Title	国民所得のWelfare Implicationsについて
Sub Title	On the welfare implications of national income
Author	長名, 寛明
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1967
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.60, No.1 (1967. 1) ,p.54(54)- 86(86)
JaLC DOI	10.14991/001.19670101-0054
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19670101-0054

国民所得の Welfare Implications について

長名寛明

I 序

国民所得と経済的厚生の関係についての研究は、ピグウ〔28〕を初めとして、ヒックス〔11～13〕、クズネッツ〔18〕、リトゥル〔19～22〕、サミュエルソン〔30、31〕等によって発展させられてきた。序数的選好理論に基づく厚生経済学の立場からの最初の研究はヒックス〔11〕によって行われ、一九四〇年代に於けるクズネッツ、リトゥルとの論争を惹起した。サミュエルソン〔30〕は、この議論に一つの段落をつけたが、その後も若干の学者によって研究が発表されている。[1] 本稿では、以下に述べる観点から、これらの問題を論理的に整理すること、および若干の基本的命題に関する一般化を行うことが試みられる。以下で扱う問題を、より一般的な観点から見るならば、それは経済的集計量の測定の問題の中に包括され、いわゆる資本の測定のような問題と一緒に扱われることになるが、本稿では経済的厚生との関連のみが考察の対象とされる。[2]

論じられる問題は特に国民所得の増減と経済的厚生の増減の関係であるから、厚生経済学に於ける接近法の中で、「漸次的接近法（piecemeal approach）」が中心的な役割を演ずる。これに関する最も抽象的な水準に於ける議論は「厚生基準論」と名付け得るものであり、主としてエコノミック・ジャーナル誌上で展開されて、最近、ミシャン〔23〕が一つの整理をしたが、この議論それ自体については項目を別にして詳細に吟味する必要があるように思われるので、詳しくは触れない。[3] 漸次的接近法を具体的な問題に適用した例としては、次の二つの問題が考えられる。一つは、特定の経済活動の変化が経済的厚生の増減に対していかなる効果を持つかという問題である。これについては、消費者余剰という分析用具の適用が考えられるが、その可能性については他の箇所で吟味した。[4] 他の一つの問題は、経済活動一般の結果として事後的に経済的厚生が増加したか否か、を吟味するということである。これはいわゆる実質国民所得の評価の問題に関係している。ここに掲げた二つの問題は論理的に密接な関連を持っている。前者は或る経済政策の効果を事前的に判断しようとするものであるから、補償、再分配の可能性を含むが、後者はその可能性を含まない。従って、後者に於て消費者余剰という用具が用いられる余地はない。[5] この補償、再分配の可能性に関する問題を別とすれば、上記の二つの問題は殆ど同じ論理を以て扱い得るものである。

さて、社会会計的に把握するならば、国民所得は諸種の要素から構成されたものである。然し、国民所得と経済的厚生の関係を理論的に検討しようとする場合、これらの構成要素を初めから全て考慮することは極めて困難である。従って、議論はかなりの単純化の仮定を以て開始されねばならない。この仮定を設けるに当り、経済的厚生と消費との関連は最も密接で

あり、比較的明白である、という見解が広く採用されていることに注目すべきであろう。従来、主として展開されてきた厚生経済学や消費者行動の理論は静学的であったから、動学的問題に本質的に関連している貯蓄や投資はあまり問題にされなかった。(6) 従って、実質国民所得の評価に関する議論に於ても、国民所得は消費のみから構成されるという仮定から出発している。ここで消費とは市場で売買される私的財の消費であり、政府機関等によって供給される公的財の消費を含まない。

以下では、先ず国民所得は消費のみから構成されるという仮定に基づき、経済的厚生との関係に於ける諸種の問題を吟味し、その後に仮定を弛めて、そこで生ずる問題を吟味する。

注(1) 例えばA. C. Pigou〔29〕, C. M. Kennedy〔17〕, M.H. Dobb〔5〕, J. de V. Graaff〔8〕, S. Wellisz〔34〕, A. Bergson〔1〕Chapter 6 等が挙げられる。

(2) 例えば、J.R. Hicks〔11〕pp. 118～123 や J.R. Hicks〔14〕に扱われている論点は省略される。

(3) この問題に関する簡単な議論については、長名〔27〕第Ⅳ節を、関係文献については同〔27〕の文献目録Ⅱを参照。

(4) 長名〔27〕。

(5) 長名〔27〕六七頁を参照。

(6) 貯蓄や投資を動学的な現象として把握せずに実質国民所得の評価を論じようとする議論が若干あるが、納得し難いものである。例えば、I.M.D. Little〔22〕pp. 235～237 および A. Bergson〔1〕pp. 151～153 を参照。

* 本稿の作成にあたり、川又邦雄氏から貴重なコメントを頂いた。またⅣ・二の議論に関しては、大学院の諸学兄との討論を通じて多くの示唆を受けた。ここに記して謝意を表したい。然し、いうまでもなく本稿での主張の全ての責任は筆者のものである。

II 消費財経済——基礎的分析——

一 国民所得と経済的厚生の関係は、以下では個々の消費者の行動原理に基づいて吟味される。当該社会には第 t 期に於て I^t によって表示される消費者の集合が存在するものと考える。その元を i によって表わす。消費者 i は第 t 期に資産 w_i^t を与えられ、価格ベクトル $p^t=(p_1^t, p_2^t, \cdots, p_n^t)$ に直面し、財ベクトル $x_i^t=(x_{i1}^t, x_{i2}^t, \cdots, x_{in}^t)$ を消費する。但しここで、この消費者が提供する財（用役）は負の消費として x_i^t の中に含まれる。(1) 更に x_i^t は消費者 i にとって先験的に可能な消費の集合 X_i の元であると考えられる。消費者 i はこの集合 X_i に関して第 t 期に於て無矛盾的選好体系を有し、これが全擬順序 $\precsim_i^t$ を形成するものと仮定する。(2) この仮定は消費に於ける外部効果の不存在を含意している。消費者行動の理論に於ては通常、この選好擬順序に関して凸性の仮定が置かれる。

仮定一・一 $x_i^2 \succ_i x_i^1$ は $\lambda x_i^2+(1-\lambda)x_i^1 \succ_i x_i^1$（但し $0<\lambda<1$）を含意する。

更に強い凸性の仮定が置かれることもある。

仮定一・二 $x_i^2 \sim_i x_i^1$ は $\lambda x_i^2+(1-\lambda)x_i^1 \succ_i x_i^1$（但し $0<\lambda<1$）を含意する。

消費者 i の行動原理に関する仮定としては、与えられた価格・資産状況 (p^t, w_i^t) の下で選好を満足させる、という仮定が通常置かれる。x_i^t を或る与えられた消費とし、x_i を任意の消費とする時、この仮定は次のように表現される。

仮定二・一 $p^t \cdot x_i \leqq w_i^t$ は $x_i \precsim_i x_i^t$ を含意する。(3)

$p^t \cdot x_i^t \leqq w_i^t$ であるから、仮定二・一が満たされる時、$p^t \cdot x_i \leqq p^t \cdot x_i^t$ が $x_i \precsim_i x_i^t$ を含意することは明らかである。行動原理に関する他の一つの仮定は、一定の選好を満足するための支出を最小化する、というものである。即ち、

仮定二・二 $p^t \cdot x_i < w_i^t$ は $x_i \prec_i x_i^t$ を含意する。

この仮定が満たされる時、$p^t \cdot x_i < p^t \cdot x_i^t$ であれば $x_i \prec_i x_i^t$ となることは同様に明らかである。

以下、経済諸単位は独占的価格支配力を持たない、と仮定される。

仮定三 全ての経済単位は需要と供給を一致させる一定価格の下で取引する。

両期間に於て存在する財の種類が同一であるか否かは重要な問題である。これが変化する場合の問題は後に論じられるが、ここではそれが不変であるという仮定を次の二つの仮定の合成として表わしておく。

仮定四・一　新しい種類の財が経済に導入されることはない。

仮定四・二　既存のいかなる財種も経済から消滅しない。

ヒックスはその最初の分析に於て人口の変化の問題を扱わなかったが、これも後に論じられるように重要な問題である。さしあたり、この人口不変の仮定を、消費者が当該社会から移出しないという仮定と、他社会から当該社会に移入しないという仮定の合成として考える。形式的には次のように表現される。

仮定五・一　$I^1\subset I^2$.

仮定五・二　$I^1\supset I^2$.

ヒックスは、或る社会の二期間の経済的厚生を比較することが意味を持つためには、その社会を構成する各成員の選好体系が一定不変であることを仮定しなければならない、と述べる。[4] 第t期に消費者iが持つ選好擬順序$\precsim_i^t$に対応する効用函数を$u_i^t(x_i^t)$によって表わせば、この仮定は次のように表現される。

仮定六　$x_i^1=x_i^2$ は $u_i^1(x_i^1)\equiv u_i^2(x_i^2)$ を含意する。

二　経済状態は各経済単位の行動の状態によって表わされるという意味に於て $((x_i),(y_j))$ によって表現される、と考える。但し、y_jは生産者 $j\in J$（Jは生産者の集合である）の生産を表わす。産出は正、投入は負の量として考えられる。生産者jの技術的可能性は生産可能性集合Y_jによって記述され、y_jが生産可能であるということは $y_j\in Y_j$ によって表わされる。ここで集合 $M^t\equiv\{((x_i),(y_j))|x-y\leqq\omega^t\}$ を定義する。[5] 但し、$\omega^t\equiv(\omega_1^t,\omega_2^t,\cdots,\omega_n^t)$ は第t期に与えられる初期資源である。また $x\equiv\sum_{i\in I}x_i$, $y\equiv\sum_{j\in J}y_j$ である。更に集合 $A^t\equiv(\prod_{i\in I}X_i)\times(\prod_{j\in J}Y_j)\cap M^t$ を定義する。[6] これは市場均衡の条件 $x-y\leqq\omega^t$ を保ちながら、[7] 各消費者にとって可能な消費ならびに各生産者にとって可能な生産の集合である。[8] 経済状態 $((x_i),(y_j))$ はそれがA^tに属する時、達成可能であると言われる。

ここで、社会的選好擬順序$\precsim$を定義する。[9] 全てのiについて$x_i^2\succsim_i x_i^1$である時、$((x_i^2),(y_j^2))\succsim((x_i^1),(y_j^1))$と書き、上の関係が成立し、しかも或る$i$については $x_i^2\succ_i x_i^1$ である時 $((x_i^2),(y_j^2))\succ((x_i^1),(y_j^1))$ と書く。また全てのiについて $x_i^2\sim_i x_i^1$ である時、$((x_i^2),(y_j^2))\sim((x_i^1),(y_j^1))$ と書く。

次に、カルドア＝ヒックス基準とシトフスキー基準を厳密に定義する。[10]

