Title	預金水準のベルヌーイ試行型変動と銀行資金の配分
Sub Title	Bernoulli-trial-type variation of deposits and allocation of bank funds
Author	鈴木, 貞彦
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1967
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.60, No.11 (1967. 11) ,p.1390(142)- 1411(163)
JaLC DOI	10.14991/001.19671101-0142
Abstract	
Notes	町田義一郎教授退任記念特集号 論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19671101-0142

預金水準のベルヌーイ試行型変動と銀行資金の配分

鈴木貞彦

一、問題設定と諸前提

銀行は資産の収益性、流動性等を考慮して資金を配分するが、管理対象変数のなかには不確実性要素を含むものが存在する。なかでも将来の預金水準についての予想は保護的資産、したがって、信用供給の規模の決定にあたって特に重要なものである。

すでに、フィリップス［一二］は貸付期間についてU字型変動をする典型的預金者勘定を想定するとともに、それの平均値分析をもって「フィリップス理論」として知られている確実性の世界における信用創造理論を定式化している。しかし、資産管理が不確実性の世界で行なわれているという事実は先人達をこの段階にとどめてはおかなかった。確率的分析によって不確実性要素を銀行理論に導入する契機をつくったエッジワース［1. Chap. 1］の後をうけて一九五〇年代以降カーリン［1. Chap. 8］、オルおよびメロン［一一］、ポーター［一三］等がその作業を進展させている。

本稿はこのような銀行理論の展開に沿いベルヌーイ試行型の変動によって代表される預金水準についての不確実要素が銀行資金の配分にいかなる意味をもつかを分析する。

まず、本論の分析に必要な諸前提を要約しておく。

前提1、不確実性を預金水準に関してだけ認めるとともに預金水準の変動を不確実性要素だけに限定する。

前提2、預金水準は貸付金返済期間と一致する計画期間 $(0, t)$ 内でベルヌーイ試行型の変動をし、それによって不確実要素を代表させる。ベルヌーイ試行の定義にしたがい、単位時間における各試行は相互間で独立であり、各試行における可能な結果は増加と減少の二通りで、いずれか一方が必ず生起し、各々の起る確率（増加確率 p、減少確率 $q=1-p$）は各試行について同一であるものとする。

前提3、資金管理は次の優先順位をもつ基準にしたがうものとする。（註1）

(1) 保護的資産の確保

a、保護的資産の規模は予想預金最大流出累積額に一致するものとする。

b、本源的預金勘定についての保護的資産を自行資金によって確保するものとする。

(2) 顧客による適格借入需要の充足

(3) 所得取得目的の証券投資

本論の分析は(3)の段階を含まないものとする。このことは銀行による信用創造機能が完全となる可能性のある場合を仮定していることを意味している。

（註1） 資金の配分は計画期間内の予想だけに依存し、期初で一回だけ行なうことを想定している。しかし、このような優先順位を導入した意味も含めて、銀行理論は厳密には動学的に分析されなければならない。特に顧客関係はそのような性格を強くもっている。［四］［六］［七］［一三］［一四］［一五］。

二、保護的資産の確保

a、規模

銀行の斉合的資金ポジションは、

(2.1)　$R+S+L=D\ (=D_P+D_I)$

R：現金

S：証券

L：貸付金

D：預金

添字 P：本源的預金に関する変数

添字 I：貸付誘発預金に関する変数

にしたがって示されるものとする。本源的預金水準の増加確率を p_1、減少確率を $q_1(=1-p_1)$ とすれば、$q_1=1$ の場合には期初の本源的預金残高が計画期間末 t で全額流出することになる。そこで、本源的預金の単位時間変動量を $\frac{D_P}{t}$ とし計画期間内の各単位時間について一定であるものと仮定する。分析の単純化のためにこの仮定は本源的預金が期初残高をこえて増加する場合にも有効であるものとしておく。予想預金最低水準はベルヌーイ型の単位試行 ϵ を t 回行なった結果得られる累積差額 x を利用することによって求められる。仮定によって、

$$x_t=\epsilon_1+\epsilon_2+\cdots\cdots+\epsilon_t=\sum_{i=1}^{t}\epsilon_i$$

(2.2)　$P\{\epsilon_i=+1\}=p_1,\ P\{\epsilon_i=-1\}=q_1$

$$p_1+q_1=1$$

である。r 回が $+1$, $(t-r)$ 回が -1 の値をとるとすれば、

$$\epsilon_i=1 \text{ について } \sum_{i=1}^{r}\epsilon_i=r$$

(2.3)　$\epsilon_i=-1$ について $\sum_{i=1}^{t-r}\epsilon_i=-(t-r)$

$$x_t=r-(t-r)=2r-t$$

となる。t 回の試行のうち $+1$ を r 回とる方法は $\binom{t}{r}$ 通りであり、その確率は二項分布にしたがう。$x_t=x$ とおきかえて、

