回帰線導出の方法（二）

佐藤保

四、構造パラメーターから誘導形パラメーターへの逆算

ジャストアイデンティファイでない場合は、最小自乗法によって求めた誘導形パラメーターと、構造パラメーターより逆算した誘導形パラメーターとは異ってくるが、本来の誘導形の式は

(4. 1)　$\hat{\Pi}=-\hat{B}\hat{\Gamma}^{-1}$

で与えられた。そこで $\hat{B}$ $\hat{\Gamma}$ が例えば三段階最小自乗法で求められれば $\hat{\Pi}$ を求めることができる。そして $\hat{\Pi}$ の標準誤差は次の式より求める。$\hat{\Pi}$ はK行M列の行列であるがこれを方程式の順序に1列にならべかえる。これを $\hat{\pi}$ とすればMK行1列の行列となる。そしてこの $\hat{\pi}$ の分散共分散行列を ψ とすると、

(4. 2)　$\hat{\psi}=\hat{J}'\hat{\Delta}\hat{J}$

$\wedge$印はそれぞれの母数に対する推定量を示す。ここに Δ というのは、

(4. 3)　$A=\begin{pmatrix}\Gamma\\ B\end{pmatrix}$　　$\hat{A}=\begin{pmatrix}\hat{\Gamma}\\ \hat{B}\end{pmatrix}$

とすると $\hat{A}$ は（M+K）行M列の行列となるが、ここでまた方程式の順序に1列に並べかえたものを α としこの推定量を $\hat{\alpha}$ とすれば $\hat{\alpha}$ はM（M+K）行1列の行列となる。この $\hat{\alpha}$ の分散、共分散行列を Δ で示し、その推定量を $\hat{\Delta}$ で示す。$\hat{\Delta}$ はM（M+K）行M（M+K）列の行列となる。次にJは、

(4. 4)　$J=\dfrac{\partial\Pi}{\partial\alpha}=-\begin{pmatrix}\gamma^{11}\begin{pmatrix}\Pi'\\ I\end{pmatrix}&\cdots\cdots&\gamma^{1M}\begin{pmatrix}\Pi'\\ I\end{pmatrix}\\ \vdots&&\vdots\\ \gamma^{M1}\begin{pmatrix}\Pi'\\ I\end{pmatrix}&\cdots\cdots&\gamma^{MM}\begin{pmatrix}\Pi'\\ I\end{pmatrix}\end{pmatrix}$

で示される。Π' は Π の転置行列、Iは単位行列を示す。この推定量を $\hat{J}$ で示す。$\hat{J}'$ は $\hat{J}$ の転置行列である。Δ は例えば三段階最小自乗法の係数の分散・共分散を用いればよい。γ^{ij} は Γ^{-1} の要素であるからこれは $\hat{\Pi}$ を求める際に計算してある。現在の場合に応用してみると、

(4. 5)　$y_1=a_1y_2+a_2x_1$
　　　$y_1=b_1y_2+b_2x_2+b_3x_3$

$\hat{\Pi}=-\hat{B}\hat{\Gamma}^{-1}$

$\hat{B}=\begin{pmatrix}a_2&0\\ 0&b_2\\ 0&b_3\end{pmatrix}$　　$\hat{\Gamma}=\begin{pmatrix}-1&-1\\ a_1&b_1\end{pmatrix}$

$B=\begin{pmatrix}\beta_{11}&\beta_{12}\\ \beta_{21}&\beta_{22}\\ \beta_{31}&\beta_{32}\end{pmatrix}$　　$\Gamma=\begin{pmatrix}\gamma_{11}&\gamma_{12}\\ \gamma_{21}&\gamma_{22}\end{pmatrix}$

$\hat{A}=\begin{pmatrix}\hat{\Gamma}\\ \hat{B}\end{pmatrix}$　　$\alpha=\begin{pmatrix}\gamma_{11}\\ \gamma_{21}\\ \beta_{11}\\ \beta_{21}\\ \beta_{31}\\ \gamma_{12}\\ \gamma_{22}\\ \beta_{12}\\ \beta_{22}\\ \beta_{32}\end{pmatrix}$

$\hat{\alpha}=\begin{pmatrix}-1\\ a_1\\ a_2\\ 0\\ 0\\ -1\\ b_1\\ 0\\ b_2\\ b_3\end{pmatrix}$

$\hat{\alpha}$ の分散共分散行列を求めるためこれに三段階最小自乗法の係数の分散共分散行列をあてはめ、-1 および0についての分散、共分散は0であるから、0とおけば10行10列の行列ができる。Jは

(4. 6)　$\Pi=\begin{pmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{12}\\ \Pi_{21}&\Pi_{22}\\ \Pi_{31}&\Pi_{32}\end{pmatrix}$　　$\pi=\begin{pmatrix}\Pi_{11}\\ \Pi_{21}\\ \Pi_{31}\\ \Pi_{12}\\ \Pi_{22}\\ \Pi_{32}\end{pmatrix}$

(4. 7)　$J=\dfrac{\partial\Pi}{\partial\alpha}=-\begin{pmatrix}\gamma^{11}\begin{pmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{21}&\Pi_{31}\\ \Pi_{12}&\Pi_{22}&\Pi_{32}\end{pmatrix}&\gamma^{12}\begin{pmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{21}&\Pi_{31}\\ \Pi_{12}&\Pi_{22}&\Pi_{32}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1\end{pmatrix}&\begin{pmatrix}1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1\end{pmatrix}\\ \gamma^{21}\begin{pmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{21}&\Pi_{31}\\ \Pi_{12}&\Pi_{22}&\Pi_{32}\end{pmatrix}&\gamma^{22}\begin{pmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{21}&\Pi_{31}\\ \Pi_{12}&\Pi_{22}&\Pi_{32}\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1\end{pmatrix}&\begin{pmatrix}1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1\end{pmatrix}\end{pmatrix}$

として与えられる。推定量を代入して計算すればJは10行6列の行列、J′は6行10列の行列であり

$\hat{\psi}=\hat{J}'\hat{\Delta}\hat{J}$

$\hat{\psi}$ は6行6列の行列となる。この行列の対角線の値の平方根を求めれば、誘導形パラメーターの標準誤差が求められる。現在の場合では次のようになる。