定義一　x^2を再分配すること（補償）により、$((x_i^{2\prime}),(y_j^2))\succ((x_i^1),(y_j^1))$ が成立するような経済状態 $((x_i^{2\prime}),(y_j^2))$ が達成可能である場合、強カルドア＝ヒックス基準が満たされる、という。

ここで $(x_i^{2\prime})$ はx^2を再分配した結果としての分配状態を示す。

定義二　x^2を再分配することによって、$((x_i^{2\prime}),(y_j^2))\succsim((x_i^1),(y_j^1))$ が成立するような経済状態 $((x_i^{2\prime}),(y_j^2))$ が達成可能である場合、弱カルドア＝ヒックス基準が満たされる、という。

定義三　x^1をいかに再分配しても、$((x_i^{1\prime}),(y_j^1))\succsim((x_i^2),(y_j^2))$ が成立するような経済状態 $((x_i^{1\prime}),(y_j^1))$ が達成不可能である場合、強シトフスキー基準が満たされる、という。

定義四　x^1をいかに再分配しても、$((x_i^{1\prime}),(y_j^1))\succ((x_i^2),(y_j^2))$ が成立するような経済状態 $((x_i^{1\prime}),(y_j^1))$ が達成不可能である場合、弱シトフスキー基準が満たされる、という。

従来、一般に使用されてきたものは、定義一および三の肯定形と、定義二および四の否定形である。

三　この段階に於て、先ず次の命題が証明され得る。

補助定理一　仮定一・一、二・一、三～六の下で、（i）X_iが凸集合であり、（ii）x_i^2が飽和消費ではない、[11] と仮定する。

この時、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ であれば、強シトフスキー基準が満たされる。

証明　強シトフスキー基準が満たされていない、即ち x^1 の或る再分配を行うことによって $((x_i^{1\prime}),(y_i^{1\prime}))\succsim((x_i^2),(y_i^2))$ が成立するような経済状態 $((x_i^{1\prime}),(y_i^{1\prime}))$ が達成可能である、と仮定する。その場合、全ての i に対して、$x_i^{1\prime}\succsim_i x_i^2$ が成立する。ところで、仮定一・一、二・一、(i) および (ii) は仮定二・二を含意するから、[12] 全ての i に対して $p^2\cdot x_i^{1\prime}\geqq p^2\cdot x_i^2$ が成立する。故に $p^2\cdot x^{1\prime}\geqq p^2\cdot x^2$ となり、仮定に反する。

この命題は、ヒックスが実質国民所得の増加を定義する際に主張したものである。彼は強シトフスキー基準の充足を以て実質国民所得の増加を定義し、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ と同時に $p^1\cdot x^1 < p^1\cdot x^2$ が成立する場合には、これを特に実質国民所得の「明白な増加」と看做した。[13] 更に、$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ および $p^2\cdot x^1 > p^2\cdot x^2$ が成立する場合を彼は「明白な減少」と看做す。ここには、補助定理一と対称的な命題が含まれている。即ち、

補助定理二　仮定一・一、二・一、三〜六の下で、(i) X_i が凸集合であり、(ii) x_i^1 が飽和消費ではない、と仮定する。この時、$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ であれば、弱カルドア＝ヒックス基準が満たされない。

この命題の証明は補助定理一のそれと全く同様である。ところで彼は $p^2\cdot x^2 < p^2\cdot x^1$ および $p^1\cdot x^1 < p^1\cdot x^2$ が同時に成立する場合を実質国民所得の減少を定義したのである。ヒックスは弱カルドア＝ヒックス基準の非充足を以て実質国民所得が増加したか否か「不定」の場合と看做し、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ および $p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ が同時に成立する場合を社会の構成員の選好体系が変った場合と看做す。然し、この最後の不等式の組合せが選好体系不変の場合にも起り得るということは、シトフスキー・フロンティアが無矛盾的体系を構成しないという事実により、今日周知の事柄となっている。

ヒックスは上のように実質国民所得の増加を定義したのであるが、ここでその定義の意義を検討する必要があろう。特に経済的厚生の増加との関連が重要である。先ず第一にこの定義に於ては分配問題が無視されているから、ここで定義された実質国民所得の増加と経済的厚生の増加との間に厳密な対応関係がないことは明らかである。この事実は定義上の重大な欠陥を示すものと思われる。実質国民所得の増加を有意義に定義するためには、それが経済的厚生の増加を含意するような形で定義する必要があろう。このことは何らかの形で分配問題を考慮しなければならないということを意味する。

四　先ず、分配問題を明示的に考慮しない場合、実質国民所得そのものの増加を有意味に論ずることは不可能であり、たかだか「潜在的な実質国民所得の増加」を論じ得るに過ぎない、とサミュエルソンが主張していることに注意したい。[14] 但し、「潜在的な実質国民所得の増加」とは第2期に於ける消費 x^2 に固有な効用可能性軌跡が一様に x^1 の効用可能性軌跡の外側にあるということである。この定義ならびに上のサミュエルソンの主張は、分配問題に関する価値判断を留保する場合に関しては、受け容れられるべきものと考えられる。ヒックスの増加の定義、即ち $p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ は x^2 の効用可能性軌跡が x^2 の現実の分配状態 (x_i^2) の近傍に於て x^1 の効用可能性軌跡の外側にあることを意味するに過ぎず、一様に外側にあることを意味してはいない。またヒックスが「明白な増加」と言うために附加した条件、即ち $p^1\cdot x^1 < p^1\cdot x^2$ も x^2 の効用可能性軌跡が x^1 の現実の分配状態 (x_i^1) の近傍で x^1 の効用可能性軌跡の外側にあるという情報を加えるに過ぎず、一様に外側にあることを示すことはできない。[15] 実際、x^2 の効用可能性軌跡が一様に x^1 のそれの外側にあるための充分条件として知られるものは、以下に示されるように、$x^2\geqq x^1$ であり、[16] 他のものは知られていない。

いま、集合 $L^t\equiv\{(x_i)\mid\sum_{i\in I}x_i\leqq y^t+\omega^t\}$ および $B^t\equiv(\prod_{i\in I}X_i)\cap L^t$ を定義する。X_i が連結集合であり、[17] 任意の $x_i^{\prime}\in X_i$ に対して集合 $\{x_i\in X_i\mid x_i\succsim_i x_i^{\prime}\}$ と $\{x_i\in X_i\mid x_i^{\prime}\succsim_i x_i\}$ が X_i に於ける閉集合であれば、連続な効用函数 $x_i\to u_i(x_i)$: $X_i\to R$ が存在することが知られている。[18] 従って、$u\equiv(u_i)$ なる $(x_i)\to u((x_i))$: $B^t\to R^{\theta}$ を定義することができ、[19] それは連続である。ここで θ は集合 I の元の個数、即ち消費者の数である。u による B^t の像 $u(B^t)$ は $y^t+\omega^t$ の効用可能性集合と呼ばれる。ここで次の命題が得られる。[20]

定理一　(i) X_i は連結な閉集合であり、半順序[21] $\leqq_i$ の意味で下方に有界である、(ii) 任意の $x_i' \in X_i$ に対して、集合 $\{x_i \in X_i | x_i \succsim_i x_i'\}$ と $\{x_i \in X_i | x_i \precsim_i x_i'\}$ は X_i に於ける閉集合である、(iii) $u_i(x_i)$ は x_i の非減少函数であり、少くとも一つの i に対しては増加函数である、と仮定する。この時、$y^2+\omega^2 \geqq y^1+\omega^1$ は $u(B^2) \cup u(B^1)$ を含意し、しかも $u(B^2)$ の半順序 $\leqq$ の意味に於ける最大元は $u(B^1)$ に属しない。

ここで、私有財産経済のモデルとして生産者の利潤が消費者に分配され尽す場合を考え、生産者 j の消費者 i への配当率を $\theta_{ij} \geqq 0$ とする。仮定により、$\sum_{i \in I} \theta_{ij} = 1$. 消費者 i の初期保有資源を ω_i とすると、その資産は $w_i = p \cdot \omega_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} p \cdot y_j$ によって定義される。仮定一・一および仮定二・一の下で、X_i が凸集合であり、x_i^t が飽和消費でない場合、$p^t \cdot x_i^t = w_i^t$ となるから[22]、$x^t = y^t + \omega^t$ となり、定理一により、$x^2 \geqq x^1$ は x^2 の効用可能性軌跡が一様に x^1 のそれの外側にあることを含意する。然し、$x^2 \geqq x^1$ という情報は集計データからは与えられないものである。

五　以上では点としての消費 x^1 と x^2 を比較したが、サミュエルソンは更に x^1 と x^2 を生ぜしめた二つの状況自体を比較することに大いなる意義を認めている。この二つの状況は二点 x^1 および x^2 に対応する供給可能性集合 $Y^1+\{\omega^1\}$ と $Y^2+\{\omega^2\}$ とによって叙述される。但し、$Y^t \equiv \sum_{j \in J} Y_j^t$ である。上では二つの経済状態 $((x_i^1), (y_j^1))$ および $((x_i^2), (y_j^2))$ について (y_j^1) と (y_j^2) を固定して、x^1 あるいは x^2 を再分配することによって、社会的選好擬順序 $\prec$ にいかなる影響を及ぼし得るかを問題にしたが、ここでは (y_j^1) あるいは (y_j^2) をそれぞれ $\prod_{j \in J} Y_j^1$ あるいは $\prod_{j \in J} Y_j^2$ の中で動かす、即ち生産活動の変化をも含めて、いかなる影響を及ぼし得るかを見ることが問題になる。この場合には、カルドア＝ヒックス基準やシトフスキー基準の定義一〜四を定義し直して議論を進めればよい。例えば、(y_j^2) を $\prod_{j \in J} Y_j^2$ の中で動かし、適当な再分配を実施することによって、$((x_i^{2\prime}), (y_j^{2\prime}))$ が達成可能である場合、新しい意味に於ける強カルドア＝ヒックス基準が満たされる、と定義する。ここで $(y_j^{2\prime})$ は生産活動の仮設的変化後の各生産者の生産ベクトルの組を表わし、$(x_i^{2\prime})$ は生産変化後に更に再分配を行なった結果としての各消費者の消費ベクトルの組を表わす。このような変更を施して議論を進めることができるが、実際には大きい困難がある。つまり $x^2 \geqq x^1$ であれば x^2 の効用可能性軌跡は一様に x^1 のそれの外側にあるが、x^2 に対応する供給可能性集合 $Y^2+\{\omega^2\}$ が $Y^1+\{\omega^1\}$ を含んでいるか否かはわからない。然し、状況2の効用可能性軌跡（x^2 のそれではない）が一様に状況1のそれの外側にあることを保証する充分条件は、以下に示されるように、半順序 $\leqq$ の意味に於ける $Y^2+\{\omega^2\}$ の最大元が、いずれも $Y^1+\{\omega^1\}$ に属しない、ということである。[23]

