}$ 、 $\textcircled{8}$ 、 $\textcircled{9}$ 、そしてまた生産関数がコブダグラス型の場合は $\textcircled{5}$ 、 $\textcircled{6}$ 、 $\textcircled{7}$ 、 $\textcircled{8}$ 、 $\textcircled{9}$ に関する \hat{P} 、 \hat{A}_1 、 \hat{A}_2 、 $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$ 、 \hat{K} 、 \hat{L} 、 k_1 、 k_2 を所与とすれば未知数は \hat{X}_1 、 \hat{X}_2 、 \hat{K}_1 、 \hat{K}_2 、 \hat{L}_1 、 \hat{L}_2 の六変数であり、方程式は六式であるのでこれらの連立方程式を解くことによってそれぞれの変数に関して一意的な解を導くことが出来る。

そこでまず生産関数がCES型の場合に関して \hat{X}_1 、 \hat{X}_2 を導くことにしよう。クラマーの公式より、いま $\Delta \neq 0$ とすれば、

$$\textcircled{6} \quad \hat{X}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

但し、 $\Delta_1 = \Delta_{11} S_1 - \Delta_{12} S_2 + \Delta_{13} \hat{K} - \Delta_{14} \hat{L}$

$$+ \Delta_{15} (\hat{P} + S_1 - S_2 + W) / V_1 - \Delta_{16} (-\hat{P} - S_1 + S_2 + W_2) / V_2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & 0 & \lambda_K & 1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & \lambda_K & 1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_{12} = \begin{vmatrix} 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 0 & \lambda_K & -1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \Delta_{14} = \begin{vmatrix} 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & \lambda_K & 1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

	0	-(1-d _{L1})	0	-d _{L1}	0	0	-(1-d _{L1})	0	-d _{L1}	0
	1	0	-(1-d _{L2})	0	-d _{L2}	0	1	0	-(1-d _{L2})	0
$\Delta_{12} =$	0	λ_K	1- λ_K	0	0	0	λ_K	1- λ_K	0	0
	0	0	0	λ_L	1- λ_L	0	0	0	λ_L	1- λ_L
	0	0	1	0	-1	0	0	1	0	-1

$$S_1 = \hat{A}_1 - \frac{1}{\rho_1}(1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1})\delta_1, \quad S_2 = \hat{A}_2 - \frac{1}{\rho_2}(1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2})\delta_2$$

$$V_1 = (1+\rho_1)(d_{L1}-d_{L2}), \quad V_2 = (1+\rho_2)(d_{L2}-d_{L1})$$

$$W_1 = (d_{L1}-d_{L2})\frac{\delta_1}{1-\delta_1}, \quad W_2 = (d_{L2}-d_{L1})\frac{\delta_2}{1-\delta_2}$$

である。この若干の数学的操作を行なえば、〔仮定H・I〕より $k_1 \neq k_2$ という関係が存在するので(8)は、
 (8) $\hat{X}_1 = e_1 \hat{P} + (1+e_1)\hat{A}_1 - e_1 \hat{A}_2 - \phi_1 \delta_1 + \phi_2 \delta_2 + v_1 \hat{K} - \xi_1 \hat{L}$
 となる。

但し、 $e_1 = \left[\frac{1}{1+\rho_1} (k_1 d_{L1} + k_2 (1-d_{L1})) + \frac{1}{1+\rho_2} \frac{K_2}{L_1} \right] / (k_1 - k_2) (d_{L2} - d_{L1})$ であり、 $e_1 = \frac{\partial \log \hat{X}_1}{\partial \log P}$ であり、これは相対価格に関するX₁財生産の価格弾力性を表わし、そして $(k_1 - k_2) (d_{L2} - d_{L1}) = \frac{r}{w} (k_1 - k_2)^2 > 0$ であり、 $e_1 > 0$ であり、

$$\text{したがって、} \phi_1 = \frac{1+e_1}{\rho_1} (1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1}) + \frac{1}{1+\rho_1} \frac{1}{(1-d_1)} \left(\frac{k_2}{k_1} + d_{L1} \right), \quad \phi_2 = \frac{e_1}{\rho_2} (1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2}) - \frac{1}{1+\rho_2} \frac{K_2}{L_2} (k_1 - k_2) (1-d_2)$$

$$v_1 = \frac{1}{k_1 - k_2} \frac{K}{L_1}, \quad \xi_1 = v_1 \frac{k_2}{k} \quad \text{であり。}$$

また、X₂財に関するものを全く同様にして導くことが出来るが、この結果だけを示すならば(9)の通りとなる。

$$(9) \hat{X}_2 = -e_2 \hat{P} + (1+e_2)\hat{A}_2 - e_2 \hat{A}_1 - \phi_2 \delta_2 + \phi_1 \delta_1 + v_2 \hat{K} - \xi_2 \hat{L}$$

但し、 $e_2 = \left[\frac{1}{1+\rho_2} (k_2 d_{L2} + k_1 (1-d_{L2})) + \frac{1}{1+\rho_1} \frac{K_1}{L_2} \right] / (k_2 - k_1) (d_{L1} - d_{L2})$ であり、 $e_2 = -\frac{\partial \log \hat{X}_2}{\partial \log P}$ であり、これは相対価格に関するX₂財生産の価格弾力性を表わし、 $e_2 > 0$ であり、また、 $\phi_2 = \frac{1+e_2}{\rho_2} (1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2}) + \frac{1}{1+\rho_2} \frac{1}{(1-\delta_2)} \left(\frac{k_1}{k_2} + d_{L2} \right)$, $\phi_1 = \frac{e_2}{\rho_1} (1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1}) - \frac{1}{1+\rho_1} \frac{K_1}{L_2} (k_2 - k_1) (1-\delta_1)$, $v_2 = \frac{1}{k_2 - k_1} \frac{K_2}{L_1}$, $\xi_2 = v_2 \frac{k_1}{k}$ であり。

この生産関数がコブ・ダグラス型の場合は(8)と(9)より、 $e_1 = \left[(k_1 (1-\delta_1) + k_2 \delta_1) + \frac{K_2}{K_1} \right] / (k_1 - k_2) (\delta_1 - \delta_2)$, $\phi_1 = -(1+e_1)$

$$\delta_1 \log k_1 + \frac{1}{1-\delta_1} \left\{ \frac{k_2}{k_1 - k_2} + (1-\delta_1) \right\}, \quad \xi_1 = -e_1 \delta_2 \log k_2 - \frac{K_2}{L_1} (k_1 - k_2) (1-\delta_2), \quad \text{など(8)に代入して} \quad e_2 = \left[(k_2 (1-\delta_2) + k_1 \delta_2) + \frac{K_1}{L_2} \right] /$$

$$(k_2 - k_1) (\delta_2 - \delta_1), \quad \phi_2 = -(1+e_2) \delta_2 \log k_2 + \frac{1}{1-\delta_2} \left\{ \frac{k_1}{k_2} + (1-\delta_2) \right\}, \quad \phi_2 = -e_2 \delta_1 \log k_1 - \frac{K_1}{L_2} (k_2 - k_1) (1-\delta_1)$$

したがって、この生産関数について若干おこなう。いま、要素量を一定とするならば(8)と(9)より
 (8) $\hat{X}_1 - \hat{X}_2 = e \hat{P} + (1+e)(\hat{A}_1 - \hat{A}_2) - (\phi_1 + \phi_2) \delta_1 + (\phi_1 + \phi_2) \delta_2$

但し、 $e = e_1 + e_2$ であり、生産の代替弾力性 $\frac{\partial \log \hat{X}_1}{\partial \log P}$ を表わす。

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

(5) に関して $\delta_1 = 0, \delta_2 = 0$ (兩産業において技術進歩が中立的である) とし、時間に関して積分すれば、

$$(6) \quad \log(X_1 - X_2) = e \log P + (1+e) \log(A_1 - A_2) + \log C$$

但し、 $\log C$ は積分定数である。

(6) を書き改めれば

$$(7) \quad \frac{X_1}{X_2} = CP^e \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{1+e}$$

但し、 C は定数である。

(6) より

$$(8) \quad P = C^{-\frac{1}{e}} \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^{\frac{1}{e}} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1+e}{e}}$$

一方、既述の一次同次性と要素量一定、完全競争の仮定のもとで

$$(9) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -P$$

(11)

(2) より

$$(10) \quad \frac{dX_1}{dX_2} = -C^{-\frac{1}{e}} \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^{\frac{1}{e}} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1+e}{e}}$$

(10) を X_1 に関して微分し変形すれば

$$(11) \quad \frac{d^2 X_2}{dX_1^2} = -\frac{1}{e} \frac{dX_1}{dX_2} \left(X_1^{-1} - X_2^{-1} \frac{dX_2}{dX_1} \right)$$

よって

$$(12) \quad \frac{d^2 X_1}{dX_2^2} = -\frac{1}{e} P \left(X_2^{-1} + P X_1^{-1} \right)$$

となる。(12) は明らかに負であるので、生産代替曲線は原点に対して凹である。この帰結はケンプ [24]、小山 [28] によって得られた結果と整合的である。(12) かくして、前節における消費無差別曲線の対原点凸性とここで得られた生産代替曲線の凹性をもつてすれば、コーデン [12]、フィンドレー・ログバート [14] 等がその幾何学的分析に適用した関係と全く整合的なモデルの対応関係を見出すことが出来るであろう。

注(6) $\circ \wedge \delta_1 \delta_2 \wedge \Gamma$ の条件は二要素の限界生産力がいずれも正であるための必要条件である。

(7) $-1 \wedge e \wedge 8$ である場合、生産物等量曲線が原点に対して凸であることは前節における消費無差別曲線の場合と同様にして示される。

(8) 完全競争と企業者の利潤極大行動のもとにおいて成立する

$$[3.1] \quad P \cdot \frac{\partial X_i}{\partial K_i} = \gamma$$

$$[3.2] \quad P \cdot \frac{\partial X_i}{\partial L_i} = W \quad (i=1, 2)$$

と(8)を $K \cdot L$ に関して偏微分してそれぞれ導かれる

$$[3.3] \quad \frac{\partial X_i}{\partial K_i} = A^{-\sigma_i} \delta_i^{(i)} \left(\frac{X_i}{K_i} \right)^{1+\sigma_i}$$

$$[3.4] \quad \frac{\partial X_i}{\partial L_i} = A^{-\sigma_i} (1 - \delta_i^{(i)}) \left(\frac{X_i}{L_i} \right)^{1+\sigma_i} \quad (i=1, 2)$$

の各式より(8)は導出される。

(9) ここで示された関係は一定の同次性に関する次数(ここでは一次)のもとにおける分類であることに留意されるべきである。

(10) $\Delta_{11} \sim \Delta_{16}$ に関して(7)の関係が存在する。
 $\Delta_{11} = \Delta = \lambda_2 - \lambda_1, \Delta_{12} = 0, \Delta_{13} = 1 - \lambda_1, \Delta_{14} = 1 - \lambda_2, \Delta_{15} = ((\lambda_2 - \lambda_1) \delta_{L1} + \lambda_2 (1 - \lambda_2)), \Delta_{16} = -(1 - \lambda_2) (1 - \lambda_1)$

(11) 一次同次性の仮定より
 $[3.5] \quad \frac{dX_i}{dX_j} = \frac{\partial F_i}{\partial K_i} \frac{dK_i}{dK_j} + \frac{\partial F_i}{\partial L_i} \frac{dL_i}{dL_j} \quad (i=1, 2)$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

要素量一定の仮定により

$$[3.6] \quad dK_1 = -dK_2$$

$$[3.7] \quad dL_1 = -dL_2$$

[3.5] と [3.1], [3.2], [3.6], [3.7] を代入し $\frac{dX_1}{dX_2}$ を求めれば(9)が得られる。

(12) この証明はその手法、およびここでは中立的技術進歩を含むという点においてケンプ・小山のそれと異なる。

四、二国二財における不完全特化モデル

本節においては第二節・第三節で展開されたそれぞれ二財に関する消費需要面の考察・および二要素の場合における生産面の考察に基づいて通増費用の生産条件のもとにおける二国二財モデルの構成を試みる。そしてつぎにこのような不完全特化モデルに関して中立的技術進歩、および非中立的技術進歩の存在のもとにおける貿易差額の変化、交易条件の変化、実質所得の変化を示す一般的関係の導出を行なう。以下の議論において追加される仮定はつぎの通りである。

