慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	規模の経済性とレオンティエフ投入係数の変化
Sub Title	Economies of scale and changes in the Leontief input-coefficients
Author	尾崎, 巌
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1966
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.59, No.9 (1966. 9) ,p.952(42)- 993(83)
JaLC DOI	10.14991/001.19660901-0042
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19660901-0042

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

規模の経済性とレオンティエフ投入係数の変化

尾崎　巌

まえがき[注1]

最近の生産函数論争はきわめて活発である。ダグラスの生産函数計測（一九三六）以来、長い間実証研究の分野では生産函数の本質に関する論議とその実証的研究は不毛の状態であったが、戦後各国におけるレオンティエフの産業連関表の作成、リニアープログラミングの手法の発達、経済成長論の発達に伴うマクロ生産函数計測の復活、スタンフォードグループによるC・E・S型生産函数の登場、それに加えて最近の技術進歩論の発展等によって、種々の立場から生産函数論が展開されてきた。しかし生産函数論の本質に関する論争は非常に錯綜していて未だ最終的な結論を得ていない。

われわれは当初レオンティエフ投入係数の規模に関する安定性の統計的検定という立場から出発した。可能な限り、統計的接近を試みた結果、ある商品群では収益不変の仮定が経験的に支持し難いことを確認した。次に規模の経済性を許容する生産函数型を計測し、伝統的な生産函数によるアプローチと何れが良好な統計的安定性を示すかを、戦前、戦後のデータを多く利用して比較した。そこでこの研究は、基本的には商品ベースの投入―産出の関係を最も安定した形で把握しようと試みた一連の計測結果の報告からなると云えるだろう。

第一節ではわれわれの生産函数と伝統的な生産函数の特質を比較することにより、問題の所在を明らかにしようと試みる。第二節以下は計測結果の比較検討からなる。

（注1）この研究は、筆者が経済企画庁経済研究所主任研究官を兼任中、当時の研究官、斎藤昌二氏、小野毅氏との共同研究として着手された。同時に産業研究所経済研究プロジェクトの一環作業として作業が進められ、辻村江太郎教授、小尾恵一郎助教授その他の研究者から多くの協力と助言を得、又計測に関しては、西川俊作助教授、沓掛暁氏、黒田昌裕氏等の協力を得た。従ってこの研究は上記の方々との協同研究の報告である。勿論、文中の過誤は筆者の責任である。又筆者のハーバード大学留学中、レオンティエフ教授より多くの有益なコメントを得、その助言に従ってその後の作業が継続された。なお第四回計量経済学シンポジウムで報告し、多くの方々から、有益な助言を頂いた。以上の方々に対し、深く感謝の意を表する。

第一節　問題の所在

〔一・1〕レオンティエフ投入係数の時間的変化

レオンティエフはその静学モデルの中で中間財各投入係数に対し、

(1—1)　a_{ij}/A_j　$i, j=1, 2, \ldots\ldots, n$

なるj部門に固有の生産性係数A_jを導入した（レオンティエフ〔2〕）。従って、労働投入係数a_{0j}、資本投入係数b_{ij}に対して、また同様の意味をもつ生産係数を導入し得るだろう。[注2]

(1—2)　a_{0j}/D_j　D_j；労働投入に関するj部門の生産性係数

(1—3)　b_{ij}/B_j　B_j；資本財投入に関するj部門の生産性係数

もし、各投入係数の時間的変動を直接分析の対象とするときには、時間tを導入し、これら生産性係数を、一般的に

$A_j(t)$, $D_j(t)$, $B_j(t)$ と表現することができる。ここに $A_j(t)$, $D_j(t)$, $B_j(t)$ は、$A_j(0)=D_j(0)=B_j(0)=1$ として、時間と共に変化する係数である。そのとき t 時点における各投入係数を $a_{ij}(t)$, $a_{oj}(t)$, $b_{ij}(t)$ と書けば、これらは a_{ij}, a_{oj}, b_{ij} を基準時点の投入係数と考えて、

$$a_{ij}(t)=a_{ij}/A_j(t) \tag{2—1}$$

$$a_{oj}(t)=a_{oj}/D_j(t) \tag{2—2}$$

$$b_{ij}(t)=b_{ij}/B_j(t) \tag{2—3}$$

と表わすことができる。$A_j(t)$, $D_j(t)$, $B_j(t)$ の値は生産規模の変化や技術進歩その他要因の影響を受けて変動するだろう。

この研究は、$A_j(t)$, $D_j(t)$, $B_j(t)$ の変動様式（大きさと符号）を可能な限り多くの統計資料を利用することにより、経験的に確認しようと試みたものである。

（注2）　各投入係数は次式で定義される。

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j},\quad a_{oj}=\frac{L_j}{X_j},\quad b_{ij}=\frac{K_{ij}}{X_j}$$ 但

ここに　X_j; j 部門の産出量

x_{ij}; j 部門の産出に必要な i 部門商品の投入量

L_j; j 部門に投入された労働量

K_{ij}; j 部門の生産に必要とされた i 部門からの資本財償却額

又、この研究では、レオンティエフの closed model で使用された固定消費係数に対する考察を、分析の対象から除外する。

〔一・2〕　レオンティエフ投入係数の意味とその安定性

従来、生産函数の実証的研究では、多くの場合マクロレベル、あるいは、かなりの程度、経済量のアグリゲイトされた段階で函数が計測され、そこでは常に「生産要素代替的かつ連続的な同次函数」がヴィクセル・ダグラス以来の伝統として採択されてきた。

これに対し、W・レオンティエフは、「かかる集計的生産函数に見られる代替性の現象は、実は部門内あるいは部門間の商品混合の構成変化に起因する部分が多いのであって、もし本来の投入—産出の構造を各商品ベースで把握するならばそれは非代替的な固定投入係数によって十分近似的に表わされ得る」と主張する。かくしてレオンティエフの産業連関分析では、商品ベースの固定投入係数が commodity-flow の表を基に計算されるが、しかし、それらは単に各部門の投入量（x_{ij}）をその産出量水準（X_j）で割った値にすぎず、その安定性が経験的に確認された訳ではない。これらはあらためて統計的に再検討されねばならぬ性質のものである。

さてレオンティエフ投入係数の安定性を生産函数論的に考察するとき、通常次の三点が問題とされる。

生産函数が基本的には商品ベースではかられることを前提にして、

(i)　一定の産出量規模に対し各生産要素間に代替性が見られるか否か。

(ii)　産出量規模の変化に対し、収益不変（constant returns to scale）であるか否か。

(iii)　時間に対し生産函数が変動するか否か。

(i)の代替性の有無は、要素相対価格の変動に対する投入係数の変化の可能性に関係し、(ii)は規模の経済性による投入係数の安定性の問題にかかわる。(iii)は生産函数曲線の時間的変動率を問題とする。

(i)と(ii)の点に関し、レオンティエフは商品ベースの固定投入係数を採用することによって、生産要素間の非代替性と、収益不変の両方を同時に仮定した。しかしその後の生産函数論の発展過程からは、両者を分類して考察するのが、より問題の核心を明らかにすると思われる。(i)は〔一・3〕と〔一・4〕の項で、(ii)は〔一・5〕の項で詳細に検討されるだろう。

(iii)はレオンティエフの静学モデルでは当然重要な問題点ではない。しかしながら、動学モデル又は静学モデルであってもその異時点比較が試みられるときには、各投入係数の時間的変動の可能性が考慮されねばならない。かかる意味でレオンティエフは、その静学モデルに対しても生産性係数 A_j（$(1-1)^{t_j}$）を導入したものと思われる。

〔一・3〕 伝統的かつ集計的生産函数の代替性の意味

前項(i)の点、生産要素間の代替性の有無の問題は、これを伝統的な生産函数論の立場から見る場合と、新しい heterogeneous-capital model の立場（サムエルソンが neo-neo-classical と呼んだもの）から見る場合の二つに分けて考察する必要がある。この項では伝統的な立場、すなわち資本の概念に関して、J. B. Clerk 流の集計された資本量（aggregate capital）を用いる立場から、要素代替的生産函数と、他方、投入係数一定の意味を考察してみる。

いうまでもなく伝統的生産函数論に関して、実証研究の分野における最大の実証的かつ先駆的業績は、ポール・ダグラスの「賃金論」（1934）である。彼は分配論における限界生産力説の命題の経験的妥当性を検証しようとの意図の下に、生産函数を実際に計測しようと試みた。その際、ウィックスティード、ワルラス、ヴィクセル以来の伝統に従い、理論の要請する同次函数の最も簡潔な表現式として数学者コブ（Cobb）の協力の下に、いわゆるコブ・ダグラス型生産函数を考案し、アメリカ製造工業のデータを用いて実際に生産函数のパラメタを検定した。次いで限界生産力説を前提にするとき、推定された生産函数のパラメタから導出される理論的分配率が、現実の分配率に一致するか否かの検定を行ない、その結果、限界生産力説が現実的妥当性をもつと主張したのである。ダグラスの採用した古典的接近の方法は、たとえ現在の発達した統計的処理法の観点からは種々の欠点を含もうとも、経験科学の検証方法としては、いささかも非難さるべき点をもたない。