ここで効用函数 $v_i((x_i), (y_j)) \equiv u_i(x_i)$ および社会的効用函数 $v \equiv (v_i((x_i), (y_j)))$: $A^t \to R^\rho$ を定義する。[24] u による A^t の像 $u(A^t)$ は状況 t の効用可能性集合と呼ばれる。

定理二[25]　(i) X_i は連結な閉集合であり、半順序 $\leqq$ の意味で下方に有界である、(ii) 任意の $x_i' \in X_i$ に対して、集合 $\{x_i \in X_i | x_i \succsim_i x_i'\}$ と $\{x_i \in X_i | x_i \precsim_i x_i'\}$ は X_i に於て閉集合である、(iii) $u_i(x_i)$ は x_i の非減少函数であり、少くとも一つの i に対しては増加函数である、(iv) Y は閉凸集合である、(v) $Y \cap \Omega = \{0\}$ である、[26] と仮定する。この時、$Y^2+\{\omega^2\} \cup Y^1+\{\omega^1\}$ であり、しかも半順序 $\leqq$ の意味に於ける $Y^2+\{\omega^2\}$ の最大元が $Y^1+\{\omega^1\}$ に属しなければ、$u(A^2) \cup u(A^1)$ であり、また半順序 $\leqq$ の意味に於ける $u(A^2)$ の最大元は $u(A^1)$ に属しない。

この場合も、$Y^2+\{\omega^2\} \cup Y^1+\{\omega^1\}$ という情報および一方の集合の最大元が他の集合に属しないという情報は集計データからは与えられない。

六　斯くして、分配問題に関する価値判断を留保したままでは、殆ど有意味な結論を導き得ないことが明らかとなる。これに対して、リトゥルはその価値判断を明示的に導入した場合に、経済的厚生の増加の充分条件がいかなるものになるかを示す。彼が導入する価値判断は全く形式的・抽象的であるが、論理の進行を促すという意味に於て有益である。彼は、再分配や補償が不可能であるという仮定の下で経済的厚生の増加が推論されるのは、強カルドア＝ヒックス基準、強シトフスキー基

準および分配基準が全て満たされる場合、強カルドア＝ヒックス基準と分配基準が満たされる場合、および強シトフスキー基準と分配基準が満たされる場合である、と言う。[27] 然し、強カルドア＝ヒックス基準が満たされることを保証する情報は一般に集計データからは与えられないから、経済的厚生の増加を推論し得るのは、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ が成立し（従って強シトフスキー基準が満たされる）、その間に所得分配が改善されたと判断され得る場合のみである。また経済的厚生の減少を推論し得るのは、同様の議論により、$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ が成立し（従って弱カルドア＝ヒックス基準が満たされない）、分配が悪化したと判断される場合のみである。リトゥルはこれらの推論を行う際に、経済的厚生の増加と実質国民所得の増加を同値的な関係にあるものと考えている。[28] この点はII・三に述べた観点から見て納得し得る。但し、諸基準の組合せに対する帰結の推論は彼が考えているより多くの場合について考えられる必要があろう。この結果が第一表に示されるものになることは容易に確かめられ得る。

ここに於て、分配に関する価値判断が基本的に重要な役割を演じていることが注目される。ヒックスがこの点を無視したことは、国民所得の Welfare Implications を吟味するという観点から言えば、重大な欠陥であると言わねばならない。それに対して、リトゥルの批判の意義、またサミュエルソンの批判の意義は高く評価され得るであろう。更に、分配に関する価値判断を明示的に導入する時、ヒックスが「明白な増加あるいは減少」と言うために附加した二つの不等式、即ち $p^2\cdot x^2 < p^2\cdot x^1$ と $p^1\cdot x^1 < p^1\cdot x^2$ は何ら本質的な役割を演じなくなるということが注目される。

いま、一つの特殊ケースとして第2期の分配が最適であると看做される場合に注目すれば、次の命題が得られる。

定理三 仮定一・一、二・一、三～六の下で、（i）$u_i(x_i)$ が x_i の非減少凹函数であり、少くとも一つの i' に対しては増加凹函数である、（ii）パレート型社会的厚生函数 $W=V(u)$ が u の擬凹函数である。[29][30] ただし、$u=(u_i(x_i))$、（iii）第2期に於ける一意均衡価格 p^2 の下に於て分配は最適である、（iv）全ての i に対して x_i^2 は飽和消費ではない、（v）X_i は凸集合である、と仮定する。この時、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ は、第2期に於ける経済的厚生が第1期に於けるそれより高いことを含意する。[31]

証明 社会的厚生函数を $W((x_i))$ と表わし、$B(x)\equiv\max\{W((x_i))\mid\sum_{i\in I}x_{i,r}\equiv x_r\}$ を定義する。集合 $G(x^2)\equiv\{x\mid B(x)\geq B(x^2)\}$ を定義する時、仮定（i）および（ii）により $B(x)$ は x の擬凹函数であるから、[32] $G(x^2)$ は凸集合である。故に x^2 を通る支持超平面 $\{x\mid p\cdot x=p\cdot x^2\}$ が存在する。[33] ところで、外部効果の不存在という基本的仮定と（i）および（ii）は、$x_{i,r}^2\geq x_{i,r}^1$ であれば $W((x_{i,r}^2))\geq W((x_{i,r}^1))$ となること、を含意するから、この支持超平面の法線ベクトル p は非負ベクトルでなければならない。

集合 $X_i^{x_i^2}\equiv\{x_i\in X_i\mid x_i\succsim_i x_i^2\}$ を定義すれば、仮定（i）により、それは凸集合である。故に $\sum_{i\in I}X_i^{x_i^2}$ も凸集合である。[34] 従って x^2 を通る支持超平面 $\{x\mid p\cdot x=p\cdot x^2\}$ が存在する。ところで $((x_i^2),(y_j^2))$ は価格体系 p^2 に対する均衡であるから、[35] $x^2\equiv\sum_{i\in I}x_i^2$ は $\sum_{i\in I}X_i^{x_i^2}$ の上で $p^2\cdot x$ を最小化する。従って超平面 $\{x\mid p^2\cdot x=p^2\cdot x^2\}$ は $\sum_{i\in I}X_i^{x_i^2}$ の支持超平面になっている。

ここで、$\sum_{i\in I}X_i^{x_i^2}\subset G(x^2)$ となることを示す。任意の $x^*\in\sum_{i\in I}X_i^{x_i^2}$ をとれば、$x^*\equiv\sum_{i\in I}x_i^*$ かつ $x_i^*\in X_i^{x_i^2}$ なる (x_i^*) が存在する。社会的厚生函数はパレート型であるから、$W((x_i^*))\geq W((x_i^2))$ となる。x^2 が最適に分配されているという仮定により、$W((x_i^2))=B(x^2)$. 更に $B(x)$ の定義により、$B(x^*)\geq W((x_i^*))$. 故に $x^*\in G(x^2)$.

上で示された関係および仮定（iii）～（v）により、$G(x^2)$ の支持超平面 $\{x\mid p\cdot x=p\cdot x^2\}$ の法線ベクトル p と p^2 は一致しなければならない。故に $p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ を満たす x^1 は $G(x^2)$ に属しない。（証明終り）

七 以上に於て、分配問題の重要性が強調されたが、分配に関する価値判断の取扱いは全く形式的であり、無内容な形に留まっている。〈大きさ〉と〈分配〉に関する価値判断の定式化として、前者については「パレート的改善」とも言うべき定式化が現在大略定着しているが、後者についてはそのようなものはまだ存在しない。エコノミック・ジャーナル誌上で展開された厚生基準論争に於て平等主義の定式化が試みられたが、充分なものとは言えないように思われる。この点に関する

研究が今後の課題として残されるであろう。

注(1) この方法によると$\sum_{i=1}^{k}\sum_{r=1}^{n} p_r x_{ir}$という形の価値和が零になる可能性があり、ラスパイレ指数やパーシェ指数のような分数形式の表現が無意味になる可能性が含まれる。然し、分数形式を使用できないということは本質的な欠陥ではないから、以下では使用しない。

(2) 集合Sの上で定義される二項関係（binary relation）Rが次の性質を満たす時、それは擬順序（或いは準順序 preordering 或いは quasi-ordering）と呼ばれる。即ち

（i） 全ての $x \in S$ に対して xRx（反射律）

（ii） xRy かつ yRz であれば xRz（推移律）

この擬順序を示すために記号$\precsim_i$を用いる。$x \precsim y$ かつ $y \precsim x$ である時は $x \sim y$ と書き、$x \precsim y$ であるが $y \precsim x$ ではない時は $x \prec y$ と書く。$x \precsim y$ あるいは $y \precsim x$（あるいはその両方）が必ず起る時、それは全擬順序（complete preordering）と呼ばれる。そうでない場合にそれを強調するために、半擬順序（partial preordering）と言うことがある。本文に於て用いられる $\precsim_i$ の経済学的意味は次の通りである。$x_i^1 \precsim_i x_i^2$ は消費者iがx_i^1よりx_i^2を選好するか、あるいはそれらの間で無差別であることを、更に $x_i^1 \sim_i x_i^2$ は彼がそれらの間で無差別であることを、$x_i^1 \prec_i x_i^2$ は彼がx_i^1よりx_i^2を厳密に選好することを示す。G. Debreu〔4〕pp. 7~9 を参照。

(3) 表現 $p \cdot x_i$ はベクトルの内積、即ち$\sum_{r=1}^{n} p_r x_{ir}$ を意味する。

(4) J.R. Hicks〔11〕p. 107.