まず三段階最小自乗法の係数を使えば

(4.8) $\hat{B}=\begin{pmatrix}2.16781 & 0\\ 0 & 72.450\\ 0 & 1.46145\end{pmatrix}$

$\hat{\Gamma}=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -3.26840 & 6.5403\end{pmatrix}$

(4.9) $\hat{\Gamma}^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -3.26840 & 6.5403\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-0.66678561 & -0.10195030\\ -0.3332144 & 0.10195030\end{pmatrix}$

(4.10) $\hat{\Pi}=-\hat{B}\hat{\Gamma}^{-1}$

$$=-\begin{pmatrix}2.16781 & 0\\ 0 & 72.450\\ 0 & 1.46145\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-0.66678561 & -0.10195030\\ -0.3332144 & 0.10195030\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1.4454645 & 0.22100888\\ 2.4141383 & -7.3862992\\ 0.48697618 & -0.14899526\end{pmatrix}$$

Reduced form

(4.11) $y_1=1.4454645x_1+2.4141383x_2+0.48647618x_3$

$y_2=0.22100888x_1-7.3862992x_2-0.14899526x_3$

係数の標準誤差を求めるため、まず三段階最小自乗法の係数の分散行列より$\hat{\Delta}$をつくる。（4.12式参照）

$\hat{\Gamma}^{-1}$と$\hat{\Pi}$よりJとJ'をつくる。

$\Gamma^{-1}=\begin{pmatrix}-0.66678561 & -0.10195030\\ -0.3332144 & 0.10195030\end{pmatrix}$であったから、4.13、4.14式が導びかれる。（若干の計算誤差を含む）

この対角線の要素の平方根を求めれば

(4.15) $S_{\Pi_{11}}=0.42915284$ $S_{\Pi_{21}}=59.827504$ $S_{\Pi_{31}}=0.090416840$

$S_{\Pi_{12}}=0.25893716$ $S_{\Pi_{22}}=17.255572$ $S_{\Pi_{32}}=0.051897159$

と計算できる。

五、情報限定最尤法の計算

情報限定法は体系全体の変数を考慮しながら、計算を行うときは一つ一つの方程式を解いてゆくという方法で進む。今

(5.1) $Y_*\gamma_*+X_1\beta_*=u$

$Y_*=(YY_1)$ $\gamma_*=\begin{pmatrix}\gamma_0\\ \gamma_1\end{pmatrix}$ $\beta_*=\beta_1$

として次の計算を行う。

(5.2) $W=Y_*'Y_*-Y_*'X(X'X)^{-1}X'Y_*$

(5.3) $B=Y_*'X(X'X)^{-1}X'Y_*-Y_*'X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'Y_*$

Y_*はその方程式に含まれる内生変数、X_1はその方程式に含まれる外生変数である。

(5.4) $A=B^{-1}W$

(5.5) $|A-\lambda I|=0$

λの最大根を求める。

(5.6) $(A-\lambda I)\hat{\gamma}_*=0$

より$\hat{\gamma}_*$を求める。Bが二行二列の場合は、

(5.7) $|A-\lambda I|=|B^{-1}W-\lambda I|=0$

$|W-\lambda B|=0$

BおよびWの要素を

(4.12)

$$\hat{\Delta}=\begin{array}{c|cccccccccc} & \gamma_{11} & \gamma_{21} & \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} & \gamma_{12} & \gamma_{22} & \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32}\\ \hline \gamma_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \gamma_{21} & 0 & .19310839E+01 & .86350859E-00 & 0 & 0 & 0 & -.77863405E+01 & 0 & -.13134523E+03 & -.80869033E-00\\ \beta_{11} & 0 & .86350859E-00 & .48035279E-00 & 0 & 0 & 0 & -.40575673E+01 & 0 & -.73064761E+02 & -.44985848E-00\\ \beta_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \beta_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \gamma_{22} & 0 & -.77863405E+01 & -.40575673E+01 & 0 & 0 & 0 & .60195542E+02 & 0 & -.11127729E+04 & -.65679768E+01\\ \beta_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \beta_{22} & 0 & -.13134523E+03 & -.73064761E+02 & 0 & 0 & 0 & .11127729E+04 & 0 & -.42786955E+05 & .13095058E+03\\ \beta_{32} & 0 & -.80869033E-00 & -.44985848E-00 & 0 & 0 & 0 & .65679768E+01 & 0 & .13095058E+03 & .73240952E-00\end{array}$$

(4.13)

$$\hat{J}=-\begin{pmatrix}-0.66678561\begin{pmatrix}1.4454645 & 2.4141383 & 0.48697618\\ 0.22100888 & -7.3862992 & -0.14899526\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} & -0.10195030\begin{pmatrix}1.4454645 & 2.4141383 & 0.48697618\\ 0.22100868 & -7.3862992 & -0.14899526\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\\ -0.3332144\begin{pmatrix}1.4454645 & 2.4141383 & 0.48697618\\ 0.22100888 & -7.3862992 & -0.14899526\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} & 0.10195030\begin{pmatrix}1.4454645 & 2.4141383 & 0.48697618\\ 0.22100868 & -7.3862992 & -0.14899526\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\end{pmatrix}$$

$$\hat{J}'=-\begin{pmatrix}-0.66678561\begin{pmatrix}1.4454645 & 0.22100888 & 1 & 0 & 0\\ 2.4141383 & -7.3862992 & 0 & 1 & 0\\ 0.48697618 & -0.14899526 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} & -0.3332144\begin{pmatrix}1.4454645 & 0.22100888 & 1 & 0 & 0\\ 2.4141383 & -7.3862992 & 0 & 1 & 0\\ 0.48697618 & -0.14899526 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\\ -0.10195030\begin{pmatrix}1.4454645 & 0.22100888 & 1 & 0 & 0\\ 2.4141383 & -7.3862992 & 0 & 1 & 0\\ 0.48697618 & -0.14899526 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} & 0.10195030\begin{pmatrix}1.4454645 & 0.22100888 & 1 & 0 & 0\\ 2.4141383 & -7.3862992 & 0 & 1 & 0\\ 0.48697618 & -0.14899526 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\end{pmatrix}$$