(2.4)　$V_{x,t}=\binom{t}{r}p_1^{\,r}q_1^{\,t-r}=\binom{t}{\frac{1}{2}(t+x)}p_1^{\,\frac{1}{2}(t+x)}q_1^{\,\frac{1}{2}(t-x)}$

となる。ただし、計画期間を示す範囲 $(o,\ t)$ において $\frac{1}{2}(t+x)$ が整数でなければ二項係数はゼロになるものとする。(2.4) 式は期初においてゼロの値をもつ変数が管理限界をもたずにランダム・ウォークした結果期末 t において x に到達する確率でもある。[3. p. 324]

銀行が試みる予想は預金水準についての累積確率分布にしたがうものとする。必要な用具は (2.4) 式についてドモアブル＝ラプラス極限定理を適用することによって近似的に得られる。すなわち、

$$\sum_{x=a}^{t}V_{x,t}\sim N\left(P_{t+\frac{1}{2}}\right)-N\left(P_{a-\frac{1}{2}}\right)$$

(2.5) $P_{z-\frac{1}{2}}=\dfrac{\left(\frac{1}{2}-p_1\right)t+\frac{1}{2}z-\frac{1}{2}}{(t\,p_1\,q_1)^{\frac{1}{2}}}$

となる。Nは正規分布の累積分布関数である。tが十分に大きい場合には近似的に

$$\sum_{x=z}^{t}V_{x\cdot t}\sim 1-N(P_z)$$

(2.6) $P_z\sim\dfrac{\left(\frac{1}{2}-p_1\right)t+\frac{1}{2}z}{(t\,p_1\,q_1)^{\frac{1}{2}}}$

が求まる。$P_z=P$ とおきかえ、

(2.7) $z\sim\left[2(tp_1q_1)^{\frac{1}{2}}P-(1-2p_1)t\right]$

が得られる。zはt単位時間における単位累積差位量である。Pは銀行が最低預金水準の予想に採用する正規分布関数の値に依存している。仮定にもとづいて単位変動量を修正することにより預金の予想累積変動量D_Cが求まる。(註2)

(2.8) $D_C=\pm\dfrac{D_P}{t}\cdot z\sim\pm\left[2\left(\dfrac{p_1\,q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P-(1-2p_1)\right]D_P$

銀行の資金配分にとって計画期間内の各時点に対応する預金水準の変位も重要である。(2.7) 式から計画期間内の任意の時点について、

(2.9) $z\sim\left[2(\tau p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P-(1-2p_1)\tau\right]$

が成立する。zの評価はp_1（したがって、q_1）とPの値に依存している。

	$p_1>q_1$	$p_1=q_1$	$p_1<q_1$
$P>0$	$z_{11}>0$	$z_{12}>0$	z_{13} ?
$P=0$	$z_{21}>0$	$z_{22}\sim0$	$z_{23}<0$
$P<0$	z_{31} ?	$z_{32}<0$	$z_{33}<0$

	$\tau\lessgtr\left[\frac{2(p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P}{1-2p_1}\right]^2$	$\tau^*\sim\left[\frac{(p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P}{1-2p_1}\right]^2<\tau$	$\tau=t$
z_{13}	$z_{13}\gtrless0$	$z^*_{13}\sim\frac{p_1q_1\cdot P^2}{1-2p_1}$ $\left(\frac{d^2z_{13}}{d\tau^2}<0\right)$	$z_{13}<0$
z_{31}	$z_{31}\lessgtr0$	$z^*_{31}\sim\frac{p_1q_1\cdot P^2}{1-2p_1}$ $\left(\frac{d^2z_{31}}{d\tau^2}>0\right)$	$z_{31}>0$

ただし $\dfrac{2(p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P}{1-2p_1}>0$

τ^* は最大（小）値 z^* を実現する時点

ケース１$z_{ij}<0$

(2.8) 式の関係から

(2.10) $D_{L\cdot\tau}\sim\dfrac{1}{t}\left[(1-2p_1)\tau-2(\tau p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P\right]D_P$

となる。計画期間における予想預金最大流出累積額は t の増加関数である。したがって、銀行が行動基準として採用する預金の予想最低水準を同一確率分布値で予想するとすれば計画期間における予想預金最大流出累積額（したがって、最低預金水準）は期末に実現する。[13. Appendix A. p. 347. Note 1]

(2.11)　$D_{L\cdot t} \sim \left[(1-2p_1)-2\left(\frac{p_1q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]D_P$

(2.12)　$D_P - D_{L\cdot t} = 2\left[p_1 + \left(\frac{p_1q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]D_P$

ケース二　$z_{ij} > 0$

(2.8) 式から

(2.13)　$D_{H\cdot t} \sim \left[2\left(\frac{p_1q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P-(1-2p_1)\right]D_P$

となる。期末における予想預金水準は $D_P + D_{H\cdot t}$ となる。計画期間における（予想）最低預金水準は期初残高である。

ケース三　$z_{ij} \sim 0$

（予想）預金水準は期初の水準とほぼ一致する。

ケース四　z_{ij} ?

