Title	ヒックス『景気循環論』の一問題点
Sub Title	A comment on J. R. Hicks' theory of trade cycle
Author	市石, 達郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1967
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.60, No.6 (1967. 6) ,p.645(49)- 651(55)
JaLC DOI	10.14991/001.19670601-0049
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19670601-0049

究にまつべき別個の論題につながると考えられるため、小論では批判をとりいれ修正することをやめ他日を期することとした。

またシンポジウム開催のためのみならず、常日頃いろいろと研究の便宜を寄せられた慶應義塾大学産業研究所の諸兄姉に深く感謝する次第である。

研究ノート

ヒックス『景気循環論』の一問題点

市石達郎

一　乗数理論と加速度原理の総合に基づく優れた景気循環理論に、J.R. Hicks, *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*, (Oxford; Oxford University Press; 1950)、古谷弘訳『景気循環論』(岩波書店) がある。最近、筆者は本書を読み直し、その数学的な取り扱いの中に一箇所不適切と思われる点を見出した。ここに記して興味ある方の御教示を仰ぎたいと思う。

二　論点を述べる前に、先ず、ヒックス理論の最小限必要な要約をしておこう。

産出量（財の総供給量）をY、消費量をC、誘発投資量をI、独立投資量をAで表せば、財の総需要量は C+I+A であり、また添字の n で期間を表せば、第 n 期に於ける財市場の均衡条件は

(1)　$Y_n = C_n + I_n + A_n$

である。これに乗数理論

(2)　$C_n = (1-s)\cdot Y_{n-1},\quad 0<s<1$

及び加速度原理

(3)　$I_n = v\cdot(Y_{n-1} - Y_{n-2}),\quad v>0$

を代入することにより、「基礎的方程式」

(4)　$Y_n - (1-s+v)\cdot Y_{n-1} + v\cdot Y_{n-2} = A_n$

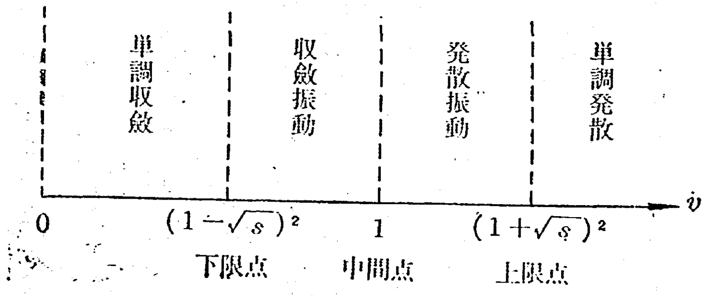
を得る。

ここでAが時間を通じて一定の場合には、定差方程式(4)の特解(均衡産出量)は定数 $E_n = A/s$ で表され、E_n からの絶対的乖離 y_n については

(5)　$y_n - (1-s+v)y_{n-1} + vy_{n-2} = 0$

の式が成立する。その一般解は、v の値に従い、第I図のように図式的に要約される。この図式を基準とし、且つ「上昇限界線」(「天井」) の存在、加速度原理の非対称性(「床」) 等の要因を考

第 I 図



慮に入れれば、ヒックス流の景気循環の説明が可能となる。

しかしヒックスが進んで考察したのは、Aが毎期gの率で増大する成長経済の場合である。この場合、$A_n=A_0\cdot(1+g)^n$ とすると、(4)の特解は

$$E_n=E_0\cdot(1+g)^n;\quad E_0=\frac{A_0\cdot(1+g)^2}{(1+g)^2-(1+g)(1-s+v)+v}$$

で表され、E_nからの相対的乖離 $r_n\equiv(Y_n-E_n)/E_n$ については

(6) $$r_n-\frac{1-s+v}{1+g}\cdot r_{n-1}+\frac{v}{(1+g)^2}\cdot r_{n-2}=0$$

の式が成立する。ところで、(6)についてヒックスは次のように述べた。「相対的乖離を眺める時には、体系は、当然であろうが、絶対的乖離を眺めている時よりも少しく安定であるようにみえる。絶対的乖離は $v=1$ の時、中間点（それ以上では変動が発散的となる）に到達する。相対的乖離は $v/(1+g)^2=1$ すなわち $v=(1+g)^2$ の時に中間点に到達する。かくして中間点はかすかに引上げられるが、上限および下限点は（われわれが期待するように）影響をうけないことが示され得る。」（原書 p. 87 邦訳書一二〇頁）