(4.14)

$$\hat{\psi}=\hat{J}'\hat{\Delta}\hat{J}=\begin{pmatrix}.18417216E+00 & .17822379E+01 & -.35793112E-01 & .85591110E-02 & -.11937488E+01 & -.21292751E-02\\ .17822380E+01 & .35793302E+04 & .91213200E+00 & -.85466915E+01 & -.10180398E+04 & .12760181E+01\\ -.35793109E-01 & .91213133E+00 & .81752050E-02 & -.45789167E-02 & -.11015856E+00 & .90608592E-03\\ .85591100E-02 & -.85466910E+01 & -.45789130E-02 & .67048454E-01 & .19211820E+01 & -.12593541E-01\\ .11937490E+01 & -.10180398E+04 & -.11015830E+00 & .19211821E+01 & .29775478E+03 & -.24314900E+00\\ .21292730E-02 & .12760182E+01 & .90608300E-03 & -.12593539E-01 & -.24314890E+00 & .26733151E-02\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{22} & b_{22} \end{pmatrix} \qquad W=\begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix}$$

とすれば λ を求めるためには

(5. 8) $\lambda^2(b_{11}b_{22}-b_{12}^2)-\lambda(b_{11}W_{22}+b_{22}W_{11}-2b_{12}W_{12})$
$+W_{11}W_{22}-W_{12}^2=0$

$$\lambda=\frac{b_{11}W_{22}+b_{22}W_{11}-2b_{12}W_{12}+\sqrt{\begin{array}{l}(b_{11}W_{22}+b_{22}W_{11}-2b_{12}W_{12})^2\\ -4(b_{11}b_{22}-b_{12}^2)(W_{11}W_{22}-W_{12}^2)\end{array}}}{2(b_{11}b_{22}-b_{12}^2)}$$

(5. 9) $\hat{\beta}_1=-(X'X)^{-1}(X_1'Y_*)\hat{\gamma}_*$

係数の標準誤差をつくるために、

$\hat{\gamma}_*'W$

(5.10) $\hat{\gamma}_*'W\hat{\gamma}_*$

をつくり、

(5.11) $C=\left(1+\frac{1}{\lambda_0}\hat{\gamma}_*'W\hat{\gamma}_*\right)$ λ_0＝最大根

(5.12) $B-\frac{1}{\lambda_0\hat{\gamma}_*'W\hat{\gamma}_*}(\hat{\gamma}_*'W)'(\hat{\gamma}_*'W)$

この行列の1行1列を除いた行列を、

(5.13) $F_{\gamma\gamma}^{-1}={}_{11}\left[B-\frac{1}{\lambda_0\hat{\gamma}_*'W\hat{\gamma}_*}(\hat{\gamma}_*'W)'(\hat{\gamma}_*'W)\right]$

と書いてこの逆行列を $F_{\beta\beta}$ とする。

(5.14) $\frac{C}{T-m_1-k_1}F_{\gamma\gamma}$

m_1 はその方程式の内生変数の数、k_1 はその方程式の外生変数の数、

(5.14) が $\langle\gamma_2\cdots\cdots\langle\gamma_m$ までの分散共分散を与える。次に、

(5.15) $(X_1'X_1)^{-1}X_1Y_*$

この行列の第一列を除いたものを

${}_{01}((X_1'X_1)^{-1}X_1Y_*)$

として、

(5.15) $F_{\gamma\beta}={}_{01}((X_1'X_1)^{-1}X_1Y_*)F_{\beta\beta}$

を計算し、

(5.16) $-\frac{C}{T-m_1-k_1}F_{\gamma\beta}$

が $\langle\gamma$ と $\langle\beta$ の共分散行列をつくる。次に

(5.17) $F_{\beta\beta}={}_{01}((X_1'X_1)^{-1}X_1Y_*)F_{\gamma\beta}+(X_1'X_1)^{-1}$

をつくり、

(5.18) $\frac{C}{T-m_1-k_1}F_{\beta\beta}$

が $\langle\beta_1\cdots\cdots\langle\beta_{k_1}$ の分散共分散行列となる。

現在の場合は次のようになる。まず(1)より

(5.19) $W=\begin{pmatrix} .29112880E+09 & -.37122290E+08 \\ -.37122290E+08 & .65229498E+07 \end{pmatrix}$

$-\begin{pmatrix} .76003989E+08 & -.13494798E+06 & .37093833E+09 \\ -.93642286E+07 & .16547520E+05 & -.49672198E+08 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} .47584141E-06 & -.11831895E-04 & -.97928639E-07 \\ -.11831895E-04 & .94338777E-02 & .58744035E-05 \\ -.97928639E-07 & .58744035E-05 & .23503791E-07 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} .76003989E+08 & -.93642286E+07 \\ -.13494798E+06 & .16547520E+05 \\ .37093833E-09 & -.49672198E+08 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} .29112880E+09 & -.37122290E+08 \\ -.37122290E+08 & .65229498E+07 \end{pmatrix}$

$-\begin{pmatrix} .287390E+09 & -.373255E+08 \\ -.373255E+08 & .520914E+07 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} .373880E+07 & .203271E+06 \\ .203271E+06 & .13138098E+07 \end{pmatrix}$

現在の場合(1)と(2)でWの計算は同じであるから、それだけ計算が楽である。

(5.20) $B=\begin{pmatrix} .287390E+09 & -.373255E+08 \\ -.373255E+08 & .520914E+07 \end{pmatrix}$

$-\begin{pmatrix} .06003989E+08 \\ -.93642286E+07 \end{pmatrix}\left(\frac{1}{.20941569E+08}\right)$

$(.76003989E+08 \quad -.93642286E+07)$

$=\begin{pmatrix} .287390E+09 & -.373255E+08 \\ -.373255E+08 & .520914E+07 \end{pmatrix}$

$-\begin{pmatrix} .27584401E+09 & -.33985931E+08 \\ -.33985931E+08 & .41893070E+07 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} .115499E+08 & -.3339569E+07 \\ -.3339569E+07 & .1021833E+07 \end{pmatrix}$

(5.21) $\lambda_1=$

$$\frac{\begin{array}{l}.1154599E+08\times.13138098E+07+.1021833E+07\times.373880E+07\\ -2(-.3339569E+07\times.203271E+06)\end{array}\pm\sqrt{\begin{array}{l}\{.1154599E+08\times.13138098E+07+.1021833E+07\times.373880E+07\\ -2(-.3339569E+07\times.203271E+06)\}^2\\ -4[\{(-.1154599E+08\times.1021833E+07)-(-3339569E+07)^2\}\\ \{(.373880E+07\times.13138098E+07)-(.203271E+06)^2\}]\end{array}}}{2[.1154599E+08\ .1021833E+07-(-.3339569E+07)^2]}$$

