Title	技術進歩，貿易差額，交易条件，実質所得
Sub Title	Technical progress, trade balance, terms of trade and real income
Author	高橋, 房二
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1968
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.61, No.3 (1968. 3) ,p.284(22)- 347(85)
JaLC DOI	10.14991/001.19680301-0022
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19680301-0022

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

高橋房二

一、序

長期ドル不足問題に関するヒックス[17]の提言以来、技術進歩による商品交易条件（以下単に交易条件と呼ぶ）の変化に関するヒックス命題の理論的妥当性をめぐる論争が展開され、そしてそれに伴ってヒックス理論の拡充深化がなされた。

この経緯において生産条件が不変費用というヒックスモデルの限定的性格が反省され、ミシャン[33]等によって逓増費用の生産条件が導入されて以後、このような一般的で現実的な生産条件のもとで二国二財に関する不完全特化モデルが構成されヒックス命題の再検討がなされた。また、ヒックスにおいて看過された超偏向性の存在がジョンソン[20, 21]によって指摘され、ジョンソンとコーデン[12]はリプチンスキー[34]の定理を適用することによって技術進歩・要素成長による経済成長のインパクトが交易条件に及ぼす効果を分析し、それぞれ命題を提起した。その中でジョンソン命題は中立的技術進歩の場合のみを対象としたのに対してフィンドレー＝グルーバート[14]はさらに非中立的技術進歩の場合における分析の必要性を強調し新たにフィンドレー＝グルーバート命題を提起した。

これらの verbal な或は図解的な分析による接近に対して天野[1]はヒックスモデルの定式化を行ないヒックス命題の論証を試みた。また、高山[38]、天野[1]は二要素の場合における新古典派的生産組織を前提として二国二財モデルの formulation を行ない、前者は輸出財と輸入財との相対価格を中心とする価格分析・後者は各財に関する成長分析を通じてそれぞれ技術進歩・要素成長による交易条件の変化に関して検討を加えた。

このような交易条件の変化の問題と関連して、結果する貿易ゲインの問題がバグワーティ[5, 6]によって問題提起されジョンソン[22]等によって取扱われた。

このように議論の焦点はむしろ交易条件の変化におかれたが、一方国際収支、或は貿易差額の問題に関しても同様にして理論の拡充が行なわれた。一要素、不変費用を前提とするヒックス[16]、ジョンソン[21]の各モデルはブラック[8]、マクドウガル[31]等の貢献を経てそれぞれ天野[1]、建元[39]による逓増費用の生産条件の陽表的な導入を通じて一般化された。

本稿は以上の貢献を基礎とし二要素・二国二財に関する不完全特化モデルを構成し、技術進歩の交易条件・貿易差額に及ぼす効果、そして結果する実質所得の変化に関して理論的考察を行なう。その場合、消費需要面に関してはチップマン[10]によって適用された消費に関する恒常的な財の代替弾力性をもつ効用関数を前提として消費需要関数を定式化し、また生産面に関してはアロー、チェナリー、ミンハス、ソロー[2]によるいわゆるCES生産関数、およびコブ＝ダグラス生産関数を基礎として非中立的技術進歩をも含む生産関数を再定式化し、これらに基づいて一定の仮定のもとで二国二財モデルの構成を行なう。[注1] ここで展開される議論はヒックス理論以後における技術進歩に関する貿易問題のいわば総括的再検討となるものである。

注 (1) この論文を作成するに際して福岡正夫教授に有益な示唆をいただき、また閲読をお願いした。ここに厚く感謝申し上げる次第である。なお、小稿においてありうる誤まりはすべて筆者の責に帰するものである。

二、消費需要面の考察

周知のごとくスルツキー[37]とヒックス[16]は効用関数 $U=F(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n)$ と所得方程式 $Y=\sum_{i=1}^{n} P_i X_i$ を前提として各財に関する消費需要について理論的定式を行なったが、なかんずくヒックスは財の消費需要が代替効果と所得効果に依存することを明示的に指摘した。ここでは効用の可測性を前提とし、そしてまたチップマン[10]が仮定したように効用関数に関して二財間の代替弾力性が一定であるという関係を前提として、前述の orthodox な貢献に依拠して消費需要関数の導出を試み、それに関連して若干の理論的な考察を行なう。以下の分析においておかれる仮定はつぎの通りである。

〔仮定Ⅰ・1〕二財(X_1財とX_2財)が存在し、それらは消費において代替可能であり、その場合効用関数はCES型か対数線型で表わされるものとする。

〔仮定Ⅰ・2〕各財の限界効用は逓減的である。

〔仮定Ⅰ・3〕財市場は完全競争のもとにおかれている。

以上により、体系における消費需要面を形成する方程式組織はつぎの通りとなる。

Ⅰ・効用関数

1・CES型の場合[2]

(1) $U_t=C\left(\sum_{i=1}^{2}\alpha_i X_{it}^{-\theta}\right)^{-\frac{1}{\theta}}$

2・対数線形型の場合

(2) $U_t=C\prod_{i=1}^{2} X_{it}^{\alpha_i}$

但し、Uは効用、X_iはX_i財の消費量を表わす。αは所得配分に関連する定数であり、$\alpha_i>0$, $\sum_{i=1}^{2}\alpha_i=1$ である。θは消費に関する二財間の代替弾力性σ_cを規定する定数であり、$\sigma_c=\frac{1}{1+\theta}$ である。〔仮定Ⅰ・2〕より、効用関数は二回微分可能で第二次微分は負であるので $-1<\theta<\infty$ $(0<\sigma_c<\infty)$ である。[3] これは消費無差別曲線が原点に対して凸であることを意味する。[4] (2)の対数線形式は $U=C\lim_{\theta\to 0}\left(\sum_{i=1}^{2}\alpha_i X_i^{-\theta}\right)^{-\frac{1}{\theta}}$ の場合の極限形態である。Cは正の定数であるが、単純化のために以下においてC=1とおく。

Ⅱ・所得方程式

(3) $Y_t=\sum_{i=1}^{2} P_{it} X_{it}$

但し、Yは所得、P_iはX_i財の価格を表わす。

Ⅲ・消費者均衡

二財の加重限界効用は均等であるので

(4) $$\frac{\alpha_1\left(\frac{U_t}{X_{1t}}\right)^{1+\theta}}{P_{1t}}=\frac{\alpha_2\left(\frac{U_t}{X_{2t}}\right)^{1+\theta}}{P_{2t}}$$

或は

(5) $$P_t=\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\left(\frac{X_{2t}}{X_{1t}}\right)^{1+\theta}$$

但し、$P_t=\frac{P_{1t}}{P_{2t}}$ であり、二財の相対価格を示す。

(5) より

(6) $$X_1=\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{1+\theta}}P^{-\frac{1}{1+\theta}}X_2$$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

(6) と (3) より

$$\mathrm{X}_1 = u_1\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{P}_1} \tag{7}$$

但し、$u_1 = \dfrac{1}{1+\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{-\frac{1}{1+\theta}}\mathrm{P}^{-\frac{\theta}{1+\theta}}}$ であり、効用関数が対数線型の場合には $u_1 = \alpha_1$ である。そして同時に $u_1 = \dfrac{\mathrm{P}_1\mathrm{X}_1}{\mathrm{Y}}$ であるので、u_1 は X_1 財の購入に支出される所得の配分比率を示し、$0<u_1<1$ である。(5) 全く同様にして

$$\mathrm{X}_2 = u_2\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{P}_2} \tag{8}$$

但し、$u_2 = \dfrac{1}{1+\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\frac{1}{1+\theta}}\mathrm{P}^{\frac{\theta}{1+\theta}}}$ であり、効用関数が対数線型の場合は $u_2 = \alpha_2$ である。また、$u_2 = \dfrac{\mathrm{P}_2\mathrm{X}_2}{\mathrm{Y}}$ であるので、u_2 は X_2 財の購入に支出される所得の配分比率を示し、$0<u_2<1$ である。u_1 と u_2 に関して付与さるべき制約条件は、

$$u_1 + u_2 = 1 \tag{9}$$

である。ここで前述のスルツキー＝ヒックス命題との関連について若干ふれてみよう。

(7) を P_1 で微分すれば

$$\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1} = u_1\left(\frac{d\mathrm{Y}}{dp_1}\mathrm{P}_1^{-1} - \mathrm{Y}\mathrm{P}_1^{-2} + \frac{\theta}{1+\theta}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+\theta}}\mathrm{P}_1^{-\frac{1+2\theta}{1+\theta}}\mathrm{P}_2^{\frac{\theta}{1+\theta}}\mathrm{X}_1\right) \tag{10}$$

(10) より

$$\left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\right)_{\mathrm{Y}=\mathrm{const}} = -u_1\left(\mathrm{Y}\mathrm{P}_1^{-2} - \frac{\theta}{1+\theta}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+\theta}}\mathrm{P}_1^{-\frac{1+2\theta}{1+\theta}}\mathrm{P}_2^{\frac{\theta}{1+\theta}}\mathrm{X}_1\right) \tag{11}$$

(3) を P_1 で微分すれば

$$\frac{d\mathrm{Y}}{d\mathrm{P}_1} = \mathrm{X}_1 + \mathrm{P}_1\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\left(1+\mathrm{P}^{-1}\frac{d\mathrm{X}_2}{d\mathrm{X}_1}\right) \tag{12}$$

同一無差別曲線上においては

$$\frac{d\mathrm{X}_2}{d\mathrm{X}_1} = -\mathrm{P} \tag{13}$$

の関係が存在するので、(12)、(13)、(10) より、$\left(\dfrac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\right)_{\mathrm{U}=\mathrm{const}}$ はつぎのように与えられる。

$$\left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\right)_{\mathrm{U}=\mathrm{const}} = u_1\left(\mathrm{P}_1^{-1}\mathrm{X}_1 - \mathrm{Y}\mathrm{P}_1^{-2} + \frac{\theta}{1+\theta}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+\theta}}\mathrm{P}_1^{\frac{1+2\theta}{1+\theta}}\mathrm{P}_2^{\frac{\theta}{1+\theta}}\mathrm{X}_1\right) \tag{14}$$

つぎに、(7) を Y で微分し、P_1 を一定とすれば、

$$\left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{Y}}\right)_{\mathrm{P}_1=\mathrm{const}} = u_1\mathrm{P}_1^{-1} \tag{15}$$

かくして、(11)、(14)、(15) より

$$\left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\right)_{\mathrm{Y}=\mathrm{const}} = \left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{P}_1}\right)_{\mathrm{U}=\mathrm{const}} - \mathrm{X}_1\left(\frac{d\mathrm{X}_1}{d\mathrm{Y}}\right)_{\mathrm{P}_1=\mathrm{const}} \tag{16}$$

が導かれる。(16) は効用関数が対数線型の場合は (10)、(14) の第三項、(11) の第二項はいずれも 0 となりより単純に導かれうる。ところで (16) はヒックスとスルツキーとがそれぞれ価値方程式、基本方程式と呼んだ関係に他ならない。X_2 財に関しても全く同様にしてこのような関係が導かれうる。

つぎに、(7) の両辺を相対的変化率の形、例えば $\dot{\mathrm{X}}/\mathrm{X}$ を $\hat{\mathrm{X}}$ で示すならば、

$$\hat{\mathrm{X}}_1 = -\eta_1\hat{\mathrm{P}}_1 + \eta_{12}\hat{\mathrm{P}}_2 + \hat{\mathrm{Y}} \tag{17}$$

となる。但し、$\eta_1 = -\dfrac{\theta}{1+\theta}u_2 + 1$ であり、η_1 は X_1 財に関する需要の価格弾力性 $-\dfrac{\partial\log\mathrm{X}_1}{\partial\log\mathrm{P}_1}$、そして $\eta_{12} = -\dfrac{\theta}{1+\theta}u_2$ で

あり、η_{12} はその交叉弾力性 $\dfrac{\partial \log X_1}{\partial \log P_2}$ を表わす。ここで、$\eta_1>0$ であるが、η_{12} は $-1<\theta<0$ か、$\theta=0$ か、$0<\theta<\infty$ にしたがってそれぞれ $\eta_{12}>0$, $\eta_{12}=0$, $\eta_{12}<0$ である。(17) より需要の所得弾力性 $\dfrac{\partial \log X_1}{\partial \log Y}$ を ε_1 とすれば、$\varepsilon_1=1$ であるので

(18)　$-\eta_1+\eta_{12}+\varepsilon_1=0$

となり、(7) で与えられる需要関数は 0 次同次である。全く同様にして

(19)　$\hat{X}_2=-\eta_2\hat{P}_2+\eta_{21}\hat{P}_1+\hat{Y}$

が得られる。但し、$\eta_2=-\dfrac{\theta}{1+\theta}u_1+1$ であり、η_2 は X_2 財に関する需要の価格弾力性 $-\dfrac{\partial \log X_2}{\partial \log P_2}$、そして $\eta_{21}=-\dfrac{\theta}{1+\theta}u_1$ であり、η_{12} はその交叉弾力性 $\dfrac{\partial \log X_2}{\partial \log P_1}$ を表わす。(19) によって示される需要関数の各弾力性値、および同次性関係は X_1 財の場合と同様であるので繰返す必要はない。これ迄の分析にしたがうならばある財の需要はその財の価格、相対価格、および所得の関数であるが、他方においてある財の需要は財の相対価格、および実質所得の関数とみられるであろう。以下においてこのより reasonable な関係の導出を試みよう。

開放体系において所得は次のように与えられる。

(20)　$Y=\sum_{i=1}^{2}P_iX_i+I+E_x-I_m$

但し，I は投資，E_x は輸出，I_m は輸入を表わす。

I が autonomous であるとし、(20) を変化率の形で表わせば

(21)　$\hat{Y}=\dfrac{1}{1-n+m}\left(\sum_{i=1}^{2}u'_i\hat{P}_i+\sum_{i=1}^{2}u'_i\hat{X}_i\right)$

但し，n は限界輸出性向，m は限界輸入性向

いま、体系が均衡に位置するものとし、S が貯蓄を表わすとすれば

(22)　$S=I+E_x-I_m$

s を限界貯蓄性向、c を限界消費性向とすれば、$s=n-m$, $c=1-s$ であるので (21) は

(23)　$\hat{Y}=\dfrac{1}{c}(\sum u'_i\hat{P}_i+\sum u'_i\hat{X}_i)$

ここで $\hat{P}_i=0$ $(i=1,2)$ とおけば

(24)　$\hat{Y}_r=\dfrac{1}{c}\sum u'_iX_i$

但し，Y_r は実質所得

一方、(5) より

(25)　$\hat{P}=(1+\theta)(\hat{X}_1-\hat{X}_2)$

(24) と (25) より

(26)　$\hat{X}_1=-\eta'_1\hat{P}+O\hat{Y}_r$

但し，$\eta'_1=\dfrac{u'_2}{(1+\theta)(u'_1+u'_2)}$ (>0) で X_1 財の相対価格に関する需要弾力性 $-\dfrac{\partial \log X_1}{\partial \log P}$，$O=\dfrac{c}{u'_1+u'_2}$ (>0) で，その所得弾力性 $\dfrac{\partial \log x_1}{\partial \log y_r}$

(27)　$\hat{X}_2=\eta'_2\hat{P}+O\hat{Y}_r$

但し，$\eta'_2=\dfrac{u'_1}{(1+\theta)(u'_1+u'_2)}$ (>0) で X_2 財の相対価格に関する需要弾力性 $\dfrac{\partial \log X_2}{\partial \log P}$

注（2）（1）はより一般的には

[2·1]　$U=C'(\sum\alpha_iX_i^{-\theta})^{\frac{a}{\theta}}$

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

のごとく示されよう。但し、d は効用関数の同次性の次数であるが、ここではチップマンの定式と同様にして $d=1$ が仮定されている。d の次数は以下の議論の本質に無関係である。効用関数を一般的に取扱ったものとしてジョンソン[21]等の定式があるが、われわれの整合的な分析見地からみれば上式の方がより適当と思われる。

(3) (1)に関して X_i 財に関する第一次微分 f'_{X_i} は

$$[2\cdot2]\quad f'_{X_i}=c\alpha_i\left\{\alpha_i+\alpha_j\left(\frac{X_i}{X_j}\right)^{\theta}\right\}^{-\frac{1}{\theta}-1}\qquad i\neq j$$

である。そこで、$\theta=-1$ の場合、$f'_{X_i}=c\alpha_i$ であり、そして $\theta=\infty$ の場合

$$[2\cdot3]\quad f'_{X_i}=c\frac{\alpha_i}{\alpha_i+\alpha_j\left(\frac{X_i}{X_j}\right)^{\infty}}\qquad i\neq j$$

であるので、この場合 $X_i<X_j$ ならば $f'_{X_i}=c\alpha_i$、$X_i>X_j$ ならば $f'_{X_i}=0$、そして $X_i=X_j$ ならばその $\left(\frac{X_i}{X_j}\right)^{\infty}$ は 1^{∞} の不定形となり f'_{X_i} は不定となる。以上の事実より $\theta=-1$ と $\theta=\infty$ の各場合はいずれも二回微分可能でないことは自明である。(1)に関する第二次微分 f''_{X_i} は、

$$[2\cdot4]\quad f''_{X_i}=-(1+\theta)\alpha_i\alpha_jX_i^{\theta-1}X_j^{-\theta}\left\{\alpha_i+\alpha_j\left(\frac{X_i}{X_j}\right)^{\theta}\right\}^{-\frac{1-2\theta}{\theta}}$$

で与えられる。したがって、$-1<\theta<\infty$ の範囲において $f''_{X_i}<0$ となり、X_i 財の限界効用は逓減的となる。

(4) 無差別曲線の凹凸は周知のように

$$[2\cdot5]\quad \frac{d^2X_j}{dX_i^2}=-\frac{1}{(f'_{X_j})^3}\{f''_{X_i}(f'_{X_j})^2-2f''_{X_iX_j}f'_{X_i}f'_{X_j}+f''_{X_j}(f'_{X_i})^2\}\qquad i\neq j$$