ダグラス以後の生産函数論に関する実証的研究では、その伝統として(i)同次的生産函数、(ii)かなりの程度、経済量のアグリゲイトされた段階での計測、という点を守って多くの諸研究と論争が展開された。

その中で最も注目された研究は、スタンフォード大学のグループであった。ソロー、ミンハス、アロウ、チェネリーの協同になる、いわゆる C・E・S 型生産函数（ソロー、ミンハス、アロウ、チェネリー〔4〕）の登場である。C・E・S とは、constant elasticity of substitution の略語であって、代用の弾力性一定の条件の下に導出された、数学的にはより一般的な生産函数型である。すなわち、代用の弾力性を σ と書くと、$\sigma=1$ のときにはダグラス型、$\sigma=0$ のときには、形式的に固定投入係数型、$\sigma\neq1$, $\sigma\neq0$ の場合に一般的な C・E・S 型となる。

スタンフォードグループの研究の一つの目的は、国際比較における同一産業の分配率の変動（高賃金国ほど労働の分配率が高い）という現象を限界生産力説の下で説明することにあった。彼等は先ず経験的に各産業で代用の弾力性が、$0<\sigma<1$ であることを示し、その結果、限界生産力説を援用して分配率の国際間変動を説明し得た。（ダグラス型では、各国に共通の生産函数を設定する限り、理論的分配率は同一水準となって、現実に観察されるその差異を説明できない。）

しかし、C・E・S 型生産函数による接近に欠陥がない訳ではない。第一にそれは各国間の分配率の差を説明したが、アメリカ国内における inter-states に見られる関係を説明できなかった。そこでは経験的に $\sigma>1$ と計測される場合が多いのである。この事実は、通常一国の各産業内規模別分配率格差を説明する場合にもみとめられる。すなわち多くの場合、経験的に代用の弾力性は 1より大きく計測される。同一産業の生産函数を計測するのに、inter-countries の場合と inter-states および inter-firms の間で代用の弾力性が異った値をとることは、そのこと自体、生産函数計測の意義の喪失を意味するだろう。

第二に、生産函数計測の方法である。スタンフォードグループはC・E・S生産函数の非線型の性質と、資本投入に関するデータの不完全性という理由の下に、直接生産函数を fit せず、限界生産力説の成立という条件の下に誘導された労働生

産性と賃金率に関する reduced form だけを計測している。限界生産力説の経験的妥当性を検証しようと試みたが、ダグラス自身の検証方法とは反対に、最初から限界生産力説の成立を条件として、その結果を計測しているのである。したがって、直接的に生産函数を統計的に計測したということはできない。統計的検証方法の視点に立つ限り、スタンフォードグループの計測は、ダグラス自身の計測方法よりも劣るものと云わざるを得ない。（これらに関連して、レオンティエフの批判論文がある。）

さて、形式的、数学的には、確かに代用の弾力性一定の下で、C・E・S型生産函数は最も一般的な代替性を許容する同次函数であり、それは特殊型として代替的なダグラス型を含み、さらに非代替的な固定投入係数型を包含している。しかしだからといって、レオンティエフ投入係数がC・E・S型の特殊形として規定されてはならない。マクロの固定投入係数は、ハロッド、ドーマー型の資本係数の概念にその典型的な例が見られるのであるが、かかる集計的固定的投入係数こそが、C・E・S型の特殊型であって、それはレオンティエフの投入係数と全く次元の異る投入函数であることに注意しなければならない。

レオンティエフの攻撃したのは、単に生産要素の代替性というよりもむしろ集計的（あるいはその極端な場合としてマクロ的）生産函数の概念及びその代替性である。本来、投入―産出の技術的関係としての生産函数は、ワルラスに戻って各商品の生産プロセス毎に測定されねばならない。そしてそこでは各生産要素投入量の固定的技術係数が、現実に対するかなりの安定した近似度を示すであろうと主張したのであった。この主張の根拠には、次項〔一・4〕で詳しく述べるように、従来の生産函数論の思想とかなり異った考え方が存在する。つまり伝統的な生産函数の計測では、労働投入と資本投入が平面的に対置され（ここに資本とはJ・B・クラーク流の aggregate capital）、そこに形成された価値造出（産出量の価値）の場（field）として代替的生産函数が計測された。

一方レオンティエフ投入係数の概念は、生産函数を各商品の生産に使用された資本財そのものの技術構造を表わすものと考える。従って、労働投入量や各原材料投入量は、採択された物的な機械設備の型に一方的に依存する固定的補完的な必要投入量であって、伝統的な概念のように労働・資本・各原材料が平面的に対置された関係にはない。レオンティエフ投入係数行列の各縦の列ベクトルは、その商品を生産するための生産アクティビティと定義されるが、それは採択された機械の型によって一義的に定まるベクトル量なのであり、逆にその生産アクティビティ自体が採択された機械設備の型（技術の内容）を記述しているのである。物的な資本財（機械設備）の技術内容自体が問題なのであるから、当然それは純粋に工学的な次元での関係（engineering relations）に基礎を置く。このような視点に立って、レオンティエフの門下は、物的資本財の工学的生産函数と経済学的生産函数の関係を経験的に確立しようと試みた（チェネリー〔1〕）。これらの諸研究は、一旦工学的な次元で機械設備の型が定まった後は、各投入量は自然固定技術係数で表現し得るという、レオンティエフの考え方をよく示すものである。

上述のように、伝統的な集計的かつ代替的生産函数と、レオンティエフ流の個別的かつ固定技術的投入係数は同一次元で比較されるべきではない。前者は後者の合成物に過ぎないのであって、純粋に技術的な意味で生産要素間に代替性をみとめるか否かの論議は、個別商品の生産プロセスに関してのべられるべきであろう。この点に関しソローは、通常の生産函数を「homogeneous-capital, smooth and factor-substitutable production function」という言葉で特徴づけた。もしこのような概念の生産函数を、個別の商品生産に適用すれば、「鍬をもった人間の労働と種々の広さの土地の使用から得られる穀物収穫量」の関係の例以外に、人はそのような状況を考えつくことすら困難であろう（ソロー〔5〕）。そのような概念をもつ生産函数は、それが抽象理論的には個別財の生産に対して定義されていようとも、一度び実証的計測の段階に入るときは、集計された経済量あるいはマクロエコノミックレベルで計測さるべき運命をもっていたのであり、クラーク流の aggregate

capital の概念を使用したダグラスの研究はまさにその典型的な例であった。

だから伝統的な代替的生産函数の概念からレオンティエフ投入係数の非代替性を批判することは、本来当を得ていないと云うべきである。にもかかわらずかかる混乱は幾つかの研究において見られた。クラインは、各財毎の生産函数に一次同次の代替的生産函数を設定し、利潤極大原理の結果、価値額の比として表わされたレオンティエフ投入係数の一定性が、ある条件の下で出現し得ることを証明した（クラインの代替定理）。クラインの代替的生産函数はまさにソローの「capital-homogeneous, smooth and factor-substitutable production function」の概念に該当する。それは個別商品の生産プロセスには殆ど見られない性質の生産函数なのである。

資本の理論（生産函数論）は「本来、クラーク流の資本概念を用いることなしに、種々の異質的な物的資本財の完全な分析の上に発展させることができる」（サムエルソン〔3〕）。これは次項でのべるようにリニアープログラミングの手法を援用して、レオンティエフ投入係数の本質的な拡張を意図した立場からの発言である。そこでは何れも各財の生産プロセスの基礎にレオンティエフタイプの固定技術係数の概念を設定しているのである。

〔一・4〕 リニアープログラミングモデルとの関連におけるレオンティエフ投入係数の一般化

さてレオンティエフ投入係数の非代替的性格について、新しき立場からの批判を考察しなければならない。新しき立場とは、伝統的な homogeneous-capital の概念にかわる heterogeneous-capital の概念に基づいた生産函数論である。一般にレオンティエフ投入係数行列は、その数学的構造の視点からは、より一般的な形のアクティビティアナリシスあるいはリニアープログラミングモデルの特別の場合とみなすことができる。すなわちレオンティエフの体系では、一商品の生産プロセスには只一つの生産アクティビティが存在すると仮定されているのに対し、リニアープログラミングモデルでは、一般に一つ以上 n 個の生産アクティビティの存在が仮定し得るからである。レオンティエフの場合には、形式上ある商品の生産に対し、もはやどれかの生産アクティビティを選択するという行動の余地が存在しない。その意味で代替可能な幾つかの生産アクティビティを許容するリニアープログラミングモデルは、確かにレオンティエフ投入係数の一般化と云えるだろう。これらは、いわゆる「代替定理」の証明に関する研究として、サムエルソン、クープマンス、ジョルジュスクレーゲン等により展開された。

しかし「代替定理」に関する証明は、伝統的な「capital-homogeneous, smooth and factor-substitutable production function」の単なる復活を意味するものではない。そこでは、(イ)投入構造の基礎に撰択可能な幾つかの固定技術係数が設定され、第二に、(ロ)これらの生産アクティビティは、物理的な資本設備そのものの技術を表示していると解釈されているからである。後者の点は、一九六二年の「生産函数と経済成長に関するシンポジウム」での研究諸論文では明確に意識され、heterogeneous-capital production function の概念の導入となった。[注1] すなわちたとえ同一商品の生産であっても異った生産アクティビティは、使用された資本設備の質（技術の内容）が互に異っているという事を表わし、それらの heterogeneous capital の技術内容を包含するものとして生産函数が把握される。[注2]（サムエルソンの云う a complex-heterogeneous-capital programming model）

（注1） The Review of Economic Studies, Vol. 29, No. 80, June 1962, Symposium on Production Functions and Economic Growth.