これより λ の大きい方の根は

(5.22) $\lambda_1=.31287780E+02$

と求められる。

(5.23) $W-\lambda_1B$

$=\begin{pmatrix} .373880E+07 & .203271E+06 \\ .203271E+06 & .13138098E+07 \end{pmatrix}$

$-.31287780E+02\begin{pmatrix} .1154599E+08 & -.3339569E+07 \\ -.3339569E+07 & -.1021833E+07 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -.35750960E+09 & 10469097E+09 \\ 10469097E+09 & -.30657076E+08 \end{pmatrix}$

(5.24)
$-.35750960E+09 \quad a+10469097E+09(-a_1)=0$
$-.10469097E+09 \quad a-.30657076E+08(-a_1)=0$

$a=-.10469057E+09$ とすれば

$a_1=-.35750960E+09$

あとですべての係数を a で割ってノーマライズする。平均の差から常数を求めると、

(5.25) $a_0=14405.400-(-3.4149039)\ .7174-2.1023280\times2662.8$
$=33305.842$

理論値を求め、誤差の自乗和を求めて誤差分散を求めてみると、

(5.26) $\hat{Y}_1$

7306
8297
9156
10110
15418
15044
16029
18652
19550
25399

$S_1^2=2118011$

(5.27) (1) $Y_1=-3.4149039Y_2+2.1023280X_1+33305.842$

と求められる。係数の標準誤差を求めると、

(5.28) $(\hat{\gamma}'W\hat{\gamma})=(-.10469097E+09\ \ -.35750960E+09)$

$$\begin{pmatrix} .373880E+07 & .203271E+06 \\ .203271E+06 & .13138098E+07 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -.10469097E+09 \\ -.35750960E+09 \end{pmatrix}=.23127925E+24$$

(5.29) $\dfrac{1}{\lambda_1\hat{\gamma}'W\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}'W)'(\hat{\gamma}'W)$

$$=\frac{1}{.31287780E+02\cdot .23127925E+24}\begin{pmatrix} -.46408993E+15 \\ -.49098026E+15 \end{pmatrix}(-.46408993E+15\ \ -.49098026E+15)$$

$$=\begin{pmatrix} .29764108E+05 & .31488702E+05 \\ .31488702E+05 & .33313224E+05 \end{pmatrix}$$

(5.30) $B-\dfrac{1}{\lambda_1\hat{\gamma}'W\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}'W)'(\hat{\gamma}'W)$

$$=\begin{pmatrix} .1154599E+08 & -.3339569E+07 \\ -.3339569E+07 & .1021833E+07 \end{pmatrix}$$

$$-\begin{pmatrix} .29764108E+05 & .31488702E+05 \\ .31488702E+05 & .33313224E+05 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} .11516226E+08 & .33710577E+07 \\ -.33710577E+07 & .98851978E+06 \end{pmatrix}$$

(5.31) $C=\left(1+\dfrac{1}{\lambda_1}\right)(\hat{\gamma}'W\hat{\gamma})$

$$=\left(1+\frac{1}{.31287780E+02}\right)(-.10469097E+09\ \ -.35750960E+09)$$

$$\begin{pmatrix} .373880E+07 & .203271E+06 \\ .203271E+06 & .13138098E+07 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -.10469097E+09 \\ -.35750960E+09 \end{pmatrix}$$

$=.23127925E+24$

(5.32) $F_{\gamma\gamma}^{-1}=.98851978E+06\quad F_{\gamma\gamma}=.10116135E-05$

(5.33) $\dfrac{C}{T-m_1-K_1}F_{\gamma\gamma}=\dfrac{.23127925E+24}{7}\times .10116135E-05$

$=.33423602E+17$

(5.34) $(X_1'X_1)^{-1}X_1'Y_*=\dfrac{1}{.20941569E+08}$

$(.76003989E+08\ \ -.93642286E+07)$

$=(.36293359E+01\ \ -.44715984E+00)$

この行列の1列を除く

$01((X_1'X_1)^{-1}X_1Y_*)=-.44715984E+00$

(5.35) $\dfrac{C}{7}\cdot F_{\gamma\beta}'=-.44715984E+00\times .33423602E+17$

$=-.14945693E+17$

$\dfrac{C}{7}\cdot F_{\gamma\beta}=.14945693E+17$

(5.36) $F_{\beta\beta}=-.44715984E+00\times -.45235293E-06+$

$+\left(\dfrac{1}{.20941569E+08}\right)=.25002597E-06$

(5.37) $\dfrac{C}{7}\cdot F_{\beta\beta}=.33039893E+23\times .25002597E-06=.82608313E+16$

$F_{\gamma\gamma}\ F_{\gamma\beta}\ F_{\beta\beta}$ を $(-.10469097E+09)^2$ で割る。

(5.38) $F_{\gamma\gamma}=\dfrac{.33423602E+17}{.10960199E+17}=.30495434E+01$

$F_{\gamma\beta}=\dfrac{.14945673E+17}{.10960199E+17}=.13636334E+01$

$F_{\beta\beta}=\dfrac{.82608313E+16}{.10960199E+17}=.75371180E+00$

$\sqrt{F_{\gamma\gamma}}=1.74629419\qquad \sqrt{F_{\beta\beta}}=0.86816577$

方程式(2)に対して同様の計算を行うが、結果だけ記すと、Wは前と同じ、

(5.39) $\begin{pmatrix} .433995E+07 & .642230E+06 \\ .642230E+06 & .950356E+05 \end{pmatrix}$