の正負を吟味することによって判別されうる。ここで、$f'_{X_i}>0$, $f'_{X_j}>0$。そして $-1<\theta<\infty$ の場合上述のごとく $f''_{X_i}<0$, $f''_{X_j}<0$ である。また、$f''_{X_iX_j}$ は、

$$[2\cdot6]\quad f''_{X_iX_j}=(1+\theta)\alpha_i\alpha_jX_i^{\theta}X_j^{-\theta-1}\left\{\alpha_i+\alpha_j\left(\frac{X_i}{X_j}\right)^{\theta}\right\}^{-\frac{1+2\theta}{\theta}}\qquad i\neq j$$

であり、同様にして $-1<\theta<\infty$ の場合において $f''_{X_iX_j}>0$ である。これらの関係より $\frac{d^2X_j}{dX_i^2}>0$ となり無差別曲線は原点に対して凸となる。

(5) u_1 はPが上昇すれば、$0<\theta<\infty$ か $-1<\theta<0$ にしたがってそれぞれ増加、減少し、逆は逆である。$\theta=0$ すなわち効用関数が対数線型の場合、u_1 はPの変化と独立であり、これは X_1 財の購入に支出される所得の割合が不変であることを意味する。$u_2=1-u_1$ であるので、u_2 に関しては更めて述べる必要はない。

三、生産面の考察

本節においては新古典派理論にしたがって生産組織に関するモデル構成を行ない、それに基づいて生産面に関する若干の考察を行なう。ここで適用される生産関数の基本型はアロー、チェナリー、ミンハス、ソロー[2]によって導出されたCES生産関数、およびコブ＝ダグラス型生産関数である。本稿の分析目的にそって生産関数を定式化するとき、そこで留意さるべき点はいま、二要素、規模に関する収益不変を前提とした場合(1)非中立的ケースを含めて技術進歩をいかに導入するか、(2)生産関数を新古典派的条件にいかに整合せしめるかの問題である。第一の問題に関してはいま事後的代替可能の場合に限定するならばそこでは技術進歩の各類型をいかに取扱うかが問題となる。このような技術進歩と生産関数との関係は宇沢[41]、宇沢・渡辺[42]によってヒックス[18]の新古典派的公準による分類規準より明らかにされている。そこで得られた帰結の一として技術進歩の中立性、非中立性の相違は、いま生産関数を $X=F(K, L, t)$ で表わせば、t が分離可能か分離不能かという問題に帰着する。この分析の線は他方においてダグラス型生産関数に関してドーマー[13]によって示唆され、チャン[40]によって定式化された生産関数において整合的に見出されよう。ここではこれらの貢献に基づいて生産関数の定式を行ない、さらに非中立的技術進歩の各類型がいかなる関係によって具体的に把捉されうるかについて言及する。

第二の問題に関して新古典派理論にしたがうならば、要素は有限的に代替可能、云い換えれば生産物等量曲線は原点に対して凸の曲線となる必要があるので、CES型を基本型とする生産関数の場合、代替パラメーターは一定の範囲内に存在し

なければならない。

ここで、以後の分析においておかれる仮定を一括して示せばつぎの通りである。

〔仮定Ⅱ・1〕 体系において二産業（X_1財産業、X_2財産業）が存在し、各産業の要素集約度（資本労働比率）は相互に異なる。

〔仮定Ⅱ・2〕 各財の生産関数はいずれも二要素（資本と労働）に関して一次同次であり、その基本的な技術関係はいわゆるCES型、ダグラス型とよばれるもので示される。

〔仮定Ⅱ・3〕 技術進歩はヒックス的意味において中立的か非中立的であり、そして体化されないタイプ（disembodied type）のものである。

〔仮定Ⅱ・4〕 各要素の限界生産力はいずれも逓減的である。

〔仮定Ⅱ・5〕 各要素はいずれも完全に雇用される。

〔仮定Ⅱ・6〕 各要素市場は競争均衡におかれている。

以上の仮定に基づいて体系における生産面を形成する方程式組織を示そう。

Ⅰ、生産関数

1、CES型の場合

(28) $$X_{it}=A_{it}\left[\delta_{i(t)}K_{it}^{-\rho_i}+(1-\delta_{i(t)})L_{it}^{-\rho_i}\right]^{-\frac{1}{\rho_i}}$$

2、コブ＝ダグラス型の場合

(29) $$X_{it}=A_{it}K_{it}^{\delta_{i(t)}}L_{it}^{1-\delta_{i(t)}}$$

$(i=1\cdot 2)$

但し、X_i、K_i、L_i は X_i 財産業のそれぞれ産出高、資本、労働を表わす。A は efficient parameter とよばれ技術進歩による効率改善を表わすパラメーターで$\dot{A}$はその技術進歩率を表わす。δ は distribution parameter と呼ばれ、通例的には定数として扱われるが、いずれかの技術進歩が存在するとした場合 δ はその中立的・非中立的性格にしたがって時間に関してそれぞれ独立・従属的であるとされる。$\delta_{i(t)}$ の記号はこのような技術進歩の性格に応じたその不変性・可変性を表わす意味において用いられる。ただし、$\delta_{i(t)}$ の変域は $0<\delta_{i(t)}<1$。(6) ρ は substitution parameter と呼ばれ、要素間の代替弾力性 σ_i を規定する定数である。〔仮定Ⅱ・4〕より、生産関数は二回微分可能でその第二次微分は負であるがこれは $-1<\rho_i<\infty$ の場合に充足される。(7) (29)で示されるコブ＝ダグラス型生産関数はCES型の (28) に関して ρ_i を0に近づけた極限形態である。よって以下の議論の展開において特に明示する必要のない限りこの場合について更めて言及しない。

Ⅱ、完全雇用

(30) $$K_t=\sum_{i=1}^{2}K_{it}$$

(31) $$L_t=\sum_{i=1}^{2}L_{it}$$

但し、K、Lはそれぞれ全体の資本、労働を表わす。

Ⅲ、要素市場の均衡

両産業の要素の限界代替率は均等であり、またそれらは同時に要素の相対価格と均等であるので

(32) $$\frac{1-\delta_{1(t)}}{\delta_{1(t)}}k_{1t}^{1+\rho_1}=\frac{1-\delta_{2(t)}}{\delta_{2(t)}}k_{2t}^{1+\rho_2}=\frac{w_t}{r_t}$$

但し、$k_{it}=\frac{K_{it}}{L_{it}}$ で X_i 財産業の資本集約度（資本労働比率）を表わし、w_t と r_t はそれぞれ賃銀率・利子率を表わす。(8)

つぎに、ここで技術進歩の各類型について述べておこう。前述の通りいま要素の限界代替率をRとすれば、

(33) $$R_{it}=\frac{1-\delta_{i(t)}}{\delta_{i(t)}}k_{it}{}^{1+\rho_i}=\frac{w_t}{r_t}$$

$(i=1\cdot 2)$

であるので、(33)を時間に関して偏微分すれば、

(34) $$\dot{R}_{it}=\left\{-\frac{\hat{\delta}_{i(t)}}{1-\delta_{i(t)}}+(1+\rho_i)\hat{k}_{it}\right\}R_{it}$$

或は $\hat{R}_{it}=-\dfrac{\hat{\delta}_{i(t)}}{1-\delta_{i(t)}}+(1+\rho_i)\hat{k}_{it}$

である。よって、$k_{it}=\mathrm{const}$ の場合、

(35) $\hat{\delta}_{i(t)}\gtreqless 0$（或は $\dot{\delta}_{i(t)}\gtreqless 0$）にしたがって

$\hat{R}_{i(t)}\lesseqgtr 0$（或は $\dot{R}_{i(t)}\lesseqgtr 0$）

ヒックスの定義によれば、資本労働比率一定のとき限界代替率を増加、一定、減少せしめる生産関数の時間シフトが存在する場合、技術進歩はそれぞれ資本節約的・中立的・労働節約的である。これをわれわれのモデルに即して云えばそれぞれ$\hat{\delta}_i<0$, $\hat{\delta}_i=0$, $\hat{\delta}_i>0$ に対応している。(9)

ここで、さらに価格面に関する若干の考察をそれぞれの生産関数について試みることにしよう。

(28)より導かれる $\dfrac{\partial X_i}{\partial K_i}$ を $P_i\dfrac{\partial X_i}{\partial K_i}=r$ に代入し変形すれば、

(36) $$P_i=A_i{}^{\rho_i}r\,\delta_{i(t)}{}^{-1}\left(\frac{X_i}{K_i}\right)^{-(1+\rho_i)}$$

$(i=1\cdot 2)$

(33)より

(37) $$L_i=K_i\left(\frac{1-\delta_{i(t)}}{\delta_{i(t)}}\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{1+\rho_i}}$$

$(i=1\cdot 2)$

(28)と(37)より

(38) $$X_i=A_i\left[\delta_{i(t)}K_i{}^{-\rho_i}+(1-\delta_{i(t)})\left\{K_i\left(\frac{1-\delta_{i(t)}}{\delta_{i(t)}}\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{1+\rho_i}}\right\}^{-\rho_i}\right]^{-\frac{1}{\rho_i}}$$

$(i=1\cdot 2)$

(38)よりえられる

(39) $$\frac{X_i}{K_i}=A_i\left[\delta_{i(t)}+(1-\delta_{i(t)})\left(\frac{1-\delta_{i(t)}}{\delta_{i(t)}}\frac{r}{w}\right)^{-\frac{\rho_i}{1+\rho_i}}\right]^{-\frac{1}{\rho_i}}$$

を(36)に代入すれば

(40) $$P_i=A_i{}^{-1}\left\{\delta_{i(t)}{}^{\frac{1}{1+\rho_i}}r^{\frac{\rho_i}{1+\rho_i}}+(1-\delta_{i(t)})^{\frac{1}{1+\rho_i}}w^{\frac{\rho_i}{1+\rho_i}}\right\}^{\frac{1+\rho_i}{\rho_i}}$$

$(i=1\cdot 2)$

そこで、生産関数がコブ＝ダグラス型の場合

(41) $$P_i=A_i{}^{-1}\frac{1-\delta_{i(t)}{}^{\delta_{i(t)}-1}}{\delta_{i(t)}{}^{\delta_{i(t)}}}r^{\delta_{i(t)}}w^{1-\delta_{i(t)}}$$

$(i=1\cdot 2)$

となる。

つぎに、(40)を相対的変化率の形で表わすならば

$$\hat{P}_i=-\hat{A}_i+(1-d_{Li})\hat{r}+d_{Li}\hat{w}+\frac{1}{\rho_i}\left(1-\frac{d_{Li}}{1-d_{i(t)}}\right)\hat{\delta}_i \qquad (i=1\cdot2) \tag{42}$$

となる。但し、

$$d_{Li}=\frac{1}{1+\left(\dfrac{\delta_{i(t)}}{1-\delta_{i(t)}}\right)^{\frac{1}{1+\rho_i}}\left(\dfrac{w}{r}\right)^{-\frac{\rho_i}{1+\rho_i}}} \tag{43}$$

であるが、(32)より

$$d_{Li}=\frac{1}{1+\dfrac{r}{w}k_i} \tag{44}$$

であるので d_{Li} は労働の相対的分前を表わす。

また一方、d_{Li} は

$$d_{Li}=\frac{1}{1+\dfrac{\delta_{i(t)}}{1-\delta_{i(t)}}k_i^{-\rho_i}} \tag{45}$$

であるので、(42)は

$$\hat{P}_i=-\hat{A}_i+(1-d_{Li})\hat{r}+d_{Li}\hat{w}+\frac{1}{\rho_i}(1-d_{Li})(1-k_i^{\rho_i})\hat{\delta}_i \qquad (i=1\cdot2) \tag{46}$$

のように書き改められる。

同様にして(41)は

$$\hat{P}_i=-\hat{A}_i+\delta_i\hat{r}+(1-\delta_i)\hat{w}+\dot{\delta}_i\left(\log\frac{1-\delta_i}{\delta_i}\frac{r}{w}\right) \qquad (i=1\cdot2) \tag{47}$$

この場合、(32)より $\dfrac{1-\delta_i}{\delta_i}\dfrac{r}{w}=k_i^{-1}$ であるので(47)は

$$\hat{P}_i=-\hat{A}_i+\delta_i\hat{r}+(1-\delta_i)\hat{w}-\dot{\delta}_i\log k_i \qquad (i=1\cdot2) \tag{48}$$

となる。

一方、要素の限界代替率はその相対価格と均等であるので、(33)より

$$\hat{R}_i=\hat{w}-\hat{r}=(1+\rho_i)(\hat{K}_i-\hat{L}_i)-\frac{\hat{\delta}_i}{1-\delta_i} \qquad (i=1\cdot2) \tag{49}$$

第二節の場合と同様にして $\hat{P}=\hat{P}_1-\hat{P}_2$ とおけば、(46)と(49)より

$$\hat{P}=\hat{A}_2-\hat{A}_1+(d_{L1}-d_{L2})\left\{(1+\rho_i)(\hat{K}_i-\hat{L}_i)-\frac{\hat{\delta}_i}{1-\delta_i}\right\}+\frac{1}{\rho_1}(1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1})\hat{\delta}_1-\frac{1}{\rho_2}(1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2})\hat{\delta}_2 \qquad (i=1\cdot2) \tag{50}$$

となる。

そしてまた生産関数がコブ＝ダグラス型の場合、(48)と(49)より

(51) $\hat{P}=\hat{A}_2-\hat{A}_1+(\delta_2-\delta_1)\left\{(\hat{K}_i-\hat{L}_i)-\frac{\hat{\delta}_i}{1-\delta_i}\right\}-\dot{\delta}_1\log k_1+\dot{\delta}_2\log k_2$

$(i=1\cdot2)$

となる。

つぎに、(28)、(29)、(30)、(31)をそれぞれ同様にして相対的変化率の形で示すならば以下の通りとなる。

(52) $\hat{X}_i=\hat{A}_i+(1-d_{Li})\hat{K}_i+d_{Li}\hat{L}_i-\frac{1}{\rho_i}(1-d_{Li})(1-k_i^{\rho_i})\hat{\delta}_i$

(53) $\hat{X}_i=\hat{A}_i+\delta_i\hat{K}_i+(1-\delta_i)\hat{L}_i+\dot{\delta}_i\log k_i$

$(i=1\cdot2)$

(54) $\hat{K}=\lambda_K\hat{K}_1+(1-\lambda_K)\hat{K}_2$

但し、$\lambda_K=\frac{K_1}{K}$ で $1-\lambda_K=\frac{K_2}{K}$, $0<\lambda_K<1$

(55) $\hat{L}=\lambda_L\hat{L}_1+(1-\lambda_L)\hat{L}_2$

但し、$\lambda_L=\frac{L_1}{L}$ で $1-\lambda_L=\frac{L_2}{L}$, $0<\lambda_L<1$

かくして、生産関数がCES型の場合は(50)、(52)、(54)、(55)、そしてまた生産関数がコブ＝ダグラス型の場合は(51)、(53)、(54)、(55)に関していま$\hat{P}$、$\hat{A}_1$、$\hat{A}_2$、δ_1、δ_2、$\hat{K}$、$\hat{L}$、k_1、k_2を所与とすれば未知数は$\hat{X}_1$、$\hat{X}_2$、$\hat{K}_1$、$\hat{K}_2$、$\hat{L}_1$、$\hat{L}_2$の六変数であり、方程式は六式であるのでこれらの連立方程式を解くことによってそれぞれの変数に関して一意的な解を導くことが出来る。

そこでまず生産関数がCES型の場合に関して$\hat{X}_1$、$\hat{X}_2$を導くことにしよう。クラマーの公式より、いま$\varDelta\neq0$とすれば、

(56) $\hat{X}_1=\frac{\varDelta_1}{\varDelta}$

但し、$\varDelta_1=\varDelta_{11}S_1-\varDelta_{12}S_2+\varDelta_{13}\hat{K}-\varDelta_{14}\hat{L}$

$+\varDelta_{15}(\hat{P}+S_1-S_2+W)/V_1-\varDelta_{16}(-P-S_1+S_2+W_2)/V_2$

$$\varDelta=\begin{vmatrix}1&0&-(1-d_{L1})&0&-d_{L1}&0\\0&1&0&-(1-d_{L2})&0&-d_{L2}\\0&0&\lambda_K&1-\lambda_K&0&0\\0&0&0&0&\lambda_L&1-\lambda_L\\0&0&1&0&-1&0\\0&0&0&1&0&-1\end{vmatrix}$$

$$\varDelta_{11}=\begin{vmatrix}1&0&-(1-d_{L2})&0&-d_{L2}\\0&\lambda_K&1-\lambda_K&0&0\\0&0&0&\lambda_L&1-\lambda_L\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&0&-1\end{vmatrix},\quad \varDelta_{12}=\begin{vmatrix}0&-(1-d_{L1})&0&-d_{L1}&0\\0&\lambda_K&-1\lambda_K&0&0\\0&0&0&\lambda_L&1-\lambda_L\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&0&-1\end{vmatrix}$$

$$\varDelta_{13}=\begin{vmatrix}0&-(1-d_{L1})&0&-d_{L1}&0\\1&0&-(1-d_{L2})&0&-d_{L2}\\0&0&0&\lambda_L&1-\lambda\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&0&-1\end{vmatrix},\quad \varDelta_{14}=\begin{vmatrix}0&-(1-d_{L1})&0&-d_{L1}&0\\1&0&-(1-d_{L2})&0&-d_{L2}\\0&\lambda_K&1-\lambda_K&0&0\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&0&-1\end{vmatrix}$$

$$\Delta_{15}=\begin{vmatrix} 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & \lambda_K & 1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_{16}=\begin{vmatrix} 0 & -(1-d_{L1}) & 0 & -d_{L1} & 0 \\ 1 & 0 & -(1-d_{L2}) & 0 & -d_{L2} \\ 0 & \lambda_K & 1-\lambda_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_L & 1-\lambda_L \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$S_1=\hat{A}_1-\frac{1}{\rho_1}(1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1})\hat{\delta}_1,\quad S_2=\hat{A}_2-\frac{1}{\rho_2}(1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2})\hat{\delta}_2$$

$$V_1=(1+\rho_1)(d_{L1}-d_{L2}),\qquad V_2=(1+\rho_2)(d_{L2}-d_{L1})$$

$$W_1=(d_{L1}-d_{L2})\frac{\hat{\delta}_1}{1-\delta_1},\qquad W_2=(d_{L2}-d_{L1})\frac{\hat{\delta}_2}{1-\delta_2}$$