（注2） サムエルソン〔3〕、ソロー〔5〕。

（注3） サムエルソンは〔3〕で次のようにのべる。「経済のすべての技術が、生産アクティビティとして、生産函数の一冊の本（a whole book）にまとめられ得るとせよ。各ページには一つのアクティビティのブループリントがのせられている」。

このような視点は、生産函数が実は資本設備そのものの技術内容を記述したものであるという考えに立脚するものであるが、それはレオンティエフが投入係数行列を導入した時にすでに考えられていたものであって、別に目新しい考えではない。レオンティエフ及びそのグループは、このような考えの下に資本の工学的生産函数の開発に進むが、それは経済学的な

生産函数の基底に工学的な生産函数を置き、資本財の型の選択は経済学的な次元よりはむしろ工学的な次元で行われるとの想定の下に、投入係数一定（生産アクティビティが只一つ）という仮定を採択し、さらに生産性係数 A_j の導入による投入係数の変化の可能性を考慮したものと考えられる。

従って上述のような heterogeneous-capital という認識の上に立つ生産函数論は、農業や第三次産業に比べて資本財利用度の大きい製造工業の資本構造変化をきわだって重視した立場であるといえるだろう。

さて上述した通り、リニアープログラミングの手法によるレオンティエフ投入係数の一般化は、(i)各財の生産に多数の生産アクティビティが存在し得るという意味で、生産要素の代替性を許容した。(ii)同時に伝統的生産函数における homogeneous-capital の概念からはなれて、heterogeneous-capital の概念を生み出すと共に、生産函数を資本財そのものの技術的内容を記述するものとして把握した。しかしリニアープログラミングの基本的性格の一つとして、アクティビティの分割可能性 (divisibility) の公準は残存し、そこで展開された生産函数は常に収益不変を仮定せざるを得なかったのである。

〔一・5〕 規模の経済性又は非経済性について

さてレオンティエフ投入係数の安定性に関する第二の点（〔一・2の(ii)〕について考察を進めねばならない。それは収益不変の仮定である。もしレオンティエフの商品ベースと同じ分類規準に立って統計的検定を行い、なおも規模の経済性又は非経済性が現実に確認されるならば、レオンティエフ投入係数は生産規模の拡大と共に変動するであろう。

経済理論で収益不変、逓増、逓減は、通常、同次的生産函数との関連で定義されてきた。すなわち、生産量をX、各投入量を y_i とするとき、生産函数は一般に

$$(1)\qquad X=f(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_i, y_n)$$

と表わせる。この時任意の数 n に対し

$$(2)\qquad \lambda^n X=f(\lambda y_1, \lambda y_2, \cdots\cdots, \lambda y_n)$$

が成立つとき、(1)式は n 次の同次函数であり、$n \geqq 1$ に従って、収益逓増、不変、逓減が定義される。伝統的生産函数論では(1)式を一次同次函数とみなすのが普通であり、それには各投入量 y_i $(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ が（資本財も含めて）homogeneous であることが定義的に必要とされた。

しかしいま、新しい立場で、個別財の生産函数に heterogeneous capital の概念が導入され、かつまた(1)式は資本財そのものの技術を表わすとの立場をとれば、もはや(1)式が同次函数でなければならぬとの要請は全く無くなる。(注3)

そこでここでは別の定義を採用したいと思う。われわれは機械設備の技術構造を問題にしているのであるから、規模の経済性は純粋に技術的な問題だけに限定する。従って生産規模とは、各資本財（材料設備）の生産能力でなければならない。そのとき規模の経済性とは、純粋に工学的な意味で、生産能力の拡大に伴って単位能力当り各必要投入量が節減されることを意味する。このようなコストのタームでは規模の経済性とは生産の unit cost が、規模の拡大と共に変化すると定義されるのが普通である（シルバーストーン〔35〕）。しかるに、unit cost は、生産要素を y_i、その価格を p_i とすれば、

$$(3)\qquad \text{unit cost}=\frac{1}{X}\sum p_i y_i=\sum p_i\cdot\frac{y_i}{X}\qquad i=1, 2, \cdots\cdots, n$$

と表わされるだろう。そのとき、生産能力Xの増大は、すべての要素の原単位 y_i/X を同一方向に、又同一の大きさで変化させる必要はない。たとえば、生産要素を、労働投入L、資本投入（金額）K、原材料投入Mに三分類するときXの増大と共に単位当り労働力 L/X は減少し（労働節約的）、他方単位当り資本投入 K/X は増大し（資本使用的）、かつ単位当り原材料投入 M/X は不変というように、それぞれの方向や大きさが異ることがあり得る（第三節参照）。それらを綜合して、(3)式の単位当り費用の形にするとき、総合的な規模の経済性又は非経済性が定義できるのである。

さて、リニアープログラミングモデルの生産函数では、当然アクティビティの divisibility を前提にするから、規模の経済性を検定することができない。そこでわれわれは、生産函数を何らかの形に特定化して、規模の経済性の有無を、レオンティエフと同じ商品ベースの次元で統計的に確かめねばならない。

（注3）生産函数が一次同次函数であるか否かの問題は経験的基礎に基づいてきまるべきものである。同次函数についての論争はシュムペーター「経済学説史(6)」（邦訳東畑精一訳）pp. 2187～2196 に詳しい。

〔一・6〕limitational な形の投入函数と生産アクティビティの分割不可能性（indivisibilty）。

すでにのべたように、リニアープログラミングタイプの生産函数は、幾つかの生産アクティビティの存在を許容することにより、技術の選択を通じての要素投入間の代替性を許容したが、その divisibility の性格から収益不変の仮定を採用せざるを得なかった。われわれはここで規模の経済性の可能性を導入しようと試みる。そのときには、測定対象の単位（unit of enumeration）をあらかじめ設定しておかなければならない。測定対象の単位は、ある商品だけを生産するために使用された個々の機械であってもよく、又その複合体としてのプラントであってもよい。われわれの使用し得る経済資料が個々の機械についての情報をもたらす程精緻ではないので、この研究では、最も基本的な測定対象の単位を一商品を生産するために使用されているプラントであると考え、「商品ベース又はプラントベースで測られた生産函数」等と呼ぶことにする。この場合、規模の経済性とは「たとえ同一商品の生産であっても、大きい生産能力のプラントは、小能力のプラントよりも、能力単位当りコスト、あるいは各投入量の原単位が小さい場合」と定義される。

そこでわれわれは新しい実験式として次のような limitational な形の投入函数を設定する。(注4)

今、記号を次のように定めよう。任意の i 商品の生産のために使用し得るN種類のプラントが存在するものとしよう。

X_k　k 番目のプラントの生産能力（生産規模）$k=1, 2, \ldots\ldots, N$

L_k　k 番目のプラントの操業に必要な労働投入量（man）

M_k^l　k 番目のプラントの操業に必要な l 番目の原材料投入量　$l=1, 2, \ldots\ldots, m$

K_k　k 番目のプラントの市場購入価格（建設費用）

これらの変数の間に次の limitational 函数をおく。

$$L=L(X) \tag{4}$$

$$M^l=M^l(X) \qquad l=1, 2, \ldots\ldots, m \tag{5}$$

$$K=K(X) \tag{6}$$

（注4）limitationality の定義「ある商品の生産において費用項目を構成するすべての投入変数のおのおのが、その産出量水準だけに一義的に依存する場合、各投入は limitational な関係にあるといわれている。ある財の産出量水準をX、各投入量を y_i と書くと、その時、$y_i=f_i(X)$, $i=1, 2, \ldots\ldots, m$ と表わせる。」