a. z_{13}

予想最大流出累積額 $D_{L\cdot t}$ は期末に実現する。期中で預金水準が期初残高を上回ることも予想されるが、その較差は、

(2.14)　$D_{H\cdot \tau} = \frac{D_P}{t}\cdot z_{13} \sim \frac{p_1q_1P^2}{t(1-2p_1)}\cdot D_P$

となる。

b. z_{31}

予想期末預金水準は $D_P + D_{H\cdot t}$ となるが期中において一時的に期初残高を下回ることが予想される。

(2.15)　$D_{L\cdot \tau} = -\frac{D_P}{t}\cdot z_{31} \sim \frac{p_1q_1P^2}{t(2p_1-1)}D_P$

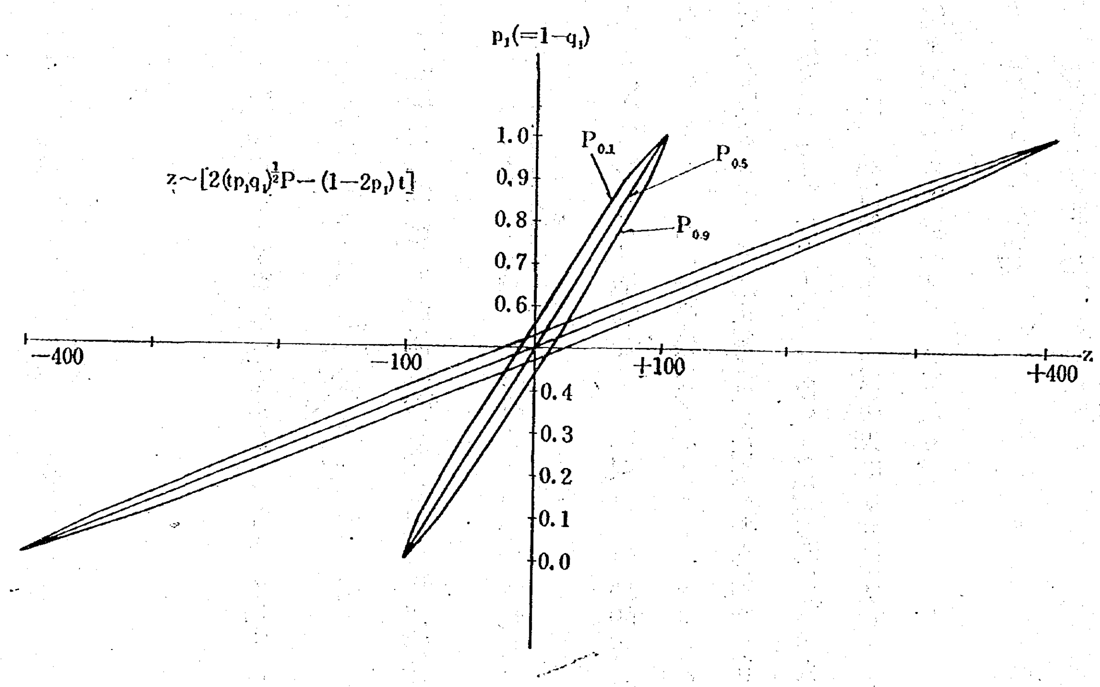
この場合には $D_{L\cdot \tau}$ が保護的資産の規模を決定するが、この値は実現されるとしても期初に近い時点 $\left(\tau^* \sim \left[\frac{(p_1q_1)^{\frac{1}{2}}P}{1-2p_1}\right]^2\right)$ であることが予想される。[13. p. 327 Note 2]

以上の分析において特徴的なことは銀行の保護的資産の規模決定に確率的要素 p_1（したがって q_1）およびPが明示的に入っていることである。p_1 は資産保有者がポートフォリオの配分決定において示す預金勘定への態度に依存し、Pは銀行自身の予想態度を反映している（正確には変位量の標準偏差 $2(pq\tau)^{\frac{1}{2}}$ に関係している）。この分析が期待値にもとづく分析（正規分布を利用した場合の $P=0$ のケース）に比して相対的に大きな選択の可能性を銀行の予想態度に関して与えていることは明らかである。さらに、期待値ケースと計画期間を無限大にしたケースとは類似の結果をもたらし、$P\to 0$ または $t\to\infty$ の場合には標準偏差項はゼロに近づくことになり、