本稿の目的は、このヒックスの主張を検討することにある。以下に於て、上限点及び下限点については、その主張の正しいことが示されるであろう。しかし、中間点については、その主張が誤りであるばかりでなく、そもそも中間点を s、g、v の関係によって定義すること自体が不可能なことが示されるであろう。

三　いま $r_n=u^n$ と置くと、(6)は

(7) $$u^2-\frac{1-s+v}{1+g}\cdot u+\frac{v}{(1+g)^2}=0$$

となる。そこで関数$f(u)$を

$$f(u)\equiv u^2-\frac{1-s+v}{1+g}\cdot u+\frac{v}{(1+g)^2}$$

の如く定義すると、体系が振動するか否かは、gの値の如何によって影響を受けないことが分かる。すなわち、

$$f(u)\text{ の判別式}\equiv\left(\frac{1-s+v}{1+g}\right)^2-\frac{4v}{(1+g)^2}$$
$$=\frac{1}{(1+g)^2}\cdot\{v-(1+\sqrt{s})^2\}\cdot\{v-(1-\sqrt{s})^2\}$$

従って、ケース①　㋑ $v<(1-\sqrt{s})^2$、㋺ $v>(1+\sqrt{s})^2$ なら(7)は二実根を持ち、体系は振動しない。

ケース②　㋑ $v=(1-\sqrt{s})^2$、㋺ $v=(1+\sqrt{s})^2$ なら(7)は重根を持ち、

$$r_n=(A_1+nA_2)\cdot\left(\frac{1-s+v}{2(1+g)}\right)^n=(A_1+nA_2)\cdot\left(\frac{1\pm\sqrt{s}}{1+g}\right)^n$$

ケース③　$(1+\sqrt{s})^2>v>(1-\sqrt{s})^2$ なら(7)は複素根を持ち、体系は振動してサイン・カーヴを描く。

四　ケース①

根と係数の関係から、(7)の二根 u_1、u_2 $(u_1<u_2)$ 共、正なることは自明であり、さらに、

$$f(0)=\frac{v}{(1+g)^2}>0$$

$$f\left(\frac{1}{1+g}\right)=\frac{s}{(1+g)^2}>0$$

$$\lim_{u\to+\infty}f(u)=\lim_{u\to+\infty}u^2\cdot\left\{1-\frac{1-s+v}{1+g}\cdot\frac{1}{u}+\frac{v}{(1+g)^2}\cdot\frac{1}{u^2}\right\}=\infty>0$$

を考慮すれば、u_1、u_2共、開区間$\left(0,\ \frac{1}{1+g}\right)$、$\left(\frac{1}{1+g},\ \infty\right)$のいずれか一つに含まれる。

㋑　先ず、$v<(1-\sqrt{s})^2$ の場合について。この場合は、

$$u_1+u_2=\frac{1-s+v}{1+g}<\frac{(1-s)+(1-\sqrt{s})^2}{1+g}$$

$$\therefore\quad 0<u_1+u_2<\frac{2}{1+g}$$

すなわち、二根共、$(0,\ 1/(1+g))$ に含まれる。体系はgの値と無関係に安定である。

㋺　次に、$v>(1+\sqrt{s})^2$ の場合について。この場合は、

$$u_1+u_2>\frac{(1-s)+(1+\sqrt{s})^2}{1+g}=\frac{2+2\sqrt{s}}{1+g}$$

$$\therefore\quad \frac{2}{1+g}<u_1+u_2<+\infty$$

すなわち、二根共、$(1/(1+g),\ +\infty)$に含まれる。ここで考えられる状態は第II図—第VI図に示された五通りである。第II図ではどの初期値から出発しても体系は収斂する。第III、IV図では或る初期値から出発すれば体系は収斂する。第III、V図では或る初期値から出発すれば体系は収斂も発散もしない。第IV、V図では或る初期値から出発すれば体系は発散する。第VI図ではどの初期値から出発しても体系は発散する。

以下、vの値によってどの図が妥当するかを見る。

$$f(1)=\frac{g}{(1+g)^2}\cdot\left\{\left(1+g+s+\frac{s}{g}\right)-v\right\}$$

$$f(u)=\left\{u-\frac{1-s+v}{2(1+g)}\right\}^2+\frac{v}{(1+g)^2}-\frac{(1-s+v)^2}{4(1+g)^2}$$