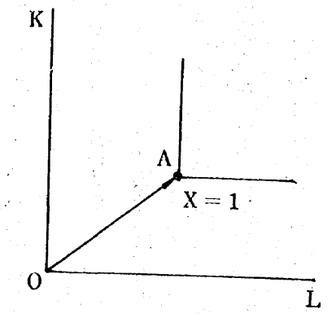
当然レオンティエフ投入係数は、(4)(5)(6)式において収益不変の成立する場合と解釈される。

一般にレオンティエフ係数の場合を除いて limitational な投入函数は、次の二点で特徴づけられる。(イ)それはN種類（N≧1）の生産アクティビティをもつ。換言すれば種々の型（あるいは容量）のプラントが存在し得る。(ロ)第二に設備の分割不可能性（indivisibility）を前提にしている。

(イ)の点はリニアープログラミングタイプと同一であるが、(ロ)の点は生産アクティビティの divisibility を認めない点で、リニアープログラミングモデルと異る。レオンティエフタイプ、リニアープログラミングタイプ、リミテイショナルタイプ

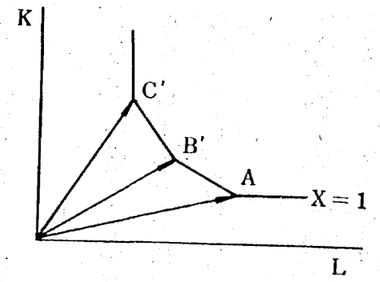
図1　各タイプ生産函数の比較

(イ)　レオンティエフタイプ



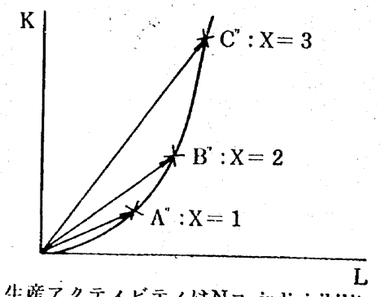
生産アクティビティは1コ。divisibilityを仮定。

(ロ)　リニアープログラミングタイプ



生産アクティビティはNコ。divisibilityを仮定、等量曲線が画ける。

(ハ)　リミテイショナルタイプ



生産アクティビティはNコ。indivisibilityを仮定。

の三者の関係は図1で明らかになるだろう。

図1では通常の無差別図と同じ形で、かつ労働投入量（L）と資本投入量（K）を例にとって図示してある。limitationalな投入函数型が、リニアープログラミングタイプに加えて、アクティビティの分割不可能性を仮定した場合に相当することがわかるであろう。

〔一・7〕商品分類の規準

先に測定対象の単位を定めるにあたり、ある基準の下に定義された商品に対応する具体的資本財としてプラントという単位を採択した。しかし商品分類の規準とは何かがあらためて考察されねばならない。何故ならば、商品の分類規準の大小に応じて、測定対象の単位を変えることも可能だからである。

さて製品の質を同じくするものを同一商品と呼ぶことは、単なる抽象的な定義であって、現実には何らかの規準の下に実

際にこれらを分類しなければならない。わが国の商品分類は日本標準商品分類（細分類は六桁分類）に従っているが、もしその四桁分類に含まれるものを類似商品とみなせば、産業（小分類）すら同一類似商品を生産している同質事業所の集合体と考えられるのである。又逆に、六桁分類（細分類）ですら、厳密に云えば質や銘柄を異にする類似商品の集合であって、単一商品とはみなされない。

どの程度までの分類（clasification）をもって同一商品とみなすべきかは、それらの下での計測結果の有効性（たとえば統計的安定性）にかかわる問題であって、予め決定することはできない。そこでこの研究では、入手し得る最も細分化された分類（日本標準分類六桁）から、産業小分類（同分類四桁）までの範囲をとり、それに応じて測定対象の単位を設定した。その関係は次の通りである。

呼称	日本標準商品分類規準	測定対象の単位
(イ)商品ベース	六桁分類	その商品に対するプラント
(ロ)事業所ベース	五桁分類（六桁分類の複合）	プラントの複合体としての事業所
(ハ)産業規模ベース	四桁分類	事業所の複合体としての産業内規模別の平均事業所

(ロ)についてみれば、最も細分化された商品分類（六桁分類）の基準の下では、プラントの複合体である事業所（実際に殆どの事業所では product-mix の状態にある）は、すでにある程度の商品混合を含んだ対象である。けれども他方五桁分類を採用し、それに含まれる六桁分類の商品を類似商品とみなせば、事業所単位はそれら同一（類似）商品に対応する単一測定対象と考えられるであろう。同様のことは産業規模別平均事業所に対しても云うことができる。これらの分類は単なる程度の差であって、これらの範囲のおのおのに対し計測を行ない、その結果の有効性から判断してあらためて分類規準を決定すべき性格のものである。

さてこのような商品分類規準の恣意性は、他面、生産函数計測に当っての集計の程度に関係する。すでに macroaggregate のレベルでは、集計的代替的生産函数が適用し得る余地があり、経済量を disaggregate する程、固定技術係数的な投入函数が最近の支配的な論議の傾向であることを指摘した。しかしどの程度の集計の仕方が妥当な線であるかは、経験的に確認された訳ではない。そこで第二節以下では、上記の事業所ベース及び産業規模ベースについても代替的生産函数と limitational な投入函数の両方について計測を行ない、その結果を比較検討することにする。商品ベースについては limitational な投入函数だけを問題にし、クロスセクションにおいても時系列においても、統計的に安定するような投入函数型を決定した。

第二節　計測の方法

〔二・1〕この研究の目的は製造工業部門の投入・産出の構造に関し、最も安定した生産函数の形を、統計的に決定することである。ここにおける「統計的安定性」の基準とは「(イ)採用された函数型の近似度が高く、(ロ)どのパラメタに対しても推定値の標準誤差が一様に小さく、(ハ)かつ時系列に対してもそれら推定値の値が安定し、(ニ)さらに多数商品について共通の函数型が良好に当てはまる」の四点を意味する。

〔二・2〕生産の投入―産出の構造の統計的決定には、基本的にはクロスセクションデータに対する回帰分析が採用された。クロスセクション分析は、次の利点をもつと考えられる。

(イ) 各変数が価値タームではかられているとき、時系列分析で生じてくる価格変動の影響を、クロスセクション分析では回避することができる。

(ロ) われわれはデータの制約上、実際の測定の単位を基本的には各事業所に置いた。即ち、各事業所に対して調査された投入―産出に関する資料を用いているのである。各事業所を標本点とするクロスセクション分析では、広い幅にわたって、① 産出量の規模の格差、② 生産性格差、③ Vintage の差等が観測される故、生産函数計測に対しては、統計的安定性が増大する。

(ハ) 一般に各時点では、たとえ同一商品の生産に対しても小規模事業所から大規模事業所まで広く分布しているので、規模の経済性の有無を検定するのに好都合である。

(ニ) 時間に関係する技術進歩の影響を計測上回避することができる。このことは逆にクロスセクション分析の計測結果を時系列に並べることによって、技術進歩率を純粋に抽出することを可能ならしめる。

われわれは、基本的にはクロスセクション分析を採用し、時にはクロスセクションと時系列の併用、あるいはデータをプールして用いることにした。

〔二・3〕さてこの研究で統計的に比較の対象となった生産函数は次のようなものである。

〔A〕クロスセクション分析に対しては次の五つの函数がとりあげられた。

(a) 要素代替的、連続的な同次函数 $(X=f(y_1 \cdots\cdots y_n))$

(a—1)　$X=bIIy_i^{\alpha_i}$　ダグラス型生産函数

$\sum \alpha_i=1$ or $\sum \alpha_i \neq 1$　$i=1, 2, \cdots\cdots, n$

(a—2)　$X=r[\delta y_1^{-\rho}+(1-\delta)y_2^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$　C.E.S 型

(b) Limitational な投入函数 $(y_i=f_i(X),\ i=1, \cdots\cdots, n)$

(b−1)　$y_i=\beta_i X^{\alpha_i}$　　$i=1, 2, \ldots\ldots, n$　　指数型

(b−2)　$y_i=\alpha_i X+\beta_i$　　$i=1, 2, \ldots\ldots, n$　　線型

(c)　上記の特殊な型として固定的な投入係数

(c)　$y_i=\alpha_i X$　　$i=1, \ldots\ldots, n$　　レオンティエフ型

〔B〕クロスセクションと時系列の両方をプールした場合には次の三つを比較した。

(a−3)　$X=b10^{\gamma t}\Pi y_i$　　$i=1, 2, \ldots\ldots, n$

(b−3)　$y_i=\beta_i 10^{\alpha_i t}X^{\alpha_i}$　　$i=1, 2, \ldots\ldots, n$

(b−4)　$y_i=\alpha_i X+\gamma_i t+\beta_i$　　$i=1, 2, \ldots\ldots, n$

ここで　y_i；各投入量

X；生産量

〔二・4〕以下に、上記函数型の比較検定に対し、大きく分けて次の四種類の計測がなされた。

使用データの性格	分析	期間	対象産業又は品目数	統計調査名	計測番号
(1) 産業別・規模別集計データ(戦前)	クロスセクションと時系列	昭和五年〜一〇年	製造工業九産業	工場統計表	計測Ⅰ
(2) 産業別・規模別集計データ(戦後)	クロスセクション	昭和三六年	全産業	工業統計調査	計測Ⅲ
(3) 事業所ベースの個票データ(商品別も含む)	クロスセクション	昭和三六年〜	紙五産業 鉄三産業	工業統計表(個票)	計測ⅡⅣⅤ
(4) 商品ベース物量タームデータ	クロスセクションと時系列	昭和三〇年〜三九年	紙産業三品目	労働生産性調査(個票)	計測Ⅵ