である。ここで若干の数学的操作を行なえば[10]、〔仮定Ⅱ・1〕より $k_1 \neq k_2$ という関係が存在するので(56)は、

(57) $\hat{X}_1=e_1\hat{P}+(1+e_1)\hat{A}_1-e_1\hat{A}_2-\phi_1\hat{\delta}_1+\varphi_1\hat{\delta}_2+\nu_1\hat{K}-\xi_1\hat{L}$

となる。

但し、$e_1=\left[\frac{1}{1+\rho_1}\{k_1d_{L1}+k_2(1-d_{L1})\}+\frac{1}{1+\rho_2}\frac{K_2}{L_1}\right]\Big/(k_1-k_2)(d_{L2}-d_{L1})$ であり、$e_1=\frac{\partial \log X_1}{\partial \log P}$ であるので、これは相対価格に関する X_1 財生産の価格弾力性を表わし、そして $(k_1-k_2)(d_{L2}-d_{L1})=\frac{\frac{r}{w}(k_1-k_2)^2}{\left(k_1\frac{r}{w}+1\right)\left(k_2\frac{r}{w}+1\right)}>0$ であるので $e_1>0$ である。

つぎに、$\phi_1=\frac{1+e_1}{\rho_1}(1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1})+\frac{1}{(1+\rho_1)(1-d_1)}\left(\frac{k_2}{k_1-k_2}+d_{L1}\right)$, $\varphi_1=\frac{e_1}{\rho_2}(1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2})-\frac{1}{1+\rho_2}\frac{\frac{K_2}{L_2}}{(k_1-k_2)(1-d_2)}$,

$\nu_1=\frac{1}{k_1-k_2}\frac{K}{L_1}$, $\xi_1=\nu_1\frac{k_2}{k}$ である。

また、X_2 財に関しても全く同様にして導くことが出来るが、ここでその結果だけを示すならばつぎの通りとなる。

(58) $\hat{X}_2=-e_2\hat{P}+(1+e_2)\hat{A}_2-e_2\hat{A}_1-\phi_2\hat{\delta}_2+\varphi_2\hat{\delta}_1+\nu_2\hat{K}-\xi_2\hat{L}$

但し、$e_2=\left[\frac{1}{1+\rho_2}\{k_2d_{L2}+k_1(1-d_{L2})\}+\frac{1}{1+\rho_1}\frac{K_1}{L_2}\right]\Big/(k_2-k_1)(d_{L1}-d_{L2})$ であり、$e_2=-\frac{\partial \log X_2}{\partial \log P}$ であるので、e_2 は相対価格に関する X_2 財生産の価格弾力性を表わし、$e_2>0$ である。また、$\phi_2=\frac{1+e_2}{\rho_2}(1-d_{L2})(1-k_2^{\rho_2})+\frac{1}{(1+\rho_2)(1-\delta_2)}\left(\frac{k_1}{k_2-k_1}+d_{L2}\right)$,
$\varphi_2=\frac{e_2}{\rho_1}(1-d_{L1})(1-k_1^{\rho_1})-\frac{1}{1+\rho_1}\frac{\frac{K_1}{L_2}}{(k_2-k_1)(1-\delta_1)}$, $\nu_2=\frac{1}{k_2-k_1}\frac{K_2}{L_2}$, $\xi_2=\nu_2\frac{k_1}{k}$ である。

ここで、生産関数がコブ＝ダグラス型の場合は(57)に関して、$e_1=\left[\{k_1(1-\delta_1)+k_2\delta_1\}+\frac{K_2}{K_1}\right]\Big/(k_1-k_2)(\delta_1-\delta_2)$, $\phi_1=-(1+e_1)\delta_1\log k_1+\frac{1}{1-\delta_1}\left\{\frac{k_2}{k_1-k_2}+(1-\delta_1)\right\}$, $\xi_1=-e_1\delta_2\log k_2-\frac{\frac{K_2}{L_1}}{(k_1-k_2)(1-\delta_2)}$, そして(58)に関して $e_2=\left[\{k_2(1-\delta_2)+k_1\delta_2\}+\frac{K_1}{L_2}\right]\Big/(k_2-k_1)(\delta_2-\delta_1)$, $\phi_2=-(1+e_2)\delta_2\log k_2+\frac{1}{1-\delta_2}\left\{\frac{k_1}{k_2-k_1}+(1-\delta_2)\right\}$, $\varphi_2=-e_2\delta_1\log k_1-\frac{\frac{K_1}{L_2}}{(k_2-k_1)(1-\delta_1)}$ のごとく置換えればよい。

つぎに、ここで生産フロンティアに関して若干ふれておこう。いま、要素量を一定とするならば(57)と(58)より

(59) $\hat{X}_1-\hat{X}_2=e\hat{P}+(1+e)(\hat{A}_1-\hat{A}_2)-(\phi_1+\varphi_2)\hat{\delta}_1+(\varphi_1+\phi_2)\hat{\delta}_2$

但し、$e=e_1+e_2$ であり、生産の代替弾力性 $\frac{\partial \log \frac{X_1}{X_2}}{\partial \log P}$ を表わす。

(59)に関していま $\hat{\delta}_1=0$, $\hat{\delta}_2=0$（両産業において技術進歩が中立的である）とし、時間に関して積分すれば、

(60) $$\log(\underline{X}_1-\underline{X}_2)=e\log P+(1+e)\log(A_1-A_2)+\log C$$

但し、$\log C$ は積分定数である。

(60)を書き改めれば

(61) $$\frac{\underline{X}_1}{\underline{X}_2}=CP^{e}\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1+e}$$

但し、Cは定数である。

(61)より

(62) $$P=C^{-\frac{1}{e}}\left(\frac{\underline{X}_1}{\underline{X}_2}\right)^{\frac{1}{e}}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{\frac{1+e}{e}}$$

一方、既述の一次同次性と要素量一定、完全競争の仮定のもとで

(63) $$\frac{dX_2}{dX_1}=-P$$ (11)

(62)と(63)より

(64) $$\frac{dX_1}{d\underline{X}_2}=-C^{-\frac{1}{e}}\left(\frac{\underline{X}_1}{\underline{X}_2}\right)^{\frac{1}{e}}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{\frac{1+e}{e}}$$

(64)を X_1 に関して微分し変形すれば

(65) $$\frac{d^2X_2}{d\underline{X}_1^2}=\frac{1}{e}\frac{dX_1}{d\underline{X}_2}\left(\underline{X}_1^{-1}-\underline{X}_2^{-1}\frac{dX_2}{d\underline{X}_1}\right)$$

よって

(66) $$\frac{d^2X_1}{d\underline{X}_2^2}=-\frac{1}{e}P(\underline{X}_2^{-1}+P\underline{X}_1^{-1})$$

となる。(66)は明らかに負であるので、生産代替曲線は原点に対して凹である。この帰結はケンプ[24]、小山[28]によって得られた結果と整合的である。(12) かくして、前節における消費無差別曲線の対原点凸性とここで得られた生産代替曲線の凹性をもってすれば、コーデン[12]、フインドレー＝グルバート[14]等がその幾何学的分析に適用した関係と全く整合的なモデルの対応関係を見出すことが出来るであろう。

注(6) $0<\delta_{i(t)}<1$ の条件は二要素の限界生産力がいずれも正であるための必要条件である。

(7) $-1<\rho_i<8$ である場合、生産物等量曲線が原点に対して凸であることは前節における消費無差別曲線の場合と同様にして示されうる。

(8) 完全競争と企業者の利潤極大行動のもとにおいて成立する

[3. 1] $$P_i\frac{\partial X_i}{\partial K_i}=\gamma$$

[3. 2] $$P_i\frac{\partial X_i}{\partial L_i}W \qquad (i=1\cdot2)$$

と(28)をK・Lに関して偏微分してそれぞれ導かれる

[3. 3] $$\frac{\partial X_i}{\partial K_i}=A^{-\rho_i}\delta_{i(t)}\left(\frac{X_i}{K_i}\right)^{1+\rho_i}$$

[3. 4] $$\frac{\partial X_i}{\partial L_i}=A^{-\rho_i}(1-\delta_{i(t)})\left(\frac{X_i}{L_i}\right)^{1+\rho_i} \qquad (i=1\cdot2)$$

の各式より(32)は導出される。

(9) ここで示された関係は一定の同次性に関する次数（ここでは一次）のもとにおける分類であることに留意されるべきである。

(10) $\Delta_{11}\sim\Delta_{16}$ に関してつぎの関係が存在する。

$\Delta_{11}=\Delta=\lambda_K-\lambda_L$, $\Delta_{12}=0$, $\Delta_{13}=1-\lambda_L$, $\Delta_{14}=1-\lambda_K$, $\Delta_{15}=\{(\lambda_K-\lambda_L)\delta_{L_1}+\lambda_L(1-\lambda_K)\}$, $\Delta_{16}=-(1-\lambda_K)(1-\lambda_L)$

(11) 一次同次性の仮定より、

[3. 5] $$dX_i=\frac{\partial F_i}{\partial K_i}dK_i+\frac{\partial F_i}{\partial L_i}dL_i \qquad (i=1\cdot2)$$

要素量一定の仮定により

[3.6]　$dK_1=-dK_2$

[3.7]　$dL_1=-dL_2$

[3.5] に [3.1], [3.2], [3.6], [3.7] を代入し $\frac{dX_1}{dX_2}$ を求めれば(63)が得られる。

（12）　この証明はその手法、およびここでは中立的技術進歩を含むという点においてケンプ・小山のそれと異なる。

四、二国二財における不完全特化モデル

本節においては第二節・第三節で展開されたそれぞれ二財に関する消費需要面の考察・および二要素の場合における生産面の考察に基づいて逓増費用の生産条件のもとにおける二国二財モデルの構成を試みる。そしてつぎにこのような不完全特化モデルに関して中立的技術進歩、および非中立的技術進歩の存在のもとにおける貿易差額の変化、交易条件の変化、実質所得の変化を示す一般的関係の導出を行なう。以下の議論において追加される仮定はつぎの通りである。

〔仮定Ⅲ・1〕　二国（a国、b国）においていずれも二財（X_1財、X_2財）が生産され、a国はX_1財を輸出し、X_2財を輸入するが、b国はX_2財を輸出し、X_1財を輸入する。

〔仮定Ⅲ・2〕　初期において貿易差額は均衡している。

〔仮定Ⅲ・3〕　両国間における為替レートは固定的である。

〔仮定Ⅲ・4〕　各要素は両国においていずれも完全に雇用され、そして要素賦存量は一定である。

〔仮定Ⅲ・5〕　技術進歩はa国においてのみ行なわれ、b国において行なわれない。

〔仮定Ⅲ・6〕　各財は両国においていずれも劣等財でない。

〔仮定Ⅲ・7〕　各財の輸送費はいずれも無視されうる。

つぎに以下において適用される記号に関して示すことにしよう。

X_{ij}…j国のX_i財の生産量　（$i=1・2,\ j=a・b$）

X_{ij}…j国のX_i財の消費需要量　（$i=1・2,\ j=a・b$）

E_j…j国の輸出供給量　（$j=a・b$）

I_j…j国の輸入需要量　（$j=a・b$）

P_{ij}…X_i財のj国価格　（$i=1・2,\ j=a・b$）

B_a…a国の貿易差額

T_a…a国の交易条件

γ_c…為替レート

Y_{rj}…j国の実質所得

K_j…j国の総資本量　（$j=a・b$）

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

$(j=a \cdot b)$

L_j…j国の総労働量

$(j=a \cdot b)$

A_{ij}…j国のX_i財に関する生産関数（第三節参照）の efficient parameter

$(i=1 \cdot 2,\ j=a \cdot b)$

δ_{ij}…j国のX_i財に関する生産関数の distribution parameter

$(i=1 \cdot 2,\ j=a \cdot b)$

ここで更に若干の弾力性係数に関する定義を述べよう。[13]

e_{1j}…j国のX_1財の生産の価格弾力性

$$e_{1j}=\frac{\partial \log X_{1j}}{\partial \log P} \qquad (j=a \cdot b)$$

e_{2j}…j国のX_2財の生産の価格弾力性

$$e_{2j}=-\frac{\partial \log X_{2j}}{\partial \log P} \qquad (j=a \cdot b)$$

η'_{1j}…j国のX_1財の需要の価格弾力性

$$\eta'_{1j}=-\frac{\partial \log X_{1j}}{\partial \log P} \qquad (j=a \cdot b)$$

η'_{2j}…j国のX_2財の需要の価格弾力性

$$\eta'_{2j}=\frac{\partial \log X_{2j}}{\partial \log P} \qquad (j=a \cdot b)$$

ϵ_a…a国の輸出供給の価格弾力性

$$\epsilon_a=\frac{\partial \log E_a}{\partial \log P}$$

ϵ_b…b国の輸出供給の価格弾力性

$$\epsilon_b=-\frac{\partial \log E_b}{\partial \log P}$$

V_a…a国の輸入需要の価格弾力性

$$V_a=\frac{\partial \log I_a}{\partial \log P}$$

V_b…b国の輸入需要の価格弾力性

$$V_b=-\frac{\partial \log I_b}{\partial \log P}$$

ι_a…a国の輸出供給の所得弾力性

$$\iota_a=-\frac{\partial \log E_a}{\partial \log Y_{ra}}$$

ι_b…b国の輸出供給の所得弾力性

$$\iota_b=-\frac{\partial \log E_b}{\partial \log Y_{rb}}$$

ε_a…a国の輸入需要の所得弾力性

$$\varepsilon_a=\frac{\partial \log I_a}{\partial \log Y_a}$$

ε_b…b国の輸入需要の所得弾力性

$$\varepsilon_b=\frac{\partial \log I_b}{\partial \log Y_b}$$

上記の記号にしたがうならば両国の輸出・輸入に関してつぎの定義式が与えられる。

(67) $E_a=\underline{X}_{1a}-X_{1a}$

(68) $I_a = X_{2a} - \underline{X}_{2a}$

(69) $E_b = \underline{X}_{2b} - X_{2b}$

(70) $I_b = X_{1b} - \underline{X}_{1b}$

そして、同時にそれらの間に関してつぎのような恒等式が成立する。

(71) $E_a = I_b$

(72) $I_a = E_b$

〔仮定Ⅲ・3〕よりγ_eは時間を通じて一定であるが、いま通貨の単位を適当に選ぶことにより $\gamma_e = 1$ と仮定しよう。そのとき、$P_{1a} = P_{1b} = P_1$, $P_{2a} = P_{2b} = P_2$ とおくことが出来る。また、財の単位を適当に選ぶことにより初期においてP_1とP_2を1と仮定することが出来る。

つぎに、(71)と(72)をそれぞれ x・m とおけば a 国の貿易差額は

(73) $B_a = P_1 x - P_2 m$

で表わされる。一方、a 国の交易条件は

(74) $T_a = P$

で示される。但し、$P = \dfrac{P_1}{P_2}$

〔仮定Ⅲ・2〕より初期において $B_a = 0$ であり、そしてまた $P_1 = P_2 = 1$ と仮定されたので、同期において $x = m$ であり、$T_a = 1$ である。

つぎに、ジョンソン[21]と同様にして

(75) $b_a = P\dfrac{x}{m}$

と定義しよう。[14]

(73)と(75)を時間に関して微分することにより、初期においてつぎの関係を容易に導くことが出来る。[15]

(76) $\dot{b}_a = \dfrac{\dot{B}_a}{m}$ 或は $\hat{b}_a = \dfrac{\dot{B}_a}{m}$

(76)より $m > 0$ であるので b_a と B_a は変化が生じた場合その変化の方向は同一である。よって貿易差額の変化は $\dot{b}_a$（或は $\hat{b}_a$）を検討することによって把捉されうることになる。

(67)より

(77) $\hat{E}_a = \omega_{1a}\hat{\underline{X}}_{1a} - \omega_{2a}\hat{X}_{1a}$

但し、$\omega_{1a} = \dfrac{\underline{X}_{1a}}{E_a}$, $\omega_{2a} = \dfrac{X_{1a}}{E_a}$ であり、それぞれ a 国の X_1 財輸出量に対するその財の生産量と消費需要量の比率を示す。〔仮定Ⅲ・1〕より $\omega_{1a} > 1$ また、$\omega_{2a} > 0$ であり、両者の関係は $\omega_{1a} = 1 + \omega_{2a}$ である。

(57)と(26)（国名は省略されている）を(77)に代入すれば

(78) $\hat{E}_a = \epsilon_a\hat{P} - \iota_a\hat{Y}_{ra} + \tau_{1a}\hat{A}_{1a} - e_{1a}'\hat{A}_{2a} - \phi_{1a}'\hat{\delta}_{1a} + \varphi_{1a}'\hat{\delta}_{2a} + \upsilon_{1a}'\hat{K}_a - \xi_{1a}'\hat{L}_a$