従って、右二式からそれぞれ、

(8) $f(1)\gtreqless 0\iff v\lesseqgtr(1+g+s)+\frac{s}{g}$　（複号同順）

(9) $\{u|f(u)\to\min\}\gtreqless 1\iff v\gtreqless(1+g+s)+g$　（複号同順）

を得、(8)(9)に基づいて、次の分類が成立する。

(A)

ⓐ $\sqrt{s}>g$ ならば $(1+g+s)+\frac{s}{g}>(1+g+s)+g$ であり、

ⓑ $v<(1+g+s)+g$ は $v>(1+\sqrt{s})^2$ と $s>g^2$ に矛盾し、

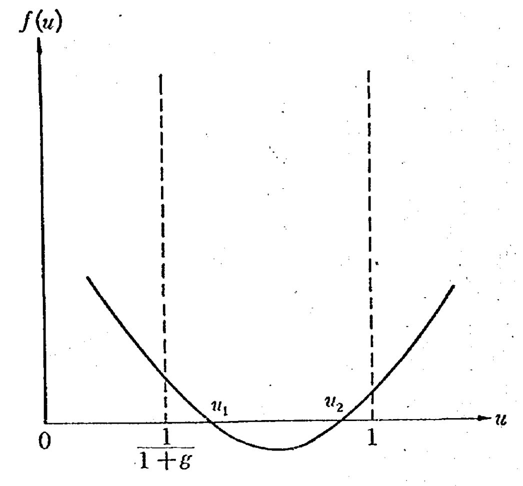
$v=(1+g+s)+g$ は体系が二実根を持つことに矛盾し、

ⓒ $(1+g+s)+g<v<(1+g+s)+\frac{s}{g}$ は第VI図を意味し、

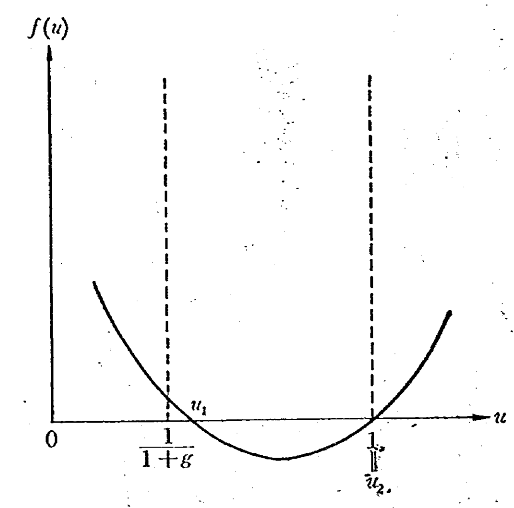
ⓓ $v=(1+g+s)+\frac{s}{g}$ は第V図を意味し、

ⓔ $(1+g+s)+\frac{s}{g}<v$ は第IV図を意味する。

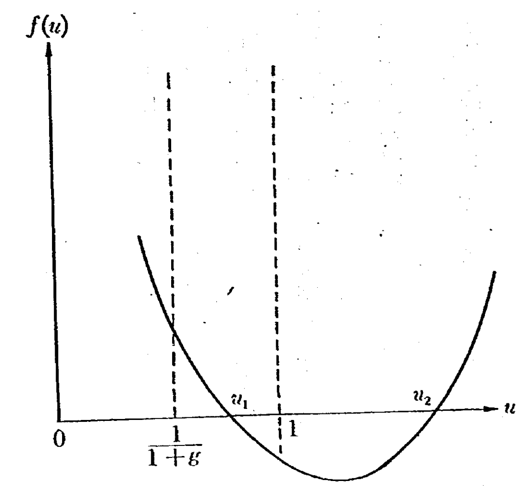
第 II 図



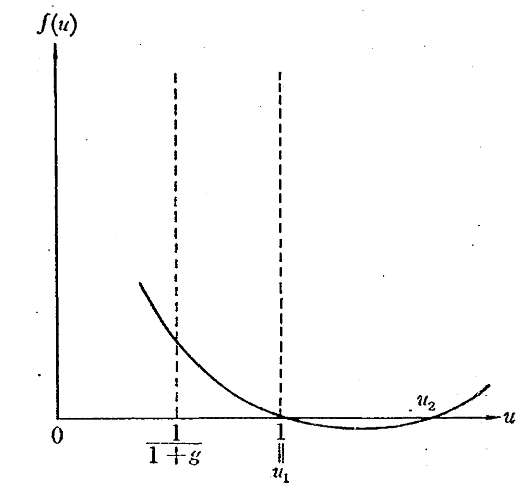
第 III 図



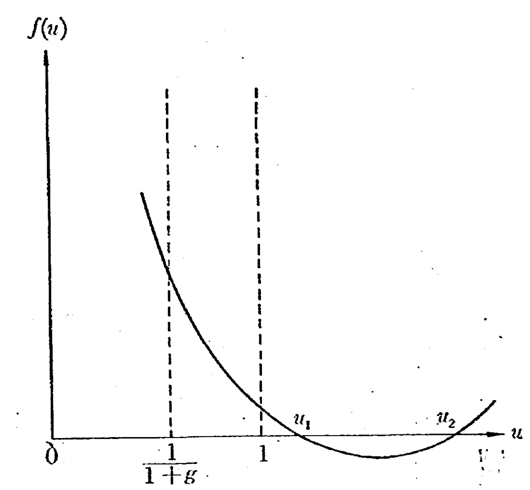
第 IV 図



第 V 図



第 VI 図



(B) $\sqrt{s}=g$ ならば $(1+g+s)+\frac{s}{g}=(1+g+s)+g$ であり、

ⓐ $v<(1+g+s)+g$ は $v>(1+\sqrt{s})^2$ と $s=g^2$ に矛盾し、

ⓑ $v=(1+g+s)+g$ は体系が二実根を持つことに矛盾し、

ⓒ $(1+g+s)+g<v$ は第Ⅳ図を意味する。