◎計測〔Ⅰ〕では、戦前工場統計規模別資料を利用し、

〔Ⅰ−1〕戦前各年クロスセクション分析で製造工業九産業に対し、(a−1)式(b−1)式の計測比較がなされた。

〔Ⅰ−2〕昭五年〜一〇年にわたるクロスセクションと時系列をプールして、上記九産業に対し、(a−3)式と(b−3)式の計測比較がなされた。（付表第一表、第二表）

◎計測〔Ⅱ〕昭和三六年工業統計産業細分類別規模別資料を使用し、全産業について、

(a−1)式、(b−1)式を比較　（付表第三表）

◎計測〔Ⅲ〕昭和三六年工業統計表事業所別クロスセクションデータを用い、紙（五産業）、鉄鋼（三産業）について、

(a−1)式、(b−1)式、(b−2)式を計測比較

〔Ⅰ〕〜〔Ⅲ〕までの計測結果から、各年次毎のクロスセクション分析においても、又その時系列に対する安定度についても Limitational な (b−1) 式が他の代替的生産函数よりも、統計的に良好であると結論された。

しかし以上の計測は、商品毎の生産函数ではなく、多かれ少なかれ、Product-mix を含んだままの、産業ベース、規模ベース、事業所ベースの集計資料を基礎にしている。そこで Product-mix の影響がどの程度のものであるかを確認しなければならない。（以下の計測）

◎計測〔Ⅳ〕昭和三六年工業統計表個票を用い、商品ベースで、紙・鉄、計約七〇品目につき、レオンティエフ投入係数の規模に対する安定性の検定を行った。(c)式の検定。

◎計測〔Ⅴ〕計測〔Ⅳ〕と同じデータを用い、商品ベースで、同七〇品目につき Limitational な投入函数 (b−2) 式の測定を行い、規模の経済性を検証した。

◎計測〔Ⅵ〕昭和三〇年−三九年にわたる労働生産性調査の原票を利用し、紙三商品について、商品ベース、物量ターム

の労働投入函数の形を決定した。クロスセクション時系列両者の併用による（ｂ—3）式、（ｂ—4）式の計測比較をした。

〔二・5〕 上述のような順序で戦前、戦後のクロスセクション及び時系列に対する資料を、可能な限り多数利用し、又目的に応じてデータの再集計を行い、諸種の角度から実験計測を行った結果、投入—産出の最も基本的な関係つまり生産函数は次のような性格をもつことが明らかになった。

(イ) 最も基本的な関係は商品ベースの生産函数によって経験的に把握される。

(ロ) そこでは、要素代替的かつ連続的な同次函数よりは、むしろ、各投入が Limitational な関係にある投入函数の方が、クロスセクション分析においても、又時系列に対しても、より統計的に安定した結果を与える。

(ハ) ある商品群の生産については、明確に規模の経済性又は非経済性の存在が計測される。これら商品群については収益不変の仮定は成立しない。

(ニ) 規模の経済性又は非経済性の影響は一般に各投入毎に別々の大きさや、方向をもっていることが確認される。

(ホ) どの商品でも、一般に中間財投入に関しては収益不変の仮説が妥当するように見える。他方一般に労働投入係数については、規模の経済性、資本投入係数に関しては、規模の非経済性が働くという傾向が見られる。もちろんどの投入係数についても収益不変であるようなケースが多くの商品について観察される。

(ヘ) 規模の経済または非経済の働くような商品の生産では、生産要素の代替は、産出規模の変化を通じてのみ生起する。(Semi-Substitutability)

(ト) われわれが統計的に比較検定した諸生産函数型のうち、各時点のクロスセクションに関しても、又比較的長期にわたる時系列に対しても、最も安定した函数型は、次のような Limitational な投入函数であることが経験的に確認された。

$$y_i=\beta_i 10^{\gamma_i t} X^{\alpha_i}, \quad i=1, 2, \cdots\cdots, n$$

ここに y_i 各投入量、X_i 産出量水準、t 時間

(チ) (イ)〜(ト)までの項は、商品ベース（物量ターム）の計測〔Ⅶ〕で最も明瞭に観察されるが、産業・規模ベース又は事業所ベースの計測〔Ⅰ〕〜〔Ⅳ〕においても、同様に確認される。

第三節　産業規模ベース生産函数の計測

〔三・1〕 戦前産業規模平均事業所ベースの計測

◎計測〔Ⅰ—1〕 戦前の工場統計表、従業員規模別データを用い、各年毎に（昭和五〜一〇年）

$$(a-1) \quad X=bL^{k}K^{j}$$

$$(b-1) \quad L=\beta_L X^{\alpha_L}, \quad K=\beta_K X^{\alpha_K}$$

を計測した。

九つの産業、（三四）鉄、（四五）鋳物鍛鋼、（八二）紡織機械、（八八）工作機械器具、（九〇）製紙機械、（九三）印刷機械、（一三六）セメント、（一七一）製紙、（一九一）印刷製本、についての毎年の計測結果が別掲第一表に記載されている。ここでは下に紙産業だけを例にとり比較しやすい形に表1にまとめておいた。（資料の説明は別表第一表注を参照せよ）

◎計測〔Ⅰ—2〕 計測〔Ⅰ—1〕と同じデータを用い、クロスセクションと時系列をプールして、次の式を計測し結果を比較した。

表 1.　製　紙　業　(昭和5年～10年)

(a—1)　$X=bL^kK^j$　　(b—1)　$L=\beta_L X^{\alpha_L}$　　$K=\beta_k X^{\alpha_k}$

	k	j	$k+j$	$\log b$	α_L	$\log \beta_L$	αk	$\log \beta_k$
昭和5年	1.7083	−0.1262	1.5821	2.615	0.6611	−1.763	1.0286	−3.1748
t-Value	(13.480)	(1.5633)		(27.227)	(547.6)	(11.73)	(115.6)	(3.14)
6年	1.3015	0.1431	1.4446	2.684	0.6513	−1.694	1.0577	−3.3123
	(6.535)	(1.1710)		(24.001)	(657.4)	(14.19)	(239.2)	(6.76)
7年	1.4689	0.0322	1.5011	2.633	0.6551	−1.708	1.0733	−3.3972
	(3.582)	(0.1291)		(12.745)	(405.10)	(8.73)	(228.1)	(6.46)
8年	1.8120	−0.1681	1.6439	2.537	0.6526	−1.731	1.0855	−3.6792
	(4.228)	(0.6219)		(10.224)	(357.96)	(7.54)	(185.0)	(5.21)
9年	1.3173	0.1851	1.5024	2.643	0.6103	−1.524	1.0169	−3.2354
	(2.645)	(0.6219)		(8.178)	(258.9)	(4.487)	(180.7)	(4.28)
10年	0.6755	0.4942	1.1697	3.077	0.6510	−1.735	1.1321	−3.8479
	(3.936)	(5.0044)		(29.063)	(418.2)	(8.449)	(502.8)	(13.8)

表 2.　製　紙　業　(昭和5年～10年)

(a—3) 式　　$X=b10^{\gamma t}L^kK^j$

	k	j	$k+j$	γ	$\log b$	R	d.f.
S. D.	1.439	0.062	1.501	0.0106	2.583	0.9975	49
	(0.133)	(0.080)	—	(0.0053)	(0.081)	—	
t-Value	(10.80)	(0.78)	—	(2.00)	(31.79)	—	

	(b—3)式　$L=\beta_L 10^{\gamma_L t}X^{\alpha_L}$				(b—3)式　$K=\beta_k 10^{\gamma_k t}X^{\alpha_K}$				
	α_L	$\log \beta_L$	γ_L	R	α_k	$\log \beta_k$	γ_k	R	d.f.
S. D.	0.645	−1.644	−0.0055	0.9975	1.084	−3.139	−0.0393	0.9916	50
	(0.006)	(0.054)	(0.0030)	—	(0.019)	(0.165)	(0.0092)	—	
t-Value	(99.6)	(30.26)	(1.8213)	—	(54.21)	(18.98)	(4.25)	—	