(5) ベクトルの比較に対しては次の記号法を用いる。$x=(x_i)$ とする時、$x \geqq x'$ は全てのiに対して $x_i \geqq x_i'$ を意味し、$x \geq x'$ は $x \geqq x'$ かつ $x \neq x'$ を意味し、$x > x'$ は全てのiに対して $x_i > x_i'$ を意味する。

(6) $\prod_k S_k$ は集合S_kの直積を意味する。

(7) これは広い意味に於ける条件、即ち需要が供給を超過し得ない、というものである。

(8) この集合はデブリューが attainable states の集合と呼ぶものの拡張である。G. Debreu〔4〕p. 76 を参照。

(9) これはパレート的価値判断を示すものであり、明らかに半擬順序である。これが半擬順序であることが、いわゆるシトフスキー・フロンティアが無矛盾的体系を構成しないことの理由である。

(10) カルドア=ヒックス基準およびシトフスキー基準の名はリトゥルの使用法に従っている。然し、リトゥルの意味でのカルドア=ヒックス基準をカルドア基準と呼び、リトゥルの意味でのシトフスキー基準をヒックス基準と呼び、更にカルドア=ヒックス基準とシトフスキー基準（いずれもリトゥルの意味に於て）の合成をシトフスキー基準と呼ぶ学者もいる。例えば、J.M. Henderson and R.E. Quandt〔10〕第7章を参照。後者の方が学説史的には適当であると思われるが、リトゥルの使用法が広く使われているように思われ、従ってここでもそれを使用する。

(11) 全ての $x_i \in X_i$ に対して $x_i \precsim_i x_i^*$ が成立する場合、x_i^* はX_iの飽和消費である、と言われる。G. Debreu〔3〕p. 588 あるいは〔4〕pp. 54~55 を参照。

(12) この命題の証明は G. Debreu〔3〕p. 71 に於て与えられているが、便宜の為にここに証明を記しておく。x_i^2は飽和消費ではないから、$x_i' \succ_i x_i^2$が成立するようなx_i'がX_iの中に存在する。仮定二・二は $x_i'' \succsim_i x_i^2$ が $p^2 \cdot x_i'' \geqq w_i^2$ を含意するという仮定と同値であるから、特に $x_i'' \in X_i$ に対して $x_i'' \sim_i x_i^2$ が成立する時に、不等式 $p^2 \cdot x_i'' \geqq w_i^2$ が導かれることを示せばよい。閉線分 $[x_i', x_i'']$ 上の x_i'' とは異なる任意の点 x_i を考えると、仮定一・一により $x_i \succ_i x_i^2$ となる。仮定二・一は $x_i \succ_i x_i^2$ が $p^2 \cdot x_i > w_i^2$ を含意するという仮定と同値であるから $p^2 \cdot x_i > w_i^2$ が導かれる。$p^2 \cdot x_i$ は x_i の連続函数であるから、x_i を限りなく x_i'' に近づけた極限に於ては $p^2 \cdot x_i'' \geqq w_i^2$ となる。

(13) J.R. Hicks〔11〕p. 112.

(14) P.A. Samuelson〔30〕pp. 6~11.

(15) この点に関する詳しい解説については福岡〔7〕を参照。

(16) この命題は初めサミュエルソンによって「もし点Aに於て点Bに於けるよりもあらゆる財が多く観察されるならば、AはBに対する潜在的実質国民所得の増加を表わす」という形で主張された。つまり充分条件は $x^0 > x^1$ と考えられている。P. A. Samuelson〔30〕p. 13.

(17) 或る集合Sが、共に空でない二つの閉集合の直和に分たれ得ない時、それは連結集合と言われる。入江〔15〕九〇頁、あるいは G. Debreu〔4〕p. 15 を参照。

(18) 連続な効用函数の存在に関するこの定理の証明に関しては G. Debreu〔4〕pp. 56~59 あるいは G. Debreu〔2〕pp. 159~165 を参照。

(19) R^{θ}はθ次元ユークリッド空間を示す。

(20) 証明については附録を参照。

(21) 順序（ordering）とは擬順序の性質、即ち反射律と推移律に加えて、（iii） xRy かつ yRx であれば$x=y$という性質を持つ二項関係である。順序関係を表わすために記号$\leqq$を用いる。$x \geqq y$ または $x \leqq y$ の少くとも一方が成り立つ時、全順序といい、そうでない時、半順序という。G. Debreu〔4〕p. 7, 入江〔15〕二四七頁、河田・三村〔16〕一六~一七頁参照。

(22) この命題も G. Debreu 〔4〕 p. 71 に於て与えられているが、便宜の為に、ここに記しておく。定義により、$p^t \cdot x_i^t \leqq w_i^t$ である。注 (12) に示された如く、$x_i^t \succsim_i x_i^t$ であれば、$p^t \cdot x_i^t \geqq_i w_i^t$ であるから、$p^t \cdot x_i^t = w_i^t$ となる。

(23) これも初めサミュエルソンによって「生産可能性函数の外側への一様なシフト――それは決して指数比較によって示され得ない――は確かに効用可能性図表を外側にシフトさせるにちがいない」という形で述べられた。P. A. Samuelson 〔30〕 p. 17 を参照。

(24) これは社会的厚生函数とは異なり、個々の効用函数を成分とするベクトル値函数である。

(25) 証明については附録を参照。

(26) Ω は n 次元ユークリッド空間 R^n の非負象限を表わす。即ち $\Omega \equiv \{x \in R^n | x \geqq 0\}$. 仮定 (v) は投入なしに産出はあり得ないことを意味する。仮定 (v) によって含意される $0 \in Y$ と共に仮定 (iv) は規模に関する収穫非逓増を意味する。

(27) I. M. D. Little 〔22〕 pp. 105～107.

(28) I. M. D. Little 〔22〕 p. 226.

(29) 社会的厚生函数はそれが個人主義的であり、従って $W = V(u)$ と書ける時、次の性質が満たされる場合にパレート型であるといわれる。個人の社会的重要度が正である、即ち $u^2 \geqq u^1$ であれば $V(u^2) > V(u^1)$ となる。

(30) 一般に $f(x)$ は $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \geqq \lambda f(x^1) + (1-\lambda) f(x^2)$ を満たす時、x の凹函数であるといわれ、$f(x^1) \leqq f(x^2)$ を満たす任意の x^1, x^2 に対して $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \geqq f(x^1)$ が満たされる時、$f(x)$ は x の擬凹函数であるといわれる。但し、ここで $0 \leqq \lambda \leqq 1$.

(31) この定理はサミュエルソンによって述べられたものの修正である。サミュエルソンは初め $B(x)$ の擬凹性を保証する仮定を明示しなかった。グラーフがこの点を指摘し、サミュエルソンも認めている。P. A. Samuelson 〔30〕 p. 29. J. de V. Graaff 〔8〕 pp. 162～163. P. A. Samuelson 〔32〕 p. 1072.

(32) これは次の二つの命題から導かれる。

命題 1 $u_i(x_i)$ が x_i の凹函数であり、$V(u)$ が u の擬凹函数である時、$W((x_i))$ は (x_i) の擬凹函数である。

命題 2 $W((x_i))$ が (x_i) の擬凹函数であれば $B(x)$ は x の擬凹函数である。

この二つの命題は、T. Negishi 〔24〕 に於て述べられ、証明された。更に根岸 〔25〕 四六～四七頁を参照。

(33) この命題の証明については、二階堂 〔26〕 二〇五頁の系を参照。

(34) この命題の証明については、二階堂 〔26〕 二〇〇頁の定理 4 (ii) を参照。

(35) 経済状態 $((x_i^*), (y_j^*))$ は、

(i) 全ての i に対して x_i^* が擬順序 $\succsim_i$ の意味に於ける $\{x_i \in X_i | p \cdot x_i \leqq p \cdot x_i^*\}$ の最大元であり、

第一表 (36)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
強 K・H	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N
弱 K・H																				Y	Y	Y	Y	Y
強 S	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N						Y	Y	Y	Y	Y
弱 S										Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N					
(x_i^1) : $(x_i^{1\prime})$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\sim$	$\sim$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\sim$	$\prec$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\succ$
(x_i^2) : $(x_i^{2\prime})$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\succ$	$\prec$	$\sim$	$\sim$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\prec$	$\sim$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\prec$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\succ$	$\succ$	$\sim$
A：変化	Y	?	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	I	Y	Y	N	?	N	Y	N	Y	Y	Y	I
B：変化	1	2·3	2	1	1	1	2	1	1	1	3	2	2	1	2	4	3·4	4	2	3	1	1	1	1
変化・補償	2·3	1	1	2	1	2	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1·2	1	2	1	3	2	2	1
単純再分配	2·3	4	3	4	3	3	3	4	3	1	3	2	2	1	1	3	1·2	2	1	4	2	4	2	2
現状維持	4	2·3	4	3	3	3	3	3	4	4	2	4	2	4	4	2	3·4	2	4	1	3	2	2	1

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
強 K・H	N	N	N	N	N																			
弱 K・H	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
強 S						Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N									
弱 S	N	N	N	N	N						Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N
(x_i^1) : $(x_i^{1\prime})$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\succ$	$\succ$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\succ$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\sim$	$\sim$	$\succ$	$\prec$
(x_i^2) : $(x_i^{2\prime})$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\prec$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\succ$	$\succ$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\succ$	$\succ$	$\sim$	$\prec$	$\succ$	$\prec$	$\succ$	$\sim$	$\succ$	$\prec$	$\sim$	$\sim$
A：変化	N	Y	N	N	I	N	Y	?	Y	N	N	Y	N	I	N	N	?	N	N	N	N	N	N	N
B：変化	4	2	4	4	2	3	1	1·2	1	2	3	1	2	1	2	4	2·3	4	3	3	3	4	3	3
変化・補償	1	3	2	1	2	2	4	3·4	4	2	2	4	4	2	2	2·3	4	3	4	3	4	3	3	3
単純再分配	3	1	1	1	1	4	2	3·4	2	4	3	1	2	1	2	2·3	1	1	2	1	1	1	2	1
現状維持	1	3	2	1	2	1	3	1·2	2	1	1	3	1	1	1	1	2·3	2	1	1	1	1	1	2

(ii) 全ての j に対して y_j^* が Y_j 上で $p \cdot y_j$ を最大化し、

(iii) $x^* - y^* \leqq \omega$, $p \cdot x^* - p \cdot y^* = p \cdot \omega$ である時、価格体系 p に対する均衡であるといわれる。

(36) 第一表に於て第一行から第四行までは、強カルドア＝ヒックス基準(強K・H)、弱カルドア＝ヒックス基準(弱K・H)、強シトフスキー基準(強S)、弱シトフスキー基準(弱S)が満たされるか否かを示す。満たされる時はY、そうでない時はNで示す。第五行と第六行は純粋に分配的な価値判断を示す。初期点 (x_i^1) と同じ効用可能性軌跡上にあり、(x_i^2) とパレート的比較が可能な点 $(x_i^{1\prime})$ とを比較し、(x_i^1) の分配が $(x_i^{1\prime})$ より良いと判断される場合 $(x_i^1) \succ (x_i^{1\prime})$ と表わし、無差別な場合 $(x_i^1) \sim (x_i^{1\prime})$ と表わす。$(x_i^{2\prime})$ は (x_i^2) と同じ効用可能性軌跡上にあり、(x_i^1) とパレート的比較が可能な点である。各列は社会的厚生函数がパレート型であるという仮定の下で可

能な価値判断の組合せを表わしている。第七行は補償や再分配が不可能であるという仮定の下に於ける帰結であり、(x_i^1)から(x_i^2)への変化が経済的厚生を増加する場合はY、減少する場合はN、不変である場合はI、不定の場合は？と表わす。第八行以下は、補償や再分配が実行可能という仮定の下に於ける四施策の順序づけを示している。1が最も高い経済的厚生をもたらす。1・2、2・3、3・4はそれぞれそれらの間の順序が不定であることを意味する。

III 消費財経済——若干の一般化——

一 前節ではヒックスに従い、比較される両期間にわたり社会の各構成員の選好体系が一定不変であることを仮定した。然し、この仮定は不要であることが示されるであろう。実際、補助定理一の証明に於て仮定六は用いられていない。つまり、ここに於ては第1期の選好体系は問題にされておらず、単に第2期に於て無矛盾的選好体系を各消費者が持つことのみが要求されているのである。従って、補助定理一は次の命題によって置き換えられ得る。