〔仮定Ⅲ・1〕 二国 (a 国、 b 国) においていずれも二財 (X_1 財、 X_2 財) が生産され、 a 国は X_1 財を輸出し、 X_2 財を輸入するが、 b 国は X_2 財を輸出し、 X_1 財を輸入する。

〔仮定Ⅲ・2〕 初期において貿易差額は均衡している。

〔仮定Ⅲ・3〕 両国間における為替レートは固定的である。

〔仮定Ⅲ・4〕 各要素は両国においていずれも完全に雇用され、そして要素賦存量は一定である。

〔仮定Ⅲ・5〕 技術進歩は a 国においてのみ行なわれ、 b 国において行なわれない。

〔仮定Ⅲ・6〕 各財は両国においていずれも劣等財でない。

〔仮定Ⅲ・7〕 各財の輸送費はいずれも無視される。

つぎに以下において適用される記号に関して示すことにしよう。

X_{ij} : j 国の X_i 財の生産量

$$(i=1, 2, j=a, b)$$

X_{ij} : j 国の X_i 財の消費需要量

$$(i=1, 2, j=a, b)$$

E_j : j 国の輸出供給量

$$(j=a, b)$$

I_j : j 国の輸入需要量

$$(j=a, b)$$

P_{ij} : X_i 財の j 国価格

$$(i=1, 2, j=a, b)$$

B_a : a 国の貿易差額

T_a : a 国の交易条件

γ_a : 為替レート

Y_{rj} : j 国の実質所得

$$(j=a, b)$$

K_j : j 国の総資本量

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$L_j \dots j \text{ 国の総労働量} \quad (j=a \cdot b)$$

$$L_j \dots j \text{ 国の総労働量} \quad (j=a \cdot b)$$

$A_{ij} \dots j$ 国の X_i 財に関する生産関数 (第三節参照) の efficient parameter
 $(i=1 \cdot 2, j=a \cdot b)$

$\delta_{ij} \dots j$ 国の X_i 財に関する生産関数の distribution parameter
 $(i=1 \cdot 2, j=a \cdot b)$

ここで更に若干の弾力性係数に関する定義を述べよう。⁽¹³⁾

$e_{1j} \dots j$ 国の X_1 財の生産の価格弾力性

$$e_{1j} = \frac{\partial \log X_{1j}}{\partial \log P} \quad (j=a \cdot b)$$

$e_{2j} \dots j$ 国の X_2 財の生産の価格弾力性

$$e_{2j} = -\frac{\partial \log X_{2j}}{\partial \log P} \quad (j=a \cdot b)$$

$\eta'_{1j} \dots j$ 国の X_1 財の需要の価格弾力性

$$\eta'_{1j} = -\frac{\partial \log X_{1j}}{\partial \log P} \quad (j=a \cdot b)$$

$\eta'_{2j} \dots j$ 国の X_2 財の需要の価格弾力性

$$\eta'_{2j} = \frac{\partial \log X_{2j}}{\partial \log P} \quad (j=a \cdot b)$$

$\epsilon_a \dots a$ 国の輸出供給の価格弾力性

$$\epsilon_a = \frac{\partial \log E_a}{\partial \log P}$$

$\epsilon_b \dots b$ 国の輸出供給の価格弾力性

$$\epsilon_b = -\frac{\partial \log E_b}{\partial \log P}$$

$V_a \dots a$ 国の輸入需要の価格弾力性

$$V_a = \frac{\partial \log I_a}{\partial \log P}$$

$V_b \dots b$ 国の輸入需要の価格弾力性

$$V_b = -\frac{\partial \log I_b}{\partial \log P}$$

$\epsilon_a^* \dots a$ 国の輸出供給の所得弾力性

$$\epsilon_a^* = -\frac{\partial \log E_a}{\partial \log Y_a}$$

$\epsilon_b^* \dots b$ 国の輸出供給の所得弾力性

$$\epsilon_b^* = \frac{\partial \log E_b}{\partial \log Y_b}$$

$\epsilon_a \dots a$ 国の輸入需要の所得弾力性

$$\epsilon_a = \frac{\partial \log I_a}{\partial \log Y_a}$$

$\epsilon_b \dots b$ 国の輸入需要の所得弾力性

$$\epsilon_b = \frac{\partial \log I_b}{\partial \log Y_b}$$

上記の記号としたがうならば両国の輸出・輸入に関する定義式が与えられる。

$$(9) \quad E_a = X_{1a} - X_{1a}$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

(68) $I_a = X_{2a} - X_{2a}$
 (69) $E_a = X_{2a} - X_{2a}$
 (70) $I_a = X_{1a} - X_{1a}$

そして、同時にそれらの間についてつぎのような恒等式が成立する。

(71) $E_a = I_a$
 (72) $I_a = E_a$

〔仮定Ⅲ・3〕より、 γ_a は時間を通じて一定であるが、いま通貨の単位を適当に選ぶことにより $\gamma_a = 1$ と仮定しよう。そのとき、 $P_{1a} = P_{1a} = P_{1a}$ 、 $P_{2a} = P_{2a} = P_{2a}$ とおくことが出来る。また、財の単位を適当に選ぶことにより初期において P_1 と P_2 を 1 と仮定することが出来る。

つぎに、(71)と(72)をそれぞれ a ・ m とおけば a 国の貿易差額は

(73) $B_a = P_{1a} - P_{2a}m$

で表わされる。一方、 a 国の交易条件は

(74) $T_a = P$

で示される。但し、 $P = \frac{P_1}{P_2}$

〔仮定Ⅲ・2〕より初期において $B_a = 0$ であり、そしてまた $P_1 = P_2 = 1$ と仮定されたので、同期において $\gamma_a = 1$ であり、 $T_a = 1$ である。

つぎに、ジョンソン [21] と同様にして

(75) $b_a = \frac{P_a^2}{m}$

と定義しよう。⁽¹⁴⁾

(73)と(75)を時間に関して微分することにより、初期においてつぎの関係を容易に導くことが出来る。⁽¹⁵⁾

(76) $\dot{b}_a = \frac{\dot{B}_a}{m}$ 或は $\dot{b}_a = -\frac{\dot{B}_a}{m}$

(76)より $\dot{m} > 0$ であるので \dot{b}_a と \dot{B}_a は変化が生じた場合その変化の方向は同一である。よって貿易差額の変化は \dot{b}_a (或は \dot{B}_a) を検討することによって把握されうることとなる。

(77)より

(77) $\dot{E}_a = \omega_{1a} \dot{X}_{1a} - \omega_{2a} \dot{X}_{2a}$

但し、 $\omega_{1a} = \frac{X_{1a}}{E_a}$ 、 $\omega_{2a} = \frac{X_{2a}}{E_a}$ であり、それぞれ a 国の X_1 財輸出量に対するその財の生産量と消費需要量の比率を示す。〔仮定Ⅲ・1〕より $\omega_{1a} > 1$ また $\omega_{2a} < 0$ であり、両者の関係は $\omega_{1a} = 1 + \omega_{2a}$ である。

(78)と(77) (国名は省略されている) を(77)に代入すれば

(78) $\dot{E}_a = e_a \dot{P} - \gamma_a \dot{Y}_{ra} + \tau_{1a} \dot{A}_{1a} - e_{1a} \dot{A}_{2a} - \phi_{1a} \dot{\delta}_{1a} + \phi_{1a} \dot{\delta}_{2a} + u_{1a} \dot{K}_a - \xi_{1a} \dot{L}_a$

となる。

但し、 $e_a = e_{1a} \omega_{1a} + \gamma_a \omega_{2a}$ 、 $\gamma_a = 0$ 、 ω_{2a} 、 $\tau_{1a} = (1 + e_{1a}) \omega_{1a}$ 、 $e_{1a} \omega_{1a} \phi_{1a}' = \phi_{1a} \omega_{1a}$ 、 $\phi_{1a}' = \phi_{1a} \omega_{1a}$ 、 $u_{1a}' = u_{1a} \omega_{1a}$ 、 $\xi_{1a}' = \xi_{1a} \omega_{1a}$

(79)より

(79) $\dot{I}_a = k_{1a} \dot{X}_{2a} - k_{2a} \dot{X}_{1a}$

但し、 $k_{1a} = \frac{X_{2a}}{I_a}$ 、 $k_{2a} = \frac{X_{1a}}{I_a}$ であり、それぞれ a 国の X_2 財の輸入量に対するその財の消費需要量と生産量の比率を表わす。〔仮定Ⅲ・1〕より $k_{1a} > 1$ 、そして $k_{2a} < 0$ であり、両者の関係は $k_{1a} = 1 + k_{2a}$ である。

(80)と(79)に代入すれば

(80) $\dot{I}_a = v_a \dot{P} + e_a \dot{Y}_{ra} - \tau_{2a} \dot{A}_{2a} + e_{2a} \dot{A}_{1a} + \phi_{2a} \dot{\delta}_{2a} - \phi_{2a} \dot{\delta}_{1a} - u_{2a} \dot{K}_a + \xi_{2a} \dot{L}_a$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

となる。

$$\text{但し } V_a = \eta_{2a}' k_{1a} + \theta_{2a} k_{2a}, \quad \varepsilon_a = 0, k_{1a}, \quad \tau_{2a} = (1 + \theta_{2a}) k_{2a}, \quad \theta_{2a}' = \theta_{2a} k_{2a}, \quad \phi_{2a}' = \phi_{2a} k_{2a}, \quad \varphi_{2a}' = \varphi_{2a} k_{2a}, \quad u_{2a}' = u_{2a} k_{2a}, \\ \xi_{2a}' = \xi_{2a} k_{2a}$$

⑧より

$$\text{⑧ } E_b = \omega_{1b} X_{2b} - \omega_{2b} X_{1b}$$

$$\text{但し } \omega_{1b} = \frac{X_{2b}}{E_b}, \quad \omega_{2b} = \frac{X_{1b}}{E_b} \quad \text{よ } \& N^0. \quad \omega_{1b} > 1, \quad \omega_{2b} > 0 \quad \text{よ 両者の間の関係は } \omega_{1b} = 1 + \omega_{2b} \quad \text{よ } \& N^0.$$

⑧と⑨を⑩に代入すれば

$$\text{⑩ } E_b = -\varepsilon_b P - \tau_b \hat{Y}_{rb} + \tau_{2b} \hat{A}_{2b} - \varepsilon_{2b}' \hat{A}_{1b} - \phi_{2b}' \delta_{2b} + \varphi_{2b}' \delta_{1b} + u_{2b}' \hat{K}_b - \xi_{2b}' \hat{L}_b$$

となる。

$$\text{但し } \varepsilon_b = \varepsilon_{2b} \omega_{1b} + \eta_{2b}' \omega_{2b}, \quad \tau_b = 0, \omega_{2b}, \quad \tau_{2b} = (1 + \theta_{2b}) \omega_{1b}, \quad \varepsilon_{2b}' = \varepsilon_{2b} \omega_{1b}, \quad \phi_{2b}' = \phi_{2b} \omega_{1b}, \quad \varphi_{2b}' = \varphi_{2b} \omega_{1b}, \quad u_{2b}' = u_{2b} \omega_{1b}, \quad \xi_{2b}' = \xi_{2b} \omega_{1b}.$$

⑪より

$$\text{⑪ } I_b = k_{1b} X_{1b} - k_{2b} X_{2b}$$

$$\text{但し } k_{1b} = \frac{X_{1b}}{I_b}, \quad k_{2b} = \frac{X_{2b}}{I_b} \quad \text{よ } \& N^0. \quad k_{1b} > 1, \quad k_{2b} > 0 \quad \text{よ 両者間の関係は } k_{1b} = 1 + k_{2b} \quad \text{よ } \& N^0.$$