となる。

但し、$\epsilon_a = e_{1a}\omega_{1a} + \eta_{1a}'\omega_{2a}$, $\iota_a = O_a\omega_{2a}$, $\tau_{1a} = (1 + e_{1a})\omega_{1a}$, $e_{1a}' = e_{1a}\omega_{1a}$, $\phi_{1a}' = \phi_{1a}\omega_{1a}$, $\varphi_{1a}' = \varphi_{1a}\omega_{1a}$, $\upsilon_{1a}' = \upsilon_{1a}\omega_{1a}$, $\xi_{1a}' = \xi_{1a}\omega_{1a}$

(68)より

(79) $\hat{I}_a = \kappa_{1a}\hat{X}_{2a} - \kappa_{2a}\hat{\underline{X}}_{2a}$

但し、$\kappa_{1a} = \dfrac{X_{2a}}{I_a}$, $\kappa_{2a} = \dfrac{\underline{X}_{2a}}{I_a}$ であり、それぞれ a 国の X_2 財の輸入量に対するその財の消費需要量と生産量の比率を表わす。〔仮定Ⅲ・1〕より $\kappa_{1a} > 1$ そして $\kappa_{2a} > 0$ であり、両者の関係は $\kappa_{1a} = 1 + \kappa_{2a}$ である。

(27)と(58)を(79)に代入すれば

(80) $\hat{I}_a = V_a\hat{P} + \epsilon_a\hat{Y}_{ra} - \tau_{2a}\hat{A}_{2a} + e_{2a}'\hat{A}_{1a} + \phi_{2a}'\hat{\delta}_{2a} - \varphi_{2a}'\hat{\delta}_{1a} - \upsilon_{2a}'\hat{K}_a + \xi'_{2a}\hat{L}_a$

となる。

但し、$V_a=\eta_{2a}'\kappa_{1a}+e_{2a}\kappa_{2a}$, $\varepsilon_a=O_a\kappa_{1a}$, $\tau_{2a}=(1+e_{2a})\kappa_{2a}$, $e_{2a}'=e_{2a}\kappa_{2a}$, $\phi_{2a}'=\phi_{2a}\kappa_{2a}$, $\varphi_{2a}'=\varphi_{2a}\kappa_{2a}$, $\upsilon_{2a}'=\upsilon_{2a}\kappa_{2a}$, $\xi_{2a}'=\xi_{2a}\kappa_{2a}$

(69)より

$$\hat{E}_b=\omega_{1b}\hat{X}_{2b}-\omega_{2b}\hat{X}_{2b} \tag{81}$$

但し、$\omega_{1b}=\dfrac{X_{2b}}{E_b}$, $\omega_{2b}=\dfrac{X_{2b}}{E_b}$ である。$\omega_{1b}>1$, $\omega_{2b}>0$ で両者の間の関係は $\omega_{1b}=1+\omega_{2b}$ である。

(58)と(27)を(81)に代入すれば

$$\hat{E}_b=-\varepsilon_b\hat{P}-\tau_b\hat{Y}_{rb}+\tau_{2b}\hat{A}_{2b}-e_{2b}'\hat{A}_{1b}-\phi_{2b}'\hat{\delta}_{2b}+\varphi_{2b}'\hat{\delta}_{1b}+\upsilon_{2b}'\hat{K}_b-\xi'_{2b}\hat{L}_b \tag{82}$$

となる。

但し、$\varepsilon_b=e_{2b}\omega_{1b}+\eta_{2b}'\omega_{2b}$, $\tau_b=O_b\omega_{2b}$, $\tau_{2b}=(1+e_{2b})\omega_{1b}$, $e_{2b}'=e_{2b}\omega_{1b}$, $\phi_{2b}'=\phi_{2b}\omega_{1b}$, $\varphi_{2b}'=\varphi_{2b}\omega_{1b}$, $\upsilon_{2b}'=\upsilon_{2b}\omega_{1b}$, $\xi_{2b}'=\xi_{2b}\omega_{1b}$.

(70)より

$$I_b=\kappa_{1b}\hat{X}_{1b}-\kappa_{2b}\hat{X}_{1b} \tag{83}$$

但し、$\kappa_{1b}=\dfrac{X_{1b}}{I_b}$, $\kappa_{2b}=\dfrac{X_{1b}}{I_b}$ である。$\kappa_{1b}>1$, $\kappa_{2b}>0$ で両者間の関係は $\kappa_{1b}=1+\kappa_{2b}$ である。

(26)と(57)を(83)に代入すれば

$$\hat{I}_b=-V_b\hat{P}+\varepsilon_b\hat{Y}_{rb}-\tau_{1b}\hat{A}_{1b}+e_{1b}'\hat{A}_{2b}+\phi_{1b}'\hat{\delta}_{1b}-\varphi_{1b}'\hat{\delta}_{2b}-\upsilon_{1b}'\hat{K}_b+\xi_{1b}'\hat{L}_b \tag{84}$$

但し、$V_b=\eta_{1b}'\kappa_{1b}+e_{1b}\kappa_{2b}$, $\varepsilon_b=O_b\kappa_{1b}$, $\tau_{1b}=(1+e_{1b})\kappa_{2b}$, $e_{1b}'=e_{1b}\kappa_{2b}$, $\phi_{1b}'=\phi_{1b}\kappa_{2b}$, $\varphi_{1b}'=\varphi_{1b}\kappa_{2b}$, $\upsilon_{1b}'=\upsilon_{1b}\kappa_{2b}$, $\xi'=\xi_{1b}\kappa_{2b}$

また一方、(71)と(72)はそれぞれ同様にしてつぎのように相対的変化率として示すことが出来る。

$$\hat{E}_a=\hat{I}_b=\hat{x} \tag{85}$$

$$\hat{I}_a=\hat{E}_b=\hat{m} \tag{86}$$

また同様な操作によって(75)と(74)はそれぞれ

$$\hat{b}_a=\hat{P}+\hat{x}-\hat{m} \tag{87}$$

$$\hat{T}_a=\hat{P} \tag{88}$$

となる。

かくして、(78)・(80)・(82)・(84)・(85)・(86)・(87)・(88)を方程式組織とする不完全特化の場合における二国二財モデルが構成された。つぎにここで、$\hat{P}$, $\hat{A}_{1a}$, $\hat{A}_{2a}$, $\hat{A}_{1b}$, $\hat{A}_{2b}$, $\hat{\delta}_{1a}$, $\hat{\delta}_{2a}$, $\hat{\delta}_{1b}$, $\hat{\delta}_{2b}$, $\hat{K}_a$, $\hat{L}_a$, $\hat{K}_b$, $\hat{L}_b$ を所与とすれば、そのとき $\hat{b}_a$, $\hat{x}$, $\hat{m}$, $\hat{Y}_{ra}$, $\hat{Y}_{rb}$ の各変数に関してそれぞれ一意的な解を導くことが出来よう。そこでいま、a 国の貿易差額の変化を示す b_a に関してその一般的関係を示すならばつぎのようになる。

$$\hat{b}_a=-\frac{1}{\Theta}[\Omega\hat{P}+(\varepsilon_b+\iota_b)\{(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a}-(\varepsilon_a e_{1a}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a}-(\varepsilon_a\phi_{1a}'+\iota_a\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a}+(\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}+(\varepsilon_a\upsilon_{1a}'-\iota_a\upsilon_{2a}')\hat{K}_a-(\varepsilon_a\xi'_{1a}-\iota_a\xi'_{2a})\hat{L}_a\}+(\varepsilon_a+\iota_a)\{\varepsilon_b e_{2b}'+\iota_b\tau_{1b})\hat{A}_{1b}-(\varepsilon_b\tau_{2b}+\iota_b e_{1b}')\hat{A}_{2b}-(\varepsilon_b\phi_{2b}'+\iota_b\varphi_{1b}')\hat{\delta}_{1b}+(\varepsilon_b\varphi_{2b}'+\iota_b\phi_{1b}')\hat{\delta}_{2b}-(\varepsilon_b\upsilon_{2b}'-\iota_b\upsilon_{1b}')\hat{K}_b+(\varepsilon_b\xi_{2b}'-\iota_b\xi_{1b}')\hat{L}_b\}] \tag{89}$$

但し、$\Theta=\iota_a\iota_b-\varepsilon_a\varepsilon_b$, $\Omega=\varepsilon_a\varepsilon_b(1+\varepsilon_a+\varepsilon_b)+\iota_a\iota_b(V_a+V_b-1)+\iota_a E_b(V_a+\varepsilon_b)+\varepsilon_a\varepsilon_b(\varepsilon_a+V_b)$

ところで、[仮定Ⅲ・4]と[仮定Ⅲ・5]より$\hat{K}_a$, $\hat{L}_a$, $\hat{K}_b$, $\hat{L}_b$, $\hat{A}_{1b}$, $\hat{A}_{2b}$, $\hat{\delta}_{1b}$, $\hat{\delta}_{2b}$ はいずれも0であるので(89)は

$$\hat{b}_a=-\frac{1}{\Theta}[\Omega\hat{P}+(\varepsilon_b+\iota_b)\{(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a}-(\varepsilon_a e_{1a}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a}-(\varepsilon_a\phi_{1a}'+\iota_a\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a}+(\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}\}] \tag{90}$$

となる。[16] よって、両財の相対価格を不変とした場合、a 国における技術進歩がその貿易差額に与える影響を検討することが可能となる。ここで若干の特殊的ケースに関して述べよう。いま技術進歩が中立的とすれば、それが[1]輸出財産業で生ずる場合、[2]輸入財産業で生ずる場合、[3]両産業で一様に(同率で)生ずる場合(90)は $\hat{P}=0$ のもとで

(91) $\hat{b}_a = -\dfrac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Theta}(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a}$

(92) $\hat{b}_a = \dfrac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Theta}(\varepsilon_a e_{1a}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a}$

(93) $\hat{b}_a = -\dfrac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Theta}(\varepsilon_a+\iota_a)\hat{A}_a$

となる。[17] $\Theta \gtrless 0$ であれば、a 国の貿易差額はそれぞれ悪化・改善・悪化し、$\theta \lessgtr 0$ ならば改善、悪化、改善する。

つぎに、貿易差額が均衡しているという仮定のもとで a 国の交易条件、および実質所得の変化を示す一般的関係を導こう。(87)に関して $\hat{b}_a=0$ とおき、同時に(78)・(80)・(82)・(84)・(85)・(86)・(88)を適用すれば、T_a と Y_{ra} はクラマーの公式によりそれぞれ

(94) $\hat{T}_a = \dfrac{\Delta_1}{\Delta}$

但し、

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\epsilon_a & \iota_a & 0 \\ 0 & 1 & -V_a & -\varepsilon_a & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon_b & 0 & \iota_b \\ 1 & 0 & V_b & 0 & -\varepsilon_b \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & Z_1 & \iota_a & 0 \\ 0 & 1 & Z_2 & -\varepsilon_a & 0 \\ 0 & 1 & Z_3 & 0 & \iota_b \\ 1 & 0 & Z_4 & 0 & -\varepsilon_b \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$Z_1 = \tau_{1a}\hat{A}_{1a} - e_{1a}'\hat{A}_{2a} - \phi_{1a}'\hat{\delta}_{1a} + \varphi_{1a}'\hat{\delta}_{2a} + \upsilon_{1a}'\hat{K}_a - \xi_{1a}'\hat{L}_a$

$Z_2 = e_{2a}'\hat{A}_{1a} - \tau_{2a}\hat{A}_{2a} - \varphi_{2a}'\hat{\delta}_{1a} + \phi_{2a}'\hat{\delta}_{2a} - \upsilon_{2a}'\hat{K}_a + \xi_{2a}'\hat{L}_a$

$Z_3 = -e_{2b}'\hat{A}_{1b} + \tau_{2b}\hat{A}_{2b} + \varphi_{2b}'\hat{\delta}_{1b} - \phi_{2b}'\hat{\delta}_{2b} + \upsilon_{2b}'\hat{K}_b - \xi_{2b}'\hat{L}_b$

$Z_4 = -\tau_{1b}\hat{A}_{1b} + e_{1b}'\hat{A}_{2b} + \phi_{1b}'\hat{\delta}_{1b} - \varphi_{1b}'\hat{\delta}_{2b} - \upsilon_{1b}'\hat{K}_b + \xi_{1b}'\hat{L}_b$

(95) $\hat{Y}_{ra} = \dfrac{\Delta_2}{\Delta}$

但し、

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\epsilon_a & Z_1 & 0 \\ 0 & 1 & -V_a & Z_2 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon_b & Z_3 & \iota_b \\ 1 & 0 & V_b & Z_4 & -\varepsilon_b \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

となる。(94)と(95)は若干の数式的操作によってそれぞれつぎのように書き改められる。

(96) $\hat{T}_a = -\dfrac{1}{\Omega}[(\varepsilon_b+\iota_b)\{(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a} - (\varepsilon_a e_{1a}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a} - (\varepsilon_a\phi_{1a}'+\iota_a\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a} + (\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a} + (\varepsilon_a\upsilon_{1a}'-\iota_a\upsilon_{2a}')\hat{K}_a + (\iota_a\xi_{2a}'-\varepsilon_a\xi'_{1a})\hat{L}_a\} + (\varepsilon_a+\iota_a)\{(\varepsilon_b e_{2b}'+\iota_b\tau_{1b})\hat{A}_{1b} - (\varepsilon_b\tau_{2b}+\iota_b e_{1b})\hat{A}_{2b} - (\varepsilon_b\varphi_{2b}'+\iota_b\phi_{1b}')\hat{\delta}_{1b} + (\varepsilon_b\phi_{2b}'+\iota_b\varphi_{1b}')\hat{\delta}_{2b} + (\iota_b\upsilon_{1b}'-\varepsilon_b\upsilon_{2b}')\hat{K}_b + (\varepsilon_b\xi_{1b}'-\iota_b\xi_{1b}')\hat{L}_b\}]$

(97) $\hat{Y}_{ra} = -\dfrac{1}{\Omega}[\{(\Lambda_2 e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a})\hat{A}_{1a} + (\Lambda_1 e_{1a}'-\Lambda_2\tau_{2a})\hat{A}_{2a} + (\Lambda_1\phi_{1a}'-\Lambda_2\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a} - (\Lambda_1\varphi_{1a}'-\Lambda_2\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a} - (\Lambda_1\upsilon_{1a}'+\Lambda_2\upsilon_{2a}')\hat{K}_a + (\Lambda_1\xi_{1a}'+\Lambda_2\xi_{2a}')\hat{L}_a\} + (1+\epsilon_a-V_a)\{(\varepsilon_b\tau_{2b}'+\iota_b\tau_{1b})\hat{A}_{1b} - (\varepsilon_b\tau_{2b}+\iota_b e_{1b}')\hat{A}_{2b} - (\varepsilon_b\varphi_{2b}'+\iota_b\phi_{1b}')\hat{\delta}_{1b} + (\varepsilon_b\phi_{2b}'+\iota_b\varphi_{1b}')\hat{\delta}_{2b} - (\varepsilon_b\upsilon_{2b}'-\iota_b\upsilon_{1b}')\hat{K}_b + (\varepsilon_b\xi_{2b}'-\iota_b\xi_{1b})\hat{L}_b\}]$

但し、$\Lambda_1 = \iota_b(V_a+V_b-1) + \varepsilon_b(\epsilon_b+V_a) \cdot \Lambda_2 = \varepsilon_b(1+\epsilon_a+\epsilon_b) + \iota_b(\epsilon_a+V_b)$

前と同様にして［仮定Ⅲ・4］と［仮定Ⅲ・5］より(96)と(97)はそれぞれ

(98) $\hat{T}_a = -\dfrac{1}{\Omega}(\varepsilon_b+\iota_b)\{(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a} - (\varepsilon_a e_{1a}'+\iota_a\tau_{2b})\hat{A}_{2a} - (\varepsilon_a\phi_{1a}'+\iota_a\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a} + (\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}\}$

(99) $\hat{Y}_{ra} = -\dfrac{1}{\Omega}\{(\Lambda_2 e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a})\hat{A}_{1a} + (\Lambda_1 e_{1a}'-\Lambda_2\tau_{2a})\hat{A}_{2a} + (\Lambda_1\phi_{1a}'-\Lambda_2\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a} - (\Lambda_1\varphi_{1a}-\Lambda_2\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}\}$

となる。(98)より a 国においてのみ技術進歩が行なわれる場合つぎの関係が存在することが明らかである。

[a] 技術進歩が非中立的の場合

(100) $\hat{T}_a = (\hat{T}_a)_{\hat{\delta}_{1a}=0}\hat{A}_{1a}=0 + (\hat{T}_a)_{\hat{\delta}_{2a}=0}\hat{A}_{2a}=0$

[b] 技術進歩が中立的の場合

(101) $\hat{T}_a = (\hat{T}_a)_{\substack{\hat{\delta}_{1a}=0\\ \hat{\delta}_{2a}=0}}\hat{A}_{1a}=0 + (\hat{T}_a)_{\substack{\hat{\delta}_{1a}=0\\ \hat{\delta}_{2a}=0}}\hat{A}_{2a}=0$

これに関連して、中立的技術進歩が輸出財産業と輸入財産業とで同率 $\hat{A}$ で行なわれるならばそのとき101は、

(102) $\hat{T}_a = (\hat{T}_a)_{\substack{\hat{\delta}_{1a}=0\\ \hat{\delta}_{2a}=0}}\hat{A}_{1a}=\hat{A} + (\hat{T}_a)_{\substack{\hat{\delta}_{1a}=0\\ \hat{\delta}_{2a}=0}}\hat{A}_{2a}=\hat{A}$

となる。一方、Y_{ra} に関しても上の各場合に関して全く同様な関係が存在するが、それらは(100)・(101)・(102)の $\hat{T}_a$ の代りに $\hat{Y}_{ra}$ を置換えればよいので更めて示す必要はないであろう。最後に、b 国の交易条件、および実質所得の変化について付言しておこう。いま、b 国の交易条件の変化を $\hat{T}_b$ と表せば、