こころみに λ_2' を使ってみると

$\lambda_2'=.840353E+00\qquad \lambda_2=-.60250545E+06$

$b_1=-.27259845E+00\qquad b_1=.67576317E+01$

$b_2=.37076255E+02\qquad b_2=.17488979E+03$

$b_3=.74865127E+00\qquad b_3=.15140387E+01$

$b_0=-.12817620E+04\qquad b_0=-.78992356E+05$

(5.40) こころみに λ_2' を使ってみると

(2) $Y_1=-0.27259485Y_2+37.076255X_2+0.74865127X_3-1281.762$

理論値と誤差分散は

(5.41) $\hat{Y}_1$

7037
7920
9512
12037
13426
14425
16467
17922
21895
23651

$S^2=891297$

となった。次に係数の標準誤差を計算してみると、計算を行った結果一応数値を求めることはできるが、この程度の8桁を基準とする計算ではその値が不安定であることがわかった。計算結果としては係数の標準誤差は非常に大きくなるが、計算の途中である桁数で切れば0に接近してしまう。そこで結果はここに記さないことにする。これはBはすべての独立変数による回帰平方和からその方程式に入っている回帰平方和を引いた形になっているため、(2)の場合、これが相対的に小さな値になっている。また λ_2 が小さいこともあって、

$$B-\frac{1}{\lambda\hat{\gamma}'W\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}'W)'(\hat{\gamma}'W)$$

の値は小さな値となり、したがって $F_{\gamma\gamma}$ は大きな値となってしまう。一種のマルチコリニアリチーともいえるが、ここで単一方程式ではみられない、他の方程式に含まれた独立変数との関係が生じてくる。簡単な二つの連立方程式でもこの関係がみられるのであるから、更に方程式の数がふえた場合これらの関係は一層複雑となるであろう。単一方程式でマルチコがある場合でも計算上は係数あるいは標準誤差が0、無限大とでてくる場合はないので数値が求められてくるわけであるからこの点に注意しておかなければならない。

六、完全情報最尤法の計算

完全情報最尤法は全体系を一度に計算しようとするものであるが、多くの場合は計算不可能となってしまう。そこで誤差の分散共分散行列を対角行列と仮定して、近似的くり返し法によって計算する。

(6.1) $Y\Gamma + XB + u = 0$

において、

(6.2) $$\begin{vmatrix}\alpha_{11} & \cdots\cdots & \alpha_{M+K1}\\ \vdots & & \vdots\\ \alpha_{1M} & \cdots\cdots & \alpha_{M+KM}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{21} & \cdots\cdots & \gamma_{M1} & \beta_{11} & \cdots\cdots & \beta_{K1}\\ \vdots & & & & & & \vdots\\ \gamma_{1M} & \gamma_{2M} & \cdots\cdots & \gamma_{MM} & \beta_{1M} & \cdots\cdots & \beta_{KM}\end{vmatrix}$$

と定義し、ϕ^jは第j番目の方程式の零の係数に対応する列はすべて零をもち、零でない係数に対応する各列に1をもつ行列とする。α^jを第j番目の方程式の零でない係数の作るベクトルとして、α_jを第j番目の方程式の零および零でないすべての係数の作るベクトルとすると、

(6.3) $\alpha^j\phi^j = \alpha_j$

現在の場合にあてはめてみると、

(6.4) $\gamma_{11}y_1 + \gamma_{21}y_2 + \beta_{11}x_1 + u_1 = 0$

$\gamma_{12}y_1 + \beta_{22}x_2 + \beta_{32}x_3 + u_2 = 0$

$\alpha_{11}y_1 + \alpha_{21}y_2 + \alpha_{31}x_1 + u_1 = 0$

$\alpha_{12}y_1 + \alpha_{22}y_2 + \alpha_{42}x_2 + \alpha_{52}x_3 + u_2 = 0$

$\alpha_{41} = 0 \quad \alpha_{32} = 0 \quad \alpha_{52} = 0$

$\alpha_{51} = 0$

となる。次に

(1) $$(\alpha_{11}\ \alpha_{21}\ \alpha_{31})\overset{\phi^1}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}} = (\alpha_{11}\ \alpha_{21}\ \alpha_{31}\ 0\ 0)$$

(2) $$(\alpha_{12}\ \alpha_{22}\ \alpha_{42}\ \alpha_{52})\underset{\phi^2}{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}} = (\alpha_{12}\ \alpha_{22}\ 0\ \alpha_{42}\ \alpha_{52})$$

となる。次に

$$W_{yy}{}^j = Y'Y^j - Y'Y^j(X'X^j)^{-1}X'Y^j$$

を求める。jは方程式の番号を示している。

次の式の中で用いられるϕ^jは、最初ϕ^jは内生変数と外生変数両方に結びついているが、計算に際しては、内生変数に結びついた部分だけが用いられる。Γと斉合するために、ϕ^jは全体系の内生変数の数だけの行、m行をもっており、$W_{yy}{}^{j-1}$と斉合するため第j番目の方程式に現われている内生変数と同じ数の列をもっていなければならない。

次に第j番目の方程式の内生変数の第1近似を$\hat{\gamma}^j_0$とする。また内生変数の第1近似の行列Γを選んでおく。これらは例えば古典的最小自乗法によって得られた数値を用いてもよい。今度の場合でも、第1近似として古典的最小自乗法の数値が用いられた。

(6.6) $\gamma^{j\prime} = \gamma^{j\prime}_0 + h\Delta\hat{\gamma}^{j\prime}_0$

(6.7) $\Delta\hat{\gamma}^{j\prime}_0 = (i)^j\Gamma_0{}^{-1}\phi^{j\prime}(W_{yy}{}^j)^{-1} - \hat{\gamma}^{j\prime}_0$　　〈$h \leqq 1$〉

$(i)^j$はΓと同じ次数をもつ単位行列の第j行とする。この方法をくりかえして次々と、$\hat{\gamma}^{j2}$、$\hat{\gamma}^{j3}$……$\hat{\gamma}^{jk}$として求められてゆき、相続く$\hat{\gamma}^{jk}$の値が一定になってきたら計算をやめる。そして$\hat{\gamma}^j$の一つの成分で除してノーマライズをする。外生変数βの第j行は、

(6.8) $\hat{\beta}^{j\prime} = -\hat{\gamma}^{j\prime}Y'X^j(X'X^j)^{-1}$

として求められる。このようにくり返し法を使うと全体係を考慮しながらも一つ一つの方程式を解いてゆくことになる。そしてくり返しのたびごとに内生変数の逆行列を計算しなければならない。三段階最小自乗法は全パラメーターの行列を一度に逆行列を計算するのでそれだけめんどうであるが、一度で終るのに対して完全情報法では内生変数の逆行列でそれだけパラメーターはへるが、くり返しが十回とすれば十回逆行列を計算しなければならず、しかも方程式の数だけくりかえし計算を行わなければならない。その意味でもっともめんどうな計算法であるといえる。現在の場合は、