⑪と⑫を⑬に代入すれば

$$\text{⑬ } \hat{I}_b = -V_b \hat{P} + \varepsilon_b \hat{Y}_{rb} - \tau_b \hat{A}_{1b} + \varepsilon_{1b}' \hat{A}_{2b} + \phi_{1b}' \delta_{1b} - \varphi_{1b}' \delta_{2b} - u_{1b}' \hat{K}_b + \xi_{1b}' \hat{L}_b$$

$$\text{但し } V_b = \eta_{1b}' k_{1b} + \varepsilon_{1b} k_{2b}, \quad \varepsilon_b = 0, k_{1b}, \quad \tau_{1b} = (1 + \varepsilon_{1b}) k_{2b}, \quad \varepsilon_{1b}' = \varepsilon_{1b} k_{2b}, \quad \phi_{1b}' = \phi_{1b} k_{2b}, \quad \varphi_{1b}' = \varphi_{1b} k_{2b}, \quad u_{1b}' = u_{1b} k_{2b}, \quad \xi_{1b}' = \xi_{1b} k_{2b}$$

また一方、(7)と(8)はそれぞれ同様にしてつぎのように相対的変化率として示すことが出来る。

$$\text{⑭ } \hat{E}_a = \hat{I}_a = \pi$$

$$\text{⑮ } \hat{I}_a = \hat{E}_a = \pi$$

また同様な操作によって(9)と(10)はそれぞれ

$$\text{⑯ } \hat{b}_a = \hat{P} + \pi - \pi$$

$$\text{⑰ } \hat{\tau}_a = \hat{P}$$

となる。

かくして、⑭・⑮・⑯・⑰・⑱を方程式組織とする不完全特化の場合における二国二財モデルが構成された。このモデルは、 \hat{P} , \hat{A}_{1a} , \hat{A}_{2a} , \hat{A}_{1b} , \hat{A}_{2b} , δ_{1a} , δ_{2a} , δ_{1b} , δ_{2b} , \hat{K}_a , \hat{L}_a , \hat{K}_b , \hat{L}_b を所与とすれば、そのとき \hat{b}_a , $\hat{\pi}$, $\hat{\tau}_a$, $\hat{\tau}_b$ の各変数に関してそれぞれ一意的な解を導くことが出来る。そこでいま、a 国の貿易差額の変化を示す b_a に関してその一般的関係を示す必要がある。このようになる。

$$\text{⑱ } \hat{b}_a = -\frac{1}{\theta} [\theta \hat{P} + (\varepsilon_a + \varepsilon_b)] \{ (\varepsilon_a \tau_{1a} + \varepsilon_b \tau_{2a}) \hat{A}_{1a} - (\varepsilon_b \theta_{1a}' + \varepsilon_a \varphi_{2a}') \delta_{1a} + (\varepsilon_a \varphi_{1a}' + \varepsilon_b \phi_{2a}') \delta_{2a} + (\varepsilon_a u_{1a}' - \varepsilon_b \phi_{2a}') \hat{K}_a - (\varepsilon_a \xi_{1a}' - \varepsilon_b \xi_{2a}') \hat{L}_a \} + (\varepsilon_a + \varepsilon_b) \{ (\varepsilon_b \theta_{2b}' + \varepsilon_a \tau_{1b}) \hat{A}_{1b} - (\varepsilon_a \tau_{2b} + \varepsilon_b \theta_{1b}') \hat{A}_{2b} - (\varepsilon_b \varphi_{2b}' + \varepsilon_a \phi_{1b}') \delta_{1b} + (\varepsilon_b \phi_{2b}' + \varepsilon_a \varphi_{1b}') \delta_{2b} - (\varepsilon_b u_{2b}' - \varepsilon_a \phi_{1b}') \hat{K}_b + (\varepsilon_b \xi_{2b}' - \varepsilon_a \xi_{1b}') \hat{L}_b \}]$$

$$\text{但し } \theta = \varepsilon_a \varepsilon_b - \varepsilon_a \varepsilon_b, \quad \theta = \varepsilon_a \varepsilon_b (1 + \varepsilon_a + \varepsilon_b) + \varepsilon_a \varepsilon_b (V_a + V_b - 1) + \varepsilon_a \varepsilon_b (V_a + \varepsilon_b) + \varepsilon_a \varepsilon_b (\varepsilon_a + V_b)$$

このとき「仮定Ⅲ・4」と「仮定Ⅲ・5」より \hat{K}_a , \hat{L}_a , \hat{K}_b , \hat{L}_b , \hat{A}_{1a} , \hat{A}_{2a} , δ_{1a} , δ_{2a} はすべて $\theta > 0$ である。

$$\text{⑲ } \hat{b}_a = -\frac{1}{\theta} [\theta \hat{P} + (\varepsilon_a + \varepsilon_b)] \{ (\varepsilon_a \tau_{1a} + \varepsilon_b \tau_{2a}) \hat{A}_{1a} - (\varepsilon_b \theta_{1a}' + \varepsilon_a \varphi_{2a}') \delta_{1a} + (\varepsilon_a \varphi_{1a}' + \varepsilon_b \phi_{2a}') \delta_{2a} + (\varepsilon_a u_{1a}' - \varepsilon_b \phi_{2a}') \delta_{2a} \}$$

となる。よって、両財の相対価格を不変とした場合、a 国における技術進歩がその貿易差額に与える影響を検討することが可能となる。ここで若干の特殊ケースに関して述べよう。いま技術進歩が中立的とすれば、それが[1]輸出財産業で生ずる場合、[2]輸入財産業で生ずる場合、[3]両産業で一様に(同率で)生ずる場合(9)は $\hat{P} = 0$ のもとで

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$\textcircled{5} \hat{b}_a = -\frac{e_b + l_b}{\theta} (e_a \tau_{1a} + l_a \theta_{2a}') \hat{A}_{1a}$$

$$\textcircled{6} \hat{b}_a = \frac{s_b + l_b}{\theta} (e_a \theta_{1a}' + l_a \tau_{2a}') \hat{A}_{2a}$$

$$\textcircled{7} \hat{b}_a = -\frac{s_b + l_b}{\theta} (e_a + l_a) \hat{A}_a$$

となる。 $\theta > 0$ であれば、a 国の貿易差額はそれぞれ悪化・改善・悪化し、 $\theta < 0$ ならば改善、悪化、改善する。

したがって、貿易差額が均衡しているという仮定のもとで a 国の交易条件、および実質所得の変化を示す一般的関係を導く。⑧に関する $\hat{b}_a = 0$ を求め、同時に⑧・⑨・⑩・⑪・⑫・⑬を適用すれば、 T_a と Y_a はクラマーの公式によりそれぞれ

$$\textcircled{8} \hat{T}_a = \frac{D_1}{D}$$

⑨

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 0 & -e_a & l_a & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -V_a & -e_a & 0 & 0 & 1 & -e_a \\ \hline D & 0 & 1 & e_b & 0 & l_b & \cdot D_1 = & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & V_b & 0 & -e_b & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -e_b \\ \hline & & & & & & & & 0 \end{array}$$

$$Z_1 = \tau_{1a} \hat{A}_{1a} - e_{1a} \hat{A}_{2a} - \phi_{1a}' \delta_{1a} + \phi_{1a}' \delta_{2a} + \psi_{1a}' \hat{K}_a - \xi_{1a}' \hat{L}_a$$

$$Z_2 = e_{2a}' \hat{A}_{1a} - \tau_{2a} \hat{A}_{2a} - \varphi_{2a}' \delta_{1a} + \phi_{2a}' \delta_{2a} - u_{2a}' \hat{K}_a + \xi_{2a}' \hat{L}_a$$

$$Z_3 = -e_{2a}' \hat{A}_{1a} + \tau_{2a} \hat{A}_{2a} + \varphi_{2a}' \delta_{1a} - \phi_{2a}' \delta_{2a} + u_{2a}' \hat{K}_a - \xi_{2a}' \hat{L}_a$$

$$Z_4 = -\tau_{1a} \hat{A}_{1a} + e_{1a}' \hat{A}_{2a} + \phi_{1a}' \delta_{1a} - \varphi_{1a}' \delta_{2a} - \psi_{1a}' \hat{K}_a + \xi_{1a}' \hat{L}_a$$

$$\textcircled{9} \hat{Y}_a = \frac{D_2}{D}$$

但し、

$$A_1 = \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -e_a & Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -V_a & Z_2 & 0 & 0 \\ \hline A_2 = & 0 & 1 & e_b & Z_3 & l_b \\ 1 & 0 & 0 & V_b & Z_4 & -e_b \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

となる。⑩と⑪は若干の数式的操作によってそれぞれ \hat{b}_a のように書き改められる。

$$\textcircled{10} \hat{T}_a = -\frac{1}{\theta} [(e_b + l_b) \{ (e_a \tau_{1a} + l_a \theta_{2a}') \hat{A}_{1a} - (e_a \theta_{1a}' + l_a \tau_{2a}') \hat{A}_{2a} - (e_a \phi_{1a}' + l_a \varphi_{2a}') \delta_{1a} + (e_a \varphi_{1a}' + l_a \phi_{2a}') \delta_{2a} + (e_a \psi_{1a}' - l_a \xi_{2a}') \hat{K}_a + (e_a \xi_{2a}' - e_a \xi_{1a}') \hat{L}_a] + (e_a + l_a) \{ (e_b \theta_{2b}' + l_b \theta_{1b}') \hat{A}_{1b} - (e_b \tau_{2b} + l_b \theta_{1b}') \hat{A}_{2b} - (e_b \varphi_{2b}' + l_b \phi_{1b}') \delta_{1b} + (e_b \phi_{2b}' + l_b \varphi_{1b}') \delta_{2b} + (e_b \psi_{2b}' - l_b \xi_{1b}') \hat{K}_b + (e_b \xi_{1b}' - l_b \xi_{2b}') \hat{L}_b]$$

$$\textcircled{11} \hat{Y}_a = -\frac{1}{\theta} \{ [(A_1 e_{2a}' - A_1 \tau_{1a}) \hat{A}_{1a} + (A_1 e_{1a}' - A_2 \tau_{2a}) \hat{A}_{2a} + (A_1 \phi_{1a}' - A_2 \varphi_{2a}') \delta_{1a} - (A_1 \varphi_{1a}' - A_2 \phi_{2a}') \delta_{2a} - (A_1 \psi_{1a}' + A_2 \xi_{2a}') \hat{K}_a + (A_1 \xi_{1a}' + A_2 \xi_{2a}') \hat{L}_a] + (1 + e_a - V_a) \{ (e_a \tau_{2b}' + l_a \tau_{1b}') \hat{A}_{1b} - (e_a \tau_{2b} + l_a \theta_{1b}') \hat{A}_{2b} - (e_a \varphi_{2b}' + l_b \phi_{1b}') \delta_{1b} + (e_a \phi_{2b}' + l_b \varphi_{1b}') \delta_{2b} - (e_a \psi_{2b}' - l_b \xi_{1b}') \hat{K}_b + (e_a \xi_{2b}' - l_b \xi_{1b}') \hat{L}_b \} \}$$

但し、 $A_1 = e_b (V_a + V_b - 1) + e_b (e_b + V_a) \cdot A_2 = e_b (1 + e_a + e_b) + l_b (e_a + V_b)$

前と同様として「仮定Ⅲ・4」と「仮定Ⅲ・5」より⑩と⑪はそれぞれ

$$\textcircled{12} \hat{T}_a = -\frac{1}{\theta} (e_b + l_b) \{ (e_a \tau_{1a} + l_a \theta_{2a}') \hat{A}_{1a} - (e_a \theta_{1a}' + l_a \tau_{2a}') \hat{A}_{2a} - (e_a \phi_{1a}' + l_a \varphi_{2a}') \delta_{1a} + (e_a \varphi_{1a}' + l_a \phi_{2a}') \delta_{2a} \}$$

$$\textcircled{13} \hat{Y}_a = -\frac{1}{\theta} \{ (A_1 e_{2a}' - A_1 \tau_{1a}) \hat{A}_{1a} + (A_1 e_{1a}' - A_2 \tau_{2a}) \hat{A}_{2a} + (A_1 \phi_{1a}' - A_2 \varphi_{2a}') \delta_{1a} - (A_1 \varphi_{1a}' - A_2 \phi_{2a}') \delta_{2a} \}$$