(a—3)　$X=b10^{\gamma t}L^kK^j$

(b—3)　$\begin{cases} L=\beta_L 10^{\gamma_L t}X^{\alpha_L} \\ K=\beta_k 10^{\gamma_k t}X^{\alpha_k} \end{cases}$

対象産業は前記九産業である。計測結果は別掲第二表に掲げてあるが、説明のため、例として製紙産業についてだけ簡単に上の表2にまとめておいた。

計測〔I—1〕、〔I—2〕の結果、観測される事実を要約すれば次のようである。

(a)　代替的ダグラス型函数(a—1)式 $X=bL^kK^j$ の計測においては、k、j の推定値が時系列で非常に大きく変動する。とくに j の値の標準誤差は相対的に大きく不安定である。又、時に生ずる j の推定値の負値をわれわれは説明することができない。(表1)

(b)　(a—1)式に比較し、(b—1)式 $L=\beta_L X^{\alpha_L}$, $k=\beta_k X^{\alpha_k}$ の推定では α_L、β_L、α_k の値が時間に対しきわめて安定しており、かつすべてのパラメタ推定値の標準誤差は小さく、安定している。(表1)

(c)　クロスセクション・時系列のプールしたデータの利用では、(a—3)式 $X=b10^{\gamma t}L^kK^j$ j の値が有意に計測されない。又 k の値に比べて、j の値が異常に小さい。$\frac{\partial X}{\partial L}\cdot\frac{L}{X}=1.439$ は経済学的に考えて過大な値であり、又 $\frac{\partial X}{\partial K}\cdot\frac{K}{X}=0.062$ は過小である。$k+j>1$ すなわちこの形の計測による収益逓増が見られる。(表2)

(d)　(a—3)式に比較して、(b—3)式 $L=\beta_L 10^{\gamma_L t}X^{\alpha_L}$, $K=\beta_k 10^{\gamma_k t}\cdot X^{\alpha_k}$ の推定結果は、非常に安定した推定値を与えている。

以上の観察から、(a—1)式よりは(b—1)式、(a—3)式よりは(b—3)式が統計的に有効な函数型であることが示される。同様な傾向が戦後データについても見られるであろうか。

以下戦後の分析が、計測〔II〕～〔VI〕で試みられる。

〔三・2〕　戦後の産業規模ベースによる計測〔II〕(注1)、全産業

データは工業統計表、昭和三六年の規模別データで、産業小分類毎に、それに属する産業細分類規模別の数値を標本点にとってクロスセクションで分析した。対象産業は全産業であるが、そのうち計測の自由度が一〇以上のものだけをえらんで、先の(a—1)式ダグラス型と(b—1)式指数型投入函数を計測した。結果は、別表第三表に掲げてある。計測〔I〕と同様、(a—1)式 $X=bL^kK^j$ の j の値は不安定であり、産業によって有意でない場合が多い。又、k の値が大きく、j の値は非常に小さい

表 3.　昭和36年工業統計表ダグラス型と指数型の比較

(a—1)　$X=bL^kK^j$		k	j	$\log b$	$k+j$	R	D.f.
241	洋　紙	1.0396	0.1055	1.7802	1.1451	0.9582	112
	S.　D.	(0.0689)	(0.0406)	(0.1188)		(0.9574)	
	t-Value	(15.088)	(2.604)	(14.976)			
242	板　紙	0.9195	0.2393	1.5234	1.1588	0.9648	
	S.　D.	(0.0557)	(0.0316)	(0.1041)		(0.9641)	111
	t-Value	(16.496)	(7.5675)	(14.624)			
243	和　紙	0.8939	0.2189	1.5593	1.1128	0.8743	
	S.　D.	(0.0583)	(0.0292)	(0.1373)		(0.8729)	195
	t-Value	(15.34)	(7.507)	(11.3551)			

(b—1)　$L=\beta_L X^{\alpha_L}$					(b—1)　$K=\beta_k X^{\alpha_L}$			
	α_L	$\log \beta_L$	γ	D.f.	α_k	$\log \beta_k$	γ	D.f.
241　洋　紙	0.7636	−1.0649	0.9557	115	1.1779	−1.7671	0.8671	115
	(0.02213)	(0.1708)			(0.0636)	(0.5026)		
	(34.496)	(4.9774)			(18.5115)	(3.5159)		
242　板　紙	0.7114	−0.8279	0.9461	114	1.1563	−1.5932	0.8726	114
	(0.02299)	(0.1708)			(0.06116)	(0.3666)		
	(30.931)	(4.8457)			(18.9035)	(4.3642)		
243	0.6082	−0.1839	0.8346	198	1.0086	−1.03135	0.6929	198
械機すき和紙	(0.02868)	(0.1620)			(0.07495)	(0.3579)		
	(21.207)	(1.1352)			(13.4574)	(2.8813)		

ように計測される。一方（b—2）式の α_L、α_k の値は、産業間を通じて、比較的安定し、α_L は 0.60～1.05 の範囲 α_k は 0.90～1.30 の間にその大部分が入る。ここでも又、（a—1）式よりは（b—1）式の方が統計的に安定しているように推論される。

（注1）　この計測は「わが国製造工業における投入構造」E・P・Aにおいて、斎藤昌二氏によってなされた。

〔三・3〕　昭和三六年クロスセクション分析——各事業所毎の個表ベースによる計測〔Ⅳ〕

データは昭和三六年工業統計表の各事業所毎の個表で、産業毎にクロスセクション分析を試みた。ここには紙産業のうち「洋紙」「板紙」「機械すき和紙」の三産業だけを掲げる。計測式は

（a—1）　$X=bL^kK^j$

（b—1）　$L=\beta_L X^{\alpha_L}$, $K=\beta_k X^{\alpha_k}$

結果は上の表3にかかげてある。

これらの結果の比較は次のように要約される。

(a)　両計測共にかなり自由度が大なるにも拘らず、良好な fit を与えている。

(b)　（a—1）計測では $k+j>1$, （b—1）では、$\alpha_L<1$、$\alpha_k>1$、即ち収益不変の仮定は成立しない。

(c)　k 及び j の推定値の t-Value は何れも α_L、α_k の推定値の t-Value より小である。特に j の推定の t-Value は小さい。（各パラメタの安定性についての一様性）

(d)　（a—1）式の代替性については、労働の弾力性 k は 1 に近く、資本の弾力性 j は 0.1～0.2 程度で非常に小さい。

(e)　統計的には、（b—1）は（a—1）に劣らず良い fit を示しているように思われる。（相関係数の比較）

〔三・4〕　計測〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕、〔Ⅲ〕の綜合的比較

計測〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕、〔Ⅲ〕を比較してみると次のように云えるだろう。

（a—1）式、（b—1）式両推計に対し、

(a)　両函数の近似度についてはほぼ同程度であるが、多くの場合、労働投入函数 $L=\beta_L X^{\alpha_L}$ の近似度は屢々 $X=bL^kK^j$ の近似度に匹敵する場合が多い。（重相関係数の比較）

(b)　（a—1）式の計測では、j の推定値は k の推定値に比べて、より不安定である。（t-Value）一方（b—1）式の計測では、α_L の推定値と共に α_k の推定値も同程度に安定する場合が多い。又、k、j よりも α_L、α_k の方が安定性を示す。（各パラメタの安定性に関する一様性）

(c)　（a—1）式の各パラメタは時系列に対し、きわめて不安定であるに反し、（b—1）式では、非常に安定している。（時系列の安定性）

(d) さらに、(b—1) 式は、多くの産業部門について例外なく良好に fit する。

さて以上は統計的安定性（有意的）に関する比較の検定であった。そこで推定されたパラメタの値の経済学的な意味について若干の考察を試みよう。

(e) 種々の産業部門、又は種々の商品（後節で計測）に、(a—1)式、ダグラス型、又はC・E・S型（別表第四表参照）を fit するとき、しばしばこの例のように、労働の分配係数 k（又はC・E・S型においては δ）の値が、非常に大きく計測されることがある。時には $k>1$ の場合すらある。しかもこれらは一般に装置工業的な、化学、石油石炭製品、セメント、洋紙、非鉄金属等に k が大きく推定されることを知る（別表第三表参照）。実際かかる産業で、代替的生産函数を想定し資本投入を一定にしておいて、労働のみを二倍にするとき、産出量が二倍あるいは、それ以上に増大し、一方、労働を一定にしておいて資本を二倍にするときには、その産出量（生産能力）が僅かに $2^{\frac{1}{10}}\sim 2^{\frac{2}{10}}$ 倍程度しか増大しないということは、実状に照らして奇妙な結果であると云える（資本労働の代替の程度が余りに大きすぎる）。これらの結果は、Capital-Homogeneous な資本投入の前提の下に代替的に構成された生産函数の性質に基づく解釈であって、この解釈を回避するためには、Capital-Heterogeneous な生産函数を再構成しなければならぬことを示唆するであろう。