(6.9) (1) $W_{yy}{}^1 = Y_1'Y_1 - Y_1'X_1^1(X_1'X_1^1)^{-1}X_1'Y_1^1$

$\gamma_1{}^{1\prime} = \gamma_0{}^{1\prime} + h\Delta\hat{\gamma}_0{}^{1\prime}$

$\Delta\hat{\gamma}_0{}^{1\prime} = (1\ 0)\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22}\end{bmatrix}_0^{-1}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}'(W_{yy}{}^1)^{-1} - \hat{\gamma}_0{}^{1\prime}$

$\hat{\beta}^{1\prime} = -\hat{\gamma}^{1\prime}Y_1'X_1^1(X_1'X_1^1)^{-1}$

(6.10) (2) $W_{yy}{}^2 = Y_2'Y_2^2 - Y_2'X_2^2(X_2'X_2^2)^{-1}X_2'Y_2^2$

$\hat{\gamma}_1{}^{2\prime} = \gamma_0{}^{2\prime} + h\Delta\gamma_0{}^{2\prime}$

$\Delta\gamma_1{}^{2\prime} = (0\ 1)\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22}\end{bmatrix}_0^{-1}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}(W_{yy}{}^2)^{-1} - \hat{\gamma}_0{}^{2\prime}$

$\hat{\beta}^{2\prime} = -\hat{\gamma}^{2\prime}Y_2'X_2^2(X_2'X_2^2)^{-1}$

現在の場合にあてはめると、まず(1)と(2)にわけ、

(6.11) (1) $$W_{yy} = \begin{pmatrix}.29112880E+09 & -.37122290E+08\\ -.37122290E+08 & .95229498E+07\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}.27584400E+09 & -.33985931E+08\\ -.33985931E+08 & .41873070E+07\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}.15284479E+08 & -.31363359E+07\\ -.31363359E+07 & .23356428E+07\end{pmatrix}$$

(6.12) $$W_{yy}{}^{-1} = \begin{pmatrix}.90308054E-07 & .12126789E-06\\ .12126789E-06 & .59098919E-06\end{pmatrix}$$

(6.13) (2) $$W_{yy} = \begin{pmatrix}.29112880E+09 & -.37122290E+08\\ -.37122290E+08 & .65229498E+07\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}.28305005E+09 & -.37967730E+08\\ -.37967730E+08 & .51141044E+07\end{pmatrix}$$

(6.14) $$W_{yy}{}^{-1} = \begin{pmatrix}.13207580E-06 & -.79257962E-07\\ -.79257962E-07 & 75736333E-06\end{pmatrix}$$

(6.15) 1回目　最初古典的最小自乗法の値を推定値とする

$h=1$とする

(1) $\gamma_1{}^{1\prime} = (1\ \ .13428373E+01) + \Delta\gamma_0{}^{1\prime}$

$$\Delta\hat{\gamma}^{1\prime} = (1\ 0)\begin{pmatrix}1 & 1\\ .13428373E+01 & -.65972410E+00\end{pmatrix}^{-1}$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}.90308054E-07 & .12126789E-06\\ .12126789E-06 & .59098919E-16\end{pmatrix} - (1\ \ .13428373E+01)$$

ノーマライズして

$\gamma_1^{1\prime}=(1 \quad .371029103E+01)$

(2) $\gamma_1^{2\prime}=\gamma_0^{2\prime}+\widehat{\Delta\gamma_0}^{2\prime}$

$\gamma_0^{2\prime}=(1 \quad -.65972410E+00)$

$$\widehat{\Delta\gamma_1}^{2\prime}=(0\ 1)\begin{pmatrix}1 & 1\\ .13428373E+01 & -.65972410E+00\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}.13207580E-06 & -.79257962E-07\\ -.79257962E-07 & .75736333E-06\end{pmatrix}-(1 \quad -.65972410E+00)$$

$\gamma_1^{2\prime}=(1 \quad -.23661166E+01)$

(6.16) 2回目

(1) $\gamma_2^{1}=\gamma_1^{1\prime}+\widehat{\Delta\gamma_1}^{1\prime}$

$$\widehat{\Delta\gamma_1}^{1}=(1\ 0)\begin{pmatrix}1 & 1\\ .37102910E+01 & -.33661166E+01\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}.90308054E-07 & .12126789E-06\\ .12126789E-06 & .59098919E-06\end{pmatrix}-(1 \quad .37102910E+01)$$

$\gamma_2^{1}=(1 \quad .2349626E+01)$

(2) $\gamma_2^{2\prime}=\gamma_1^{2\prime}+\widehat{\Delta\gamma_1}^{2\prime}$

$$\widehat{\Delta\gamma_1}^{2\prime}=(0\ 1)\begin{pmatrix}1 & 1\\ .37102910E+01 & -.33661166E+01\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}.13207586E-06 & -.79257962E-07\\ -.79257962E-07 & .75736333E-06\end{pmatrix}-(1 \quad -.33661166E+01)$$

$\gamma_2^{2\prime}=(1 \quad -.1846895E+01)$

以下同様のくり返し計算を進めてゆく。その結果だけ記すと、

(6.17) 3回目

(1) $\gamma_3^{1\prime}=(1 \quad .2833371E+01)$

(2) $\gamma_3^{2\prime}=(1 \quad -.2422027E+01)$

4回目

(1) $\gamma_4^{1\prime}=(1 \quad .2602095E+01)$

(2) $\gamma_4^{2\prime}=(1 \quad -.2165333E+01)$

5回目

(1) $\gamma_5^{1\prime}=(1 \quad .2694237E+01)$

(2) $\gamma_5^{2\prime}=(1 \quad -.2278381E+01)$

6回目

(1) $\gamma_6^{1\prime}=(1 \quad -.2652049E+01)$

(2) $\gamma_6^{2\prime}=(1 \quad -.2231440E+01)$

7回目

(1) $\gamma_7^{1\prime}=(1 \quad .2669243E+01)$

(2) $\gamma_7^{2\prime}=(1 \quad -.2252602E+01)$

8回目

(1) $\gamma_8^{1\prime}=(1 \quad .2661436E+01)$

(2) $\gamma_8^{2\prime}=(1 \quad -.2243911E+01)$

9回目

(1) $\gamma_9^{1\prime}=(1 \quad .2664631E+01)$

(2) $\gamma_9^{2\prime}=(1 \quad -.2247846E+01)$

9回目の値を採用した（$a_1=-2.664631 \quad b_1=2.247846$）。次に外生変数の値をきめる。

(6.18) (1) $\widehat{\beta}^1=a_2=-(1 \quad .2662552E+01)\begin{pmatrix}.76003989E+08\\ -.93642286E+07\end{pmatrix}$