となる。⑬より a 国においてのみ技術進歩が行なわれる場合つぎの関係が存在することが明らかである。

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

[a] 技術進歩が非中立的の場合

$$(9) \quad \hat{T}_a = (\hat{T}_a) \hat{A}_{1a} = 0 + (\hat{T}_a) \hat{A}_{2a} = 0 \\ \delta_{1a} = 0 \quad \delta_{2a} = 0$$

[b] 技術進歩が中立的の場合

$$(10) \quad \hat{T}_a = (\hat{T}_a) \hat{A}_{1a} = 0 + (\hat{T}_a) \hat{A}_{2a} = 0 \\ \delta_{1a} = 0 \quad \delta_{2a} = 0$$

これに関連して、中立的技術進歩が輸出財産業と輸入財産業とで同率 \hat{A} で行なわれるならばそのとき(10)は、

$$(102) \quad \hat{T}_a = (\hat{T}_a) \hat{A}_{1a} = \hat{A} + (\hat{T}_a) \hat{A}_{2a} = \hat{A} \\ \delta_{1a} = 0 \quad \delta_{2a} = 0$$

となる。一方、 Y_a に関しても上の各場合に関して全く同様な関係が存在するが、それらは(100)・(101)・(102)の \hat{T}_a の代りに \hat{Y}_a を置換すればよいので更めて示す必要はないであろう。最後に、 b 国の交易条件、および実質所得の変化について付言しておく。いま、 b 国の交易条件の変化を \hat{T}_b と表せば、

$$(103) \quad \hat{T}_b = -\hat{T}_a$$

であるので前述の仮定のもとで \hat{T}_b は(103)と(9)より直ちに導かれる。一方、 \hat{Y}_b は同様な仮定のもとで、

$$(104) \quad \hat{Y}_b = \frac{1}{Q} (1 + \epsilon_a - V_a) \{ (\epsilon_a \sigma_{1a} + \omega_a \sigma_{2a}) \hat{A}_{1a} - (\epsilon_a \phi_{1a}' + \omega_a \phi_{2a}') \hat{A}_{2a} - (\epsilon_a \phi_{1a}' + \omega_a \phi_{2a}') \delta_{1a} + (\epsilon_a \phi_{1a}' + \omega_a \phi_{2a}') \delta_{2a} \}$$

となる。

注(13) 以下において示される諸弾力性係数はいずれも正として表わされている。

(14) ジョーンソンは b_a を export ratio とよび、国際収支の変化を示す index として適用する。(9)と(10)との関係は

$$[4.1] \quad B_a = P_{2m} (b_a - 1)$$

$$[4.2] \quad b_a = 1 + \frac{B_a}{P_{2m}}$$

である。

(15) [4.2] より

$$[4.3] \quad \hat{b}_a = \frac{B_a}{P_{2m}} - \frac{P_{2m} + P_{2m} B_a}{(P_{2m})^2}$$

初期におおて $P_1 = P_2 = 1$ と $B_a = 0$ と仮定されるので $\hat{b}_a = \frac{B_a}{P_{2m}}$ 或は $\hat{b}_a = \frac{B_a}{P_{2m}}$ となる。

(16) (9)とジョーンソン基本方程式との基本的相違はジョーンソン式は実質所得は外生変数であるのに対してここではそれは内生変数となっている点である。また(9)と建元[39]の貿易差額式との相違は(9)において P はジョーンソン式と同様に外生変数として取扱われるが建元式においてはそれは内生変数となっている点である。

(17) 中立的技術進歩が輸出財産業においてのみ生ずる場合は(9)に関して $\hat{A}_{2a} = 0$, $\delta_{1a} = 0$, $\delta_{2a} = 0$, 輸入財産業においてのみ生ずる場合は $\hat{A}_{1a} = 0$, $\delta_{1a} = 0$, $\delta_{2a} = 0$, として両産業で一様に生ずる場合は $\hat{A}_{1a} = \hat{A}_{2a} = \hat{A}$, $\delta_{1a} = 0$, $\delta_{2a} = 0$ とおくことによりそれぞれ(9)・(10)がえられる。(9)の場合は、

$$[4.4] \quad \hat{b}_a = - \frac{\epsilon_a + \omega_a}{Q} \{ (\epsilon_a \sigma_{1a} + \omega_a \sigma_{2a}) - (\epsilon_a \phi_{1a}' + \omega_a \phi_{2a}') \} \hat{A} \text{ であるが、(10) は } \epsilon_a (1 + \epsilon_a) \omega_a + \omega_a \epsilon_a \sigma_{2a} - \epsilon_a \phi_{1a}' \omega_a - \omega_a (1 + \epsilon_a) \kappa_{2a} \text{ であり、既述の } \epsilon_a = \kappa_{1a}, \omega_a = \omega_{2a}, \kappa_{1a} = 1 + \kappa_{2a}, \omega_{1a} = 1 + \omega_{2a} \text{ の関係を用いることにより(9)を導くことが出来る。}$$

五、技術進歩と交易条件

ここでは a 国においてのみ中立的技術進歩か非中立的技術進歩が生ずる場合そのインパクトによる同国の交易条件の変化に関して検討しよう。

[A] 中立的技術進歩の場合

技術進歩が中立であるとき a 国の交易条件の変化は(9)より

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$(105) \quad \hat{T}_a = -\frac{\varepsilon_a + \varepsilon_a'}{\rho} \Phi$$

但し、 $\Phi = (\varepsilon_a \sigma_{1a} + \varepsilon_a \theta_{2a}') \hat{A}_{1a} - (\varepsilon_a \theta_{1a}' + \varepsilon_a \sigma_{2a}') \hat{A}_{2a}$

ここで、 $\varepsilon_a \hat{A}_{2a} \neq 0$ として $\Phi = 0$ ならしめる $\frac{\hat{A}_{1a}}{\hat{A}_{2a}}$ をとしよう。但しは、

$$(106) \quad \zeta = \frac{\varepsilon_a \theta_{1a}' + \varepsilon_a \sigma_{2a}'}{\varepsilon_a \sigma_{1a} + \varepsilon_a \theta_{2a}'}$$

である。これを變形すれば

$$(107) \quad \zeta = \frac{U_{2a} \omega_{2a} (1 + \varepsilon_{1a} + \varepsilon_{2a}) + \varepsilon_{1a} (1 + U_{2a} + \omega_{2a})}{U_{2a} \omega_{2a} (1 + \varepsilon_{1a} + \varepsilon_{2a}) + (1 + \varepsilon_{1a}) (1 + U_{2a} + \omega_{2a})}$$

となるので、明らかに $0 < \zeta < 1$ である。(8) Φ に関して $\frac{\hat{A}_{1a}}{\hat{A}_{2a}} \zeta$ にしたがって $\theta \text{ NW}$ であり、そして ρ に関しては為替安定に関するマーシャル・ラーナー条件が満たされているとすれば $\rho > 0$ であるので (105) より

$$(108) \quad \hat{A}_{1a} \zeta < \hat{A}_{2a}$$

にしたがって $\hat{T}_a \text{ NW}$

(108) は a 国の交易条件の変化を示す一般的関係である。つぎにここで、技術進歩が [1] 輸出財産業においてのみ生ずる場合、[2] 輸入財産業においてのみ生ずる場合、[3] 両産業で一樣に生ずる場合を述べるならば (105) 或は (108) より、 a 国の交易条件はそれぞれ悪化・改善・悪化することになりヒックスと同様な結論が得られ、また同時にジョンソン命題の帰結と完全に整合的關係となる。

[B] 非中立的技術進歩の場合

ここでは輸出財産業か輸入財産業のいずれかにおいて労働節約的技術進歩か資本節約的技術進歩が生ずる場合に関して取

扱われる。

一、輸出財産業において非中立的技術進歩が行なわれる場合、

a 国の交易条件の変化は (8) より

$$(109) \quad \hat{T}_a = -\frac{\varepsilon_a + \varepsilon_a'}{\rho} T_1$$

但し、 $T_1 = (\varepsilon_a \sigma_{1a} + \varepsilon_a \theta_{2a}') \hat{A}_{1a} - (\varepsilon_a \theta_{1a}' + \varepsilon_a \sigma_{2a}') \delta_{1a}$
 NW

$$(110) \quad \pi_1 = \frac{\varepsilon_a \theta_{1a}' + \varepsilon_a \sigma_{2a}'}{\varepsilon_a \sigma_{1a} + \varepsilon_a \theta_{2a}'}$$

とおこう。いま $\hat{A}_{1a} \cdot \delta_{1a}$ がそれぞれ所与ならば

(III) $\delta_{1a} > 0$ の場合 $\pi_1 \text{ NW}$ $\frac{\hat{A}_{1a}}{\delta_{1a}}$ にしたがって $T_1 \text{ NW}$ であり、 $\hat{T}_a \text{ NW}$ である。 π_1 は生産関数が CES 型の場合いま $\delta_{1a} < 0$ の場合 $\pi_1 \text{ NW}$ $\frac{\hat{A}_{1a}}{\delta_{1a}}$

国名を省略して (以下同様) 示せば、

$$(112) \quad \pi_1 = \frac{O_1}{(1 + \rho_1)(1 - \delta_1)} \frac{k_2}{Q_1 k_1 - k_2} + \frac{1}{\rho_1(1 + \rho_1) \left(1 + \frac{1 - \delta_1 k_1}{\delta_1}\right)} [1 + \rho_1 + k_2 \rho_1 \left\{ \rho_1 \frac{J_1}{\delta_1} - (1 + \rho_1) \right\}]$$

但し、 $Q_1 = \varepsilon_{r1} + \varepsilon_{z1}'$, $O_1 = \varepsilon_{w1} + \varepsilon_{k2} \frac{K_1}{K_2} \cdot J_1 = \varepsilon_{w1} / Q_1$ であり、それぞれ $Q_1 > 0$, $O_1 > 0$, $0 < J_1 < 1$ である。(19)

そして生産関数がダグラス型 (21) の場合は

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$$(113) \quad \pi_1 = \frac{O_1}{(1-\delta_1)Q_1} \frac{k_2}{k_1 - k_2} - \delta_1 \log k_1 + J_1$$

かくして、 π_1 は k_2 、 δ_1 等々の値を所与とするならば k_1 の関数 $\pi_1 = \pi_1(k_2)$ とみなすことが出来るであろう。そこでいま、 k_1 の変化に対する π_1 の変化を示す曲線を π_1 曲線とよぼう。 π_1 曲線は $\pi_1 \parallel k_2$ のところでは不連続であることは明らかであるが、ここで π_1 曲線の位置、および形状に関して若干の検討を試みる。

(i) $-1 \angle \rho_1 \angle 0$ の場合

$$\pi_1(0) = -g_1 D_{10}$$

$$\text{但し } g_1 = \frac{1}{(1+\rho_1)(1-\delta_1)} \cdot D_{10} = \frac{O_1}{Q_1} + \frac{1+\rho_1}{\rho_1} \delta_1 - J_1$$

$$\pi_1(\infty) = \frac{1}{\rho_1}$$

(ii) $\rho_1 = 0$ の場合

$$\lim_{k_1 \rightarrow 0^+} \pi_1 = +\infty$$

$$\pi_1(\infty) = -\infty$$

(iii) $0 \angle \rho_1 \angle \infty$ の場合

$$\pi_1(0) = -g_1 D_{11}$$

$$\text{但し } D_{11} = \frac{O_1}{Q_1} - \frac{1+\rho_1}{\rho_1} (1-\delta_1)$$

$$\pi_1(\infty) = -g_1 D_{12}$$

$$\text{但し } D_{12} = \frac{1+\rho_1}{\rho_1} \delta_1 - J_1$$

そして上の各場合に関して

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 = 0} \pi_1 = -\infty$$

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 = \infty} \pi_1 = +\infty$$

