Title	成長経済に於ける最適税率の決定
Sub Title	The determination of optimal rate of tax in growing economy
Author	川島, 康男
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1967
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.60, No.1 (1967. 1) ,p.99(99)- 105(105)
JaLC DOI	10.14991/001.19670101-0099
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19670101-0099

した方向へ、戦争へと発展して行くことになる。かかる情勢のもとで、プルードンの連邦主義的主張――ウィーン体制観もそれの現われにすぎない――が強められてくるのである。

注(1)　一八六三年において、ヴィエロポルスキーの政策、徴兵問題にからんでポーランドに大規模な蜂起が起った。反乱者たちはフランスの援助を頼りにし、フランス国民もポーランドに同情を示していた。しかし、ナポレオン三世は決然とした態度をとらず、反乱は抑圧される。そこで非難がナポレオン三世にそそがれ、かれの面子はうしなわれてきた。この事件をきっかけとして、この演説はなされたものである。

(2)　Oeuvres complètes de P.-J. Proudhon (Marcel Rivière) 収録の *Si les traités de 1815 ont cessé d'exister?* 1863 (以下、*Si les traités* と略す) への George Duveou の *Introduction* (以下、*Introduction* と記す), p. 327.

(3)　*Introduction*, p. 333.

(4)　*Introduction*, p. 336. 参照。

(5)　*Introduction*, p. 337-8. 参照。当時のフランスの外交政策がウィーン諸条約の遵守であっただけに、その政策は、当時のフランスの国民感情と衝突していた。後述のごとく、プルードンは、国民感情にはおかまいなしにこの政策に賛成する。そして、その理由を、ジョルジュ・ディヴォーはつぎのごとくのべている。「かれはいつも、かれがひとを困らせる人物または独創的人物として現われることに強い喜び (une âcre volupté) を感じるのである。かれは、われわれはこの点を強調しなければならないが、フランスの利害という観点からのみ議論しているのではない。かれは全ヨーロッパの福祉を考慮しているのである。」

(6)　*Introduction*, p. 341.

(7)　*Introduction*, p. 341-2. 参照。

成長経済に於ける最適税率の決定

川島康男

一、序

ハロッド〔2〕、ドーマー〔1〕の巨視的成長理論も、ソロー〔6〕、スワン〔7〕、ミード〔3〕等による新古典派の経済成長理論によって、整理がなされ、かつ一般化が行われた。そしてその後で、それをひきつぎ、一つの拡張として、生産部門を資本財生産部門と消費財生産部門との二部門に分割した、二部門の成長理論が宇沢氏〔8〕によって最初に定式化され、以来それに関する多数の論文が発表された。（この点は日本人として大いに誇りうるものである。）また別の発展としては、フェルプス〔4〕による新古典派定理や、それを特殊なケースとして含んでいる最適投資の理論などの発展が現在みられる。

そこで、我々にとってかように与えられている理論的用具を財政の部面に応用してみよう。ここでは巨視的経済成長モデルに於ける新古典派定理を利用して[注1]、最適税率の決定について考える。[注2]

(注1)　二部門の新古典派定理については福岡・川又〔9〕を見よ。

(注2)　私は本論文の作成にあたって、多数の方々から御教示を与えられた。とくに、論文発表のために研究会の時間を快く与えてくださった慶応義塾大学千種教授、内容に関する有益なコメントを下さった同大学大熊教授に謝意を表したい。そのほか多数の大学院の同僚にも多くを負っている。しかし、もし本論文に誤りがあるとすれば、それはすべて私個人の責任に帰するものである。

二、仮定とモデル

仮定はすべて新古典派の巨視的経済成長理論に於て通常なされているものと同じである。つまり、生産要素は資本と労働のみであり両者とも完全競争市場で、完全に利用されている。生産物の市場に於ても完全競争状態であり、企業家は利潤極大化という行動原則をとるものとする。生産に於ては資本と労働は代替がスムーズであ