(C) $\sqrt{s}<g$ ならば $(1+g+s)+\frac{s}{g}<(1+g+s)+g$ であり、

ⓐ $v<(1+g+s)+\frac{s}{g}$ は第Ⅱ図を意味し、

ⓑ $v=(1+g+s)+\frac{s}{g}$ は第Ⅲ図を意味し、

ⓒ $(1+g+s)+\frac{s}{g}<v$ は第Ⅳ図を意味する。

無論、①㋺ $v>(1+\sqrt{s})^2$ と矛盾する場合は排除されなければならない。

ケース②

㋑ 先ず、$v=(1-\sqrt{s})^2$ の場合について。この場合は

$$r_n=(A_1+nA_2)\cdot\left(\frac{1-\sqrt{s}}{1+g}\right)^n$$

体系は g の値と無関係に収斂する。

㋺ 次に、$v=(1+\sqrt{s})^2$ の場合について。この場合は

$$r_n=(A_1+nA_2)\cdot\left(\frac{1+\sqrt{s}}{1+g}\right)^n$$

(A) $\sqrt{s}>g$ ならば、体系はどの初期値から出発しても発散する。

(B) $\sqrt{s}=g$ ならば、

$$r_n=A_1+n\cdot A_2$$

或る初期値からは r_n が一定となって収斂も発散もせず、他の初期値からは発散する。

(C) $\sqrt{s}<g$ ならば、体系はどの初期値から出発しても収斂する。

ケース③

$$u_1,\ u_2=\rho\cos\theta\pm i\rho\sin\theta$$

と置けば、簡単な計算により、

$$r_n=\rho^n\cdot A\cos(\theta n+\varepsilon)$$

ところで、

$$\rho^2=\rho^2\cdot(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)\cdot(\cos\theta-i\cdot\sin\theta)$$
$$=u_1\cdot u_2=v/(1+g)^2$$