つぎに、(112) を k_1 で偏微分すればその第一次偏微分は、

$$(114) \quad \pi_1' = -\frac{g_1 O_1}{Q_1} \frac{k_2}{(k_1 - k_2)^2} - \left(1 - \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} J_1\right) \frac{k_1^{\rho_1 - 1}}{\delta_1 \left(1 + \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1}\right)^2}$$

であり、その第二次偏微分 π_1'' は

$$(115) \quad \pi_1'' = \frac{2g_1 O_1}{Q_1} \frac{k_2}{(k_1 - k_2)^3} + \left(1 - \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} J_1\right) \frac{k_1^{\rho_1 - 2}}{\delta_1 \left(1 + \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1}\right)^3} \left\{ (1 + \rho_1) \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1} - (\rho_1 - 1) \right\}$$

となる。同様にして(113)に関してはそれぞれ

$$(116) \quad \pi_1' = -\frac{O_1}{(1-\delta_1)Q_1} \frac{k_2}{(k_1 - k_2)^2} - \delta_1 k_1^{-1}$$

$$(117) \quad \pi_1'' = \frac{2O_1}{(1-\delta_1)Q_1} \frac{k_2}{(k_1 - k_2)^3} - \delta_1 k_1^{-2}$$

がえられる。

(114) に関して、 $-1 < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} J_1 < 0$ であり、 $-1 \angle \rho_1 \angle \infty$ の場合 $\pi_1 \angle 0$ となるので π_1 曲線の勾配は負である。つぎに、(115)に
 関してその第一項を H_1 、第二項を H_2 とおくならば、まず H_1 に関して $-1 \angle \rho_1 \angle \infty$ の場合

$$(118) \quad k_1 \searrow k_2 \text{ にしたがって } H_1 \searrow 0$$

つぎに、 H_2 に関して $-1 \angle \rho_1 \angle 1$ の場合は $k_1 \searrow 0$ に対して $H_2 \searrow 0$ であるが $-1 \angle \rho_1 \angle \infty$ の場合は

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

[1] 労働節約的技術進歩の場合

第一表

k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化
	I	II			III	IV	
$k_1 < k_2$	$k_1 < k_1$		改善	$k_1 > k_2$	$k_1 < k_1$		改善
	$k_1 = k_1$		不変		$k_1 = k_1$		不変
	$k_1 > k_1$		悪化		$k_1 > k_1$		悪化
	II		悪化	IV			改善

ケースI: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 D_{10}$, $\rho_1 = 0$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 D_{11}$ の各場合

ケースII: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 D_{10}$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 D_{11}$ の各場合

ケースIII: $-1 < \rho_1 < 0$, $\rho_1 = 0$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 D_{12}$ の各場合

ケースIV: $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 D_{12}$ の各場合

[2] 資本節約的技術進歩の場合

第二表

k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化
	V	VI			VII	VIII	
$k_1 < k_2$	$k_1 < k_1$		悪化	$k_2 < k_1$	$k_1 < k_1$		悪化
	$k_1 = k_1$		不変		$k_1 = k_1$		不変
	$k_1 > k_1$		改善		$k_1 > k_1$		改善
	VI		改善	VIII			悪化

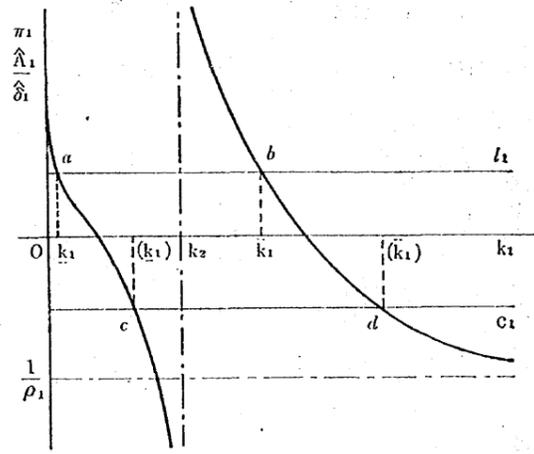
ケースV: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 D_{10}$, $\rho_1 = 0$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 D_{11}$ の各場合

ケースVI: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 D_{10}$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 D_{11}$ の各場合

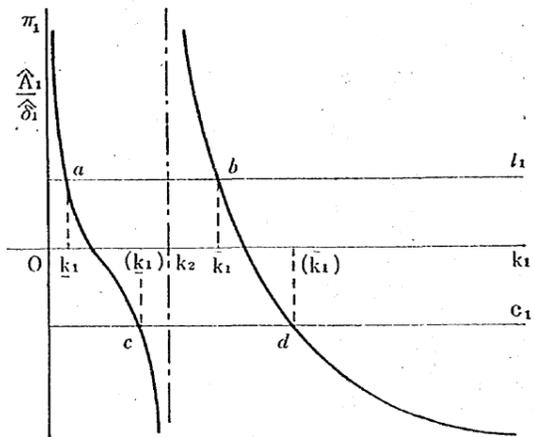
ケースVII: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > \frac{1}{\rho_1}$, $\rho_1 = 0$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 D_{12}$ の各場合

ケースVIII: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq \frac{1}{\rho_1}$, $0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 D_{12}$ の各場合

第一図



第二図



いま、縦軸に π_1 、横軸に k_1 を測るものとすれば、 $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ の場合ある時点において π_1 曲線は $D_1 > \frac{1}{\rho_1}$ の場合ある時点において π_1 曲線は $D_1 > \frac{1}{\rho_1}$ とすれば第一図のように描かれるであろう。 π_1 曲線はそこで、もし $D_1 > \frac{1}{\rho_1}$ のならば負の切片をもつことになり、また $D_1 = \frac{1}{\rho_1}$ のならば原点通過となる。

第一図に同時に $\pi_1 = \frac{\hat{A}_1}{\delta_1}$ を書き加えるならば、これは技術進歩が労働節約的であるか、資本節約的であるかによってそれぞれ直線、 C_1 直線のように与えられる。よって、労働節約的技術進歩の場合 $k_2 > k_1$ に関して π_1 曲線と直線との交点が存在するが、 $0 < k_1 < k_2$ に関しては $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 D_{10}$ ならば同様に交点が存在し、 $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 D_{11}$ ならば交点は存在しない。また資本節約的技術進歩の場合 $k_2 < k_1$ に関して $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > \frac{1}{\rho_1}$ ならば π_1 曲線と C_1 直線との交点が存在し、 $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 D_{12}$ ならば交点は存在しない。 $0 < k_1 < k_2$ に関しては上と同様である。以上、 π_1 曲線と直線か C_1 直線との交点の存否について

線は上方に凸となる。

よって $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ の場合は $k_1 > k_2$ として $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ の場合は $k_1 > k_2$ のとき $k_1 > k_2$ に関して $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ であり π_1 曲線は上方に凹である。また、 $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ の場合 $k_1 > k_2$ のとき $k_1 > k_2$ に関して $\pi_1 > \frac{1}{\rho_1}$ であり π_1 曲線は上方に凸となる。

但し $k_1^0 = \left(\frac{\rho_1 - 1}{1 + \rho_1} \frac{\delta_1}{1 - \delta_1} \right)^{\frac{1}{\rho_1}}$ かつ $k_1^0 > 0$ である。

(119) $k_1 > k_2$ したがって $H_2 > H_1$

六〇 (三三三)

述べたが、そこで交点が存在する場合以下において $0 < \delta_2 < \delta_2^*$ における π 曲線と C_1 直線との交点に対応する k_1 を k_1^* 、 $0 < \delta_2 < \delta_2^*$ におけるそれを k_1^* で表わそう。 k_1 と k_1^* は (12) の左辺を $\frac{A_1}{\delta_1}$ とおきそれに関して解くことよって導かれるであろう。

つぎに、 $\rho_2 = 0$ の場合 π 曲線は第二図のように描かれよう。

この場合、 π 曲線は $0 < k_1 < k_2$ と $k_2 < k_1 < \delta_2$ の領域において必ず C_1 直線とそれぞれ交わることになり、それらに対応する k_1 と k_1^* が存在する。これらは (13) の左辺を $\frac{A_1}{\delta_1}$ とおき、それを k_1 について解くことよって得られよう。

最後に、 $0 < \delta_2 < \delta_2^*$ の場合ここでは更めて図示されないが同様にして π 曲線を描くことが出来る⁽²⁾。この場合における π 曲線と C_1 直線との交点の存在する条件は $0 < \delta_2 < \delta_2^*$ において $\frac{A_1}{\delta_1} > g_1 D_{12}$ であり、 $k_2 < k_1 < \delta_2$ に関して $\frac{A_1}{\delta_1} > g_1 D_{12}$ である。そしてこのような条件の存在のもとでそれぞれ k_1 、 k_1^* が存在することはいうまでもない。

以上の関係に基づいて輸出財産業において非中立的技術進歩が生ずる場合における a 国の交易条件の変化を表示すれば、労働節約的技術進歩の場合は第一表、資本節約的技術進歩の場合は第二表の通りとなるであろう。

二、輸入財産業において非中立的技術進歩が行なわれる場合

この場合、 a 国の交易条件の変化は (8) より、

$$(120) \quad \hat{\Gamma}_2 = -\frac{e_2 + \epsilon_2}{\rho_2} \Gamma_2$$

$$\text{但し } \Gamma_2 = -(e_2 \delta_2' + \epsilon_2 \tau_2) \hat{A}_{22} + (e_2 \phi_{12}' + \epsilon_2 \phi_{22}') \delta_{22}$$

となる。ここで、

$$(121) \quad \pi_2 = \frac{e_2 \phi_{12}' + \epsilon_2 \phi_{22}'}{e_2 \delta_{12} + \epsilon_2 \tau_{22}}$$

とおく。また $\hat{A}_{22} \cdot \delta_{22}$ が所与とすれば

$$(122) \quad \delta_{22} > 0 \text{ の場合} \quad \pi_2 \searrow \frac{\hat{A}_{22}}{\delta_{22}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{にしたがって } \Gamma_2 \searrow 0 \text{ であり } \hat{\Gamma}_2 \searrow 0 \text{ である。} \\ \pi_2 \text{ は生産関数が CES 型の場合} \end{array} \right.$$

$$(123) \quad \pi_2 = \frac{O_2}{(1+\rho_2)(1-\delta_2)Q_2 k_2 - k_1} + \frac{k_1}{\rho_2(1+\rho_2) \left(1 + \frac{1-\delta_2 k_2}{\delta_2}\right)} \left[\frac{1}{1+\rho_2 + k_2 \delta_2} \left\{ \rho_2 \frac{J_2}{\delta_2} - (1+\rho_2) \right\} \right]$$

但し $Q_2 = e_2 \omega_1' + \epsilon_2 \tau_2$, $O_2 = e_2 \omega_1 \frac{k_2}{k_1} + \epsilon_2 k_2 \cdot J_2 = k_2 / Q_2$ であり、それぞれ $Q_2 > 0$, $O_2 > 0$, $0 < J_2 < 1$ である。

また、生産関数がコブ・ダグラス型の場合は、

$$(124) \quad \pi_2 = \frac{O_2}{(1-\delta_2)Q_2 k_1 - k_2} - \delta_2 \log k_2 + J_2$$

となる。

ところで、 π_2 は k_1 、 δ_2 等の諸量・諸パラメーターを所与とすれば k_2 の関数と見なされる。よって π_2 に関してつぎのような関係が見出されよう。

(i) $-1 < \rho_2 < 0$ の場合

$$\pi_2(0) = -g_2 D_{20}$$

$$\text{但し } g_2 = \frac{1}{(1+\rho_2)(1-\delta_2)}, \quad D_{20} = \frac{O_2}{Q_2} + \frac{1+\rho_2}{\rho_2} \delta_2 - J_2$$

$$\pi_2(\infty) = \frac{1}{\rho_2}$$

(ii) $\rho_2 = 0$ の場合

$$\lim_{k_2 \rightarrow 0^+} \pi_2 = +\infty$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