る。

以下の分析のためにこれらの仮定のうえに更に次の諸仮定を新たに付け加える。

一、経済全体を政府部門と民間部門に分け、それらが総生産物を分けあう。

二、政府部門と民間部門との貯蓄性向は異なり、ともに「0」と「1」の間の値をとる。

三、政府による貯蓄も民間による貯蓄も全く同質的であり、両者とも全く等しく資本形成に付加される。

四、政府の予算は均衡予算である。

五、このモデルには政策変数は二つあるが、政策運用の場合に、税率の変化という政策に第一義的優先性を与える。

以上の仮定のもとに分析を行うが、これからの分析のために、諸変数、諸パラメーターを、つぎのような記号法を用いて表現しよう。

Y　国民総生産

K　資本供給量

L　労働供給量

C　消費量

t　平均税率

s_g　政府の貯蓄性向

s_p　民間の貯蓄性向

を意味するものとしよう。

K、L、Y、C等は我々が通常に於て見なれた概念であろう。tは「0」と「1」の間の実数を、s_p、s_gも「0」と「1」の間の定数とする。但し $s_g \neq s_p$ である。巨視的モデルであるから集計的生産函数を用いよう。そしてその函数は、規模に関して収穫不変、K、Lの値いかんにかかわらず常に微分可能であり、かつそれらの限界生産力はいずれもプラス、かつ逓減するものと仮定する。つまり、前記の記号法によって再述すると、

㈠　すべての $K>0,\ L>0,\ \lambda>0$ に対して、集計的生産函数Fは、

$$F(\lambda K.\lambda L)=\lambda F(K.L)$$

㈡　限界生産力は、資本と労働に対してともにプラスの値をとるので、

$$\frac{\partial F}{\partial K}>0 \qquad \frac{\partial F}{\partial L}>0$$

かつそれらがいずれも逓減するから

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}<0 \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2}<0$$

として書き改めることができよう。

更に今までの記号法を次のように変換する。

$$y=Y/L$$

$$k=K/L$$

$$c=C/L$$

$$F(K/L.\ 1)=f(K/L)=f(k)$$

この記号法より我々は集計的生産函数は

$$y=f(k)$$

さきのFに関する仮定から、我々はfに関しては次のようになることを示すことができる。

(1)　$f'(k)>0$

(2)　$f''(k)<0$

更に、均衡成長の存在を保証するために、

(3)　$f'(0)=8$　$f'(8)=0$

と仮定する。

前に定義した記号法を使用すると、民間と政府の消費と貯蓄はそれぞれ次のようになろう。

民間の税引き後の一人当りの所得は $(1-t)f(k)$ である。民間の貯蓄性向は s_p であるから、民間の一人当りの税引き後の消費は $(1-s_p)(1-t)f(k)$。同様に貯蓄は民間部門では $s_p(1-t)f(k)$ となろう。

政府部門について、政府部門の収入は税による収入であり $t\cdot f(k)$、政府部門の貯蓄性向は s_g であるから、政府部門の消費は $(1-s_g)t\cdot f(k)$ 貯蓄は $s_g\cdot t\cdot f(k)$ となるであろう。以上の結果を表で示すなら、次表のようになろう。

第 1 表

	政府部門	民間部門
所得	$t\cdot f(k)$	$(1-t)f(k)$
消費	$(1-s_g)t\cdot f(k)$	$(1-s_p)(1-t)f(k)$
貯蓄	$s_g\cdot t\cdot f(k)$	$s_p(1-t)f(k)$

この表に示した値は、いずれも「一人当りの……」という値である。しかしたとえこれを「一人当り……」の値でなくて、労働供給量Lをかけた、いわば絶対額になおしても以下の分析の本質は何ら変化しないし、結果についても然り。