$$\left(\frac{1}{.20941569E+08}\right)$$

$=-.24387496E+01$

$a_2=.24387496E+01$

(6.19) (2) $\widehat{\beta}^2=(b_2\ b_3)=-(1. \quad -.2246441E+01)$

$$\begin{pmatrix}-.13494798E+06 & .3709833E+09\\ .16547520E+05 & -.49672198E+08\end{pmatrix}\begin{pmatrix}.17830100E+03 & -.18305971E+06\\ -.18305971E+06 & .48645469E+09\end{pmatrix}^{-1}$$

$=-(.86456960E+02 \quad .10244547E+01)$

$b_2=.86456960E+02$

$b_3=.10244547E+01$

次に常数を求める。

(6.20) (1) $a_0=14405.4-(-2.662552\times7174)$

$-(2.4387496\times2662.8)=27012.646$

(6.21) (2) $b_0=14405.4-(2.246441\times7174)-(86.456960\times92.47)$

$-(1.0244547\times18986.6=-29156.153$

(6.22) (1) $Y_1=-2.662552Y_2+2.4387496X_1+27012.646$

(6.23) (2) $Y_1=2.246441Y_2+86.456960X_2+1.0244547X_3$

-29156.153

理論値を求めて誤差分散を計算すると、

(6.24) (1) $\widehat{Y}_1$	(6.25) (2) $\widehat{Y}_1$
7671	7669
8767	8450
9389	9814
10152	12378
14701	11232
14921	14160
15674	16100
18197	16889
19757	23267
25634	23773
$S^2=15155819$	$S^2=11188446$

となった。完全情報法では係数の標準誤差は計算されない。

七、結果のまとめと予測

重相関係数Rを次の定義式からそれぞれ計算してみる。

$$(7.1)\quad R=\sqrt{1-\frac{\sum(\text{実際値}-\text{推定値})^2}{\sum y_i^2}}$$

そして以前の結果をもう一度並べて書いてみる。係数の下の（ ）内の数字は係数の標準誤差を示す。

(7.2) (1) 式

古典的最小自乗法 $Y_1=-1.3428373Y_2+3.0288719X_1+15937.915$

(0.82297691) (0.45930877)

$R=0.9808$

二段階最小自乗法 $Y_1=-3.2682036Y_2+2.1679261X_1+31991.805$

(1.3896165) (0.69306376)

$R=0.9655$

三段階最小自乗法 $Y_1=-3.26840Y_2+2.16781X_1+31993.5175$

$(1.3896344)\quad(0.6930749)$

$R=0.9655$（若干の計算誤差を含む）

情報制限最尤法　$Y_1=-3.4149039Y_2+2.1023280X_1+33305.842$

$(1.74629419)\quad(0.86816577)$

$R=0.9629$

完全情報最尤法　$Y_1=-2.662552Y_2+2.4387496X_1+27012.646$

$R=0.9736$

（7. 3）（2）式

古典的最小自乗法

$Y_1=0.65972410Y_2+53.979740X_2+0.84805669X_3-11426.029$

$(0.96216042)\quad(109.87524)\quad(0.12400791)$

$R=0.9867$

二段階最小自乗法

$Y_1=6.769584Y_2+174.9051X_2+1.518458X_3-78983.355$

$(7.7681373)\quad(274.95572)\quad(0.86173357)$

$R=0.8961$

三段階最小自乗法

$Y_1=6.5403Y_2+72.450X_2+1.46145X_3-66134.1285$

$(7.7585786)\quad(206.85008)\quad(0.85580928)$

$R=0.8883$

情報制限最尤法（λ_2' を使ったとき）

$Y_1=-0.27259845Y_2+37.076255X_2+0.74865127X_3-1281.762$

$R=0.9846$

完全情報最尤法

$Y_1=2.246441Y_2+86.456960X_2+1.0244547X_3-29156.153$

$R=0.9801$

（7. 4）　誘導形（単純）

(1)　$y_1=1.43705x_1+6.68748x_2+0.48275x_3$

$(0.547681)\quad(77.115504)\quad(0.121721)$

(2)　$y_1=0.21265x_1-24.8907x_2-0.15325x_3$

$(0.319284)\quad(44.956263)\quad(0.070960)$

誘導形（構造方程式より逆算）

(1)　$y_1=1.4454645x_1+2.4141383x_2+0.48697618x_3$

$(0.42915284)\quad(59.827504)\quad(0.090416840)$

(2)　$y_2=0.22100888x_1-7.3862992x_2-0.14899526x_3$

$(0.25893716)\quad(17.25572)\quad(0.051897159)$

まず(1)式よりみるとX_1の係数はどの計算方式によっても非常に安定した値を示しており有意である。これに対してY_2の係数はやや不安定であって有意である場合とそうでない場合とがある。これは最初の相関行列より想像されることで、左辺のY_1はX_3、X_1、Y_2の順序に高い相関をもっており。X_1とX_3の係数は非常に安定している。(1)式全体としては古典的最小自乗法だけがやや異った係数を示しており、他は似かよった値を示している。重相関は古典的最小自乗法についで完全情報最尤法が高い。(2)式についてみるとX_2という不安定要素の大きい変数が入ったため、係数は計算方式が異なるにつれて大きく変っている。X_2の係数の変化が最も大きく、ついでY_2の係数でいずれも有意ではなくあまり信用できない。この中でX_3の係数は比較的安定しており、有意か又はそれに近い水準にある。これも単純相関行列より予想されることであるがX_2が以外に悪い結果を示している。重相関は古典的最小自乗法についで情報制限最尤法が高くなっており、この係数は信用できないが、係数の信頼性と相関とは別のものであり、従って係数の信頼性と予測とは又別のものであるという議論が適用できる。これは本来おかしなことであるが、分析の便宜上よく使われることである。(1)・(2)を通じて、二段階最小自乗法と三段階最小自乗法とはあまり異っていないことがわかる。これは計算方式からも予想されることであるが、三段階の方が多くの情報よりなることは当然としても、計算上の労力の増加を考えれば、三段階の有利性への疑問が残るであろう。誘導形についてもX_3とX_1は安定しているが、X_2は不安定である。以上の式を使って昭和37、38年の実際値と予測値は次のようになった。