[1] 労働節約的技術進歩の場合

第三表

k_2 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_2 の相対関係	ケース		T_a の変化
	$k_2 < k_1$	I	$k_2 < \bar{k}_2$		悪化	$k_2 > k_1$	III
$k_2 = \bar{k}_2$			不変	$k_2 = \bar{k}_2$	不変		
$k_2 > \bar{k}_2$			改善	$k_2 > \bar{k}_2$	改善		
II		改善	IV		悪化		

ケースI: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} < -g_2 D_{20}$, $\rho_2 = 0$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} < -g_2 D_{21}$ の各場合

ケースII: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \geq -g_2 D_{20}$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \geq -g_2 D_{22}$ の各場合

ケースIII: $-1 < \rho_2 < 0$, $\rho_2 = 0$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} > -g_2 D_{22}$ の各場合

ケースIV: $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \leq -g_2 D_{22}$ の場合

[2] 資本節約的技術進歩の場合

第四表

k_2 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_2 の相対関係	ケース		T_a の変化
	$k_2 < k_1$	V	$k_2 < \bar{k}_2$		改善	$k_2 > k_1$	VII
$k_2 = \bar{k}_2$			不変	$k_2 = \bar{k}_2$	不変		
$k_2 > \bar{k}_2$			悪化	$k_2 > \bar{k}_2$	悪化		
VI		悪化	VIII		改善		

ケースV: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} < -g_2 D_{20}$, $\rho_2 = 0$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} < -g_2 D_{21}$ の各場合

ケースVI: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \geq -g_2 D_{20}$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \geq -g_2 D_{21}$ の各場合

ケースVII: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} > \frac{1}{\rho_2}$, $\rho_2 = 0$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} > -g_2 D_{22}$ の各場合

ケースVIII: $-1 < \rho_2 < 0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \leq \frac{1}{\rho_2}$, $0 < \rho_2 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\delta_2} \leq -g_2 D_{22}$ の各場合

(iii) $0 < \rho_2 < \infty$ の場合

$$\pi_2(\infty) = -\infty$$

$$\pi_2(0) = -g_2 D_{21}$$

$$\text{但し } D_{21} = \frac{Q_2}{\rho_2} - \frac{1 + \rho_2}{\rho_2} (1 - \delta_2)$$

$$\pi_2(\infty) = -g_2 D_{22}$$

$$\text{但し } D_{22} = \frac{1 + \rho_2}{\rho_2} \delta_2 - J_2$$

そして、上の各場合に関して

$$\lim_{k_2 \rightarrow k_1 - 0} \pi_2 = -\infty$$

$$\lim_{k_2 \rightarrow k_1 + 0} \pi_2 = +\infty$$

ここで、 k_2 の変化に対応する π_2 の変化を示す曲線を π_2 曲線と呼ぶならば、 π_2 曲線は π_1 曲線と全く同様な形状をもつことは明らかである。よって π_2 曲線に関してここで更めて説明されないが、前と同様にして π_2 曲線が l_2 直線か C_2 直線(既述の l_1 直線、 C_1 直線と同様にして描きうる)と交わる場合、それぞれの交点に対応する k_2 に関して $0 < k_2 < \bar{k}_2$ における k_2 を k_2 、 $\bar{k}_2 < k_2 < \infty$ におけるそれを \bar{k}_2 と表わそう。以上の関係を適用すれば、輸入財産業において非中立的技術進歩が生ずる場合における a 国の交易条件の変化は技術進歩が労働節約的の場合は第三表、それが資本節約的の場合は第四表のように示されうるのであろう。

注(18) (107)は(93)に関して注(7)で述べられた関係を同様に適用することによって導かれる。

(19) J_1 を書き改めれば、

$$[5.1] J_1 = \frac{e \omega_1}{e(1+e_1)\omega_1 + e_2 k_2} = \frac{1}{1 + e_1 + e_2 \frac{k_2}{e \omega_1}}$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

よって、 $0 < \Delta J_1 \Delta_1$ となる。

(20) $0 < \Delta J_1 \Delta_1$ であるので、 $D_1 = 1 - \frac{\sigma_1}{1 + \sigma_1} J_1$ とおけば、 $1 < \Delta_8 \Delta_0$ のとき $D_1 \Delta_1 > 0 < \Delta_8 \Delta_0$ のとき $D_1 \Delta_1 > 0 < \Delta_8 \Delta_0$ となる。

(21) 第三節で述べられた関係より技術進歩が労働節約的であるか、資本節約的であるかはそれぞれ $\sigma_1 > 0$, $\sigma_1 < 0$ に対応し、また $\Delta_1 > 0$ であるので、 σ_1, Δ_1 がそれぞれ所与とすれば、労働節約的技術進歩の場合 Δ_1 は直線、資本節約的技術進歩の場合それは C_1 直線のよりに与えられるであろう。

(22) $0 < \Delta_8 \Delta_1$ の場合 σ_1 曲線の形状は第一図の場合と同様である。しかしその位置関係として $1 < \Delta_8 \Delta_0$ の場合 σ_1 曲線は $\sigma_1 \downarrow 0$ のとき $\frac{1}{\sigma_1} (\Delta_1 \Delta_0)$ に近づくが、 $0 < \Delta_8 \Delta_0$ の場合は $1 - \sigma_1 D_1$ に近づく。これは $D_1 > 0$, $D_1 = 0$, $D_1 < 0$ にしたがってそれぞれ正、0、負の値をとる。 $1 < \Delta_8 \Delta_0$ の場合、その曲線の形状は既に述べられた通りである。

六、実質所得の変化

前節において技術進歩による交易条件の変化に関して考察したが、ここではそれに随伴する実質所得の変化について検討を試みる。

[A] 中立的技術進歩の場合

技術進歩が中立的であるとき a 国の実質所得の変化は (99) より

$$(125) \quad \hat{Y}_{ra} = -\frac{1}{\sigma} \psi$$

但し $\psi = (A_2 \phi_{2a}' - A_1 \tau_{1a}) \hat{A}_{1a} - (A_2 \tau_{2a} - A_1 \phi_{1a}') \hat{A}_{2a}$

σ は $M_1 \neq 0$ とし

$$(126) \quad \mu = \frac{M_2}{M_1}$$

とおく。但し $M_1 = A_2 \phi_{2a}' - A_1 \tau_{1a}$, $M_2 = A_2 \tau_{2a} - A_1 \phi_{1a}'$, $M_1 < M_2$ であるとき $M_1 > 0$ 且 $M_2 > 0$, $M_1 < 0$ 且 $M_2 < 0$, $M_1 < 0$ 且 $M_2 = 0$, $M_1 < 0$ 且 $M_2 > 0$ の四つの場合が存在する。これらをその順序にしたがってそれぞれケース I、ケース II、ケース III、ケース IV、とすれば a 国の実質所得の変化は第五表のごとく示されるであろう。⁽²³⁾

つぎに、ここで若干の特殊なケースに関して述べよう。いま、技術進歩が輸出財産業においてのみ生ずる場合、輸入財産業においてのみ生ずる場合、両産業で一様に生ずる場合をそれぞれケース 1、ケース 2、ケース 3 とすれば第六表の結果をうる。

第五表

ケース	μ	Y_{ra} の変化
I	$\mu > 1$	$\hat{A}_{1a} \cong \mu \hat{A}_{2a} \rightarrow \hat{Y}_{ra} \cong 0$
II	$0 < \mu < 1$	$\hat{A}_{1a} \cong \mu \hat{A}_{2a} \rightarrow \hat{Y}_{ra} \cong 0$
III	$\mu = 0$	$\hat{A}_{1a} \Rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$
IV	$\mu < 0$	$\hat{A}_{1a} > 0$ 或 $\hat{A}_{2a} > 0 \Rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$

第六表

ケース	技術進歩率	Y_{ra} の変化
1	$\hat{A}_{1a} > 0, \hat{A}_{2a} = 0$	$M_1 \cong 0 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \cong 0$
2	$\hat{A}_{2a} > 0, \hat{A}_{1a} = 0$	$M_2 \cong 0 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \cong 0$
3	$\hat{A}_{1a} = \hat{A}_{2a} = \hat{A}$	$\hat{Y}_{ra} > 0$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

よって、(108)と第五表のケース I、第六表のケース 1 より、 $M_1 > 0$ (且 $\mu > 1$) であり $\hat{A}_{1a} > \mu \hat{A}_{2a}$ の場合と輸出財産業で技術進歩が生ずる場合、 a 国の交易条件は悪化し、実質所得も低下するので成長の利益は自国に帰属しない。これらの場合においてバグワートイ [5]・[6] によって指摘された窮乏化成長となる。

[B] 非中立的技術進歩の場合

ここでは輸出財産業における場合だけをとり上げよう。(99)より

$$(127) \quad \hat{Y}_{ra} = -\frac{1}{\sigma} \gamma_1$$

但し $\gamma_1 = (A_2 \phi_{2a}' - A_1 \tau_{1a}) \hat{A}_{1a} - (A_2 \phi_{2a}' - A_1 \phi_{1a}') \delta_{1a}$

σ は $M_1 \neq 0$ と仮定して

$$(128) \quad \sigma_1 = \frac{A_2 \phi_{2a}' - A_1 \phi_{1a}'}{A_2 \phi_{2a}' - A_1 \tau_{1a}}$$

とおく。 σ_1 は生産関数が CES 型の場合は

$$(129) \quad x_1 = \frac{g_1 N_1 k_2}{M_1 (k_1 - k_2)} + \frac{1}{\rho_1 (1 + \rho_1) \left(1 + \frac{1 - \delta_1 k_1 \rho_1}{\delta_2}\right)} \left[(1 + \rho_1) - k_1 \rho_1 \left\{ (1 + \rho_1) + \rho_1 \frac{G_1}{\delta_1} \right\} \right]$$

但し、 $N_1 = k_2 A_2 \frac{K_1}{K_2} - \omega_1 A_1$, $G_1 = \frac{\omega_1 A_1}{M_1}$

そしてまた、生産関数がダグラス型の場合は、

$$(130) \quad x_1 = \frac{N_1 k_2}{(1 - \delta_1) M_1 (k_1 - k_2)} - \delta_1 \log k_1 - G_1$$

となる。

よって

[1] $\delta_1 > 0$ の場合

$$(131) \quad \left. \begin{aligned} M_1 > 0 \text{ のとき } & \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \frac{M}{N} x_1 \\ M_1 < 0 \text{ のとき } & \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \frac{M}{N} x_1 \end{aligned} \right\} \text{としたがって、}$$

$\gamma_1 \dot{M} > 0$ であり $\dot{A}_1 \dot{M} > 0$

である。

[2] $\delta_1 < 0$ の場合

$$(132) \quad \left. \begin{aligned} M_1 > 0 \text{ のとき } & \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \frac{M}{N} x_1 \\ M_1 < 0 \text{ のとき } & \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \frac{M}{N} x_1 \end{aligned} \right\} \text{にしたがって、}$$

$\gamma_1 \dot{M} > 0$ であり $\dot{A}_1 \dot{M} > 0$

である。

かくして、 ω は ρ_1 の場合と同様にして k_1 の関数 $x_1 = x_1(k_1)$ とみなすことが出来るが、いま k_1 の変化に対応する ω の変化を示す曲線を ω 曲線とよび、 ω 曲線に関して若干の検討を試みることにしよう。

(i) $-1 < \rho_1 < 0$ の場合

$$x_1(0) = -g_1 C_{10}$$

但し、 $C_{10} = \frac{N_1}{M_1} + G_1 + \frac{1 + \rho_1}{\rho_1} \delta_1$

$$x_1(\infty) = \frac{1}{\rho_1}$$

(ii) $\rho_1 = 0$ の場合

$$\lim_{k_1 \rightarrow 0^+} x_1 = +\infty$$

$$x_1(\infty) = -\infty$$

(iii) $0 < \rho_1 < \infty$ の場合

$$x_1(0) = -g_1 C_{11}$$

但し、 $C_{11} = \frac{N_1}{M_1} - \frac{1 + \rho_1}{\rho_1} (1 - \delta_1)$

$$x_1(\infty) = -g_1 C_{12}$$

但し、 $C_{12} = \frac{1 + \rho_1}{\rho_1} \delta_1 + G_1$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