三、最適税率の決定

三・一

以上でモデルビルディングは終ったので、分析を始めよう。しかしその前に一言注意を付したい。通常の最適性に関する議論に於て、「最適」という概念からすぐに我々にとって思い出されるものは、パレート最適につながる静学的な最適性に関する議論であるけれども、ここに於ける最適という概念は、以下に於て定義するものとしよう。

定義

『最適税率とは、経済が均衡成長をなしているという仮定のもとで、一人当りの民間部門と政府部門の消費の合計を最大にするような比例的な税率である。』

そして我々は税率のみを独立変数として取り扱うことによって、消費の和を最大にする。これからは所得、消費、貯蓄、資本供給量はいずれもすべて労働供給量Lでわった値を、つまり「一人当りの……」という概念で統一する。そのため「一人当りの」という枕詞は省く。このモデルに於ける均衡成長の条件は、仮定(3)より、

$$\dot{k}/k=\frac{s_p(1-t)f(k)+s_g\cdot t\cdot f(k)}{k}-n=0$$

（但し n は労働供給の成長率）

一方民間の消費は、$(1-s_p)(1-t)f(k)$、政府の消費は $(1-s_g)t\cdot f(k)$

それ故、社会全体としての消費 c は

$$c=(1-s_p)(1-t)f(k)+(1-s_p)t\cdot f(k)$$

として示すことができよう。そして問題は均衡成長という条件のもとで、社会全体の消費を最大にするということになる。これは周知のラグランジュの未定定数法を用いると、

$$\Phi(t.\lambda)=(1-s_p)(1-t)f(k)+(1-s_p)t\cdot f(k)+\lambda(s_p(1-t)f(k)+s_g\cdot t\cdot f(k)-nk)$$

そこで $s'=s_p(1-t)+s_g\cdot t$ とおきかえると、

$$\Phi(t.\lambda)=(1-s')f(k)+\lambda(s'f(k)-nk)$$ を得る。

この方法は一般的な解法であり、どんな問題でも条件付き最大（小）の問題は形式的にはこの方法で解くことができる。しかしここではこの一般的な方法を使わずに、もっとモデルの特性を利用しよう。

均衡成長の条件は、s'を使うと、

$$s'f(k)=nk$$

社会の消費量は、

$$c=(1-s')f(k)=f(k)-s'f(k)=f(k)-nk$$

このcをkで微分すると、

$$\frac{dc}{dk}=f'(k)-n=0$$

$$\therefore\ f'(k)=n$$

それ故我々は社会の消費を最大にするようにするためには、$f'(k)=n$ を満たすようにkを決めなければならない。するとs'の値は、

$$s'=\frac{nk}{f(k)}=\frac{f'(k)}{y}\cdot k$$

$$s'=s_p(1-t)+s_g\cdot t=\frac{f'(k)}{y}\cdot k$$

この式に於て、$0\leqq t\leqq 1$（注1）を考慮すると、次の三つのケースに分けられよう。

『ケースⅠ』 $\frac{f'(k)}{y}k\leqq\min(s_p, s_g)$ の時

最適税率tは、

$$t=0$$

『ケースⅡ』 $\min(s_p, s_g)<\frac{f'(k)}{y}\cdot k<\max(s_p, s_g)$ の時は

$$t=\frac{\frac{f'(k)}{y}\cdot k-s_p}{s_g-s_p}$$

『ケースⅢ』 $\frac{f'(k)}{y}\cdot k\geqq\max(s_p, s_g)$ の時は

$$t=1.$$

よって我々は最大の消費を得るためには、税率を右の三つのケースに分けて決めなければならない。しかし今までの推論から明らかであるように、これらは必要条件として得られた。政策論にとっては十分条件が必要になって来る。そしてこの場合にも $f''(k)<0$ を考慮に入れると、我々は容易に十分条件を得る。それ故に、もし民間と政府の貯蓄性向が異なっているならば、右に得た結果に従って税率を決めることによって、最も望ましい貯蓄性向にすることができ、従って最大の消費を得ることができる。それによれば、あるケースでは税率は1となり、すべての所得を政府が一度とり上げ、それを再び民間に分配するということになり、他の場合には、税率が0であるから、政府は全然税金をとらないといった極端な結果が得られよう。もちろんそういった両極端がすべてではないことは自明である。