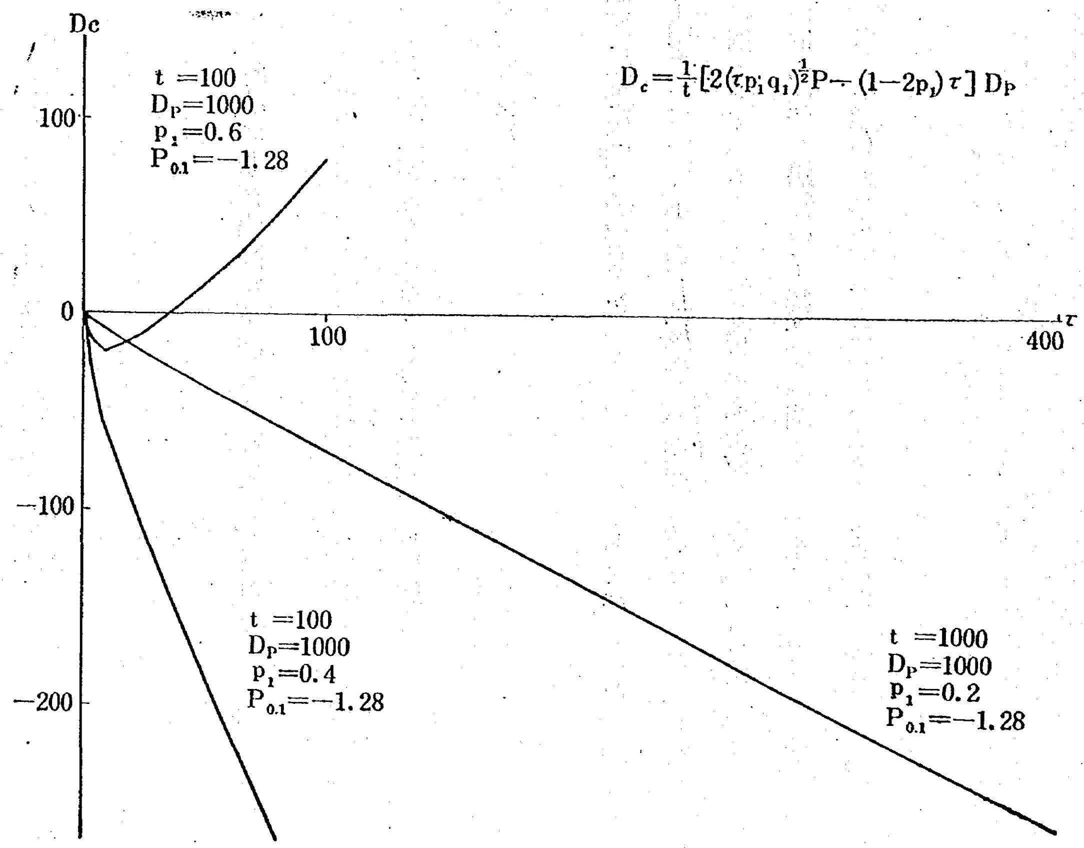
(2.16)　$D_{L\cdot t} \to (q_1-p_1)D_P$

$D_{H\cdot t} \to (p_1-q_1)D_P$

第 1 図



第 2 図



となる。(q_1-p_1) および (p_1-q_1) はそれぞれ累積変位量の期待値にほかならない。$P\to 0$ の場合に予想預金水準は時間から実質的に独立し、$t\to\infty$ の場合に累積変位量と予想預金水準変動確率との関係は漸次線型化する［第一図］。同時に予想最大流出変位量も $P\to 0$, $\to\infty$ において線型関係に近づく［第二図］。(註3) そして、いずれの場合にも資産保有者のポートフォリオ決定を反映する変数だけが銀行の保護的資産の規模決定にとって有意なものとして残ることになる。

（註2） (2.4) 式を拡散過程極限移行しても同様の結果が導びかれる。［3. p. 323］

（註3） この場合には最低預金水準の確率分布についての三角形近似がよくなる。［13. p. 328 および Appendix A］

三、顧客による適格借入需要の充足

a. 自行資金による充足

借入資金に依存しない場合には保護的資産への充当残余額 $D_P-D_{L.t}$ または $D_P-D_{L.T}$ が収益を目的として貸付に運用されるものとする。貸付供与に伴って即時的に貸付額に等しい誘発預金が設定され、流出過程はこれまでの仮定にしたがうものとする。単位時間変動額を $\frac{L_0}{t}$ とし、(註4) 貸付誘発預金の流出が $D_{L.T}$ についても資金ポジションを斉合的に保つ限り、期予末の想増加分 $D_{H.t}$ も潜在的な運用可能資金として管理されるものとする。また、本源的預金の動きは貸付決定にとって与件であることをも仮定しておく。増加確率を p_3、減少確率を q_3 とし、$p_3<q_3$ であれば、

$$(3.1)\quad D_P-D_{L.t}\sim\left[(1-2p_3)-2\left(\frac{p_3q_3}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]L_0$$

$$D_P+D_{H.t}\sim\left[(1-2p_3)-2\left(\frac{p_3q_3}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]L_0$$

が成り立ち、(2.12) 式、(2.13) 式から、

(3.2) $$L_0 \sim \frac{2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]D_P}{\left[(1-2p_3)-2\left(\frac{p_3q_3}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]}=\alpha D_P$$