(f) レオンティエフの投入係数は、かかる Limitational な生産函数（b—1）式において、$\alpha_L=\alpha_k=1$ の場合である。規模又は事業所ベースのこれらの計測で見る限り、少くともある産業、あるいは事業所群では固定投入係数の仮定に反し、規模の影響を受けて変動すると予想される。しがしレオンティエフ投入係数の安定性については、商品ベースの計測〔Ⅳ～Ⅵ〕がなされるまで結論を出すことはできない。

(g) (a—1) 式の推定では多くの場合、$k+j>1$ が見られたが、とくに (b—1) の計測では、各要素毎に規模の経済性が異った方向に働くことが計測された。通常規模の経済性は単位費用が規模の増大と共に変化すると定義される。

(Silverston〔35〕) 単位費用は、生産要素をL・K・Mとし、(b—2) 型の投入函数を想定すると、

$$\text{Unit Cost}=\frac{1}{X}(WL+\gamma K+P_M\cdot M)=W\frac{L(X)}{X}+\gamma\frac{K(X)}{X}+P_M\frac{M(X)}{X}$$

と定義される故、次のように推論される。

(b—1) 式で、$\alpha_L<1$ の場合は労働原単位係数 $\frac{L(X)}{X}$ が、Xの増大と共に減少すること、$\alpha_k>1$ は、同時に資本の原単位係数 $\frac{K(X)}{X}$ が規模と共に増大することを意味する。（後節で見られるように $M=\beta_M X^{\alpha_M}$ において $\alpha_M\fallingdotseq 1$ であった。すなわち多くの場合、原材料に関しては収益不変。）

かなりの部門について、$\alpha_L<1$, $\alpha_k>1$ という計測結果を得たことは、そこでは規模の経済性が、各要素毎に異った方向に働くことを示している。このように規模の経済性は、それぞれの要素毎に分解してはかられることが正確であり、かつその方向と大きさの組合わせ、及び各要素価格の相対比によって、Unit Cost Term における規模の経済性が規定さるべきであろう。

かくして、われわれは、Capital-Homogeneous の前提の下に構成された代替的生産函数よりは、後にのべるようにCapital-Heterogeneous な性質を含む Limitational な投入函数の設定の方がより統計的に安定していると結論することができるだろう。

第四節　商品ベース生産函数の計測

〔四・1〕 商品ベース生産函数の意味と計測式

データが事業所ベースに構成され、かつそれら事業所が一般に二種類以上の商品を生産しているとき（Product-mix）には、

計測された生産函数は、事業所そのものに関する生産効率をはかることになる。従って事業所毎に商品構成が異なれば、計測されたパラメタも変動する可能性があろう。

又、計測〔I〕—〔III〕では、

(b—2)　$y_i=\beta_i X^{\alpha_i}$

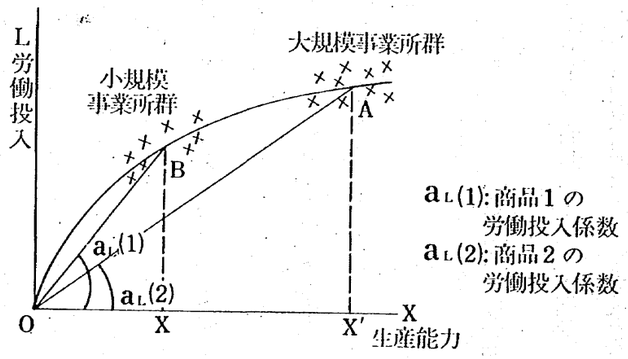
がどの産業にも、又、時系列でも良好な fit を与えた。しかし事業所ベースの投入函数が、商品ベースの商品混合に関する合成物である限り、上の図に示されたような結果が、(b—2) 式の形になって計測されているのかも知れない。すなわち、

(イ)　各商品ベースでは固定投入係数（(c) $y_i=\alpha_i(X)$ が支配的である。にもかかわらず、事業所ベースでは、

(ロ)　大規模事業所程、商品混合において、生産性の高い商品を多く生産している。

たとえば図2において、商品1と商品2を生産している事業所群を考える。商品2の方が労働投入係数は小さいとせよ。今、大事業所群は、相対的に商品(2)を多く生産し、小事業所群では、相対的に商品(1)を多く生産しているような場合、事業所ベースの見かけ上の投入函数は、OBCA曲線で観測される可能性がある。

図2　事業所ベース投入函数



そこでこの可能性の有無をしらべるためには、事業所ベースのデータはさらにこれを商品ベースにまで分解しなければならない。この節では商品ベースの投入函数が、次の三つの函数型の何れによって、良好に計測されるかを検定する。

各時点のクロスセクション分析に対しては、

(c)　$y_i=\alpha_i X$　レオンティエフ型

(b—1)　$y_i=\beta_i X^{\alpha_i}$　指数型

(b—2)　$y_i=\alpha_i X+\beta_i$　線型

クロスセクション及び時系列併用の場合には

(b—3)　$y_i=\beta_i 10^{\gamma_i t} X^{\alpha_i}$

(b—4)　$y_i=\alpha_i X+\gamma_i t+\beta_i$　何れも $i=1, 2, \cdots\cdots, n$

〔四・2〕商品ベース生産函数計測上の障害

商品ベース生産函数計測上の最大の障害は、商品ベースの産出と投入に関する経済資料の不完全性、とくに品目別に構成された各投入量に関する資料が殆んど皆無の状態にあることである。幸いにわれわれは、不完全ながら二種類の資料を利用することができた。一つは、一九六三年工業統計表の事業所別個表であって、これには、品目別産出量が記載されている。これを利用して、各事業所内における総投入量を、統計的手続によって、製品毎の投入量に振り分けるという方法が試みられた。他のもう一つの資料は昭和三〇年～三九年にわたる労働生産性調査の個表であって、これにはよく定義された商品毎に、産出量（物量）と労働投入量を記載してある。われわれは、直接にこれを用いて、クロスセクションと時系列の両者に対する労働投入函数を確定することができる。只、後者の資料には他の投入量（資本、原材料）に関するデータが記載されていない。

〔四・3〕工業統計表個票によって得られる資料の性格

次の計測〔IV〕と計測〔V〕に用いられたデータは、昭和三六年工業統計票の個表で、紙及び鉄鋼産業に属する、約二、五〇

表 4.　変数の記号と Data

X_{ij}	j 事業所で生産された i 商品の産出水準（単位千円）
X_j	j 事業所の総産出量（実際には出荷高）
L_{ij}'	j 事業所で i 商品生産のために投入された労働量（単位人）（実際にはこのデータは得られない）
L_j	j 事業所の総労働者数
K_{ij}'	j 事業所で i 商品生産のために用いられている機械設備の固定資産額（単位千円）（実際にはこのデータは得られない）
K_j	j 事業所の機械設備，年初現在高（単位千円）
M_{ij}'	j 事業所で i 商品生産のために用いられた原材料投入額（実際にはこのデータは得られない）
M_j	j 事業所の総原材料使用額（単位千円）

○事業所の個別表である。これらは紙の商品六桁分類で約四〇品目、鉄の約三〇品目を生産している。そこに得られるデータと、計測式に表われる変数との対応関係は上表の通りである。(注)

この表で、X_{ij}はデータとして得られるが、L_{ij}'、M_{ij}'、K_{ij}'のデータは実際には得られない。しかし次の定義恒等式が各事業所毎に成立つ。

$$L_j \equiv \sum_{i=1}^{l(j)} L_{ij}'$$

$$K_j \equiv \sum_{i=1}^{l(j)} K_{ij}' \qquad \text{ここに } l(j) \text{ は } j \text{ 事業所の生産品目数を表わす。}$$

$$M_j \equiv \sum_{i=1}^{l(j)} M_{ij}'$$

（注）理論的には生産規模は各プラント、又は各事業所の生産能力がとられなければならない。現実の経済データとして生産能力に対応するものが得られない。そこでわれわれは、産出水準 X_{ij} をもって理論の要請する生産能力、変数に代えざるを得なかった。しかしこの bias はそれ程大きくはないと考えられる。

〔四・4〕レオンティエフ投入係数の安定性に関する検定、計測〔Ⅳ〕

（c 式の検定）

今 i 商品について、固定投入係数の安定性は統計的には次の実験式によって検証されうる。

$$(4\text{—}1) \qquad L_{ij}' = \alpha_L^i X_{ij} + U_i$$

$$(4\text{—}2) \qquad M_{ij}' = \alpha_M^i X_{ij} + V_i$$

$$(4\text{—}3) \qquad K_{ij}' = \alpha_K^i X_{ij} + W_i$$

ここに U_i、V_i、W_i は Random Variable で平均〇、分散一定であるとする。

もし一事業所が一商品のみを生産しているならば、事業所ベースのデータを利用して直接（4—1）（4—2）（4—3）式からその商品の生産函数を測定できる。けれども、われわれの扱った殆どの事業所は二商品以上の多数商品を生産しているのが普通であった。その場合には事業所別に、商品毎の投入量 L_{ij}'、K_{ij}'、M_{ij}' のデータがないと（4—1）—（4—3）式を直接計測できない。