（注1） tに1より小さい上限をもうけることも可能である。その時もやはり三つのケースに分れる。それは読者にまかせたい。

三・二

さて今までのモデルに於ては、生産函数があらゆる正の資本供給量、労働供給量に対して、微分が可能であるということを仮定していた。しかしある点に於ては微分が可能でないケースがある。つまり固定的生産係数の場合がそれである。かかるケースに於ける新古典派定理は、すでにサムエルソン〔5〕によっても言及されているけれども、新たに証明してみよう。

今までとは別に、新たに次の記号法を定義しよう。

a：生産物一単位を生産するのに技術的に必要な資本量

b：生産物一単位を生産するのに技術的に必要な労働量

とするならば、固定的生産係数の場合の集計的生産函数は次のようになろう。

$$Y=F(K.L)=\min\left(\frac{K}{a},\ \frac{L}{b}\right)$$

これを「一人当りの……」の記号法によって示すと、

$$y=\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)$$

消費は所得の一定割合であるから、

$$c=(1-s)y=(1-s)\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)$$

（sは貯蓄性向）

このモデルに於ける均衡成長の条件は、

$$\dot{k}/k=\frac{s\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)}{k}-n=0$$

この場合は微分がある点で可能でないケースを考えているので、ラグランジュの未定定数法を使わない方が良いであろう。

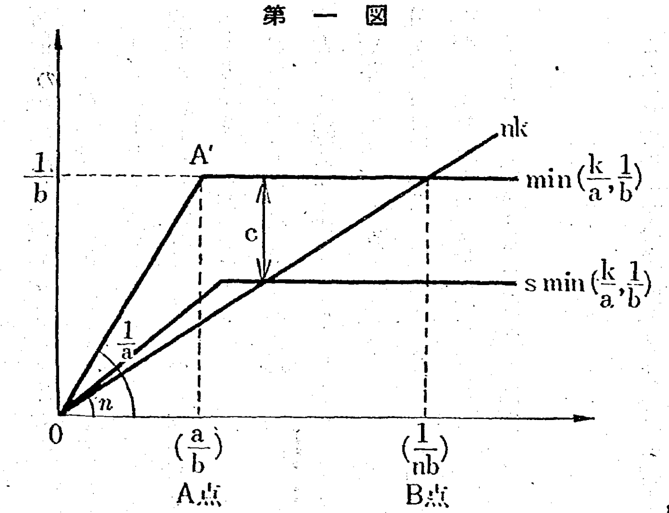
そして以下のように考える。

$$c=(1-s)\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)=\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)-s\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)$$

$$=\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)-nk$$

この関係式を図によって示そう。（但し$\frac{1}{a}>n$）

第一図



第一図の中で、右上りの部分と水平の部分をもった太線が、固定的生産係数の場合の集計的生産函数を示す。消費cを示す式から明らかであるが、折線と半直線の差が、消費cを示すものである。

今点Bの方向から、点Aの方向へと資本を減ずると、それに応じて消費cが増加する。また逆に原点0の方か

ら、点Aに向って資本量kを増加させるならば、やはり消費量は増加するであろう。一方A′点に於て、消費cの資本量kに関する左方微係数は$\left(\frac{1}{a}-n\right)$となってプラスの値を、右方微係数は$(-n)$となりマイナスの値をとる。それ故A′点に於て消費cは最大になっていることがわかる。