補助定理三 仮定一・一、二・一、三～五の下で、（i） X_i が凸集合であり、（ii） x_i^2 が飽和消費ではない、と仮定する。この時、$p^2\cdot x^2 \geqq p^2\cdot x^1$ であれば強シトフスキー基準が満たされる。

証明 x^1 の或る再分配によって、全ての i について $x_i^1 \succsim_i x_i^2$ が成立する。ここで選好擬順序 $\succsim_i$ は第2期のそれ、即ち $\succsim_i^2$ であることに注意する。ここで仮定された強シトフスキー基準の非充足は、換言すれば、第1期に存在した財を再分配することにより、各消費者が第2期に於て実際に享受している効用水準と少くとも同じ水準を達成することが可能である、ということを意味するからである。証明の残りの部分は補助定理一のそれと同様である。

同様に、補助定理二の代りに次の命題を得る。

補助定理四 仮定一・一、二・一、三～五の下で、（i） X_i が凸集合であり、（ii） x_i^1 が飽和消費ではない、と仮定する。この時、$p^1\cdot x^1 \geqq p^1\cdot x^2$ であれば弱カルドア＝ヒックス基準は満たされない。

証明は第1期の選好擬順序のみが問題にされることに注目して、補助定理三と同様に行えばよい。

二 次に検討すべき問題は、人口の一定性に関する仮定である。グラーフはヒックスの命題を整理する時に、この仮定を“The group remains unchanged” と表現しており、(1) 単に人口一定と表現していないが、適切であると思われる。この問題は比較される二つの期間の間に於ける人口構成員の入替りの有無に関しているからである。

クズネッツは人口変化の問題に言及し、次の二つの方法の中のいずれかが採用されるべきであると主張する。第一は、基準が人口の変化に対して比例的調整を施した上で適用されるべきである、即ち「一人当り (per capita)」に換算して適用されるべきである、というものである。第二は、基準が適用される人口をいずれか一つに特定化すべきである、というものである。例えば、実質国民所得の増加の基準は大きい方の人口に適用して考えられねばならない。つまり、大きい方の人口に対してx^1を再分配して、その成員全体が第2期に於けるのと同一の効用水準にもたらされ得るか否かを問うべきである。また実質国民所得の減少を問題にする場合は小さい方の人口に適用して考えるべきである。このようにクズネッツは述べている。(2)

然し、第一の方法、即ち一人当りに換算すること、の厚生基準との関係に於ける意義は明らかではない。この方法に於ては平均的代表的消費者が考察の対象となり、シトフスキー・フロンティアが構成する体系の不完全性から生ずる諸問題は初めから考察の対象から排除されることになる。第二の方法については、これを適用するための情報が、集計データから作られる上の諸々の不等式から、必ずしも与えられないという点に注目すべきであろう。実際、第1期にはその社会に存在したが、第2期には存在しない成員については、彼等に対して補償することが可能であるか否かを論ずることは無意味である。ここでの議論が、それぞれ異なる選好体系を持つと考えられるところの個人に基づくものである限り、問題の本質は数字と

しての人口の増減にあるのではなく、むしろその構成員の入替りにあることに注意すべきであると思われる。外見的に数字としての人口が一定であるとしても、その成員が入替っている場合には、今迄の議論は必ずしも使用可能ではなくなるということが明らかにされるであろう。

先ず、補助定理三の主張が仮定五・一および五・二に依存しているか否かを検討しなければならない。この命題の証明の過程に於て、全ての i について $x_i^{2'} \succsim_i x_i^2$ が成り立つことが帰謬法の仮定によって導かれるが、この i が I^2 の元であることは明らかである。現実に x_i^2 を消費する消費者は I^2 に属し、彼等について $x_i^{2'} \succsim_i x_i^2$ が成立するか否かがシトフスキー基準の問うところであるからである。ここに於て I^1 がいかなるものであるかは問題にされていない。従って、補助定理三に於て仮定五が不要であることが明らかとなる。故にこれは次の命題によって置き換えられ得る。

補助定理五　仮定一・一、二・一、三、四の下で、（i）X_i が凸集合であり、（ii）x_i^2 が飽和消費ではない、と仮定する。この時、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ であれば強シトフスキー基準が満たされる。

然し、補助定理四については同様ではない。ここでは補償の可能性が問題にされているが、補償の対象は先ず I^1 に属していなければならず、更に補償が変化後に行われるべきものであることを考えるならば、I^2 に属していなければならない、という点が注目される。つまり補償の対象は I^1 と I^2 の両方に属する消費者である。このことを考慮する時、一つの附加的仮定を置くことによって、補助定理四から仮定五・二を除き得ることが明らかになる。

補助定理六　仮定一・一、二・一、三〜五・一の下で、（i）X_i が凸集合であり、（ii）x_i^1 が飽和消費ではなく、（iii）$\sum_{i\notin I^1} p^1\cdot x_i^2 \geqq 0$ である、[3] と仮定する。この時、$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ であれば弱カルドア＝ヒックス基準は満たされない。

証明　補償の対象は $I^1\cap I^2=I^1$ であることに注意する。$x^2-\sum_{i\notin I^1} x_i^2$ を I^1 の間で再分配することにより $((x_i^{2'}),(y_j^2)) \succsim ((x_i^1),(y_j^1))$ が成立し得るものと仮定する。その場合、全ての $i\in I^1$ に対して、$x_i^{2'} \succsim_i x_i^1$ が成立する。仮定一・一、二・一、三、四、五・二の下で、（i）、（ii）により、全ての $i\in I^1$ に対して $p^1\cdot x_i^{2'} \geqq p^1\cdot x_i^1$ となる。故に、$\sum_{i\in I^1} p^1\cdot x_i^{2'} \geqq p^1\cdot x^1$ 更に、$\sum_{i\in I^1} p^1\cdot x_i^{2'} + \sum_{i\notin I^1} p^1\cdot x_i^{2'} = p^1\cdot x^2$ だから仮定（iii）により $p^1\cdot x^2 \geqq p^1\cdot x^1$ となり矛盾が生ずる。

補助定理四から仮定五・二を除く代りに、仮定五・一を除くためには、補助定理六の仮定（iii）と対称的な仮定を附加することが必要である。

補助定理七　仮定一・一、二・一、三、四、五・二の下で、（i）X_i が凸集合であり、（ii）x_i^1 が飽和消費ではなく、（iii）$\sum_{i\notin I^2} p^1\cdot x_i^1 \leqq 0$ である、[4] と仮定する。この時、$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ であれば弱カルドア＝ヒックス基準は満たされない。

証明は補償の対象が $I^1\cap I^2=I^2$ であることに注意して補助定理六と全く同様にされ得る。然し、ここに於ける仮定（iii）は妥当であるとは言えない。

三　第三に考えられねばならない問題は財の種類の変化に関するものである。第1期に於て存在していた或る種の財が第2期に於てもはや存在せず、その財（例えば第 r 財とする）の価格 p_r^2 が市場で成立しなくなった場合、不等式 $p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ の意味は明白でなくなる。第2期に於ける第 r 財の消費は $x_r^2=0$ であるから、不等式の左辺は、p_r^2 がたとえ不定であっても無限大でない限り、確定的な値をとるが、$x_r^1 \neq 0$ であるから、p_r^2 の評価如何により、右辺は任意の値をとり得る。従って、p_r^2 の評価が基本的に重要な問題である。

ここで、第2期に第 r 財が生産されない（従って消費されない）理由を考えるならば、それは、生産者にとって第 r 財が生産するに価すると考えられる最低価格 $\underline{p}_r$ が、消費者にとって消費するに価すると考えられる最高価格 $\bar{p}_r$ より低くない、即ち $\underline{p}_r \geqq \bar{p}_r$ ということであることが示される。いま、第 r 財に対する総需要函数を $x_r(p, w)$ によって表わすならば、p_r^2 の評価値として妥当な値は $\bar{p}_r = \sup\{p_r \mid x_r(p^2, w^2) > 0\}$ である。ここで $w^2=(w_i^2)$ は第2期に於ける資産分配状態を示す。p_r^2 の評価値としてこの $\bar{p}_r$ を用いて $p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ が成立するならば、この不等式は今迄と同じ明白な意味を持つと言い得る。こ

こで特に $\bar{p}_r$ は妥当な評価値の下限であることが注意される。財の種類の変化の問題としては、上と逆の場合、即ち第1期には存在しなかった新しい種類の財が第2期に於て経済に導入される場合が考えられる。この財をやはり第 r 財とすれば p_r^1 が不定になる。これは不等式 $p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ の評価の為に、評価されねばならないが、その妥当な評価値の下限はやはり $\bar{p}_r \equiv \sup\{p_r | x_r(p^1, w^1) > 0\}$ と考えることができる。

これらの事実を考慮する時、補助定理五および六に於て、仮定四を除くことが可能になる。

定理四 仮定一・一、二・一、三の下で、（i）X_i が凸集合である、（ii）x_i^2 が飽和消費ではない、（iii）第1期には存在するが、第2期に於ては存在しない種類の財 r については、評価価格 p_r^2 として $\bar{p}_r \equiv \sup\{p_r | x_r(p^2, w^2) > 0\}$ を用いる、と仮定する。この時、$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ $(p^2\cdot x^2 \geqq p^2\cdot x^1)$ ならば強シトフスキー基準（弱シトフスキー基準）が満たされる。

定理五 仮定一・一、二・一、三、五・一の下で、（i）X_i が凸集合である、（ii）x_i^1 が飽和消費ではない、（iii）$\sum_{i\in I_c^1} p^1\cdot x_i^2 \geqq 0$、（iv）第1期には存在しないが、第2期に経済に新しく導入される財 r については、評価価格 p_r^1 として $\bar{p}_r \equiv \sup\{p_r | x_r(p^1, w^1) > 0\}$ を用いる、と仮定する。この時 $p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ $(p^1\cdot x^1 \geqq p^1\cdot x^2)$ ならば弱カルドア＝ヒックス基準（強カルドア＝ヒックス基準）は満たされない。

少くとも一人の消費者に対して仮定一・二が満たされるならば、更に強い命題が得られる。

定理六 定理四の仮定に加えて、或る $i' \in I^2$ に対して仮定一・二が満たされる時、$p^2\cdot x^2 \geqq p^2\cdot x^1$ は強シトフスキー基準の充足を含意する。

証明 x^1 を I^2 の間で再分配することによって、全ての $i \in I^2$ に対して $x_i^{1'} \succsim_i x_i^2$ が成立し得ると仮定すると、全ての i に対して $p^2\cdot x_i^{1'} \geqq p^2\cdot x_i^2$ が成立する。然し、仮定一・二を満たす i' に対しては $p^2\cdot x_{i'}^{1'} > p^2\cdot x_{i'}^2$ が成立する。故に $p^2\cdot x^1 > p^2\cdot x^2$ となり仮定に反する。