（7. 5）　(1)式

	実際値	古典的最小自乗法	二段階最小自乗法	三段階最小自乗法	（λ_2' 使用）情報制限最大法	完全情報最大法
37	28662	27203	25405	25405	25359	26041
38	29766	28967	26840	29840	26769	27580

(2)式

	実際値	古典的最小自乗法	二段階最小自乗法	三段階最小自乗法	（λ_2' 使用）情報制限最大法	完全情報最大法
37	28662	27510	32861	33529	26763	28887
38	29766	33787	43470	43996	32397	36303

この結果をみると、(1)式より37年は現実値に古典的最小自乗法が最も近く、いずれも過小推定であるが、ついで完全情報最尤法になっている。38年も同様の傾向がみられた。(2)式では37年は現実値に完全情報最尤法が最も近くついで古典的最小自乗法であり、ここでは計算方式によって過大推定から、過小推定が2となっている。38年についてはすべて過大推定となっているが、情報限定最尤法が最も現実値に近くついで古典的最小自乗法となっている。綜合して順序をつけるとすれば、古典的、完全、情報限定、二段階、三段階となろうが、重相関の値からもある程度の予想は考えられるところである。以上のことからそれぞれの方式の特徴をくりかえし簡単に再述すれば、

1、古典的最小自乗法、最も計算が簡単であり、重相関は最も高く、その限りで期間内のあてはまり（fit）は最もよい。従って予測にもかなり有効である。しかし経済構造特有の内生変数の誤差を無視するという意味でのパラメーターの信頼性は少くなる。又しばしばあらかじめ予想される符号や数値と異なる値を生じることがある。

2、二段階最小自乗法　計算は古典的最小自乗法についで簡単であり、内生変数を考慮に入れるという意味でのパラメーターの信頼性は高まる。そこで最も使われる可能性があろう。この例に関する限り重相関はかなり落ちている。

3、情報制限最尤法　全体を考慮しながら一つ一つの方程式を解いてゆくという意味では二段階と同じであるが、固有根を求めるなど計算方式がめんどうであるので、この点がおとる。

4、三段階最小自乗法　全体系を一度に考慮するという点で、2、

3より多く情報を含み、計算も逆行列を一度求めればよいという点で比較的簡単である。しかし二段階に比べそれほどの相違がなければ実用的という意味では難点があろう。

5、完全情報最大法　全体系を考慮しながら進む点は三段階と同じであるが、逆行列をくり返し計算しなければならないという点で最もめんどうである。また係数の標準誤差が利用できないという欠点がある。一般に構造方程式を使う場合、古典的最小自乗法において起ったマルチコの問題（主として係数が予想された値と違うといった）を一面において回避することができると考えられるが、同時に全外生変数を考慮するという意味でのマルチコの危険はより増大するとも考えられるであろう。これらの点を考慮すると、現実には古典的最小自乗法が最も多く使われ、ついで二段階最小自乗法が使われるという理由がわかる。それから当然のこともいえるが、どの計算方式をとっても非常に有意な係数は、計算方式の違いによってその値があまり違わない、安定的であるといえる。有意でない係数ほど計算方式の違いによって値が大きく違ってくるということが言える。ゴールドバーガーはその著書の中でクラインの構造方程式の中で消費関数だけをとりあげて示しているが、その場合でもそのことが言えるようである。このことを逆にいえば古典的最小自乗法を用いても各係数が非常に有意である場合は（マルチコの場合は一応除外して）それにつづくよりはんざつな構造推定を行う利点は少ないとも言えるであろう。（情報限定法と完全情報法について若干の計算上の問題点を含んだまま述べたので、この点は他日再述したい。）

書　評

戸塚秀夫著『イギリス工場法成立史論——社会政策論の歴史的再構成』

飯田　鼎

社会政策の本質論争にたいする反省がたかまって以来、その理論的再構成をめぐって新たな問題が提起されている。戸塚氏の今回の業績は、この理論的問題に真向から取り組んだものとしてまことに注目に値する労作であるといわなければならない。一読して明瞭なことは、理論構成が、社会経済史学における研究の成果の充分な評価と摂取の上に立っていることであり、社会政策の理論を、歴史的な事実の追求のなかから摑みとろうとする熱情が犇々と感じとられることである。つぎのような内容から成っている。

第一編　主題と方法
序章　研究の主題、第一章　研究の方法、
補論㈠　社会政策本質論争の一回顧——社会政策論の再構成のための前提——
第二編　イギリス綿工場における「原生的労働関係」
第二章　産業革命前夜の綿業労働者
第三章　アークライト工場の出現と教区徒弟
第四章　蒸気力工場の展開と「自由な児童」
第五章　工場制の発展と「原生的労働関係」の克服
補論㈡　「原生的労働関係」の理論
第三編　イギリス初期工場法と「原生的労働関係」
第六章　問題の設定
第七章　初期工場立法の沿革
第八章　初期工場立法の成立根拠
第九章　初期工場立法の諸結果
補論㈢　初期工場立法の理論
補論㈣　イギリス産業革命期における労働政策の転回

著者はすでに、社会政策論をもって、大河内理論における如く、「政策提案の学」ではなく、「政策批判の学」として再構成されるべきであるという、まことにユニークな問題提起をもって知られているが、そのような理論的基底の上に立って、つぎのようにいわれる。「戦後約二〇年間のこの分野での研究史をふまえた上で、現在われわれに要請されることは、社会政策学の伝統的な枠からはなれて進められてきた労働問題プロパーについての近来の理論的、実証的研究の成果を前提した上で、かつて提起された問題についての解答を、政策研究の領域において積極的に提示していくことにあるということができよう。その場合、社会改良的諸施策についての歴史的・実証的研究が、従来の社会政策理論の真理性を吟味する上で