となる。α は本源的預金に関する確率的貸付拡張係数である。借手の預金関係を示す q_3 はこの係数値を決定する主要因である。$q_3 < 1$ を仮定することは貸付誘発預金の累積流出額が勘定設定額を下回り、$q_3=1$ の場合には本源的預金を上回る貸付行動を不可能にすることを意味している。しかし、q_3 の値は当該銀行の市場占有率や貸付先選別政策にも依存しているという意味において有意に銀行の管理変数とみなしうる性格をもっている。

二節と同様に (3.2) 式について $t \to 8$ とすれば、

(3.3) $$L_0 \sim \frac{2p_1}{1-2p_3}D_P$$

が求まる。(註5) すなわち、計画期間の長期化に伴い銀行の最低預金ないしは期末預金に対する予想は期待値に収斂することになる。貸付決定にとって本質的に有意な変数は本源的預金保有者と借手預金者の預金勘定を通ずる資金フローに関する確率的動きに限定されることになる。

b. 借入資金による充足

顧客による適格借入需要が自行資金にもとづく貸付供給能力を凌駕し、銀行が借入金を導入する場合を考察する。借入取引は即時に完了し、したがって、貸付誘発預金の単位時間変動が期初の自行資金をこえない限り期初では借入を行なわないものと仮定する。借入は予想借入となり、予想借入必要額は期末における予想運用可能自行資金と貸付誘発預金の予想累積

流出額との差額とする。単純化のため予想借入必要額を全額同時に借入れ、計画期間終了時まで返済しないものとしておく。増加確率を p_4 減少確率を q_4 とすれば、

(3.4) $$D_P-D_{L\cdot t}+B=\left[(1-2p_4)-2\left(\frac{p_4q_4}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]L_b=\beta L_b$$

$$D_P+D_{H\cdot t}+B=\left[(1-2p_4)-2\left(\frac{p_4q_4}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]L_b=\beta L_b$$

の関係が得られる。また、借入を行なうのは本源的預金にもとづく運用可能資金の予想水準と貸付誘発預金の予想引出水準とが等しくなる時点であり、交差時点は一回だけ存在するものとする。

(3.5) $$D_P-D_{L\cdot t}\sim\frac{1}{t}\left[(1-2p_4)\tau_1-2(\tau_1p_4q_4)^{\frac{1}{2}}P\right]L_b$$

$$D_P+D_{H\cdot\tau_2}\sim\frac{1}{t}\left[(1-2p_4)\tau_2-2(\tau_2p_4q_4)^{\frac{1}{2}}P\right]L_b$$

となり、τ の値が求められる。

さらに、借入決定は諸価格変数の相対的関係にも依存している。i_L を貸付利子、i_B を予想借入利子とする。また、顧客による適格借入需要を拒否することにより生ずる損失費用を銀行が認めるものとし、単位時間当り l、費用絶対額を $l(L^D-L_b)$ で示すことにする。L^D は顧客による適格借入需要額である。銀行が借入を考慮する場合の利潤関数を、

(3.6) $$\pi=i_L\cdot t\cdot L_b-i_B\cdot(t-\tau)\cdot B-l\cdot t\cdot(L^D-L_b)$$

と仮定すれば銀行の最適借入額はこの関数の最大値条件から決定されることになる。

最適借入額の決定に関係する各変数を評価するために二節のケース一、z_{23} について考察してみよう。その結果、

$$(3.7)\quad L_b^*\sim 2\left[\frac{i_B}{(1-2p_4)(i_B\beta-i_L-l)}\right]^{\frac{1}{2}}p_1D_P$$

$$B^*\sim L_b^*-2p_1D_P$$

が導びかれる。ただし、$(i_B\beta-i_L-l)\leqq 0$ の場合には最適値は確定値をもたないものとしておく。[註6] (3.7)式から $\frac{\partial L_b^*}{\partial i_B}<0$, $\frac{\partial L_b^*}{\partial i_L}>0$, $\frac{\partial L_b^*}{\partial l}>0$ と予想される結果が導びかれる。特に l 要素は銀行間競争意識や将来の顧客関係についての予測を反映し、たとえば競争意識が強いほど l の値は大となっている。［三］［六］［七］［一五］また、p_1 の効果についてはその値いかんによって期初における貸借対照表項目相互の比率、特に預金―貸付金比率が変化することが示唆されている。

（註4）　貸付誘発預金の設定額に対する一定割合 σ が拘束され期末において σL_0 が銀行に歩留る場合には単位時間変動量を $\frac{(1-\sigma)L_0}{t}$ と仮定する。

（註5）　$2p_1D_P$ は予想利用可能資金を、$(1-2p_3)L_0$ は貸付に伴う予想累積流出資金を示している。この段階において確率は比率概念としてとらえることもできよう。たとえば L_0 単位のうち増加符号をもつ個体の比率は pL_0、減少符号をもつ個体の比率は qL_0 となり、増減較差は $(q-p)L_0=(1-2p)L_0$ $(q>p)$ となる。