そして、上の各場合に関して、

M_1 と N_1 が同符号 ($M_1 > 0$ 且 $N_1 > 0$ 或 $M_1 < 0$ 且 $N_1 < 0$) のとき

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 \rightarrow 0} \alpha_1 = -\infty$$

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 \rightarrow 0} \alpha_1 = +\infty$$

M_1 と N_1 が異符号 ($M_1 > 0$ 且 $N_1 < 0$ 或 $M_1 < 0$ 且 $N_1 > 0$) のとき

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 \rightarrow 0} \alpha_1 = +\infty$$

$$\lim_{k_1 \rightarrow k_2 \rightarrow 0} \alpha_1 = -\infty$$

である。

つぎに(129)を k_1 に関して偏微分すればその第一次偏微分 α_1 は、

$$(133) \quad \alpha_1' = -\frac{g_1 N_1 k_2}{M_1 (k_1 - k_2)^2} - \left(1 + \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} G_1\right) \frac{k_1^{\rho_1 - 1}}{\delta_1 \left(1 + \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1}\right)^2}$$

となり、その第二次偏微分 α_1'' は

$$(134) \quad \alpha_1'' = \frac{2g_1 N_1 k_2}{M_1 (k_1 - k_2)^3} + \left(1 + \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} G_1\right) \frac{k_1^{\rho_1 - 2} \left\{ (1 + \rho_1) \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1} - (\rho_1 - 1) \right\}}{\delta_1 \left(1 + \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1}\right)^3}$$

となる。同様にして(130)に関してはそれぞれ

$$(135) \quad \alpha_1' = -\frac{N_1 k_2}{(1 - \delta_1) M_1 (k_1 - k_2)^2} - \delta_1 k_1^{-1}$$

$$(136) \quad \alpha_1'' = \frac{2N_1 k_2}{(1 - \delta_1) M_1 (k_1 - k_2)^3} + \delta_1 k_1^{-2}$$

がえられる。

ここで $F_1 = 1 + \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} G_1$ をおけば、 α_1 に関して

$$(137) \quad \left. \begin{aligned} F_1 > 0 \text{ のとき} & \quad -\frac{g_1 \delta_1 N_1 k_2}{M_1 F_1} \approx k_1 \\ F_1 < 0 \text{ のとき} & \quad -\frac{g_1 \delta_1 N_1 k_2}{M_1 F_1} \approx k_1 \end{aligned} \right\} \text{にしたがって}$$

$$\alpha_1' \approx 0$$

$$\text{但し、} k_1 = \frac{k_1^{\rho_1 - 1} (k_1 - k_2)^2}{\left(1 + \frac{1 - \delta_1}{\delta_1} k_1^{\rho_1}\right)^2} \text{ であり、} k_1 \approx 0$$

k_1 は k_1 の関数 $k_1 = k_1(k_2)$ であるので以下のような関係が容易に見出されよう。

(i) $1 \nabla \rho_1 \nabla 1$ の場合

$$k_1(0) = +\infty$$

$$k_1(\infty) = +\infty$$

(ii) $\rho_1 = 1$ の場合

$$k_1(0) = k_2^2$$

$$k_1(\infty) = \left(\frac{\delta_1}{1 - \delta_1}\right)^2$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

(iii) $I \wedge \rho_1 \wedge 8$ の場合

$$h_1(0) = 0$$

$$h_1(\infty) = 0$$

そして上の各場合に関して

$$h_1(k_2) = 0$$

となる。つきに、 h_1 を h_1 に関して偏微分すれば、その第一次偏微分 h_1' は、

$$(138) \quad h_1' = (k_1 - k_2) k_2 \rho_1^{-2} [(1 + \rho_1) k_1 + (1 - \rho_1) k_2 + \frac{1 - \rho_1}{\rho_1} k_1 \rho_1 ((1 - \rho_1) k_1 + (1 + \rho_1) k_2)] / \left(1 + \frac{1 - \rho_1}{\rho_1} k_1 \rho_1\right)^3$$

となる。

(138) より、 $I \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合

$$(139) \quad k_1 \vee k_2 \text{ にしたがって } I_1 \vee 0$$

よって、 $I \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合 $k_1 \wedge k_2$ に関して負であり、 $k_1 \vee k_2$ に関して正の勾配をもつ h_1 曲線が存在する。上述の関係より $I \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合において $I_1 \vee 0$ で M_1 と N_1 が異符号の場合、 $I \wedge \rho_1 \wedge 0$ の場合において $I_1 \wedge 0$ で M_1 と N_1 が正の場合、そして $0 \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合において $I_1 \wedge 0$ で M_1 と N_1 が負の場合、すなわち $-\frac{g_1 \rho_1 N_1 k_2}{M_1 F_1} \vee 0$ の場合 $\rho_1 = 0$ ならしめる h_1 が $0 \wedge k_1 \wedge k_2$ と $k_2 \wedge k_1 \wedge 8$ に関して必ず存在する。以下においてこのような h_1 をそれぞれ k_1^* , k_2^* で表わすことにする。 $\rho_1 = 1$ の場合は上述の $I \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合に対してそこで更に $0 \wedge -\frac{g_1 \rho_1 N_1 k_2}{M_1 F_1} \vee k_2^*$, $0 \wedge -\frac{g_1 \rho_1 N_1 k_2}{M_1 F_1} \vee \left(\frac{\rho_1}{1 - \rho_1}\right)^2$ なる関係が存在する場合それぞれ k_1^* , k_2^* が存在する。

つきに(134)に関してその第一項を I_1 、第二項を I_2 とすれば、まず I_1 に関して $I \wedge \rho_1 \wedge 8$ の場合、

M_1 と N_1 が同符号のとき

$$(140) \quad k_1 \vee k_2 \text{ にしたがって } I_1 \vee 0$$

M_1 と N_1 が異符号のとき

$$(141) \quad k_1 \vee k_2 \text{ にしたがって } I_1 \vee 0$$

つきに I_2 に関して、

$$(i) \quad I \wedge \rho_1 \wedge 0, 0 \wedge \rho_1 \wedge I \text{ の場合}$$

$$(142) \quad F_1 \vee 0 \text{ にしたがって } I_2 \vee 0$$

$$(ii) \quad I \wedge \rho_1 \wedge 8 \text{ の場合}$$

$$F_1 \vee 0 \text{ のとき}$$

$$(143) \quad k_1 \vee k_2 \text{ にしたがって } I_2 \vee 0$$

$$F_1 \vee 0 \text{ のとき}$$

$$(144) \quad k_1 \vee k_2 \text{ にしたがって } I_2 \vee 0$$

そして $\rho_1 = 0$ の場合においては $I_2 \vee 0$ である。

よって、 M_1 と N_1 が同符号のとき、 $I_1 \vee 0$ で $I \wedge \rho_1 \wedge 0$ か $0 \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合と $I \wedge \rho_1 \wedge 8$ で $k_1 \wedge k_2$ の場合および $\rho_1 = 0$ の場合における曲線は $k_1 \vee k_2$ に関して上方に凹である。そこで $I \wedge \rho_1 \wedge 8$ で $k_1 \vee k_2$ の場合、 h_1 曲線は $k_1 \wedge k_2$ に関して上方に凸である。また、 M_1 と N_1 が正であり $I_1 \wedge 0$ で $I \wedge \rho_1 \wedge 0$ の場合と M_1 と N_1 が負であり同様に $I_1 \wedge 0$ で $0 \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合、 h_1 曲線は $k_1 \wedge k_2$ に関して上方に凸である。一方、 M_1 と N_1 が異符号のとき、 $F_1 \vee 0$ で $I \wedge \rho_1 \wedge 0$ か $0 \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合、および $\rho_1 = 0$ の場合における曲線は $k_1 \wedge k_2$ に関して上方に凹である。そこで、 $F_1 \wedge 0$ であり $M_1 \vee 0$ で $I \wedge \rho_1 \wedge 0$ の場合か $M_1 \wedge 0$ で $0 \wedge \rho_1 \wedge I$ の場合と $I \wedge \rho_1 \wedge 8$ で $k_1 \vee k_2$ の場合における曲線は $k_1 \vee k_2$ に関して上方に凸となる。また、

第九表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1 < k_2$	IV.1	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$	$k^2 < k_1$	IV.3	$\hat{Y}_{ra} < 0$
	IV.2	$\hat{Y}_{ra} > 0$		IV.4	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$

ケース IV.1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{11}$

ケース IV.3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq \frac{1}{\rho_1}$

ケース IV.2: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{11}$

ケース IV.4: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > \frac{1}{\rho_1}$

第十表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化		
$k_1 < k_2$	V.1	$M_1 > 0$	$k_2 < k_1$	V.4	$M_1 > 0$	$\hat{Y}_{ra} < 0$	
		$M_1 < 0$		$\hat{Y}_{ra} < 0$			
	V.2	$M_1 > 0$		$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$	V.5	$M_1 < 0$	$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$
				$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$			$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$
		$M_1 < 0$		$k_1^{++} < k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$	V.6	$M_1 < 0$	$\hat{Y}_{ra} > 0$
				$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$			
				$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$			
				$k_1^{++} < k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$			
	V.3	$M_1 > 0$		$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$			
		$M_1 < 0$		$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$			

ケース V.1: $-1 < \rho_1 < 0, \rho_1 = 0, 0 < \rho_1 < 1$ に関して $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq x_1(k_1^*)$

ケース V.2: $-1 < \rho_1 < 0$ で $x_1(k_1^*) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{10}, \rho_1 = 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > x_1(k_1^*), 0 < \rho_1 < 1$ で

$x_1(k_1^*) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{11}$

ケース V.3: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{10}, 0 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{11}$

ケース V.4: $-1 < \rho_1 < 1$

ケース V.5: $-1 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^{**})$

ケース V.6: $-1 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq x_1(k_1^{**})$

但し, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^*), \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^{**})$ の場合, $k_1 = k_1^*, k_1 = k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra} = 0$

第七表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	
$k_1 < k_2$	I.1	$M_1 > 0$	$k_2 < k_1$	I.3	$M_1 > 0$	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
		$M_1 < 0$			$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$	
	I.2	$M_1 > 0$		$\hat{Y}_{ra} < 0$		
		$M_1 < 0$		$\hat{Y}_{ra} > 0$		

ケース I.1: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{10}, \rho_1 = 0, 0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{11}$

ケース I.2: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{10}, 0 < \rho_1 < \infty$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{11}$

ケース I.3: $-1 < \rho_1 < \infty$

第八表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1 < k_2$	II.1	$\hat{Y}_{ra} < 0$	$k^2 < k_1$	II.2	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
	III.1	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$		III.4	$\hat{Y}_{ra} < 0$
	III.2	$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$		III.5	$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
		$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$			$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$
		$k_1^{++} < k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$			$k_1^{++} < k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$
	III.3	$\hat{Y}_{ra} > 0$		III.6	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$

ケース III.1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 C_{11}$

ケース III.4: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq x_1(k_1^{**})$

ケース III.2: $-g_1 C_{11} < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^*)$

ケース III.5: $x_1(k_1^{**}) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{12}$

ケース III.3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq x_1(k_1^*)$

ケース III.6: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{12}$

ただし, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^*), \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^{**})$ のとき, $k_1 = k_1^*, k_1 = k_1^{**}$ の点では, それぞれ $\hat{Y}_{ra} = 0$

て、前と同様にして C_1 曲線と k_1 直線が C_1 直線との交わりについて検討することが出来るよう。

以上において M_1 と N_1 が同符号で F_1 がそれぞれ正か負か 0 をとる場合に関して取扱ったが、 M_1 と N_1 が異符号の場合に於いても全く同様にして取扱うことが可能である。この場合における図解の説明は更めて繰返す必要はないであろう。