定理七 定理五の仮定に加えて、或る $i' \in I^1$ に対して仮定一・二が満たされる時、$p^1\cdot x^1 \geqq p^1\cdot x^2$ は弱カルドア＝ヒックス基準の非充足を含意する。

証明は定理六の証明と同様である。

四 第1期の分配状況 (x_i^1) とパレート的比較可能になるように x^2 を仮設的に再分配したその分配状態を $(x_i^{2'})$ とし、同様の意味で x^1 を仮設的に再分配したものを $(x_i^{1'})$ と表わす。純粋に分配的な価値判断による評価を $\succsim^d$ で表わす。次の諸命題は第一表の考慮により直ちに得られる。

定理八 定理四の仮定が満たされる時、（i）$p^2\cdot x^2 > p^2\cdot x^1$ かつ $(x_i^2) \succ_d (x_i^{2'})$ かつ $(x_i^1) \succsim_d (x_i^{1'})$ であるならば、経済的厚生は増加する。（ii）$p^2\cdot x^2 \geqq p^2\cdot x^1$ かつ $(x_i^2) \succ_d (x_i^{2'})$ かつ $(x_i^1) \succ_d (x_i^{1'})$ であれば、経済的厚生は増加する。

定理九 定理六の仮定が満たされる時、$p^2\cdot x^2 \geqq p^2\cdot x^1$ かつ $(x_i^2) \succ_d (x_i^{2'})$ かつ $(x_i^1) \succsim_d (x_i^{1'})$ であれば、経済的厚生は増加する。

定理十 定理五の仮定が満たされる時、（i）$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ かつ $(x_i^1) \succ_d (x_i^{1'})$ かつ $(x_i^2) \succsim_d (x_i^{2'})$ であれば、経済的厚生は減少する。（ii）$p^1\cdot x^1 > p^1\cdot x^2$ かつ $(x_i^1) \succ_d (x_i^{1'})$ かつ $(x_i^2) \succ_d (x_i^{2'})$ であれば、経済的厚生は減少する。

定理十一 定理七の仮定が満たされる時、$p^1\cdot x^1 \geqq p^1\cdot x^2$ かつ $(x_i^1) \succ_d (x_i^{1'})$ かつ $(x_i^2) \succsim_d (x_i^{2'})$ であれば、経済的厚生は減少する。

注（1） J. de V. Graaff〔8〕p. 160.
（2） S. Kuznets〔18〕pp. 2–3.
（3） I_c^1 は I^2 を全集合とした時の I^1 の補集合である。
（4） I_c^2 は I^1 を全集合とした時の I^2 の補集合である。

Ⅳ　一般的経済

一　前節迄の議論に於ては、国民所得は消費のみから構成されるという仮定が置かれていた。ここで貯蓄・投資の問題を考える必要があろう。然し、その前に、アーヴィング・フィッシャーが所得を消費あるいは消費の心理的効用として定義し、投資をその中に含めていないことに注意すべきであろう。ヒックスも、現在の厚生に直接的に寄与するものは消費だけであり、貯蓄による寄与は少くともその比較可能性に於て疑わしいと考え、現在の（current）経済的厚生の測度としては、フィッシャーの定義が適当である、と述べる。(1)

クズネッツは次のように主張する。社会所得は定義により産出——純産出総計——の測度であり、究極的消費の測度ではないから、この純産出総計を厚生のタームで評価するということは、現在の厚生に寄与するものとして消費者が入手し得る部分に、それを限定することを意味しない、と。然しこの場合に、次のような問題が生ずることを彼は指摘する。第一に、資本形成は個人貯蓄以外の財源からもなされるから、それは消費者選択の範囲を超える問題を含む。企業貯蓄の決定はその機関を通じて行われるが、その限界を認識しつつ、その決定が個人の決定と同等に行われるものと考える他はない、とクズネッツは述べる。第二は、個人が所得の一部を貯蓄する場合に彼が選択すると思われる財の価格と数量をいかに評価すべきか、という問題である。これについては、貯蓄によって購入される財の選択は、企業による決定の結果を個人が実際に受け容れることによって、なされると考えれば解決される、とクズネッツは述べる。従って、用いられるべき価格と数量は資本財のそれであるということになる。然し、彼は更に次のことを指摘する。資本財の数量が個人の効用函数の中に直接、独立変数として入ると考えることはできないから、それは消費財に換算されねばならない。この換算は生産函数と生産者の決定行動を媒介にして行われねばならない。(2) バーグソンもクズネッツの見解を支持し、資本財の価格と数量を使用して、$p^2 \cdot x^2 > p^2 \cdot x^1$ が成立するならば、シトフスキー基準が満たされる、と主張する。(3) 然しこの場合に、$p^2 \cdot x^2 > p^2 \cdot x^1$ は実際にシトフスキー基準の充足を保証するであろうか。この点についてはバーグソンもクズネッツも充分な説明をしていない。これを確かめるためには消費者行動の理論に再び戻らねばならないであろう。

二　リトゥルはクズネッツ等の見解に反対する。貯蓄の決定とはその状況に於て入手可能な種類の将来財に対する購買力を蓄積することの決定であるという見解を採用した方が、個人の貯蓄決定の行動の意味に一層近くなる、と彼は述べる。(4) 彼の見解によれば、公共的貯蓄は考察の対象から除外され、所得総額は消費財のみに関する物価指数でデフレイトされるべきである。然し、この点に関しても充分な説明は与えられていない。彼の見解の中で注目すべき点は、貯蓄が現在の厚生に寄与すると考えていることである。この寄与が直接的であるか間接的であるかについては明らかにされていないが、いずれにせよ説明を要する。直接的であるとするならば、それは消費者の効用函数の中に貯蓄が独立変数として入ることを意味するから、その選好体系が説明されねばならない。この場合に言える一つの事は、この定式化は純粋に静学的な体系の中では説明し得ないということである。然し、その寄与を間接的と見るならば、静学的分析方法の類推を使用し得るであろう。

サミュエルソンが述べるように、(5) 資本形成あるいは貯蓄がそれ自体を究極の目的として行われるというより、むしろ将来のより多い消費を究極目的として行われると考えるならば、効用函数の中に独立変数として入るべきものは、貯蓄額それ自体より、むしろそれによって可能になると予想される将来財の消費量であろう。この場合、消費者の行動原理は、計画期間内の各期の予想資産の系列の現在価値の制約の下で選好を満足させることであると考えることができる。この原理の下で、各期の貯蓄額および各財の消費量が決定される。ここで財を期間別に定義し、価格も割引かれた現在価格を用いれば、前節迄の議論が殆どそのままの形で利用できる。注意すべきことは次の二点である。第一は、将来財に対する各消費者の評価が

一致する必要がある、という点である。この為の一つの充分条件は、先物についても完全競争市場が成立していることである。仮定三をこのように先物市場を含めたものと考えることができる。第二点は仮定四に関する。問題は財が期間別に定義されることに起因する。いま、消費者 i の第 t 期に於て計画される計画期間を T_t^i によって表わすと、財の種類は物理的な意味に於ける種類に $T^i \equiv \max\limits_{i \in t}[T_t^i]$ を乗じた数だけ存在することになる。従って $T^1 \neq T^2$ は財の種類の変化を意味する。然し、商品空間の次元が変化すると考えることは不便であるから、Ⅲ・三で用いられた方法を準用する。即ち、計画期間が縮小する場合については、その縮小した部分に属する財に対して消費者が消費するに価すると考える最高価格 $\bar{p}_r$ より、生産者が生産するに価すると考える最低価格 $\underline{p}_r$ が低くないから、その期間は計画に入れられなかった、と解釈することが可能である。計画期間の増大の場合についても同様である。このように考えることにより、前節までの議論がそのまま使用し得ることになる。

三　この最後の方法はクズネッツが指摘したような消費者選択の範囲外にある企業貯蓄、公共貯蓄等を考察の対象から除外している。これは重要な問題であるが、それより注目すべき点は、この方法によって導入された新しい概念の性質である。即ち $p{\cdot}x$ で表現されるところの将来にわたって計画された消費の系列の現在価値——サミュエルソンは、これを wealth-like magnitudes と呼ぶ——である。(6) これは消費と貯蓄の和としての可処分所得とは別の概念である。つまり、貯蓄を考慮に入れて経済的厚生との関連に於て問題とされる経済的集計量は、何らかの指数でデフレイトされた可処分所得ではない、という点が重要である。

以上の議論はクズネッツ、バーグソン、リトゥルに対しての一つの反対論を形成しているが、リトゥルはここで置かれる仮定に対して逆にまた異議を唱える。ここでは、消費と貯蓄が直接比較可能ではないという仮定に始まり、先物市場の完備あるいは将来に対する予見の可能性の仮定が置かれた。後者のような非現実的な仮定を置くより、むしろ消費と貯蓄が直接比較可能になるための仮定を置く方が納得的である、とリトゥルは主張する。(7) これは、厚生判断の議論に於てどこまで個人主義的仮定が貫かれるべきか、あるいは消費者主権を認めた議論がどこまで貫かれるべきか、という問題に関連する。後者は特に、企業貯蓄、公共財あるいは公共支出等の問題を考える場合に重大になる。以上の分析に於ては、公共財および公共支出が存在しないこと、経済は各期に於てそれぞれ均衡していること、生産に於ける外部効果は存在しないことが暗黙裡に仮定されていた。このことは、各期に於てパレート最適が実現されていることを含意する。(8) この事実は以上の分析にとって必要な条件である。然し、有料公共財、無料公共財（公共支出）等の存在はこの条件の充足を阻むから、その場合上の分析は適用できなくなる。(9) この場合も、私的財の消費と公共財の消費を直接比較し得るような方法があれば、問題は簡単になるであろう。然し、現在までに建設された微視的経済理論の枠内でそのような方法は見出されない。

四　最後に、次の問題に注意を払っておくことは有意義であろう。以上の分析に於て、価値判断に関する具体的仮定としては終始パレート型社会的厚生函数が前提されてきた。これは個人主義の仮定を含意しているが、価値判断の仮定としてはかなり弱いものである。それに対して、事実判断に関する仮定としては第Ⅱ節で設けられたように強い仮定が置かれている。第Ⅲ節に於ては仮定の若干の緩和が試みられたが、外部効果の不存在、公共財の不存在、完全競争のような仮定は除き得なかった。即ち、価値判断に関しては極く弱い仮定に留め、事実判断に関しては強い仮定を置くという立場がとられた。然し、この立場は一体いかなる意義を持つであろうか。この態度が決定的に優れているとは言い得ないように思われる。経験科学は倫理的主張をなし得ないという方法論上の立場を承認するとしても、事実判断に関する仮定を弛めて、逆に価値判断を仮設的により具体的に定式化し、その帰結を吟味するということは認められ、また意義あることと考えられる。然し、演繹的研究の進展は、或る明確な帰結がいかに弱く一般的な仮定から推論されるかを示すということに於て評価されるから、価値判断に関する仮定を強くするということは可能な限り避けるよう努力すべきであろう。この意味に於て、不完全競争、