消費を最大にする資本量を求めると、その値は(a/b)であり、それから貯蓄性向sを求めると、

$$k=\frac{a}{b}\quad \dot{k}/k=\frac{s\min\left(\frac{k}{a},\ \frac{1}{b}\right)}{k}-n=0 \text{ より}$$

$$s=nbk=na$$

この結果をさきの最適税率の決定という問題に応用するならば、かかる固定的生産係数の場合の最適税率は次のようになるであろう。

『ケースI′』

$na\leqq\min(s_g, s_p)$ の時に

最適税率 $t=0$

『ケースII′』

$\min(s_g, s_p)<na<\max(s_p, s_g)$ の時に

$$t=\frac{na-s_g}{s_g-s_p}$$

『ケースIII′』

$na\geqq\max(s_p, s_g)$ の時に

$t=1$

結局、レオンチェフタイプの生産函数に於ても、やはり全域微分

可能である生産函数のケースと本質的には同じ結果を得たわけである。また、今までの仮定で $s_g\neq s_p$ というものがあったけれども、たとえ $s_g=s_p$ が成立しても、そのことが事前にわかっているなら、政府が $s_g\neq s_p$ とするように s_g を動かした後で、今までの推論をそっくり使うことができよう。

私はかかる特殊なケースに於てのみ s_g を動かすということを考えた。実際の政策に於ても s_g を動かす方が税率を動かすことよりも簡単である。しかしそのように s_g が可変的であっても今までの分析は有効である。但しその時には最適税率tと政府の貯蓄性向 s_g の間には無限の組合せが可能となる。(注1)

（注1） この点は私の大学院の同僚によって示唆された。

四 結 語

この最適税率の決定に関する議論の特徴は次の二点に要約されるものと思われる。

一、新古典派のモデルの枠内での分析である。新古典派の経済成長論に於て、財政変数を明示的に用いた例はソロー〔6〕がある。彼は我々の記号法を使って示すと、$s_g=1$ のケースを取り扱っている。

二、国際貿易論に於ける最適税率の理論とは異なり、このモデルの結果は現実のデータから得られるようなパラメーターから構成されている。「最適」という名のつく議論は、ともすると単に理論のみに終りがちであるが、我々の得た結果は適当なデータから税率が決定されることになり、政策の決定にとって有効な指標を与えるものと思われる。

このモデルに於ける税率は、それがどんなに高くても、逆にまたどんなに低くても資本の供給量や労働供給量に対しても、ひいては生産量に対して直接には何らの影響を与えない税であり、その意味では中立的な租税である。(注1) また、このモデルでは政府の多数の活動領域の中で、政府というものの役割は単に所得の再分配のみを行うという、いわば消極的な役割を与えられているにすぎない。政府活動の経済全体に対するもっと積極的な、公共財の生産部門としての役割をも考慮した分析は、今後の発展に期待したい。

（注1） この点は慶応義塾大学川又邦雄助手に御示唆いただいた。

参考文献

〔1〕 Domar E.D. "Capital Expansion, Rate of Growth and Employment." Econometrica, 1946, Vol. 14.

〔2〕 Harrod R.F. "An Essay in Dynamic Theory." Economic Journal, 1939, Vol. 49.

〔3〕 Meade J.E. "A Neo-classical Theory of Economic Growth." George Allen & Unwin, 1964.

〔4〕 Phelps E. "The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growth Man." American Economic Review, 1961, Sept.

〔5〕 Samuelson P.A. "Comment" Review of Economic Studies 1962, June.

〔6〕 Solow R.M. "A Contribution to the Theory of Economic Growth." Quarterly Journal of Economics, 1956, Vol. 70.

〔7〕 Swan. T.W. "Economic Growth and Capital Accumulation." Economic Record, 1956, Vol. 32.

〔8〕 宇沢 弘文 "On a Two Sector Model of Economic Growth." Review of Economic Studies, 1961～62, Vol. 29.

〔9〕 福岡正夫・川又邦雄 "The Neo-classical Theorem and the Two Sector Model of Economic Growth." 理論経済学 Vol. XVI, No. 1, 1965.