そこでつぎに、以上の関係に基づいて輸出財産においてのみ非中立的技術進歩が生ずる場合における a 国の実質所得の変化につい

第十五表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_2 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1 < k_2$	VI. 1	$M_1 > 0$ $k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$	$k_2 < k_1$	VI. 5	$M_1 > 0$ $\hat{Y}_{ra} > 0$
		$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$		VI. 5	$M_1 < 0$ $\hat{Y}_{ra} < 0$
	VI. 2	$M_1 > 0$ $k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$			$k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
		$k_1^{++} \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$		VI. 6	$M_1 > 0$ $k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra} < 0$
	VI. 3	$M_1 > 0$ $\hat{Y}_{ra} < 0$			$k_1^{++} \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
	VI. 4	$M_1 < 0$ $\hat{Y}_{ra} > 0$		VI. 6	$M_1 < 0$ $k_1 \leq k_1^+ \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
					$k_1^+ < k_1 < k_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra} > 0$
			VI. 7	$M_1 > 0$ $k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$	
				$M_1 < 0$ $k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$	

ケース VI. 1: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{10}$, $0 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{11}$
 ケース VI. 2: $-1 < \rho_1 < 0$ で $x_1(k_1^*) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{10}$, $0 < \rho_1 < 1$ で $x_1(k_1^*) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{11}$
 ケース VI. 3: $-1 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq x_1(k_1^*)$
 ケース VI. 4: $-1 < \rho_1 < 1$
 ケース VI. 5: $-1 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq x_1(k_1^{**})$
 ケース VI. 6: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{1}{\rho_1} < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^{**})$, $\rho_1 = 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^{**})$
 $0 < \rho_1 < 1$ で $-g_1 C_{12} < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^{**})$
 ケース VI. 7: $-1 < \rho_1 < 0$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq \frac{1}{\rho_1}$, $0 < \rho_1 < 1$ で $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 C_{12}$
 但し, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^*)$, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^{**})$ の $k_1 = k_1^*$, $k_1 = k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra} = 0$

第十六表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_2 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1 < k_2$	VII. 1	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$	$k_2 < k_1$	VII. 3	$\hat{Y}_{ra} > 0$
	VII. 2	$\hat{Y}_{ra} < 0$		VII. 4	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
	VIII. 1	$\hat{Y}_{ra} > 0$		VIII. 1	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$

ケース VII. 1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > -g_1 C_{10}$
 ケース VII. 2: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 C_{10}$
 ケース VII. 3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq \frac{1}{\rho_1}$
 ケース VII. 4: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < \frac{1}{\rho_1}$

(第十三表のつづき)

ケース II. 1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq x_1(k_1^*)$
 ケース II. 2: $-g_1 C_{10} < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^*)$
 ケース II. 3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 C_{10}$
 ケース III. 1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq x_1(k_1^*)$
 ケース III. 2: $-g_1 C_{11} < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < x_1(k_1^*)$
 ケース III. 3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq -g_1 C_{11}$
 ケース II. 4: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq \frac{1}{\rho_1}$
 ケース II. 5: $x_1(k_1^{**}) < \frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < \frac{1}{\rho_1}$
 ケース II. 6: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq x_1(k_1^{**})$
 但し, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^*)$, $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} = x_1(k_1^{**})$ の $k_1 = k_1^*$, $k_1 = k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra} = 0$

第十四表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_2 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1 < k_2$	IV. 1	$\hat{Y}_{ra} > 0$	$k_2 < k_1$	IV. 3	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
	IV. 2	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$		IV. 4	$\hat{Y}_{ra} < 0$
	V. 1	$\hat{Y}_{ra} < 0$		V. 3	$\hat{Y}_{ra} > 0$
	V. 2	$k_1 \leq k_1 \rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$			

ケース IV. 1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{10}$
 ケース IV. 2: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{10}$
 ケース V. 1: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \geq -g_1 C_{11}$
 ケース V. 2: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} < -g_1 C_{11}$
 ケース IV. 3: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} > \frac{1}{\rho_1}$
 ケース IV. 4: $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1} \leq \frac{1}{\rho_1}$

号の場合
 (i) $\nabla \circ$ のとき (第十五表)
 (ii) $\nabla \circ$ のとき
 (iii) $\nabla \circ$ のとき
 この場合は第十六表と全く同じ結果となる。
 以上、輸出財産業において非中立的技術進歩が存在する場合における a 国の実質所得の変化に関して述べたが、全く同様にして輸入財産業に関する結果も示すことが出来る。

注(23) 表において↓印は「にしたがって」、⇓印は「ならば」を表わす。以下においても同様である。

(24) ρ_{II} の場合は既述の条件が充たされる場合、 $\bigcirc \wedge \bigcirc \wedge \bigcirc$ の場合と同様になる。 $\bigcirc \vee \bigcirc$ の場合は $\frac{1}{M.F.} \frac{dN_{Ia}}{N_{Ia}}$ と交わる保証は存在しない。

七、結 語

以上において消費需要と生産に関するそれぞれ具体的であり一般的である需要関数、生産関数を基礎として二国二財に関する不完全特化モデルが構成され、そこで一国においてのみ技術進歩が生ずる場合、その国の交易条件、貿易差額、実質所得がいかなる影響をうけるかについて総括的な考察が行なわれた。

そしてそこでヒックス命題が増増費用の生産条件のもとで中立的技術進歩の場合同様にして成立することが確認され、さらに同時にそれがジョンソン命題の帰結と整合的であるという関係が見出された。そしてまた、フィンドレー・グルーバート命題に関してはその拡充がなされた。

本稿における分析がこれ迄における分析に対してもつ特長は具体的な行動関数、技術関数による接近という点以外につきのような点があげられるであろう。(1)ドル不足問題と技術進歩との関係を貿易差額と交易条件のいずれの側面からも扱一的に分析出来る可能性が提示された。(2)技術進歩による交易条件の変化、およびそれに伴う実質所得の変化に関してより立入った分析がなされた。(3)伝統的な幾何学的分析との整合的な対応関係のもとで分析がなされた。(4)この分析の過程において導かれる輸入需要関数、輸出供給関数が不完全特化モデルにおいていかなる形態をとるかが明らかにされている。

上述のようにドル不足問題に関しては交易条件、貿易差額のいずれの面からもこのモデルにおいては接近可能であるが、ここでは伝統的な仕方にしたがって主として交易条件の面から検討を加えた。そしてまた、ここではその起因を技術進歩のみに限定したが、要素成長による場合についても(8)、(9)を適用すれば容易に分析することが出来る。

参 考 文 献

- [1] 天野明弘、『貿易と成長の理論』有斐閣 一九六四年。
- [2] Arrow, K., H. B. Chenery, B. Minhas and R. M. Solow, "Capital Labor Substitution and Economic Efficiency", R. E. Stat., Vol. 43, Aug. 1961.
- [3] Asimakopulos, A., A Note on Productivity Changes and Terms of Trade", O. E. P., Vol. 9, June, 1957.
- [4] Balogh, T., "The Dollar Crisis Revisited", O.E.P., Vol. 6, Sep. 1954.
- [5] Bhagwati, J., "Immiserizing Growth: A Geometric Note", R. E. Stud., Vol. 25, June, 1958.
- [6] Bhagwati, J., "International Trade and Economic Expansion", A. E. R. Vol. 48, Dec. 1958.
- [7] Bhagwati, J., "The Pure Theory of International Trade", E. J., Vol. 74, March, 1964.
- [8] Black, J., "Economic Expansion and International Trade: A Marshallian Approach", R. E. Stud., Vol. 23, June, 1956.
- [9] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 1: The Classical Theory", Econometrica, Vol. 33, July 1965.
- [10] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 2: The Neoclassical Theory", Econometrica, Vol. 33, Oct. 1965.
- [11] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 3: The Modern Theory", Econometrica Vol. 34, Jan. 1966.
- [12] Corden, W. M., "Economic Expansion and International Trade: A Geometric Approach" O. E. P., Vol. 8, June, 1956.
- [13] Dornar, E., "On the Measurement of Technological Change", E. J., Vol. 71, Dec. 1961.
- [14] Findlay, R. E. and H. Grubert, "Factor Intensities, Technological Progress and the Terms of Trade", O. E. P., Vol. 11, Feb. 1959.
- [15] Harrod, R. F., International Economics, James Nisbet, 1959. (藤井茂訳、『国際経済学』、実業の日本社、1958)
- [16] Hicks, J. R., Value and Capital, 2nd ed., Oxford, 1946. (安井琢麿、熊谷尚夫訳、『価値と資本』、岩波書店、1957)
- [17] Hicks, J. R., Essays in the World Economics, Clarendon Press, 1959. (大谷泰彦訳、『世界経済論』、岩波書店、1964)

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

- [81] Hicks, J. R., *The Theory of Wages*, Macmillan, 2nd ed. 1963. (内田忠寿訳『賃銀の理論』東洋経済新報社、1952)
- [82] Hodgera, Z., "Unbiased Productivity Growth and Increasing Costs," *O. E. P.*, Vol. 15, Nov. 1963.
- [83] Johnson, H. G., "Economic Expansion and International Trade", *Manchester School of Economics and Social Studies*, Vol. 23, May, 1955.
- [84] Johnson, H. G., "International Trade and Economic Growth: Studies in Pure Theory, Allen & Unwin, 1958. (柴田裕訳『外貿易と経済成長』弘文堂、1960)
- [85] Johnson, H. G., *Money, Trade and Economic Growth*. Survey Lectures in Economic Theory, Allen & Unwin, 1962. (村上敦訳『貨幣・貿易・経済成長』タトキヤクン社、1964)
- [86] Kemp, M. C., "Technological Change, the Terms of Trade and Welfare." *E. J.*, Vol. 65, Sep. 1955.
- [87] Kemp, M. C., *The Pure Theory of International Economics*, Prentice-Hall, 2nd ed. 1964.
- [88] Kindleberger C. P., *The Dollar Shortage*, John Wiley, 1950.
- [89] 小島清『交易条件』勁草書房、一九五六年。
- [90] 小島清編『論争・経済成長と日本経済』弘文堂、一九六〇年。
- [91] 小山満男『国際経済理論』千倉書房、一九六四年。
- [92] Letische, J. M., *Balance of Payments and Economic Growth*, Harper and Brothers, 1959.
- [93] MacDougall, D., "A Lecture on the Dollar Problem," *Economica*, Vol. 21, Aug. 1954.
- [94] MacDougall, D., *The World Dollar Problem*, MacMillan, 1957.
- [95] Meade, J. E., *A Geometry of International Trade*, Allen & Unwin, 1952.
- [96] Mishan, E. J., "The Long Run Dollar Problem: A Comment", *O. E. P.*, Vol. 7, June, 1955.
- [97] Rybczynski, T. M., "Factor Endowment and Relative Commodity Prices", *Economica*, Vol. 22, Nov. 1955.
- [98] Seton, F., "Productivity, Trade Balance and International Structure", *E. J.*, Vol. 66, Dec. 1956.
- [99] 篠原三代平『日本経済の長期動態と貿易理論』『不足と日本貿易』国際経済学会編、一九五五年。
- [100] Slutsky, E., "Sulla teoria del bilancio del consumatore", *Giornale degli Economisti*, July, 1915. (On the Theory of the Budget of Consumer, translated by Olga Ragusa, Readings in Price Theory. 1952)

- [38] 高山成『国際経済学』東洋経済新報社、一九六三年。
- [39] Tatamoto, M., "Productivity Growth and Trade Balance", *Osaka Economic Papers*, Sep. 1957.
- [40] Tsiang, S. C., "A Model of Economic Growth in Rostovian Stages", *Econometrica*, Vol. 32, Oct. 1964.
- [41] Uzawa, H., "Neutral Invention and Stability of Growth Equilibrium," *R. E. Stud.* Vol. 31, Feb. 1961.
- [42] Uzawa, H., and T. Watanabe, "A Note on the Classification of Technical Invention," *理論経済学* Sep. 1961.

附記 執筆者英国留学中のため、この稿の校正は原文にそって当委員会が行なった。——三田学会雑誌編集委員会