外部効果等を含む経済に関する分析の進展が先ず要求される。但し、本稿で扱われた問題に於て、価値判断に関する仮定を強めないという立場を固執することが有意義であるか否かは疑問である。社会的厚生函数を納得的な仕方で更に具体的に定式化し、その帰結を吟味することが、より望ましいことであるかも知れない。

注(1) J. R. Hicks〔11〕p. 123.
(2) S. Kuznets〔18〕pp. 13～16.
(3) A. Bergson〔1〕pp. 151～152.
(4) I.M.D. Little〔22〕p. 236.
(5) P. A. Samuelson〔31〕pp. 47～48.
(6) P. A. Samuelson〔31〕p. 53.
(7) D. C. Hague〔9〕p. 312.
(8) この命題の証明については G. Debreu〔4〕Chapter 6 あるいは〔3〕pp. 589～590 を参照。
(9) この条件の充足を阻む要因として重要なものは、この他に、独占的価格支配の存在と外部効果の存在である。

V　結　語

以上、国民所得と経済的厚生の関係について考察してきたが、少くともここで用いられた分析手法による限り、これらの間に一義的対応関係が見出されない、ということが明らかにされた。この結論の意味は、然し、厳密に理解される必要がある。ここでいう国民所得とは社会会計的に捕捉されたものである。もし外部効果や独占的価格支配が存在しないという仮定が認められ（実際にはこれはあまり納得的ではないが）貯蓄行動の変化の効果を無視し得るならば、社会の私的消費総計を或る価格で評価して比較することが有意味である可能性は残されている。このような場合には第Ⅱ節の議論が依然として有用であろう。第Ⅲ節では、選好体系の一定性、人口構成の一定性、財の種類の一定性というような仮定を緩和することが試みられた。この一般化もその場合に有用であろうと思われる。

社会会計的に捕捉された国民所得が経済的厚生と明白な関係を持たないという上の結論の意味の中で特に重要な点は、第Ⅳ節で示されたように、貯蓄を考慮するということが、可処分所得を何らかの指数でデフレイトして評価することとは別のことを意味している、という点である。現在の分析技術の段階では、ここで個人主義的仮定への依存が一つの限界を形成する。然し、このことは、ピグウあるいはヒックスによって始められた経済的集計量の厚生含意の探究への努力を全く無意味であるとする結論を導くには充分でない。この困難は単に分析技術の未発展性に基づいているという可能性が大いにあるからである。

附　録

定理一の証明　$u(B^1)$ の任意の元 u^* に対して $u^*\equiv(u_i(x_i^*))$ を満たす $(x_i^*)\in B^1$ が存在する。これに対しては $(x_i^*)\in\prod_{i\in I}X_i$ および $\sum_{i\in I}x_i^*\leqq y^1+\omega^1\leqq y^2+\omega^2$ が成立するから、u^* は $u(B^2)$ に属する。故に $u(B^1)\subset u(B^2)$.

X_i は閉集合であるから、その直積 $\prod_{i\in I}X_i$ も閉集合である。[1] また L^t は、閉半空間の共通部分であるから、閉集合である。それらの共通部分としての B^t も閉集合である。

以下、B^t が有界であることを示す。そのためには、$A(\prod_{i\in I}X_i)\cap AL^t=\{0\}$ となることを示せばよい。[2][3] ところが $A(\prod_{i\in I}X_i)\cap AL^t\subset\prod_{i\in I}AX_i\cap AL^t$ であるから、[4] 後者が $\{0\}$ に等しくなることを示せば充分である。なお $AL^t=\{(x_i)|\sum_{i\in I}x_i\leqq 0\}$ となるから結局「全ての i に対して $x_i\in AX_i$ かつ $\sum_{i\in I}x_i\leqq 0$ ならば、全ての i に対して $x_i=0$ となる」ことを示せばよい。X_i は下方に有界であるから、$X_i\subset\{c_i\}+\Omega$ なるベクトル c_i が存在する。然し、$AX_i\subset A(\{c_i\}+\Omega)=A\Omega=\Omega$ であるから、[5] $x_i\in AX_i$ に対しては $x_i\geqq 0$ となる。この x_i が $\sum_{i\in I}x_i\leqq 0$ を満たさねばならないから、全ての i に対して $x_i=0$ となる。故に B^t は有

界である。斯くしてB^tはコンパクトになる。

コンパクトな集合の上で定義された連続な実数値函数は最大値を有し[6]、コンパクト集合の連続写像による像はコンパクトであるから[7]、$u(B^t)$はコンパクトであり、最大元を有する。

いま、$u(B^2)$の任意の最大元$\bar{u}$を考えると、$\bar{u}=(u_i(\bar{x}_i))$を満たす$(\bar{x}_i)\in B^2$が存在する。以下$\sum_{i\in I}\bar{x}_i=y^2+\omega^2$となることを示す。$\sum_{i\in I}\bar{x}_i\leqq y^2+\omega^2$であると仮定すると、或る財$r$に対して$\sum_{i\in I}\bar{x}_{ir}<y_r^2+\omega_r^2$となるから、$\sum_{i\in I}(\bar{x}_{ir}+\varepsilon_{ir})=y_r^2+\omega_r^2$を満足する$\varepsilon_{ir}>0\ (i\in I)$が存在する。少くとも一つの$i'$に対しては$x_{i'}^s\geqq x_{i'}^t$が$u_{i'}(x_{i'}^s)>u_{i'}(x_{i'}^t)$を含意するから、$u_{i'}(\bar{x}_{i'})<u_{i'}(\bar{x}_{i'}+\varepsilon_{i'})$となる。これは$\bar{u}$が$u(B^2)$の最大元であることに反する。故に、$\sum_{i\in I}\bar{x}_i=y^2+\omega^2$. 仮定により、$y^1+\omega^1\leqq y^2+\omega^2$であるから、$\bar{u}$は$u(B^1)$に属しない。（証明終り）

以下、定理二の証明を行うが、その準備として、集合$K^t\equiv\{((x_i),y)|\sum_{i\in I}x_i-y\leqq\omega^t\}$および$\Gamma^t\equiv(\prod_{i\in I}X_i)\times Y^t\cap K^t$を定義し、更に$v_k'((x_i),y)\equiv u_k(x_k)$および$u'\equiv(v_k'((x_i),y)):\Gamma^t\to R^p$を定義する。この時、先ず次の命題が証明され得る。

補助定理八　$u(A^t)=u'(\Gamma^t)$

証明　$u'(\Gamma^t)$の任意の元a'をとれば、$a'=(v_k'((x_i'),y'))$を満たす$((x_i'),y')\in\Gamma^t$が存在する。v_k'の定義により、$(v_k'((x_i'),y'))=u_k(x_k'))$ また$Y=\sum_{j\in J}Y_j$だから、$y'=\sum_{j\in J}y_j'$を満たす$(y_j')\in\prod_{j\in J}Y_j$が存在する。$v_k$の定義により、$(u_k(x_k'))=(v_k((x_i'),(y_j')))$. 後者は$u(A^t)$の元である。故に$u'(\Gamma^t)\subset u(A^t)$.

次に$u(A^t)$の任意の元a^*をとれば$a^*=(v_k((x_i^*),(y_j^*)))$を満たす$((x_i^*),(y_j^*))\in A^t$が存在する。定義により$(v_k((x_i^*),(y_j^*)))=(u_k(x_k^*))$である。$\sum_{j\in J}y_j^*=y^*$とおけば$y^*\in Y^t$であるから、$(u_k(x_k^*))=(v_k'((x_i),y^*))\in u'(\Gamma^t)$. 従って$u(A^t)\subset u'(\Gamma^t)$.

定理二の証明　補助定理八により、$u'(\Gamma^t)$について考えればよい。$u'(\Gamma^1)$の任意の元$\hat{u}'$に対して$\hat{u}'=(v_k'((\hat{x}_i),\hat{y}))$を満たす$((\hat{x}_i),\hat{y})\in\Gamma^1$が存在する。これに対しては$\sum_{i\in I}\hat{x}_i-\hat{y}\leqq\omega^1$, $(\hat{x}_i)\in\prod_{i\in I}X_i$, $\hat{y}\in Y^1$が成り立つ。なお$\hat{y}+\omega^1\in Y^1+\{\omega^1\}$であるから、仮定により$\hat{y}+\omega^1\in Y^2+\{\omega^2\}$. $y\equiv\hat{y}+\omega^1-\omega^2$とおけば$y\in Y^2$. $\sum_{i\in I}\hat{x}_i-\hat{y}\leqq\omega^1$であるから、$\sum_{i\in I}\hat{x}_i-y\equiv\sum_{i\in I}\hat{x}_i-\hat{y}-\omega^1+\omega^2\leqq\omega^1-\omega^1+\omega^2=\omega^2$. 故に$((\hat{x}_i),y)\in\Gamma^2$. 従って$(v_k'((\hat{x}_i),y))\in u'(\Gamma^2)$. v_k'の定義により、$(v_k'((\hat{x}_i),y))=(v_k'((\hat{x}_i),\hat{y}))$であるから$\hat{u}'\in u'(\Gamma^2)$. 故に$u'(\Gamma^1)\subset u'(\Gamma^2)$.