(103) $\hat{T}_b = -\hat{T}_a$

であるので前述の仮定のもとで $\hat{T}_b$ は(103)と(98)より直ちに導かれる。一方、$\hat{Y}_{rb}$ は同様な仮定のもとで、

(104) $\hat{Y}_{rb} = \frac{1}{\varrho}(1+\epsilon_b - V_b)\{(\epsilon_a\tau_{1a} + \iota_a e_{2a}')\hat{A}_{1a} - (\epsilon_a e_{1a}' + \iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a} - (\epsilon_a\phi_{1a}' + \iota_a\varphi_{2a}')\hat{\delta}_{1a} + (\epsilon_a\varphi_{1a}' + \iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}\}$

となる。

注(13) 以下において示される諸弾力性係数はいずれも正として表わされている。

(14) ジョンソンは b_a を export ratio とよび、国際収支の変化を示す index として適用する。(73)と(75)との関係は

[4.1] $B_a = P_2 m(b_a - 1)$

である。

(15) [4.2] より

[4.2] $b_a = 1 + \frac{B_a}{P_2 m}$

初期において $P_1 = P_2 = 1$ で $B_a = 0$ と仮定されるので $\dot{b}_a = \frac{\dot{B}_a}{m}$ 或は $\hat{b}_a = \frac{\dot{B}_a}{m}$ となる。

[4.3] $\dot{b}_a = \frac{\dot{B}_a}{P_2 m} - \frac{\dot{P}_2 m + P_2\dot{m}}{(P_2 m)^2}B_a$

(16) (90)とジョンソン基本方程式との基本的相違はジョンソン式は実質所得は外生変数であるのに対してここではそれは内生変数となっている点である。また(90)と建元[39]の貿易差額式との相違は(90)において $\dot{P}$ はジョンソン式と同様に外生変数として取扱われるが建元式においてそれは内生変数となっている点である。

(17) 中立的技術進歩が輸出財産業においてのみ生ずる場合は(90)に関して $\hat{A}_{2a}=0$, $\hat{\delta}_{1a}=0$, $\hat{\delta}_{2a}=0$, 輸入財産業においてのみ生ずる場合は $\hat{A}_{1a}=0$, $\hat{\delta}_{1a}=0$, $\hat{\delta}_{2a}=0$, そして両産業で一様に生ずる場合は $\hat{A}_{1a}=\hat{A}_{2a}=\hat{A}$, $\hat{\delta}_{1a}=0$, $\hat{\delta}_{2a}=0$ とおくことによってそれぞれ(91)〜(93)がえられる。(93)の場合は、

[4.4] $\hat{b}_a = -\frac{\epsilon_b+\iota_b}{\Theta}\{(\epsilon_a\tau_{1a} + \iota_a e_{2a}') - (\epsilon_a e_{1a}' + \iota_a\tau_{2a})\}\hat{A}$ であるが、{ } は $\epsilon_a(1+e_{1a})\omega_{1a} + \iota_a e_{2a}\kappa_{2a} - \epsilon_a e_{1a}\omega_{1a} - \iota_a(1+e_{2a})\kappa_{2a}$ であり、既述の $\epsilon_a = \kappa_{1a}$, $\iota_a = \omega_{2a}$, $\kappa_{1a} = 1+\kappa_{2a}$, $\omega_{1a} = 1+\omega_{2a}$ の関係を適用することによって(93)を導くことが出来る。

五、技術進歩と交易条件

ここでは a 国においてのみ中立的技術進歩か非中立的技術進歩が生ずる場合そのインパクトによる同国の交易条件の変化に関して検討しよう。

[A] 中立的技術進歩の場合

技術進歩が中立であるとき a 国の交易条件の変化は(98)より

$$(105)\quad \hat{T}_a=-\frac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Omega}\Phi$$

但し、$\Phi=(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}{}')\hat{A}_{1a}-(\varepsilon_a e_{1a}{}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a}$

ここでいま、$\hat{A}_{2a}\neq 0$ として $\Phi=0$ ならしめる $\dfrac{\hat{A}_{1a}}{\hat{A}_{2a}}$ をζとしよう。但しζは、

$$(106)\quad \zeta=\frac{\varepsilon_a e_{1a}{}'+\iota_a\tau_{2a}}{\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}{}'}$$

である。ζを変形すれば

$$(107)\quad \zeta=\frac{U_{2a}\omega_{2a}(1+e_{1a}+e_{2a})+e_{1a}(1+U_{2a}+\omega_{2a})}{U_{2a}\omega_{2a}(1+e_{1a}+e_{2a})+(1+e_{1a})(1+U_{2a}+\omega_{2a})}$$

となるので、明らかに $0<\zeta<1$ である。[18] Φに関して $\dfrac{\hat{A}_{1a}}{\hat{A}_{2a}}\gtreqless\zeta$ にしたがって $\Phi\gtreqless 0$ であり、そしてΩに関しては為替安定に関するマーシャル=ラーナー条件が充たされているとすれば $\Omega>0$ であるので(105)より

$$(108)\quad \hat{A}_{1a}\gtreqless\zeta\hat{A}_{2a}\quad にしたがって\quad \hat{T}_a\lesseqgtr 0$$

(108)はa国の交易条件の変化を示す一般的関係である。つぎにここで、技術進歩が[1]輸出財産業においてのみ生ずる場合、[2]輸入財産業においてのみ生ずる場合、[3]両産業で一様に生ずる場合を述べるならば(105)或は(108)より、a国の交易条件はそれぞれ悪化・改善・悪化することになりヒックスと同様な結論が得られ、また同時にジョンソン命題の帰結と完全に整合的関係となる。

[B] 非中立的技術進歩の場合

ここでは輸出財産業か輸入財産業のいずれかにおいて労働節約的技術進歩か資本節約的技術進歩が生ずる場合に関して取扱われる。

一、輸出財産業において非中立的技術進歩が行なわれる場合、

a国の交易条件の変化は(98)より

$$(109)\quad \hat{T}_a=-\frac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Omega}\Gamma_1$$

但し、$\Gamma_1=(\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}{}')\hat{A}_{1a}-(\varepsilon_a\phi_{1a}{}'+\iota_a\varphi_{2a}{}')\hat{\delta}_{1a}$

ここで

$$(110)\quad \pi_1=\frac{\varepsilon_a\phi_{1a}{}'+\iota_a\varphi_{2a}{}'}{\varepsilon_a\tau_{1a}+\iota_a e_{2a}{}'}$$

とおこう。いま、$\hat{A}_{1a}\cdot\hat{\delta}_{1a}$ がそれぞれ所与ならば

$$(111)\quad \left.\begin{array}{ll}\hat{\delta}_{1a}>0\ の場合 & \pi_1\lesseqgtr\dfrac{\hat{A}_{1a}}{\hat{\delta}_{1a}}\\ \hat{\delta}_{1a}<0\ の場合 & \pi_1\gtreqless\dfrac{\hat{A}_{1a}}{\hat{\delta}_{1a}}\end{array}\right\}$$

にしたがって、$\Gamma_1\gtreqless 0$ であり、$\hat{T}_a\lesseqgtr 0$ である。π_1は生産関数がCES型の場合いま国名を省略して（以下同様）示せば、

$$(112)\quad \pi_1=\frac{O_1}{(1+\rho_1)(1-\delta_1)Q_1}\frac{k_2}{k_1-k_2}+\frac{1}{\rho_1(1+\rho_1)\left(1+\dfrac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)}\left[1+\rho_1+k_1^{\rho_1}\left\{\rho_1\frac{J_1}{\delta_1}-(1+\rho_1)\right\}\right]$$

但し、$Q_1=\varepsilon\tau_1+\iota e_2{}'$, $O_1=\varepsilon\omega_1+\iota\kappa_2\dfrac{K_1}{K_2}$・$J_1=\varepsilon\omega_1/Q_1$ であり、それぞれ $Q_1>0$, $O_1>0$, $0<J_1<1$ である。[19]

そして生産関数がダグラス型（$\rho_1=0$）の場合は

(113)
$$\pi_1=\frac{O_1}{(1-\delta_1)Q_1}\frac{k_2}{k_1-k_2}-\delta_1\log k_1+J_1$$

かくして、π_1はk_2、δ_1等々の値を所与とするならばk_1の関数 $\pi_1=\pi_1(k_1)$ とみなすことが出来るであろう。そこでいま、k_1の変化に対するπ_1の変化を示す曲線をπ_1曲線とよぼう。π_1曲線は $k_1=k_2$ のところで不連続であることは明らかであるが、ここでπ_1曲線の位置、および形状に関して若干の検討を試みる。

（i） $-1<\rho_1<0$ の場合

$$\pi_1(0)=-g_1D_{10}$$

$$\pi_1(\infty)=\frac{1}{\rho_1}$$

但し、$g_1=\dfrac{1}{(1+\rho_1)(1-\delta_1)}\cdot D_{10}=\dfrac{O_1}{Q_1}+\dfrac{1+\rho_1}{\rho_1}\delta_1-J_1$

（ii） $\rho_1=0$ の場合

$$\lim_{k_1\to 0+}\pi_1=+\infty$$

$$\pi_1(\infty)=-\infty$$

（iii） $0<\rho_1<\infty$ の場合

$$\pi_1(0)=-g_1D_{11}$$

$$\pi_1(\infty)=-g_1D_{12}$$

但し、$D_{11}=\dfrac{O_1}{Q_1}-\dfrac{1+\rho_1}{\rho_1}(1-\delta_1)$

但し、$D_{12}=\dfrac{1+\rho_1}{\rho_1}\delta_1-J_1$

そして上の各場合に関して

$$\lim_{k_1\to k_2-0}\pi_1=-\infty$$

$$\lim_{k_1\to k_2+0}\pi_1=+\infty$$

つぎに、(112) をk_1で偏微分すればその第一次偏微分は、

(114)
$$\pi_1'=-\frac{g_1O_1}{Q_1}\frac{k_2}{(k_1-k_2)^2}-\left(1-\frac{\rho_1}{1+\rho_1}J_1\right)\frac{k_1^{\rho_1-1}}{\delta_1\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^2}$$

であり、その第二次偏微分 π_1'' は

(115)
$$\pi_1''=\frac{2g_1O_1}{Q_1}\frac{k_2}{(k_1-k_2)^3}+\left(1-\frac{\rho_1}{1+\rho_1}J_1\right)\frac{k_1^{\rho_1-2}}{\delta_1\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^3}\left\{(1+\rho_1)\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}-(\rho_1-1)\right\}$$

となる。同様にして(113)に関してはそれぞれ

(116)
$$\pi_1'=-\frac{O_1}{(1-\delta_1)Q_1}\frac{k_2}{(k_1-k_2)^2}-\delta_1k_1^{-1}$$

(117)
$$\pi_1''=\frac{2O_1}{(1-\delta_1)Q_1}\frac{k_2}{(k_1-k_2)^3}-\delta_1k_1^{-2}$$

がえられる。

(114) に関して、$1-\dfrac{\rho_1}{1+\rho_1}J_1>0$ であり[20]、$-1<\rho_1<\infty$ の場合 $\pi_1'<0$ となるのでπ_1曲線の勾配は負である。つぎに、(115)に関してその第一項をH_1、第二項をH_2とおくならば、まずH_1に関して $-1<\rho_1<\infty$ の場合

(118) $k_1\lessgtr k_2$ にしたがって $H_1\lessgtr 0$

つぎに、H_2に関して$-1<\rho_1\leqq 1$ の場合は $k_1>0$ に対して $H_2>0$ であるが $1<\rho_1<\infty$ の場合は

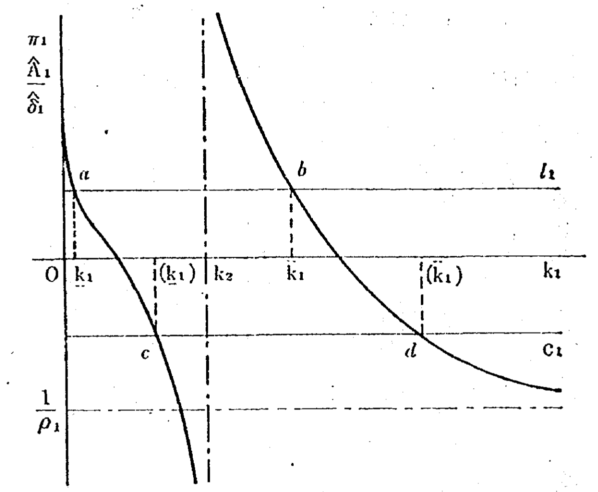
(119) $k_1 \geqq k_1^{o}$ にしたがって　$H_2 \leqq 0$

但し、$k_1^{o}=\left(\dfrac{\rho_1-1}{1+\rho_1}\dfrac{\delta_1}{1-\delta_1}\right)^{\frac{1}{\rho_1}}$ で、$k_1^{o}>0$

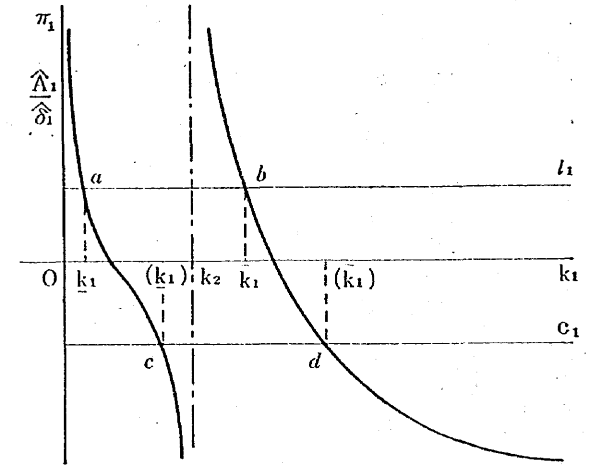
である。

よって、$-1<\rho_1\leqq 1$ の場合は $k_1>k_2$、そして $1<\rho_1<\infty$ の場合は $k_1^{o}\leqq k_2$ のとき $k_1>k_2$ に関して $\pi_1''>0$ であり π_1 曲線は上方に凹である。また、$1<\rho_1<\infty$ の場合 $k_1^{o}\geqq k_2$ のとき $k_1<k_2$ に関して $\pi_1''<0$ であり π_1 曲線は上方に凸となる。

第一図



第二図



いま、縦軸に π_1、横軸に k_1 を測るものとすれば、$-1<\rho_1<0$ の場合ある時点において π_1 曲線は $D_{10}<0$ とすれば第一図のように描かれるであろう。π_1 曲線はそこで、もし $D_{10}>0$ ならば負の切片をもつことになり、また $D_{10}=0$ ならば原点通過となる。

第一図に同時に $\pi_1=\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}$ を書き加えるならば、これは技術進歩が労働節約的であるか、資本節約的であるかによってそれぞれ l_1 直線、C_1 直線のように与えられる。(21) よって、労働節約的技術進歩の場合 $k_2<k_1<\infty$ に関して π_1 曲線と l_1 直線との交点が必ず存在するが、$0<k_1<k_2$ に関しては $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}<-g_1D_{10}$ ならば同様に交点が存在し、$\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\geqq -g_1D_{10}$ ならば交点は存在しない。また資本節約的技術進歩の場合 $k_2<k_1<\infty$ に関して $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}>\dfrac{1}{\rho_1}$ ならば π_1 曲線と C_1 直線との交点が存在し、$\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\leqq\dfrac{1}{\rho_1}$ ならば交点は存在しない。$0<k_1<k_2$ に関しては上と同様である。以上、π_1 曲線と l_1 直線か C_1 直線との交点の存否について

[1] 労働節約的技術進歩の場合

第一表

k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化
$k_1<k_2$	Ⅰ	$k_1<\underline{k}_1$	改善	$k_1>k_2$	Ⅲ	$k_1<\bar{k}_1$	改善
		$k_1=\underline{k}_1$	不変			$k_1=\bar{k}_1$	不変
		$k_1>\underline{k}_1$	悪化			$k_1>\bar{k}_1$	悪化
	Ⅱ		悪化		Ⅳ		改善

ケースⅠ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}<-g_1D_{10}$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}<-g_1D_{11}$ の各場合

ケースⅡ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\geqq -g_1D_{10}$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\geqq -g_1D_{11}$ の各場合

ケースⅢ：$-1<\rho_1<0$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}>-g_1D_{12}$ の各場合

ケースⅣ：$0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\leqq -g_1D_{12}$ の各場合

[2] 資本節約的技術進歩の場合

第二表

k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化	k_1 の相対関係	ケース		T_a の変化
$k_1<k_2$	Ⅴ	$k_1<\underline{k}_1$	悪化	$k_2<k_1$	Ⅶ	$k_1<\bar{k}_1$	悪化
		$k_1=\underline{k}_1$	不変			$k_1=\bar{k}_1$	不変
		$k_1>\underline{k}_1$	改善			$k_1>\bar{k}_1$	改善
	Ⅵ		改善		Ⅷ		悪化

ケースⅤ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}<-g_1D_{10}$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}<-g_1D_{11}$ の各場合

ケースⅥ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\geqq -g_1D_{10}$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\geqq -g_1D_{11}$ の各場合

ケースⅦ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}>\dfrac{1}{\rho_1}$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}>-g_1D_{12}$ の各場合

ケースⅧ：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\leqq\dfrac{1}{\rho_1}$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\delta_1}\leqq -g_1D_{12}$ の各場合

述べたが、そこで交点が存在する場合以下において $0<\underline{k}_1<k_2$ における π_1曲線と l_1直線かC_1直線との交点に対応する k_1 を $\underline{k}_1$、$k_2<\bar{k}_1<\infty$ におけるそれを $\bar{k}_1$ で表わそう。$\underline{k}_1$ と $\bar{k}_1$ は(112)の左辺を $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}$ とおきそれを k_1 に関して解くことによって導かれうるであろう。