（註6）　貸付証書保有額 L が唯一の借入担保物件であり、借入時点での予想担保掛目を $\rho\,(0\leqq\rho\leqq 1)$ とすれば銀行による借入額は ρL に限定されると考えることもできよう。

四、保護的資産の配分[註7]

前節まで預金はベルヌーイ試行型の流出（入）過程にしたがい、少なくとも期初において全額は流出しないことが仮定されている。したがって、銀行は保護的資産の全額を現金で保有しておく必要はなく元金の安全性が確保できる収益資産があれば保護的資産の一部をそれに投資して収益を取得することが有利となることも考えられる。そこで、その適格資産として証券が存在するものと仮定する。現金と証券とへの保護的資産の最適配分は両資産間の期待移転費用と現金保有に伴う期待機会費用とによって構成される期待費用関数、

$$(4.1)\quad EC=c\cdot\frac{ET}{t}+i_S\cdot ER$$

の最小値決定条件にしたがって決定されるものとする。c は一回の移転取引に伴う限界費用であり、取引の方向とは独立であるものと仮定する。$\frac{ET}{t}$ は t 単位時間にわたって行なわれる移転取引の期待回数であり、取引は即時完了とする。i_S は証券利子を示し、証券価格は計画期間を通じて期初の値で一定として単純化する。ER は期待現金残高を示している。(4.1)式に導入されたこれら諸変数は二限界管理法［下限 o、上限 z］[註8]にしたがって前節までに用いられた確率を含む諸変数に関連づけられる。しかし、保護的資産の規模決定において銀行の態度を反映する値が $N(P)\neq 0$ の場合には保護的資産の現金および証券への配分決定において増加および減少確率を斉合的に調整しておく必要があろう。そこで、$p_1(q_1)$ を $p_2(q_2)$ に、p_3 および $p_4(q_3$ および $q_4)$ を $p_5(q_5)$ にそれぞれ修正しておくことにする。

ケース一、$p_2<q_2$

ミラーとオル［8］の定式化にしたがうならば t が十分に大きい場合に期待移転回数は期待移転間隔時間 ED の逆数でもって近似的に示される。

$$(4.2)\quad \frac{ET}{t}\sim\frac{1}{ED}$$

ED は単位変動において期初に y の値をもつ変数がランダム・ウォークした結果各限界 (o, z) に達する間の期待間隔時間である。変数は各限界に達した場合に即時に y に回帰し、計画期間が終了するまでそのベルヌーイ型の試行変動を続けるものと仮定する。そこで、期初で y の水準にある場合に得られる期待間隔時間を ED_y とし、最初の一単位時間での試行が

単位上昇をしたとすれば次には最初の水準があたかも $y+1$ であるような状態で試行は継続する。したがってその場合の条件付期待間隔時間は $D_{y+1}+1$ となり、

(4.3) $D_y = pD_{y+1} + qD_{y-1} + 1$

の関係が成立する。その境界条件は、

(4.4) $D_0=0,\ D_z=0$

である。(4.3) 式を非同次定差方程式の解法によって解くと単位変動にもとづく期待間隔時間は、

(4.5) $$ED_y = \frac{y}{q-p} - \frac{z}{q-p} \cdot \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^y}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^z}$$

となる。[3. p. 317] したがって、(4.5) 式を単位時間変動量で修正することにより、(4.1) 式の第一項の値が求まる。

次に現金残高の期待値 ER も同様の仮定にしたがって決定されるものとする。再び単位変動にもどり期初に y の値をもつ変数が結局は0となる確率を u_y とすれば、

(4.6) $u_y = pu_{y+1} + qu_{y-1}$

となり、その境界条件は

(4.7) $u_y = p(u_{y-1}+u_{z-1}) + q(u_{y+1}+u_1)$

(4.8) $u_0 = u_z = 0$

(4.9) $\sum_{x=0}^{z} u_x = 1$

である [8 Appendix]。(4.6) 式を同次方程式の解法にしたがって解くことにより、

(4.10) $$EX = \frac{1}{2}\left\{z+y+\frac{1}{p-q} - \frac{zy\left[1-\left(\frac{q}{p}\right)^{y-z}\right]}{y\left[1-\left(\frac{q}{p}\right)^{y-z}\right]+(z-y)\left[1-\left(\frac{q}{p}\right)^{y}\right]}\right\}$$

が求められる [8 Appendix]。期待間隔時間と同様に単位時間変動量で修正することによって (4.1) 式の第二項が決定する。

ケース二、$p_2 > q_2$

期末で $D_{E\cdot t}$ を記録する場合でも計画期間の途中において期初残高を下回る場合 (z_{2i}) には $D_{L\cdot t}$ についても保護的資産がもたれ、その配分に関してケース一と同様の管理がなされることも考えられる。しかし、p と q との乖離が大きく $D_{L\cdot t}$ が少ない場合には保護的資産は全額現金によって構成される可能性が強いであろう。