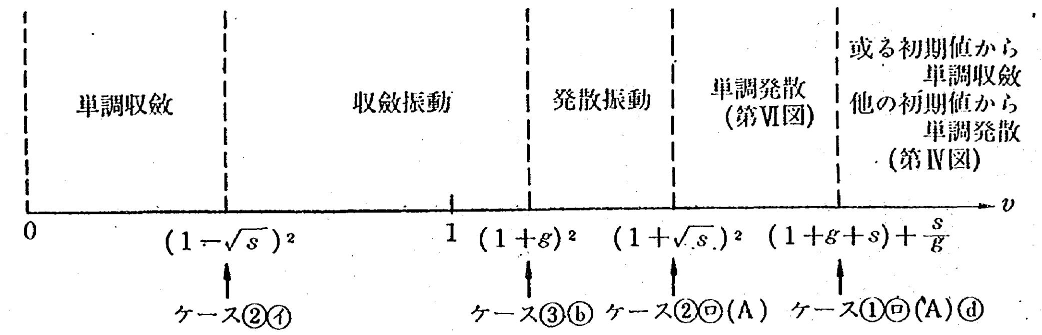
従って、

ⓐ $v<(1+g)^2$ ならば体系は収斂し、

ⓑ $v=(1+g)^2$ ならば体系は収斂も発散もせず、

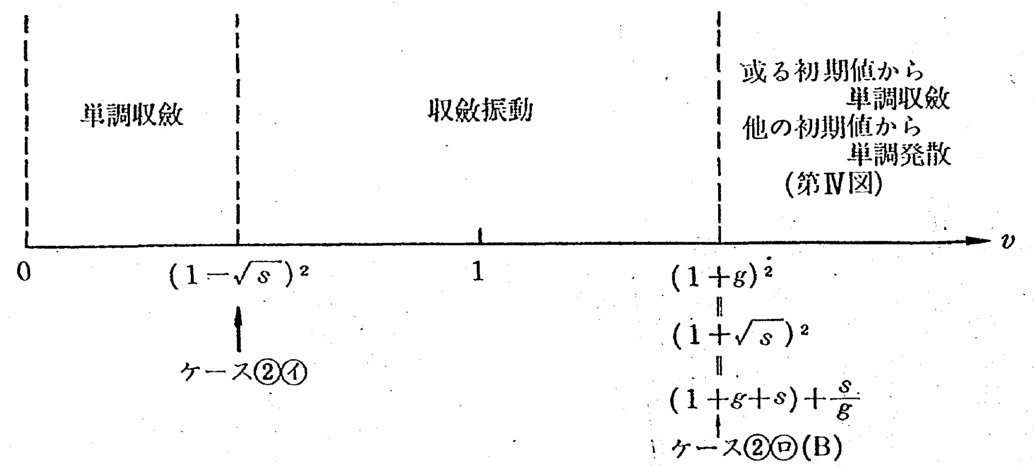
第 VII 図

(A) $\sqrt{s}>g$ ならば、



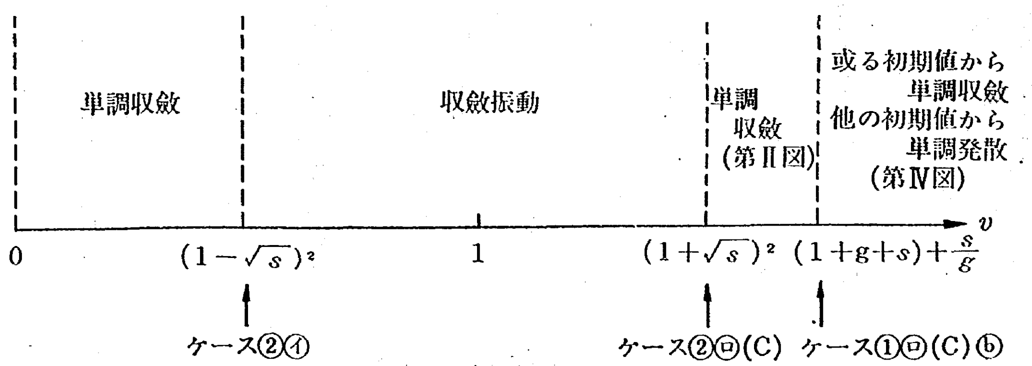
第 VIII 図

(B) $\sqrt{s}=g$ ならば、



第 IX 図

(C) $\sqrt{s}<g$ ならば、



ⓒ $(1+g)^2<v$ ならば体系は発散する。

無論、③ $(1+\sqrt{s})^2>v>(1-\sqrt{s})^2$ と矛盾する場合は排除されなければならない。

五　先ず

$$\left(1+g+s+\frac{s}{g}\right)-(1+\sqrt{s})^2=g\cdot(g-\sqrt{s})^2\geqq 0 \tag{10}$$

(10)式を考慮しつつ、前節までの結果をまとめると、第Ⅶ図—第Ⅸ図の如くなる。

注意すべきは、どの場合にも、$v>(1+g+s)+s/g$ ならば第Ⅳ図が妥当することである。非常に大きなvの値に対しても、初期点の選び方によってr_nは単調に収斂する。従ってこのことから、中間点を簡単に $(1+g)^2$ とすべきでないことが明らかであろう。

特に(C)第Ⅸ図に注意すべきである。この場合、

$$\left(1+g+s+\frac{s}{g}\right)-(1+g)^2=\left(1+\frac{1}{g}\right)\cdot(s-g^2)<0$$

すなわち、$v<(1+g)^2$ でも単調発散が可能なのである。