つぎに、$\rho_1=0$ の場合 π_1曲線は第二図のように描かれよう。

この場合、π_1曲線は $0<\underline{k}_1<k_2$ と $k_2<\bar{k}_1<\infty$ の領域において必ず l_1直線、C_1直線とそれぞれ交わることになり、それらに対応する $\underline{k}_1$ と $\bar{k}_1$ が存在する。これらは(113)の左辺を $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}$ とおき、それを k_1 について解くことによって得られよう。

最後に、$0<\rho_1<\infty$ の場合ここでは更めて図示されないが同様にして π_1曲線を描くことが出来る。[22] この場合における π_1曲線と l_1直線かC_1直線との交点の存在する条件は $0<\underline{k}_1<k_2$ において $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1D_{11}$ であり、$k_2<\bar{k}_1<\infty$ に関して $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1D_{12}$ である。そしてこのような条件の存在のもとでそれぞれ $\underline{k}_1$、$\bar{k}_1$ が存在することはいうまでもない。

以上の関係に基づいて輸出財産業において非中立的技術進歩が生ずる場合における a 国の交易条件の変化を表示すれば、労働節約的技術進歩の場合は第一表、資本節約的技術進歩の場合は第二表の通りとなるであろう。

二、輸入財産業において非中立的技術進歩が行なわれる場合

この場合、a 国の交易条件の変化は(98)より、

(120) $$\hat{T}_a=-\frac{\varepsilon_b+\iota_b}{\Omega}\Gamma_2$$

となる。ここで、

但し、$\Gamma_2=-(\varepsilon_a\theta_{1a}'+\iota_a\tau_{2a})\hat{A}_{2a}+(\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}')\hat{\delta}_{2a}$

とおく。いま、$\hat{A}_{2a}$・$\hat{\delta}_{2a}$ が所与とすれば

(121) $$\pi_2=\frac{\varepsilon_a\varphi_{1a}'+\iota_a\phi_{2a}'}{\varepsilon_a\theta_{1a}'+\iota_a\tau_{2a}}$$

(122) $$\left.\begin{array}{ll}\hat{\delta}_{2a}>0 \text{ の場合} & \pi_2\lesseqgtr\dfrac{\hat{A}_{2a}}{\hat{\delta}_{2a}}\\ \hat{\delta}_{2a}<0 \text{ の場合} & \pi_2\gtreqless\dfrac{\hat{A}_{2a}}{\hat{\delta}_{2a}}\end{array}\right\}$$

にしたがって、$\Gamma_2\lesseqgtr 0$ であり $\hat{T}_a\gtreqless 0$ である。π_2 は生産関数がCES型の場合

(123) $$\pi_2=\frac{O_2}{(1+\rho_2)(1-\delta_2)Q_2}\frac{k_1}{k_2-k_1}+\frac{1}{\rho_2(1+\rho_2)\left(1+\frac{1-\delta_2}{\delta_2}k_2^{\rho_2}\right)}\left[1+\rho_2+k_2^{\rho_2}\left\{\rho_2\frac{J_2}{\delta_2}-(1+\rho_2)\right\}\right]$$

但し、$Q_2=\varepsilon\theta_1'+\iota\tau_2$、$O_2=\varepsilon\omega_1\frac{k_2}{k_1}+\iota k_2$・$J_2=\iota k_2/Q_2$ であり、それぞれ $Q_2>0$、$O_2>0$、$0<J_2<1$ である。

また、生産関数がコブ＝ダグラス型の場合は、

(124) $$\pi_2=\frac{O_2}{(1-\delta_2)Q_2}\frac{k_1}{k_1-k_2}-\delta_2\log k_2+J_2$$

となる。

ところで、π_2 は k_1、δ_2 等の諸量・諸パラメーターを所与とすれば k_2 の関数と見なされうる。よって π_2 に関してつぎのような関係が見出されよう。

（i） $-1<\rho_2<0$ の場合

$$\pi_2(0)=-g_2D_{20}$$

$$\pi_2(\infty)=\frac{1}{\rho_2}$$

但し、$g_2=\frac{1}{(1+\rho_2)(1-\delta_2)}$、$D_{20}=\frac{O_2}{Q_2}+\frac{1+\rho_2}{\rho_2}\delta_2-J_2$

（ii） $\rho_2=0$ の場合

$$\lim_{k_2\to 0+}\pi_2=+\infty$$

[1] 労働節約的技術進歩の場合

第　三　表

k_2の相対関係	ケ　ー　ス		T_a の変化	k_2の相対関係	ケ　ー　ス		T_a の変化
$k_2<k_1$	I	$k_2<\underline{k}_2$	悪　化	$k_2>k_1$	III	$k_2<\bar{k}_2$	悪　化
		$k_2=\underline{k}_2$	不　変			$k_2=\bar{k}_2$	不　変
		$k_2>\underline{k}_2$	改　善			$k_2>\bar{k}_2$	改　善
	II		改　善		IV		悪　化

ケースI：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}<-g_2D_{20}$, $\rho_2=0$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}<-g_2D_{21}$ の各場合

ケースII：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\geq-g_2D_{20}$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\geq-g_2D_{22}$ の各場合

ケースIII：$-1<\rho_2<0$, $\rho_2=0$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}>-g_2D_{22}$ の各場合

ケースIV：$0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\leq-g_2D_{22}$ の場合

[2] 資本節約的技術進歩の場合

第　四　表

k_2の相対関係	ケ　ー　ス		T_a の変化	k_2の相対関係	ケ　ー　ス		T_a の変化
$k_2<k_1$	V	$k_2<\underline{k}_2$	改　善	$k_2>k_1$	VII	$k_2<\bar{k}_2$	改　善
		$k_2=\underline{k}_2$	不　変			$k_2=\bar{k}_2$	不　変
		$k_2>\underline{k}_2$	悪　化			$k_2>\bar{k}_2$	悪　化
	VI		悪　化		VIII		改　善

ケースV：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}<-g_2D_{20}$, $\rho_2=0$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}^2}<-g_2D_{21}$ の各場合

ケースVI：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\geq-g_2D_{20}$, $0<\rho_2<\infty$で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\geq-g_2D_{21}$ の各場合

ケースVII：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_3}>\frac{1}{\rho_2}$, $\rho_2=0$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}>-g_2D_{22}$ の各場合

ケースVIII：$-1<\rho_2<0$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\leq\frac{1}{\rho_2}$, $0<\rho_2<\infty$ で $\frac{\hat{A}_2}{\hat{\delta}_2}\leq-g_2D_{22}$ の各場合

$$\pi_2(\infty)=-\infty$$

（iii）　$0<\rho_2<\infty$ の場合

$$\pi_2(0)=-g_2D_{21}$$

$$\pi_2(\infty)=-g_2D_{22}$$

但し、$D_{21}=\frac{O_2}{Q_2}-\frac{1+\rho_2}{\rho_2}(1-\hat{\delta}_2)$

但し、$D_{22}=\frac{1+\rho_2}{\rho_5}\hat{\delta}_2-J_2$

そして、上の各場合に関して

$$\lim_{k_2\to k_1-0}\pi_2=-\infty$$

$$\lim_{k_2\to k_1+0}\pi_2=+\infty$$

ここで、k_2の変化に対応するπ_2の変化を示す曲線をπ_2曲線と呼ぶならば、π_2曲線はπ_1曲線と全く同様な形状をもつことは明らかである。よってπ_2曲線に関してここで更めて説明されないが、前と同様にしてπ_2曲線がl_2直線かC_2直線（既述のl_1直線、c_1直線と同様にして描きうる）と交わる場合、それぞれの交点に対応するk_2に関して $0<k_2<k_1$ におけるk_2を$\underline{k}_2$、$k_1<k_2<\infty$ におけるそれを$\bar{k}_2$と表わそう。以上の関係を適用すれば、輸入財産業において非中立的技術進歩が生ずる場合におけるa国の交易条件の変化は技術進歩が労働節約的の場合は第三表、それが資本節約的の場合は第四表のように示されうるであろう。

注（18）　(107)は(93)に関して注(17)で述べられた関係を同様に適用することによって導かれる。

（19）　J_1を書き改めれば、

[5.1]　$J_1=\frac{\varepsilon\omega_1}{\varepsilon(1+e_1)\omega_1+\iota e_2k_2}=\frac{1}{1+e_1+e_2\frac{\iota k_2}{\varepsilon\omega_1}}$

よって、$0<J_1<1$ となる。

(20) $0<J_1<1$ であるので、$U_1=1-\frac{\rho_1}{1+\rho_1}J_1$ とおけば、$-1<\rho_1<0$ のとき $U_1>1$, $0<\rho_1<\infty$ のとき $0<U_1<1$ となる。

(21) 第三節で述べられた関係より技術進歩が労働節約的であるか、資本節約的であるかはそれぞれ $\delta_1>0$, $\delta_1<0$ に対応し、また $\hat{A}_1>0$ であるので、δ_1, $\hat{A}_1$ がそれぞれ所与とすれば、労働節約的技術進歩の場合 $\frac{\hat{A}_1}{\delta_1}$ は l_1直線、資本節約的技術進歩の場合それは C_1直線のように与えられるであろう。

(22) $0<\rho_1\leqq 1$ の場合 π_1曲線の形状は第一図の場合と同様である。しかしその位置関係として $-1<\rho_1<0$ の場合 π_1曲線は $k_1\to\infty$ のとき $\frac{1}{\rho_1}(<0)$ に近づくが、$0<\rho_1$ の場合は $-g_1D_{12}$ に近づく。これは $D_{12}<0$, $D_{12}=0$, $D_{12}>0$ にしたがってそれぞれ正、0、負の値をとる。$1<\rho_1<\infty$ の場合、その曲線の形状は既に述べられた通りである。

六、実質所得の変化

前節において技術進歩による交易条件の変化に関して考察したが、ここではそれに随伴する実質所得の変化について検討を試みる。

[A] 中立的技術進歩の場合

技術進歩が中立的であるとき a 国の実質所得の変化は(99)より

(125) $\hat{Y}_{ra}=-\frac{1}{\Omega}\psi$

但し、$\psi=(\Lambda_2e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a})\hat{A}_{1a}-(\Lambda_2\tau_{2a}-\Lambda_1e_{1a}')\hat{A}_{2a}$

ここでいま、$M_1\neq 0$ として

(126) $\mu=\frac{M_2}{M_1}$

とおこう。但し、$M_1=\Lambda_2e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a}$, $M_2=\Lambda_2\tau_{2a}-\Lambda_1e_{1a}'$, $M_1<M_2$ であるので、$M_1>0$ で $M_2>0$, $M_1<0$ で $M_2<0$, $M_1<0$ で $M_2=0$, $M_1<0$ で $M_2>0$ の四つの場合が存在する。これらをその順序にしたがってそれぞれケースI、ケースII、ケースIII、ケースIV、とすれば a 国の実質所得の変化は第五表のごとく示されるであろう(23)。

つぎに、ここで若干の特殊的ケースに関して述べよう。いま、技術進歩が輸出財産業においてのみ生ずる場合、輸入財産業においてのみ生ずる場合、両産業で一様に生ずる場合をそれぞれケース1、ケース2、ケース3とすれば第六表の結果をうる。

第五表

ケース	μ	Y_{ra} の変化
I	$\mu>1$	$\hat{A}_{1a}\gtreqless\mu\hat{A}_{2a}\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$
II	$0<\mu<1$	$\hat{A}_{1a}\gtreqless\mu\hat{A}_{2a}\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$
III	$\mu=0$	$\hat{A}_{1a}\Longrightarrow\hat{Y}_{ra}>0$
IV	$\mu<0$	$\hat{A}_{1a}>0$ か $\hat{A}_{2a}>0\Longrightarrow\hat{Y}_{ra}>0$

第六表

ケース	技術進歩率	Y_{ra} の変化
1	$\hat{A}_{1a}>0$, $\hat{A}_{2a}=0$	$M_1\gtreqless 0\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$
2	$\hat{A}_{2a}>0$, $\hat{A}_{1a}=0$	$M_2\gtreqless 0\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$
3	$\hat{A}_{1a}=\hat{A}_{2a}=\hat{A}$	$\hat{Y}_{ra}>0$

よって、(108)と第五表のケースI、第六表のケース1より、$M_1>0(\mu>1)$ であり $\hat{A}_{1a}>\mu\hat{A}_{2a}$ の場合と輸出財産業で技術進歩が生ずる場合、a 国の交易条件は悪化し、実質所得も低下するので成長の利益は自国に帰属しない。これらの場合においてバグワーティ[5]・[6]によって指摘された窮乏化成長となる。

[B] 非中立的技術進歩の場合

ここでは輸出財産業における場合だけをとり上げよう。(99)より

(127) $\hat{Y}_{ra}=-\frac{1}{\Omega}\gamma_1$

但し、$\gamma_1=(\Lambda_2e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a})\hat{A}_{1a}-(\Lambda_2\varphi_{2a}'-\Lambda_1\Phi_{1a}')\hat{\delta}_{1a}$

ここでいま、$\Lambda_2e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a}\neq 0$ と仮定して

(128) $\chi_1=\frac{\Lambda_2\varphi_{2a}'-\Lambda_1\phi_{1a}'}{\Lambda_2e_{2a}'-\Lambda_1\tau_{1a}}$

とおく。χ_1は生産関数がCES型の場合は

$$x_1=\frac{g_1 N_1 k_2}{M_1(k_1-k_2)}+\frac{1}{\rho_1(1+\rho_1)\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_2}k_1^{\rho_1}\right)}\left[(1+\rho_1)-k_1^{\rho_1}\left\{(1+\rho_1)+\rho_1\frac{G_1}{\delta_1}\right\}\right] \tag{129}$$

但し、$N_1=\kappa_2 A_2\frac{K_1}{K_2}-\omega_1 A_1$, $G_1=\frac{\omega_1 A_1}{M_1}$

そしてまた、生産関数がダグラス型の場合は、

$$x_1=\frac{N_1 k_2}{(1-\delta_1)M_1(k_1-k_2)}-\delta_1\log k_1-G_1 \tag{130}$$

となる。

よって

［1］ $\delta_1>0$ の場合

$$\left.\begin{array}{l} M_1>0 \text{ のとき } \frac{\hat{A}_1}{\delta_1}\gtreqless x_1 \\ M_1<0 \text{ のとき } \frac{\hat{A}_1}{\delta_1}\lesseqgtr x_1 \end{array}\right\} \text{にしたがって、} \tag{131}$$

$\gamma_1\gtreqless 0$ であり $\hat{Y}_{r0}\lesseqgtr 0$

である。

［2］ $\delta_1<0$ の場合

$$\left.\begin{array}{l} M_1>0 \text{ のとき } \frac{\hat{A}_1}{\delta_1}\gtreqless x_1 \\ M_1<0 \text{ のとき } \frac{\hat{A}_1}{\delta_1}\lesseqgtr x_1 \end{array}\right\} \text{にしたがって、} \tag{132}$$

$\gamma_1\lesseqgtr 0$ であり $\hat{Y}_{r0}\gtreqless 0$

である。

かくして、x_1はπ_1の場合と同様にしてk_1の関数 $x_1=x_1(k_1)$ とみなすことが出来るが、いまk_1の変化に対応するx_1の変化を示す曲線を x_1曲線とよび、x_1曲線に関して若干の検討を試みることにしよう。

（i） $-1<\rho_1<0$ の場合

$$x_1(0)=-g_1 C_{10}$$

$$x_1(\infty)=\frac{1}{\rho_1}$$

但し、$C_{10}=\frac{N_1}{M_1}+G_1+\frac{1+\rho_1}{\rho_1}\delta_1$

（ii） $\rho_1=0$ の場合

$$\lim_{k_1\to 0+} x_1=+\infty$$

$$x_1(\infty)=-\infty$$

（iii） $0<\rho_1<\infty$ の場合

$$x_1(0)=-g_1 C_{11}$$

$$x_1(\infty)=-g_1 C_{12}$$

但し、$C_{11}=\frac{N_1}{M_1}-\frac{1+\rho_1}{\rho_1}(1-\delta_1)$

但し、$C_{12}=\frac{1+\rho_1}{\rho_1}\delta_1+G_1$

そして、上の各場合に関して、

M_1とN_1が同符号（$M_1>0$で$N_1>0$か$M_1<0$で$N_1<0$）のとき、

$$\lim_{k_1\to k_2-0} \chi_1=-\infty$$

$$\lim_{k_1\to k_2+0} \chi_1=+\infty$$

M_1とN_1が異符号（$M_1>0$で$N_1<0$か$M_1<0$で$N_1>0$）のとき、

$$\lim_{k_1\to k_2-0} \chi_1=+\infty$$

$$\lim_{k_1\to k_2+0} \chi_1=-\infty$$

である。

つぎに(129)をk_1に関して偏微分すればその第一次偏微分χ_1'は、

(133) $$\chi_1'=-\frac{g_1N_1k_2}{M_1(k_1-k_2)^2}-\left(1+\frac{\rho_1}{1+\rho_1}G_1\right)\frac{k_1^{\rho_1-1}}{\delta_1\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^2}$$

となり、その第二次偏微分χ_1''は

(134) $$\chi_1''=\frac{2g_1N_1k_2}{M_1(k_1-k_2)^3}+\left(1+\frac{\rho_1}{1+\rho_1}G_1\right)\frac{k_1^{\rho_1-2}\left\{(1+\rho_1)\frac{1-\delta}{\delta_1}k_1^{\rho_1}-(\rho_1-1)\right\}}{\delta_1\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^3}$$