Γ^tが有界になることを以下で示す。それには$\prod_{i\in I}AX_i\times AY^t\cap AK^t=\{0\}$を示せば充分である。然し$AK^t=\{((x_i),y)|\sum_{i\in I}x_i-y\leqq 0\}$であるから、「全ての$i$に対して$x_i\in AX_i$, $y\in AY^t$かつ$\sum_{i\in I}x_i\leqq y$ならば、全てのiに対して$x_i=0$かつ$y=0$となる」ことを示せばよい。定理一の証明に於て、既に全ての$x_i\in AX_i$に対しては$x_i\geqq 0$となることが示された。Y^tは0を含む閉凸集合であるから$AY^t\subset Y^t$.[8] また$Y\cap\Omega=\{0\}$であるから、$y\ngeq 0$. 他方$x_i\geqq 0$であるから、$\sum_{i\in I}x_i\geqq 0$. 更に$\sum_{i\in I}x_i\leqq y$であるから、$y\geqq 0$. 故に、$y=0$. 従って、$\sum_{i\in I}x_i\leqq 0$. 故に全てのiに対して$x_i=0$となる。

Γ^tが閉集合であることは明らかであるから、結局Γ^tはコンパクトになる。故に$u'(\Gamma^t)$はコンパクトであり、最大元を有する。いま$u'(\Gamma^2)$の任意の最大元$\bar{u}'$を考えると、$\bar{u}'=(v_k'((\bar{x}_i),\bar{y}))$を満たす$((\bar{x}_i),\bar{y})\in\Gamma^2$が存在する。先ず、$\sum_{i\in I}\bar{x}_i-\bar{y}=\omega^2$となることは定理一の証明と全く同様に示され得る。従って以下では$\bar{y}$がY^2の最大元であることを示す。そうでないと仮定すると$\bar{y}+\delta\in Y^2$を満たす0でない非負ベクトル$\delta\geqq 0$が存在する。$\sum_{i\in I}\delta_i\equiv\delta$, $\delta_i\geqq 0$となるようにδ_iを定めれば、$(v_k'((\bar{x}_i+\delta_i),\bar{y}))\in u'(\Gamma^2)$である。少くとも一つの$i'\in I$に対しては$v_{i'}'((\bar{x}_i+\delta_i),\bar{y})>v_{i'}'((\bar{x}_i),\bar{y})$となるから、この事実は$\bar{u}'$が$u'(\Gamma^2)$の最大元であるという仮定に反する。故に$\bar{y}$は$Y^2$の最大元である。故に$\bar{y}+\omega^2$は$Y^2+\{\omega^2\}$の最大元である。従って仮定により、$\bar{y}+\omega^2\in Y^1+\{\omega^1\}$. ここで$y\equiv\bar{y}+\omega^2-\omega^1$とおけば$y\in Y^1$. $\sum_{i\in I}\bar{x}_i-y=\omega^1$となることは容易に計算される。故に$((\bar{x}_i),y)\in\Gamma^1$. 従って$\bar{u}'\in u'(\Gamma^1)$. 斯くして$u'(\Gamma^2)$の任意の最大元が$u'(\Gamma^1)$に属しないことが示された。（証明終り）

上の二定理から次の諸系が導かれることはその証明過程から明らかである。

系一　定理一の仮定の下で、$y^2+\omega^2\geqq y^1+\omega^1$であれば$u(B^2)\cup u(B^1)$である。

系二・一　定理二の仮定の下で、$Y^2+\{\omega^2\}\cup Y^1+\{\omega^1\}$ であれば、$u(A^2)\cup u(A^1)$ である。

系二・二　定理二の仮定の下で、$Y^2+\{\omega^2\}$ の最大元が $Y^1+\{\omega^1\}$ に属しなければ、$u(A^2)$ の最大元は $u(A^1)$ に属しない。

注（1）　この命題の証明については入江〔15〕七五頁を参照。

（2）　ここで AS は集合 S の asymptotic cone である。$\|x\|\equiv\max\{|x_i|\}$ とし、k を非負の実数として集合 $S^k\equiv\{x\in S\,|\,\|x\|\leq k\}$ を定義する。S^k を含み頂点 0 を持つ最小の閉錐を $C(S^k)$ とする時、S の asymptotic cone は $AS\equiv\bigcap_{k\geq 0}C(S^k)$ と定義される。

（3）　ここでは次の定理が使われている。即ち「或る集合の共通部分が有界であるための充分条件は各集合の asymptotic cone の共通部分が {0} であることである。」

（4）　「一般に S_j が R^{m_j} の部分集合であれば、$A(\prod_{j=1}^{n}S_j)\subset\prod_{j=1}^{n}AS_j$ である」という定理による。

（5）　ここでは定理「S が R^m の部分集合であり x が R^m に於けるベクトルであれば、$A(S+\{x\})=AS$ である」が使われている。

（6）　この定理の証明については入江〔15〕九六頁の定理10あるいは二階堂〔26〕一〇二頁の定理2を参照。

（7）　この定理については入江〔15〕九三頁の定理7あるいは二階堂〔26〕一〇三頁の定理4を参照。

（8）　これは「0を含む閉凸集合はその asymptotic cone を含む」という定理による。

（※）　以上の注の中（2）〜（5）および（8）は G. Debreu〔4〕pp. 22〜24 に基づく。

引用文献

〔1〕 A. Bergson, *Essays in Normative Economics*, The Belknap of Press Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1966.

〔2〕 G. Debreu, "Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function," *Decision Processes*, ed. by R.M. Thrall, C.H. Coombs, R.L. Davis, New York, Wiley, 1954, pp. 159〜165.

〔3〕 G. Debreu, "Valuation Equilibrium and Pareto Optimum," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.*, Vol. 40, 1954, pp. 588〜592.

〔4〕 G. Debreu, *Theory of Value*, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1965.

〔5〕 M.H. Dobb, "A Note on Index-Numbers and Compensation Criteria," *Oxford Economic Papers*, Vol. 8, 1956, pp. 78〜79.

〔6〕 福岡正夫「ピグゥ教授の国民所得評価論」　三田学会雑誌　四四巻六号　一九五一年　二〇〜三八頁。

〔7〕 福岡正夫「国民所得評価論に於けるヒックスとサムエルソン」金融経済　一九五一年　一〜一九頁。

〔8〕 J. de V. Graaff, *Theoretical Welfare Economics*, Cambridge University Press, 1963.

〔9〕 D.C. Hague, "Summary Record of the Debate," *The Theory of Capital*, ed. by F.A. Lutz and D.C. Hague, London, Macmillan & Co. Ltd., 1963, pp. 289〜403.

〔10〕 J.M. Henderson and R.E. Quandt, *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, Mc Graw-Hill Book Co., Inc. New York, 1958.〔邦訳　小宮隆太郎訳　現代経済学　創文社〕

〔11〕 J.R. Hicks, "The Valuation of the Social Income," *Economica*, 1940, pp. 105〜124.

〔12〕 J.R. Hicks, "The Valuation of the Social Income—A Commen on Professor Kuznets' Reflections," *Economica*, 1948, pp. 163〜172.

〔13〕 J.R. Hicks, "The Measurement of Real Income," *Oxford Economic Papers*, Vol. 10, 1959, pp. 125〜162.

〔14〕 J.R. Hicks, "The Measurement of Capital in Relation to the Measurement of other Economic Aggregates," *The Theory of Capital*, ed. by F.A. Lutz and D.C. Hague, London, Macmillan & Co. Ltd., 1963, pp. 18〜31.

〔15〕 入江昭二　位相解析入門　岩波書店　一九六三年。

〔16〕 河田敬義・三村征雄　現代数学概説Ⅱ　岩波書店　一九六五年。

〔17〕 C.M. Kennedy, "An Alternative Proof of a Theorem in Welfare Economics," *Oxford Economic Papers*, Vol. 6, 1954, pp. 98〜99.

〔18〕 S. Kuznets, "On the Valuation of Social Income—Reflections on Professor Hicks's Article," *Economica*, 1948, Part I, pp. 1〜16; Part II, pp. 116〜131.

〔19〕 I.M.D. Little, "The Valuation of the Social Income," *Economica*, 1949, pp. 11〜26.

〔20〕 I.M.D. Little, "A Note on the Significance of Index Number," *Economica*, 1949, pp. 369〜370.

〔21〕 I.M.D. Little, "Foundations of Welfare Economics," *Oxford Economic Papers*, Vol. 1, 1949, pp. 227〜246.

〔22〕 I.M.D. Little, *A Critique of Welfare Economics*, 2nd ed., Oxford University Press, 1957.

〔23〕 E.J. Mishan, "The Recent Debate on Welfare Criteria," *Oxford Economic Papers*, Vol. 17, 1965, pp. 219〜236.

〔24〕 T. Negishi, "On Social Welfare Function," *Quarterly Journal of Economics*, 1963, pp. 156〜158.

〔25〕 根岸隆　価格と配分の理論　東洋経済新報社　一九六五年。

〔26〕 二階堂副包　現代経済学の数学的方法――位相数学による分析入門――岩波書店　一九六一年。
〔27〕 長名寛明「消費者余剰の理論――展望」三田学会雑誌　五九巻三号　一九六六年　三七～七一頁。
〔28〕 A.C. Pigou, *The Economics of Welfare*, 4th ed., London, Macmillan & Co. Ltd., 1960.
〔29〕 A.C. Pigou, "Real Income and Economic Welfare," *Oxford Economic Papers*, Vol. 3, 1951, pp. 16～20.
〔30〕 P.A. Samuelson, "Evaluation of Real National Income," *Oxford Economic Papers*, Vol. 2, 1950, pp. 1～29.
〔31〕 P.A. Samuelson, "The Evaluation of 'Social Income': Capital Formation and Wealth," *The Theory of Capital*, ed. by F.A. Lutz and D.C. Hague, London, Macmillan & Co. Ltd., 1963, pp. 32～57.
〔32〕 P.A. Samuelson, "Evaluation of Real National Income," reprinted in *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, ed. by J.E. Stiglitz, The M.I.T. Press, 1966, pp. 1041～1072.
〔33〕 Y. Tamura, "The Welfare Implications of National Income," 広島大学政治経済研究　年報一　一九六三年　二九七～三二〇頁。
〔34〕 S. Wellisz, "A Note on the Measurement of Real Income," *Oxford Economic Papers*, Vol. 12, 1960, pp. 112～121.

研究ノート

プルードンのウィーン体制観（上）

後藤修三

はじめに

「初期の諸労作の一つが財産を否定しているのにひきかえ、かれの遺書の一つがそれを肯定している著者をわれわれはどのような範疇に分類すればよいのか。ひとがこの奇妙な天才を一つの定式で把握したと思うたびごとに、かれはわれわれの手から滑り抜けてしまっていることにひとは気づくのである。……『経済的諸矛盾』(*Les contradictions économiques*)、『革命と教会における正義』(*la Justice dans la Révolution et dans l'Église*)、『戦争と平和』(*la Guerre et la Paix*)をあいだにはさんで、一八四〇年の『財産とは何ぞや』(*Qu'est-ce que la propriété*)と一八六五年の『財産の理論』(*Théorie de la Propriété*)の両極のあいだには、この多岐な思想のなかになんというニュアンスの変化があることか。まことに、プルードンはプロテウス(Protée)である……」[1] ブグレはプルードンについてこのようにいっている。またこれは、かれについてほとんどすべての注釈者の指摘しているところである。[2]

プルードンにあっては、初期と後期とではまったく反対の諸教説が見られる。その一例は、ブグレのあげている財産論であろう。ここでとりあげるプルードンのウィーン体制観も、初期と後期とでは正反対のものとなる。[3] かれのこのような諸思想の変化を論理的に解明しようとすることは困難なことであろう。[4] この変化の原因は、当時の歴史の変化にもとめられるべきである。[5] このような視角からプルードンの時局論研究がなされねばならぬであろう。

本稿は、このような研究のための第一歩にすぎない。それは、つぎの諸部分から成る。

一、ウィーン体制の評価とウィーン体制を動揺させた諸事件。

二、一八六〇年代初頭のフランスにおけるウィーン体制の評価。

（以上本号、以下四月号）

三、プルードンのウィーン体制観。

一は、主として、Geoffrey Bruun: *Nineteenth-Century European Civilization 1815-1914*, 1954 (Oxford University Press) によった。二は、Georges Duveau によるプルードンの左記の書物への Intro-