ケース三、$p_2 = q_2$

単位変動についての期待間隔時間は、

(4.11) $ED_y = y(z-y)$

となり [3. p. 318]、現金の単位期待残高はミラーおよびオル [8] により、

(4.12) $EX = \frac{z+y}{3}$

となる。したがって、単位時間変動量による調整を行なうことにより保護的資産配分の最適値が決定する。$D_{L\cdot t}$ については、

(4.13) $$R_P = \left[\frac{3c}{i_s}\left(\frac{D_P}{t}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$S_P \sim D_{L\cdot t} - R_P$$

となるが［8］、$D_p-D_{L\cdot t}$ についてはzが十分に大きい場合に近似的に、

(4.14)
$$R_r\sim\left[\frac{2c(q_5-p_5)}{i_s}\cdot\frac{L}{t}\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$S_r\sim D_p-D_{L\cdot t}-R_r$$

が求まる。したがって、貸借対照表上の現金と証券は近似的に、

(4.15)
$$R=R_P+R_r$$
$$S\sim D_p-R$$

として計上される。ケース一についてもzが十分に大きい場合に近似値として、

(4.16)
$$R\sim\left[\frac{2c\ (q_2-p_2)}{i_r}\frac{D_p}{t}\right]^{\frac{1}{2}}+\left[\frac{2c(q_5-p_5)}{i_s}\frac{L}{t}\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$S\sim D_p-R$$

が求められる。

以上で（2.1）に示された各資産の配分が決定したことになる。しかし、ここで注意すべきは証券保有の理由である。すなわち、いわゆる"loaned-up"の状態においてもなお銀行の貸借対照表の資産項目として証券が存在するのはその保有のされ方が保護的資産の配分の結果であるからであり、貸付との間の収益関係の比較にもとづくものではない［14 p. 131］。保護的資産の規模を制約条件として $\frac{\partial\left(\frac{S}{D_p}\right)}{\partial i_s}>0$ であるにすぎない。また、証券利子が高水準の場合には借入資金にもとづく貸付を多少とも有利にする可能性 $\frac{\partial L_b}{\partial i_s}>0$ をもっているが、それは前述のように証券保有が部分的に貸付に附随する性格を

もっていることに由来している。

（註7）この節の分析はミラーおよびオル［八］に負っている。

（註8）この節においてzは絶対値で評価する。

五、若干の補足的考察

a. 公開市場操作

公開市場操作を期初における銀行の資産配分決定に対して i_s の変化により影響を及ぼすことを目的とする手段であると想定しよう。ただし、仮定により証券価格は計画期間中一定である。

銀行の資産管理の一部としての証券保有は前述のように貸付の事後的結果である。したがって、$\frac{\partial L}{\partial i_s}<0$ が実現するとすればそれは預金者の資産選択への効果 $\frac{\partial p_1}{\partial i_s}<0$ を通ずる間接的なものとなる。

b. 準備預金率操作

資金ポジションが斉合的である限り貸付についての利用可能資金は預金の期末水準であるものとする。そこで、準備率操作を期末において準備率 r を満たすことを要求する手段とみなすことにする。銀行にとっては予想準備率である。仮定により最適資金配分は期末に自発的準備金がゼロになるようにすることであるから、期末においてなんらかの現金が存在するとすればそれは全額法定準備金とみなすことができる。

本源的預金にもとづく予想利用可能資金は

(5.1)
$$2(1-r)\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right)^{\frac{1}{2}}P\right]D_p$$

である。また、貸付誘発預金については

$$(5.2)\quad r\left\{L_0-2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]D_p\right\}$$

の準備金が必要となる。したがって、総利用可能予想自行資金は、

$$(5.3)\quad 2(1-r)\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]D_p-r\left\{L_0-2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]D_p\right\}=2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]D_p-rL_0$$

となる。これから、

$$(5.4)\quad 2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]D_p-rL_0\sim\left[(1-2p_3)-2\left(\frac{p_3q_3}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]L_0$$

となるから、

$$(5.5)\quad L_0\sim\frac{2\left[p_1+\left(\frac{p_1q_1}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]}{\left[r+(1-2p_3)-2\left(\frac{p_3q_3}{t}\right){}^{t}\mathbf{P}\right]}\cdot D_p$$

が求まる。(5.5) 式は (3.2) 式に対応している。同様の関係は L_0 についても得られる。(5.5) 式から明らかなように $\frac{\partial L_0}{\partial r}<0$ であり、その効果は公開市場操作と対照的に直接的である。

c. 銀行制度面への展開可能性

銀行が予想利用可能資金を完全に使用する規模に貸付額を決定するという個別銀行ケースにおける信用創造の基本的構造は各銀行が分離不能状態にある銀行制度についても拡張できるであろう。