となる。同様にして(130)に関してはそれぞれ、

(135) $$\chi_1'=-\frac{N_1k_2}{(1-\delta_1)M_1(k_1-k_2)^2}-\delta_1k_1^{-1}$$

(136) $$\chi_1''=\frac{2N_1k_2}{(1-\delta_1)M_1(k_1-k_2)^3}+\delta_1k_1^{-2}$$

がえられる。

ここで、$F_1=1+\frac{\rho_1}{1+\rho_1}G_1$とおけば、$\chi_1'$に関して

(137) $$\left.\begin{array}{ll} F_1>0\text{ のとき} & -\frac{g_1\delta_1N_1k_2}{M_1F_1}\gtreqless h_1 \\ F_1<0\text{ のとき} & -\frac{g_1\delta_1N_1k_2}{M_1F_1}\lesseqgtr h_1 \end{array}\right\}$$ にしたがって、

$$\chi_1'\gtreqless 0$$

但し、$h_1=\frac{k_1^{\rho_1-1}(k_1-k_2)^2}{\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^2}$であり、$h_1\geqq 0$

h_1はk_1の関数$h_1=h_1(k_1)$であるので以下のような関係が容易に見出されよう。

（i）$-1<\rho_1<1$の場合

$$h_1(0)=+\infty$$

$$h_1(\infty)=+\infty$$

（ii）$\rho_1=1$の場合

$$h_1(0)=k_2^2$$

$$h_1(\infty)=\left(\frac{\delta_1}{1-\delta_1}\right)^2$$

(iii) $1<\rho_1<\infty$ の場合

$$h_1(0)=0$$

$$h_1(\infty)=0$$

そして上の各場合に関して

$$h_1(k_2)=0$$

となる。つぎに、h_1をk_1に関して偏微分すれば、その第一次偏微分h_1'は、

(138) $$h_1'=(k_1-k_2)k_1^{\rho_1-2}\left[(1+\rho_1)k_1+(1-\rho_1)k_2+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\{(1-\rho_1)k_1+(1+\rho_1)k_2\}\right]\Big/\left(1+\frac{1-\delta_1}{\delta_1}k_1^{\rho_1}\right)^3$$

となる。

(138)より、$-1<\rho_1\leqq 1$ の場合

(139) $k_1\gtreqless k_2$ にしたがって $h'\gtreqless 0$

よって、$-1<\rho_1\leqq 1$ の場合$k_1<k_2$に関して負であり、$k_1>k_2$に関して正の勾配をもつh_1曲線が存在する。上述の関係より $-1<\rho_1<1$ の場合において $F_1>0$ で M_1とN_1が異符号の場合、$-1<\rho_1<0$ の場合において $F_1<0$ でM_1とN_1が正の場合、そして $0<\rho_1<1$ の場合において $F_1<0$ で M_1とN_1が負の場合、すなわち$-\frac{g_1\delta_1N_1k_2}{M_1F_1}>0$ の場合 $x_1'=0$ ならしめる k_1が $0<k_1<k_2$ と $k_2<k_1<\infty$ に関して必ず存在する。以下においてこのようなk_1をそれぞれ k_1^*, k_1^{**} で表わすことにする。$\rho_1=1$ の場合は上述の $-1<\rho_1<1$ の場合に対してそこで更に $0<-\frac{g_1\delta_1N_1k_2}{M_1F_1}<k_2^2$, $0<-\frac{g_1\delta_1N_1k_2}{M_1F_1}<\left(\frac{\delta_1}{1-\delta_1}\right)^2$ なる関係が存在する場合それぞれ k_1^*, k_1^{**} が存在する。

つぎに(134)に関してその第一項をI_1、第二項をI_2とすれば、まずI_1に関して $-1<\rho_1<\infty$ の場合、

M_1とN_1が同符号のとき

(140) $k_1\gtreqless k_2$ にしたがって $I_1\gtreqless 0$

M_1とN_1が異符号のとき

(141) $k_1\gtreqless k_2$ にしたがって $I_1\lesseqgtr 0$

つぎにI_2に関して、

(i) $-1<\rho_1<0$, $0<\rho_1\leqq 1$ の場合

(142) $F_1\lesseqgtr 0$ にしたがって $I_2\lesseqgtr 0$

(ii) $1<\rho_1<\infty$ の場合

$F_1>0$ のとき

(143) $k_1\gtreqless k_1^{\circ}$ にしたがって $I_2\gtreqless 0$

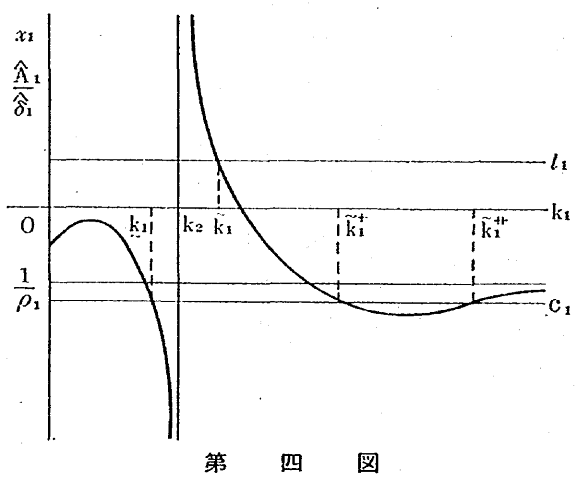
$F_1<0$ のとき

(144) $k_1\gtreqless k_1^{\circ}$ にしたがって $I_2\lesseqgtr 0$

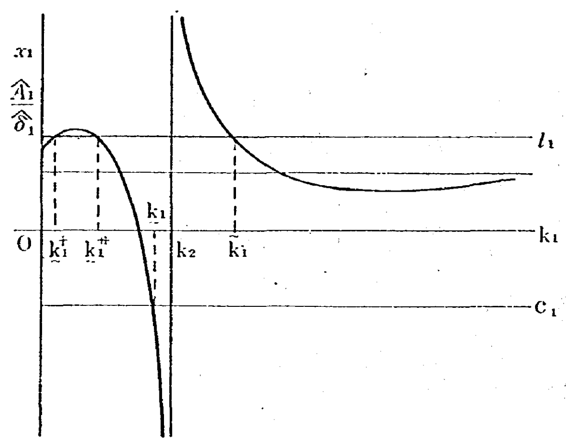
そして $\rho_1=0$ の場合においては $I_2>0$ である。

よって、M_1とN_1が同符号のとき、$F_1>0$ で $-1<\rho_1<0$ か $0<\rho_1\leqq 1$ の場合と $1<\rho_1<\infty$ で $k_1^{\circ}<k_2$ の場合および $\rho_1=0$ の場合において x_1曲線は $k_1>k_2$ に関して上方に凹である。そこで $1<\rho_1<\infty$ で $k_1^{\circ}>k_2$ の場合 x_1曲線は $k_1<k_2$ に関して上方に凸である。また、M_1とN_1が正であり$F_1<0$で $-1<\rho_1<0$ の場合とM_1とN_1が負であり同様に $F_1<0$ で $0<\rho_1\leqq 1$ の場合 x_1曲線は $k_1<k_2$ に関して上方に凸である。一方、M_1とN_1が異符号のとき、$F_1>0$ で $-1<\rho_1<0$ か $0<\rho_1<1$ の場合、および $\rho_1=0$ の場合において x_1曲線は $k_1<k_2$ に関して上方に凹である。そこで、$F_1<0$ であり $M_1>0$ で $-1<\rho_1<0$ の場合か $M_1<0$ で $0<\rho_1\leqq 1$ の場合と $1<\rho_1<\infty$ で $k_1^{\circ}\leqq k_2$ の場合において x_1曲線は $k_1>k_2$ に関して上方に凸となる。また、

第　三　図



第　四　図



$1<\rho_1<\infty$ で $k_1^\circ \geq k_2$ の場合、x_1曲線は $k_1<k_2$に関して上方に凹となる。

以上の関係に基づいて、a国においてのみ非中立的技術進歩が行なわれる場合における同国の実質所得の変化を検討しよう。その場合、第五節と同様にして図解的検討を加えることが、有用であろう。ここで若干のケースに関して説明しよう。

M_1とN_1とが同符号で $F_1'>0$ の場合、$-1<\rho_1<0$、$\rho_1=0$、等の各場合においてx_1曲線はそれぞれ第一図、第二図における π_1曲線と同様となる。そこで、前と同様にしてl_1直線、或はC_1直線を導入することによって各ケースにおけるx_1曲線とこれらの各直線との交点の存在、非存在に関して検討することが出来よう。これらは更めて図示されないが、このような交点の存在に関しては $0<\rho_1<\infty$ の場合 $k_2<k_1$ に関して x_1曲線は l_1直線と必ず交点を有し、また $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1C_{12}$ のときC_1直線と交点を有するという点を除いて前節の場合と同様である。以下において、x_1曲線とl_1直線かC_1直線との交点に対応するk_1のうち、$0<k_1<k_2$、$k_2<k_1<\infty$ に関するそれをそれぞれ $\check{k}_1$, $\tilde{k}_1$ で表わす。

つぎに、M_1とN_1とが同符号で $F_1'<0$ の場合について触れよう。この場合、$-1<\rho_1<0$ に関しては $M_1'>0$、$N_1'>0$ の場合だけが存在し、$0<\rho_1<\infty$ に関しては、$M_1'<0$、$N_1'<0$ の場合だけが存在する。そこでいま、$-1<\rho_1<0$ の場合と $0<\rho_1<1$ の場合に関して x_1曲線を描くならばそれぞれ第三図・第四図の通りになるであろう。[24]

ここで、$-1<\rho_1<0$ の場合、x_1曲線の縦軸の切片は第三図で示されるように負であるが、$0<\rho_1<1$ の場合は $C_{11}<0$ ならば第四図のように x_1曲線は正の切片をもち、$C_{11}>0$ ならば負の切片、$C_{11}=0$ ならば原点通過となる。また、$-1<\rho_1<0$ の場合k_1が無限大となれば x_1曲線は $\frac{1}{\rho_1}(<0)$ に近づくが、$0<\rho_1<1$ の場合それは $-g_1C_{12}(>0)$ に近づく。

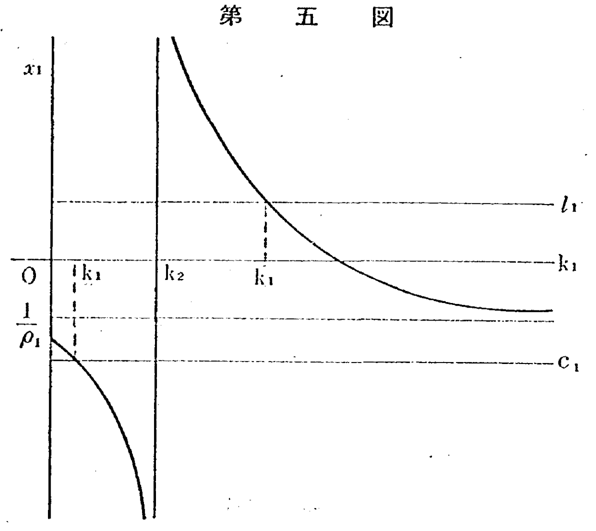
そこで、$-1<\rho_1<0$ の場合において $k_1>k_2$ に関して l_1直線と x_1曲線との交点が必ず存在する。つぎに、C_1直線は $k_1>k_2$ に関して $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq\frac{1}{\rho_1}$ ならば x_1曲線と一つの交点をもち、$\frac{1}{\rho_1}>\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>x_1(k_1^{**})$ ならば、第三図で示されるように二つの交点をもつことになるが、$\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq x_1(k_1^{**})$ ならば交点は存在しない。また、C_1直線は $0<k_1<k_2$ に関して $\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq x_1(k_1^{*})$ ならば x_1曲線との交点をもたないが、$x_1(k_1^{*})>\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1C_{10}$ ならば二つの交点をもち、$\frac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq -g_1C_{10}$ ならば一つの交点をもつ。$0<\rho_1<1$ の場合に関してもここで更めて説明されないが、x_1曲線とl_1直線かC_1直線との交点について全く同様にして取扱うことが可能である。これらの例でみられるように二つの交点が存在する場合が見出されるが、その場合以下においてはそれぞれの交点に対応するk_1 のうち $0<k_1<k_2$ に関してはその小なる方を $\check{k}_1^{+}$、大なる方を $\check{k}_1^{++}$ で表わし、$k_2<k_1<\infty$ に関してはそれぞれ $\tilde{k}_1^{+}$・$\tilde{k}_1^{++}$ で表わす。

つぎに、$F_1'=0$ の場合、(129) より

$$x_1=\frac{g_1N_1k_2}{M_1(k_1-k_2)}+\frac{1}{\rho_1} \tag{145}$$

よって、M_1とN_1とが同符号のとき x_1曲線は $-1<\rho_1<0$ の場合第五図のごとき双曲線となる。

第　五　図



$0<\rho_1<\infty$ の場合 x_1曲線は全く同様な形状をもつが、この場合漸近線 $x_1=\frac{1}{\rho_1}$ は $-1<\rho_1<0$ の場合負の象限に位置するのに対して正の象限に位置する。かくし

第　七　表

k_1の相対関係	ケース		Y_{ra} の 変 化	k_1の相対関係	ケース		Y_{ra} の 変 化
$k_1<k_2$	I.1	$M_1>0$	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$	$k_2<k_1$	I.3	$M_1>0$	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$
		$M_1<0$	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$			$M_1<0$	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$
	I.2	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}<0$				
		$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}>0$				

ケース I.1：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{10}$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{11}$

ケース I.2：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{10}$, $0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{11}$

ケース I.3：$-1<\rho_1<\infty$

第　八　表

k_1の相対関係	ケース	Y_{ra} の 変 化	k_1の相対関係	ケース	Y_{ra} の 変 化
$k_1<k_2$	II.1	$\hat{Y}_{ra}<0$	$k^2<k_1$	II.2	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$
	III.1	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$		III.4	$\hat{Y}_{ra}<0$
	III.2	$k_1 \leq \underline{k}_1{}^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$		III.5	$k_1 \leq \tilde{k}_1{}^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
		$\underline{k}_1{}^{+}<k_1<\underline{k}_1{}^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra}<0$			$\tilde{k}_1{}^{+}<k_1<\tilde{k}_1{}^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra}>0$
		$\underline{k}_1{}^{++} \leq k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$			$\tilde{k}_1{}^{++}<k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra}<0$
	III.3	$\hat{Y}_{ra}>0$		III.6	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$

ケース III.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq -g_1C_{11}$

ケース III.2：$-g_1C_{11}<\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<x_1(k_1^*)$

ケース III.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq x_1(k_1^*)$

ケース III.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq x_1(k_1^{**})$

ケース III.5：$x_1(k_1^{**})<\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{12}$

ケース III.6：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{12}$

ただし，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}=x_1(k_1^*)$，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}=x_1(k_1^{**})$ のとき，$k_1=k_1^*$，$k_1=k_1^{**}$ の点では，それぞれ $\hat{Y}_{ra}=0$

て、前と同様にして χ_1 曲線と l_1 直線か C_1 直線との交わりについて検討することが出来よう。

以上において M_1 と N_1 が同符号で F_1 がそれぞれ正か負か0をとる場合に関して取扱ったが、M_1 と N_1 が異符号の場合に関しても全く同様にして取扱うことが可能である。この場合における図解的説明は更めて繰返す必要はないであろう。

そこでつぎに、以上の関係に基づいて輸出財産業においてのみ非中立的技術進歩が生ずる場合における a 国の実質所得の変化につい

第　九　表

k_1の相対関係	ケース	Y_{ra} の 変 化	k_1の相対関係	ケース	Y_{ra} の 変 化
$k_1<k_2$	IV.1	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$	$k^2<k_1$	IV.3	$\hat{Y}_{ra}<0$
	IV.2	$\hat{Y}_{ra}>0$		IV.4	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$

ケース IV.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{11}$

ケース IV.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{11}$

ケース IV.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース IV.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}> \dfrac{1}{\rho_1}$

第　十　表

k_1の相対関係	ケース		Y_{ra} の 変 化	k_1の相対関係	ケース		Y_{ra} の 変 化
$k_1<k_2$	V.1	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}>0$	$k_2<k_1$	V.4	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}<0$
		$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}<0$		V.5	$M_1<0$	$k_1 \leq \tilde{k}_1{}^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra}>0$
	V.2	$M_1>0$	$k_1 \leq \underline{k}_1{}^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$				$\tilde{k}_1{}^{+}<k_1<\tilde{k}_1{}^{++} \Rightarrow Y_{ra}<0$
			$\underline{k}_1{}^{+}<k_1<\underline{k}_1{}^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra}<0$				$k_1{}^{++}<k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra}>0$
			$\underline{k}_1{}^{++}<k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$		V.6	$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}>0$
		$M_1<0$	$k_1 \leq \underline{k}_1{}^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$				
			$\underline{k}_1{}^{+}<k_1<\underline{k}_1{}^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra}>0$				
			$\underline{k}_1{}^{++}<k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$				
	V.3	$M_1>0$	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$				
		$M_1<0$	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$				

ケース V.1：$-1<\rho_1<0$, $\rho_1=0$, $0<\rho_1<1$ に関して $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq x_1(k_1^*)$

ケース V.2：$-1<\rho_1<0$ で $x_1(k_1^*)<\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{10}$, $\rho_1=0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>x_1(k_1^*)$, $0<\rho_1<1$ で

$x_1(k_1^*)<\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{11}$

ケース V.3：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{10}$・$0<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{11}$

ケース V.4：$-1<\rho_1<1$

ケース V.5：$-1<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<x_1(k_1^{**})$

ケース V.6：$-1<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq x_1(k_1^{**})$

但し，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}=x_1(k_1^*)$，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}=x_1(k_1^{**})$ の場合，$k_1=k_1^*$，$k_1=k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra}=0$

第十一表

k_1の相対関係	ケース	Y_{ra}の変化	k_1の相対関係	ケース	Y_{ra}の変化
$k_1<k_2$	Ⅵ.1	$\hat{Y}_{ra}>0$	$k_2<k_1$	Ⅵ.3	$\hat{Y}_{ra}<0$
	Ⅵ.2	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow Y_{ra}\lesseqgtr 0$			
	Ⅶ.1	$\hat{Y}_{ra}<0$		Ⅶ.3	$k_1\lesseqgtr\tilde{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$
	Ⅶ.2	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$		Ⅶ.4	$\hat{Y}_{ra}>0$

ケース Ⅵ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq -g_1C_{10}$

ケース Ⅵ.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1C_{10}$

ケース Ⅶ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq -g_1C_{11}$

ケース Ⅶ.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1C_{11}$

ケース Ⅶ.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{12}$

ケース Ⅶ.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{12}$

てその関係を表を用いて示すことにしよう。

［1］　技術進歩が労働節約的である場合

Ⅰ　M_1とN_1が同符号の場合

（i）　$\hat{F}_1>0$のとき（第七表を見よ）

（ii）　$\hat{F}_1<0$のとき

前述のように$-1<\rho_1<0$の場合は$M_1>0$、$0<\rho_1<\infty$の場合は$M_1<0$のケースが存在する。$-1<\rho_1<0$と$0<\rho_1<1$の場合をそれぞれケースⅡ、ケースⅢとすれば第八表のような結果をうる。

（iii）　$\hat{F}_1=0$のとき

$-1<\rho_1<0$の場合は第八表の結果と全く同様であるが、$0<\rho_1<\infty$の場合は第九表の通りとなる。

［Ⅱ］　M_1とN_1が異符号の場合

（i）　$\hat{F}_1>0$のとき（第十表を見よ）

（ii）　$\hat{F}_1<0$のとき

この場合、前と同様にして$-1<\rho_1<0$の場合と$0<\rho_1<\infty$の場合をそれぞれケースⅥ・ケースⅦとすれば第十一表のような結果をうる。

（iii）　$\hat{F}_1=0$のとき

この場合は（ii）における第十一表の結果と全く同一の帰結となる。

第十二表

k_1の相対関係	ケース		Y_{ra}の変化	k_1の相対関係	ケース		Y_{ra}の変化
$k_1<k_2$	Ⅰ.1	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}>0$	$k_2<k_1$	Ⅰ.3	$M_1>0$	$k_1\lesseqgtr\tilde{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$
		$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}<0$			$M_1<0$	$k_1\lesseqgtr\tilde{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$
	Ⅰ.2	$M_1>0$	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$		Ⅰ.4	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}<0$
		$M_1<0$	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow Y_{ra}\gtreqless 0$			$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}>0$

ケース Ⅰ.1：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{10}$，$0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\geq -g_1C_{11}$

ケース Ⅰ.2：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{10}$，$\rho_1=0$，$0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}<-g_1C_{11}$

ケース Ⅰ.3：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>\dfrac{1}{\rho_1}$，$0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}>-g_1C_{12}$

ケース Ⅰ.4：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq\dfrac{1}{\rho_1}$，$\rho_1=0$，$0<\rho_1<\infty$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1}\leq -g_1C_{12}$

［2］　技術進歩が資本節約的である場合

［Ⅰ］　M_1とN_1とが同符号の場合

（i）　$\hat{F}_1>0$のとき（第十二表を見よ）

（ii）　$\hat{F}_1<0$のとき

$-1<\rho_1<0$と$0<\rho_1<1$の場合をそれぞれケースⅡ・ケースⅢとすれば第十三表をうる。

（iii）　$\hat{F}_1=0$のとき

$-1<\rho_1<0$と$0<\rho_1<\infty$の場合をそれぞれケースⅣ・ケースⅤとすれば第十四表の結果となる。

［Ⅱ］　M_1とN_1とが異符

第十三表

k_1の相対関係	ケース	Y_{ra}の変化	k_1の相対関係	ケース	Y_{ra}の変化
$k_1<k_2$	Ⅱ.1	$\hat{Y}_{ra}>0$	$k_2<k_1$	Ⅱ.4	$k_1\lesseqgtr\tilde{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$
	Ⅱ.2	$k_1\leq\underline{k}_1{}^{+}\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\geq 0$		Ⅱ.5	$k_1\leq\tilde{k}_1{}^{+}\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\geq 0$
		$\underline{k}_1{}^{+}<k_1<\underline{k}_1{}^{++}\Longrightarrow\hat{Y}_{ra}<0$			$\tilde{k}_1{}^{+}<k_1<\tilde{k}_1{}^{++}\Longrightarrow\hat{Y}_{ra}<0$
		$\underline{k}_1{}^{++}\leq k_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\geq 0$			$\tilde{k}_1{}^{++}<k_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\geq 0$
	Ⅱ.3	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\lesseqgtr 0$		Ⅱ.6	$\hat{Y}_{ra}>0$
	Ⅲ.1	$\hat{Y}_{ra}<0$		Ⅲ.4	$\hat{Y}_{ra}>0$
	Ⅲ.2	$k_1\leq\underline{k}_1{}^{+}\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\leq 0$			
		$\underline{k}_1{}^{+}<k_1<k_1{}^{++}\Longrightarrow\hat{Y}_{ra}>0$			
		$k_1{}^{++}\leq k_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\leq 0$			
	Ⅲ.3	$k_1\lesseqgtr\underline{k}_1\longrightarrow\hat{Y}_{ra}\gtreqless 0$			

号の場合

(i)　$F_1>0$ のとき(第十五表)

(ii)　$F_1<0$ のとき

$-1<\rho_1<0$ と $0<\rho_1<8$ の場合をそれぞれケースⅦ・ケースⅧとすれば第十六表のような結果となる。

(iii)　$F_1=0$ のとき

この場合は第十六表と全く同じ結果となる。

以上、輸出財産業において非中立的技術進歩が存在する場合における a 国の実質所得の変化に関して述べたが、全く同様にして輸入財産業に関しても示すことが出来よう。

(第十三表のつづき)

ケース Ⅱ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq x_1(k_1^*)$　　ケース Ⅱ.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース Ⅱ.2：$-g_1C_{10} < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < x_1(k_1^*)$　　ケース Ⅱ.5：$x_1(k_1^{**}) < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース Ⅱ.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq -g_1C_{10}$　　ケース Ⅱ.6：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq x_1(k_1^{**})$

ケース Ⅲ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq x_1(k_1^*)$

ケース Ⅲ.2：$-g_1C_{11} < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < x_1(k_1^*)$

ケース Ⅲ.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq -g_1C_{11}$

但し，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} = x_1(k_1^*)$，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} = x_1(k_1^{**})$ の $k_1=k_1^*$，$k_1=k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra}=0$

第十四表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1<k_2$	Ⅳ.1	$\hat{Y}_{ra}>0$	$k_2<k_1$	Ⅳ.3	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$
	Ⅳ.2	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$		Ⅳ.4	$\hat{Y}_{ra}<0$
	Ⅴ.1	$\hat{Y}_{ra}<0$		Ⅴ.3	$\hat{Y}_{ra}>0$
	Ⅴ.2	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$			

ケース Ⅳ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq -g_1C_{10}$　　ケース Ⅳ.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} > \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース Ⅳ.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < -g_1C_{10}$　　ケース Ⅳ.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース Ⅴ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq -g_1C_{11}$

ケース Ⅴ.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < -g_1C_{11}$

第十五表

k_1 の相対関係	ケース		Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース		Y_{ra} の変化
$k_1<k_2$	Ⅵ.1	$M_1>0$	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$	$k_2<k_1$	Ⅵ.5	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}>0$
	Ⅵ.2	$M_1>0$	$k_1 \leq \underline{k}_1^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$			$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}<0$
			$\underline{k}_1^{+} < k_1 < \underline{k}_1^{++} \Longrightarrow \hat{Y}_{ra}>0$		Ⅵ.6	$M_1>0$	$k_1 \leq \tilde{k}_1^{+} \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
			$\underline{k}_1^{++} \leq k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$				$\tilde{k}_1^{+} < k_1 < \tilde{k}_1^{++} \Rightarrow \hat{Y}_{ra}<0$
	Ⅵ.3	$M_1>0$	$\hat{Y}_{ra}<0$				$\tilde{k}_1^{++} \leq k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \geq 0$
	Ⅵ.4	$M_1<0$	$\hat{Y}_{ra}>0$			$M_1<0$	$k_1 \leq \tilde{k}_1^{+} \Rightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
							$\tilde{k}_1^{+} < k_1 < \tilde{k}_1^{++} \rightarrow \hat{Y}_{ra}>0$
							$\tilde{k}_1^{++} \leq k_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \leq 0$
					Ⅵ.7	$M_1>0$	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$
						$M_1<0$	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$

ケース Ⅵ.1：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq -g_1C_{10}$，$0<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq -g_1C_{11}$

ケース Ⅵ.2：$-1<\rho_1<0$ で $x_1(k_1^*) < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < -g_1C_{10}$，$0<\rho_1<1$ で $x_1(k_1^*) < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < -g_1C_{11}$

ケース Ⅵ.3：$-1<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq x_1(k_1^*)$

ケース Ⅵ.4：$-1<\rho_1<1$

ケース Ⅵ.5：$-1<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq x_1(k_1^{**})$

ケース Ⅵ.6：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{1}{\rho_1} < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < x_1(k_1^{**})$，$\rho_1=0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < x_1(k_1^{**})$

$0<\rho_1<1$ で $-g_1C_{12} < \dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < x_1(k_1^{**})$

ケース Ⅵ.7：$-1<\rho_1<0$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq \dfrac{1}{\rho_1}$，$0<\rho_1<1$ で $\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq -g_1C_{12}$

但し，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} = x_1(k_1^*)$，$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} x_1(k_1^{**})$ の $k_1=k_1^*$，$k_1=k_1^{**}$ の点ではいずれも $\hat{Y}_{ra}=0$

第十六表

k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化	k_1 の相対関係	ケース	Y_{ra} の変化
$k_1<k_2$	Ⅶ.1	$k_1 \lesseqgtr \underline{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$	$k_2<k_1$	Ⅶ.3	$\hat{Y}_{ra}>0$
	Ⅶ.2	$\hat{Y}_{ra}<0$		Ⅶ.4	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \gtreqless 0$
	Ⅷ.1	$\hat{Y}_{ra}>0$		Ⅷ.1	$k_1 \lesseqgtr \tilde{k}_1 \longrightarrow \hat{Y}_{ra} \lesseqgtr 0$

ケース Ⅶ.1：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} > -g_1C_{10}$　　ケース Ⅶ.3：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \geq \dfrac{1}{\rho_1}$

ケース Ⅶ.2：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} \leq -g_1C_{10}$　　ケース Ⅶ.4：$\dfrac{\hat{A}_1}{\hat{\delta}_1} < \dfrac{1}{\rho_1}$

注(23) 表において↓印は「にしたがって」、⇓印は「ならば」を表わす。以下においても同様である。
(24) $\rho_1=1$ の場合は既述の条件が充たされる場合、$0<\rho_1<1$ の場合と同様になる。$\rho_1>1$ の場合は h_1 曲線は $\frac{-g_{01}N_1k_2}{M.F_1}$ と交わる保証は存在しない。

七、結　語

以上において消費需要と生産に関するそれぞれ具体的であり一般的である需要関数、生産関数を基礎として二国二財に関する不完全特化モデルが構成され、そこで一国においてのみ技術進歩が生ずる場合、その国の交易条件、貿易差額、実質所得がいかなる影響をうけるかについて総括的な考察が行なわれた。

そしてそこでヒックス命題が逓増費用の生産条件のもとで中立的技術進歩の場合同様にして成立することが確認され、さらに同時にそれがジョンソン命題の帰結と整合的であるという関係が見出された。そしてまた、フインドレー＝グルーバート命題に関してはその拡充がなされた。

本稿における分析がこれ迄における分析に対してもつ特長は具体的な行動関数、技術関数による接近という点以外につぎのような点があげられるであろう。(1)ドル不足問題と技術進歩との関係を貿易差額と交易条件のいずれの側面からも択一的に分析出来る可能性が提示された。(2)技術進歩による交易条件の変化、およびそれに伴う実質所得の変化に関してより立入った分析がなされた。(3)伝統的な幾何学的分析との整合的な対応関係のもとで分析がなされた。(4)この分析の過程において導かれる輸入需要関数、輸出供給関数が不完全特化モデルにおいていかなる形態をとるかが明らかにされている。

上述のようにドル不足問題に関しては交易条件、貿易差額のいずれの面からもこのモデルにおいては接近可能であるが、ここでは伝統的な仕方にしたがって主として交易条件の面から検討を加えた。そしてまた、ここではその起因を技術進歩のみに限定したが、要素成長による場合に関しても(98)、(90)を適用すれば容易に分析することが出来よう。

参考文献

[1] 天野明弘、『貿易と成長の理論』有斐閣 一九六四年。
[2] Arrow, K., H. B. Chenery, B. Minhas and R. M. Solow, "Capital Labor Substitution and Economic Efficiency", R. E. Stat., Vol. 43, Aug. 1961.
[3] Asimakopulos, A., A Note on Productivity Changes and Terms of Trade", O. E. P., Vol. 9, June, 1957.
[4] Balogh, T., "The Dollar Crisis Revisited", O.E.P., Vol. 6, Sep. 1954.
[5] Bhagwati, J., "Immiserizing Growth: A Geometric Note", R. E. Stud., Vol. 25, June, 1958.
[6] Bhagwati, J., "International Trade and Economic Expansion," A. E. R. Vol. 48, Dec. 1958.
[7] Bhagwati, J., "The Pure Theory of International Trade," E. J., Vol. 74, March, 1964.
[8] Black, J., "Economic Expansion and International Trade: A Marshallian Approach," R. E. Stud., Vol. 23, June, 1956.
[9] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 1: The Classical Theory" Econometrica., Vol. 33, July, 1965.
[10] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 2: The Neoclassical Theory" Econometrica, Vol. 33, Oct. 1965.
[11] Chipman, J. S., "A Survey of the Theory of International Trade, Part 3: The Modern Theory" Econometrica Vol. 34, Jan. 1966.
[12] Corden, W. M., "Economic Expansion and International Trade: A Geometric Approach" O. E. P., Vol. 8, June, 1956.
[13] Dormar, E., "On the Measurement of Technological Change," E. J., Vol. 71, Dec. 1961.
[14] Findlay, R. E. and H. Grubert. "Factor Intensities, Technological Progress and the Terms of Trade," O. E. P., Vol. 11, Feb. 1959.
[15] Harrod, R. F., International Economics, James Nisbet, 1959.（藤井茂訳、『国際経済学』、実業の日本社、1958）
[16] Hicks, J. R., Value and Capital, 2nd ed., Oxford, 1946.（安井琢磨、熊谷尚夫訳、『価値と資本』、岩波書店、1957）
[17] Hicks, J. R., Essays in the World Economics, Clarendon Press, 1959.（大谷泰彦訳、『世界経済論』、岩波書店、1964）

技術進歩、貿易差額、交易条件、実質所得

[18] Hicks, J. R., The Theory of Wages, Macmillan, 2nd ed. 1963.（内田忠寿訳『賃銀の理論』東洋経済新報社、1952）

[19] Hodgera, Z., "Unbiased Productivity Growth and Increasing Costs," O. E. P., Vol. 15, Nov. 1963.

[20] Johnson, H. G., "Economic Expansion and International Trade", Manchester School of Economics and Social Studies, Vol. 23, May, 1955.

[21] Johnson, H. G., "International Trade and Economic Growth : Studies in Pure Theory, Allen & Unwin, 1958.（柴田裕訳『外国貿易と経済成長』弘文堂、1960）

[22] Johnson, H. G., Money, Trade and Economic Growth: Survey Lectures in Economic Theory, Allen & Unwin, 1962.（村上敦訳『貨幣・貿易・経済成長』ダイヤモンド社、1964）

[23] Kemp, M. C., "Technological Change, the Terms of Trade and Welfare." E. J., Vol. 65, Sep. 1955.

[24] Kemp, M. C., The Pure Theory of International Economics, Prentice-Hall, 2nd ed. 1964.

[25] Kindleberger C. P., The Dollar Shortage, John Wiley, 1950.

[26] 小島清『交易条件』勁草書房、一九五六年。

[27] 小島清編『論争・経済成長と日本経済』弘文堂、一九六〇年。

[28] 小山満男『国際経済理論』千倉書房、一九六四年。

[29] Letische, J. M., Balance of Payments and Economic Growth, Harper and Brothers, 1959.

[30] MacDougall, D., "A Lecture on the Dollar Problem," Economica, Vol. 21, Aug. 1954.

[31] MacDougall, D., The World Dollar Problem, MacMillan, 1957.

[32] Meade, J. E., A Geometry of International Trade, Allen & Unwin, 1952.

[33] Mishan, E. J., "The Long Run Dollar Problem : A Comment", O. E. P., Vol. 7, June, 1955.

[34] Rybczynski, T. M., "Factor Endowment and Relative Commodity Prices", Economica, Vol. 22, Nov. 1955.

[35] Seton, F., "Productivity, Trade Balance and International Structure", E. J., Vol. 66, Dec. 1956.

[36] 篠原三代平『日本経済の長期動態と貿易理論』「ドル不足と日本貿易」国際経済学会編、一九五五年。

[37] Slutsky, E., "Sulla teoria del bilancio del consumatore", Giornale degli Economisti, July, 1915. (On the Theory of the Budget of Consumer, translated by Olga Ragusa, Readings in Price Theory. 1952)

[38] 高山晟『国際経済学』東洋経済新報社、一九六三年。

[39] Tatemoto. M., "Productivity Growth and Trade Balance", Osaka Economic Papers, Sep. 1957.

[40] Tsiang, S. C., "A Model of Economic Growth in Rostovian Stages", Econometrica, Vol. 32, Oct. 1964.

[41] Uzawa. H., "Neutral Invention and Stability of Growth Equilibrium," R. E. Stud. Vol. 31, Feb. 1961.

[42] Uzawa. H., and T. Watanabe, "A Note on the Classification of Technical Invention," 理論経済学、Sep. 1961.

附記　執筆者英国留学中のため、この稿の校正は原文にそって当委員会が行なった。――三田学会雑誌編集委員会