簡単のため分析を確率的に線型な場合に限定する。予想利用可能資金は制度内銀行の貸付に伴う他行への予想預金流入額をも含むことになる。j 銀行の貸付 L_j に伴って i 銀行に誘発預金が流入する確率を p_{ij} で表わすことにする。三節で附記したように p_{ij} は比率概念に置換可能である。すなわち、i 銀行には $p_{ij}L_j$ が流入すると予想される。このような銀行制度間の銀行間相互依存関係に注目すれば、

$$(5.6)\quad 2p_{ai}D_i+\sum_{j=1}^{n}p_{ij}L_j=q_iL_i\quad(i=1\cdots\cdots n)$$

が成立するであろう。(注9) (5.6) 式は、

$$(5.7)\quad (\mathbf{Q}-\mathbf{P})\mathbf{L}=2\mathbf{P}_d\mathbf{D}$$

と表わすこともできる。$\mathbf{Q}$ は要素 $q_{ij}\ (i=j)$ をもつ n 次対角行列、$\mathbf{P}$ は要素 p_{ij} をもつ n 次正方行列、$\mathbf{L}$ および $\mathbf{D}$ は n 次列ベクトル、$\mathbf{P}_d$ は要素 $p_{aij}\ (i=j)$ をもつ n 次対角行列である。

ソローの行（列）和条件により $\mathbf{P}$ が分解不能行列で $q_i>\sum_{j=1}^{n}p_{ij}\ (i=1\cdots\cdots n)$ または $q_j>\sum_{i=1}^{n}p_{ij}\ (j=1\cdots\cdots n)$ ならば $\mathbf{L}$ は一意の非負解、

$$(5.8)\quad \mathbf{L}=\frac{2\mathbf{P}_d\mathbf{D}}{\mathbf{Q}-\mathbf{P}}$$

をもつとともに体系は収束する。[9]

次に (5.7) 式がソロー条件を満たすことの経済的意味を検討してみよう。第一列和は、

$$(5.9)\quad q_1-p_{11}>\sum_{i=2}^{n}p_{i1}$$

に分解できる。これは銀行1の貸付 L_1 に伴って q_1L_1 が銀行1から流出した結果 $p_{11}L_1$ が自行還流し、$\sum_{i=2}^{n}p_{i1}L_1$ が他銀行に

流入することを意味している。このことから、上述の列和条件は銀行jの貸付 L_j に伴う流出が銀行制度への流入を上回り、一部分が銀行制度外へ漏出することに対応していることになり、きつい条件ではない。$q_j-\sum_{i=1}^{n}p_{ij}L_j$ $(j=1\cdots\cdots n)$ の値は銀行制度が経済全体に占める位置にも依存している。また、$\sum_{i=1}^{n}p_{ij}\neq 0$ である限り銀行制度は制度自体にとって外生的な本源的預金をこえる貸付を行なうことができる。

（註9）$\Sigma p_{ki}D_i$ は銀行iの本源的預金の予想流入額を示しており、iはそれまでの分析における用法と異なる。

六、むすび

本論における分析では預金水準についてベルヌーイ試行型変動を仮定するとともに資産配分に関し銀行態度のもつ意味を明らかにした。しかし、この分析上の結果を評価するについては預金水準の変動パターンを狭く限定したことや預金の単位時間変動額の設定方法等多くの制約があることをも認める必要があると思われる。

参考文献

1 Arrow K.J., Karlin S. & Scarf H., Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production.
2 江口英一「銀行行動の理論についての一試論」日本銀行学会論集第一号。
3 Feller, W., An Introduction to Probability Theory and It Applications, Vol. I.
4 Goldfeld. S.M. Commercial Bank Behavior and Economic Activity.
5 Gramley, L.E. "Deposit Instability at Individual Banks" in Essays on Commercial Banking.
6 Hodgman, D. R. "The Deposit Relationship and Commercial Bank Investment Behavior" The Review of Economics and Statistics.
7 Kane, E.J. & Malkiel, B. G. "Bank Portfolio Allocation, Deposit Variability, and the Availability Doctrine" Quarterly Journal of Economics, Feb. 1965.
8 Miller M. H. & Orr, D. "A Model of the Demand For Money by Firms" Quarterly Journal of Economics.
9 村井俊雄「現金準備率と信用創造」三田学会雑誌、第四九巻第六号。
10 日本銀行統計局「金融モデルの設定と計測、一九五一—一九六三」統計研究資料第一〇号。
11 Orr D. & Mellon W.G. "Stockastic Reserve Losses and Expansion of Bank Credit" The American Economic Review Sept. 1961.
12 Phillips, C.A. Bank Credit.
13 Porter, R.C. "A Model of Bank Portfolio Selection" Yale Economic Essays, Vol. I (Fall) 1961.
14 Robinson R.I.' The Management of Bank Funds.
15 Ryder, Jr. H. E. "Credit Risk and Credit Rationing; Comment" Quarterly Journal of Economics, August 1962.