そこで、全商品を幾つかにグループ分けし、その各グループ毎にあらかじめ幾つかの商品群（$i=1, 2, \ldots\ldots, n$）を指定し、そのうちの何れか一つあるいはそれ以上の商品を生産している事業所群を選定した。

次に、（4—1）—（4—3）式を（I）′の如く変形する。

$$(\mathrm{I})' \qquad L_j = \sum_{i=1}^{n} L_{ij}' = \sum_{i=1}^{n} \alpha_L^i X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} U_i$$

$$M_j = \sum_{i=1}^{n} M_{ij}' = \sum_{i=1}^{n} \alpha_M^i X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} V_i$$

$$K_j = \sum_{i=1}^{n} K_{ij}' = \sum_{i=1}^{n} \alpha_K^i X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} W_i$$

このグループに属する任意の事業者は、指定された商品の何れかを生産している。従って（I）′式においてわれわれはすべての変数に関するデータを得ることができるから、（I）′を用い各商品グループ毎に単一商品の投入係数を統計的に決定すること

表 5.　（I）式の常数項の有意度検定　（　）の中は t-Value

		β_L		β_M		β_K	
紙	241	+682	(1.15)	+39,006	(0.35)	−67,468	(0.38)
	242	+509	(2.20)	+ 6,221	(0.27)	−49,208	(0.89)
	243	+172	(1.96)	+ 509	(0.06)	+ 3,049	(0.60)
	244	+349	(3.17)	+ 7,017	(0.59)	+ 599	(0.10)
	245	+384	(13.23)	+11,222	(3.72)	+ 3,167	(3.11)
鉄鋼	342	−110	(0.32)	+19,131	(0.35)	− 1,614	(0.04)
	343	+713	(10.09)	− 1,179	(0.79)	+ 2,977	(0.62)
	344	+458	(24.95)	− 7,303	(4.82)	− 3,637	(7.29)

ができる。

実際の計測式では、（I）′の各式に各常数項βを付与した次の（I）式を用いた。

$$L_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_L^i X_{ij}+\beta_L+U. \qquad \text{Where}$$

$$(\mathrm{I})\quad M_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_M^i X_{ij}+\beta_M+V. \qquad U=\sum U_i,\ V=\sum V_i,\ W=\sum W_i$$

$$K_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_M^i X_{ij}+\beta_K+W.$$

β_L、β_M、β_Kの導入に経済的意味はない。しかしもし、β_L、β_M、β_Kのどれかが、有意に零と異るならば、各投入係数の規模に対する一定性（収益不変）の仮定は、統計的に棄却されるであろう。

（I）の計測結果の詳細は別掲第五表に載せてある。常数項は表5にまとめられてある。これらの結果は次のようにまとめることができる。

(a)　すべての計測ケースは一様に良好な統計的 fit を示した。すなわち、Adjusted Multiple correlation coefficient はすべてのケースで、労働及び原材料投入函数に関し〇・九〇以上、資本の投入函数についても〇・七九以上を示した。自由度が非常に大きいので、これらはほぼ満足すべき良好な結果であるといえる。

(b)　各パラメタの標準誤差はかなり小である。

(c)　常数項に関しては、上の表5の通りであった。

大部分の計測ケースにおいても、有意に $\beta_L>0$、であると云える。

一方、大部分について $\beta_K=0$、$\beta_M=0$ の仮説は棄却できない。

(d)　そこで次のように結論する。少くとも労働投入函数に関しては、収益不変の仮定は成立しない。原材料投入函数については、爾後、固定投入係数の仮定（収益不変）が成立つものとする。資本投入函数については次の計測〔V〕で改めて検討することにしよう。

〔四・5〕　商品ベース線型投入函数の計測

さて各商品毎に、労働及び資本の投入函数が、次の（b—2）式で近似されるものとしよう。

$$(\text{b—1})\qquad L_{ij}'=\alpha_L^i X_{ij}+\beta_L^i+U_i$$

$$K_{ij}'=\alpha_K^i X_{ij}+\beta_K^i+V_i$$

計測〔V〕と同様の手続を行って、（b—2）の各式を、商品の数に関して合計する。

$$L_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_L^i X_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\beta_L^i Z_{ij}+U$$

$$(\mathrm{II})\quad K_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_K^i X_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\beta_K^i Z_{ij}+V$$

ここにZ_{ij}は、ダミー変数であり、j事業所に対し

$$Z_{ij}=1 \quad \text{if } X_{ij}\neq 0$$

$$Z_{ij}=0 \quad \text{otherwise}$$

とする。このダミー変数の導入は、先の計測〔V〕における（I）式の常数項βを、各商品毎の投入函数β^iに分解するために導入

されたものである。

かくて、われわれは(II)をグループ分けされた計測式で $\hat{\beta}$ することにより、各商品毎の $\hat{\alpha}_L^i$、$\hat{\beta}_L^i$、$\hat{\alpha}_K^i$、$\hat{\beta}_K^i$ の値を知ることができる。これらの結果は別掲第六表にのせられている。それらの結果は次のように要約されるであろう。

(a) すべての計測結果は、先の計測〔V〕の(I)式の計測よりは統計的に良好な結果を与えた。（調整された重相関係数が(I)の場合より高い）

(b) 限界投入係数 $\hat{\alpha}_L^i$、$\hat{\alpha}_K^i$ の推定値が、(I)の場合ときわめて類似している。（この推定法の安定性を示す）

(c) ある商品群については有意に $\hat{\beta}_L^i \neq 0$、又は $\hat{\beta}_K^i \neq 0$ であった。この事は、商品ベース生産函数においても、規模の経済性が現われることを示している。（ある商品群については収益不変の仮定が成立しない）

(d) 計測された商品群について、$\hat{\beta}_L^i$ と $\hat{\beta}_K^i$ のとった符号の組合せが次の表に記されている。

この表から計測される全商品について

(イ) その七〇%の商品では　$\hat{\beta}_L^i \neq 0$

その四八%の商品では　$\hat{\beta}_K^i \neq 0$　であった。

全体の九〇%の商品では　$\hat{\beta}_L^i \geqq 0$

全体の七〇%の商品では　$\hat{\beta}_K^i \geqq 0$　であった。

つまり、労働投入函数に関しては、規模の経済性、資本投入函数に関しては、規模の非経済性の傾向が支配的に働くように思われる。

(e) 表の組合わせを見れば、規模の増大の影響が各投入に関して異った方向に働く場合のあることが示されている。

表 6

Paper Industry

β_L \ β_K	+	0	−	total
+	7	12	2	21
0	1	7	6	14
−	1	1	2	4
total	9	20	10	39

Iron & Steel Industry

β_L \ β_K	+	0	−	total
+	4	10	6	20
0	1	5	3	9
−	0	3	2	5
total	5	18	11	34

(f) ある商品群については $\hat{\beta}_L^i = 0$ が、$\hat{\beta}_K^i = 0$ である。これらの商品群については、収益不変つまりレオンティエフ投入係数がよい近似を与えるであろう。

第五節　商品ベース物量タームのデータによる労働投入函数の統計的決定

〔五・1〕計測〔VI〕商品ベース投入函数の統計的決定に関して、労働生産性調査は、次の諸点に関し、最適な性格を備えている。

(イ) よく定義された商品分類の下に、各商品毎の産出―投入に関する調査がなされている。

(ロ) 年間産出量水準は物量(ton)、労働量はその商品生産のために投入された直接工年間労働時間を事業所別に調査している。

(ハ) 同一商品について、約一〇年間のデータが得られる。

従って、製品価格の時系列変動を考慮することなく純粋に投入函数を測定できる。このデータの短所は、資本及び原材料投入に関する資料がないことである。従って労働投入函数しか測定できない。

われわれは、先ず、紙産業の上質紙、板紙、機械すき和紙の三商品について次の式を計測した。昭和三〇年～三九年の各年に対し、クロスセクションデータで

(b−1)　$L = \beta_L X^{\alpha_L}$

(b−2)　$L = \alpha_L X + \beta_L$

を fit する。

次にクロスセクション時系列をプールして、

(b—3)　$L=\beta_L 10^{\gamma_L t} X^{\alpha_L}$

(b—4)　$L=\alpha_L X+\gamma_L t+\beta_L$

を当てはめた。

計測結果は、(b—3) 式が非常に良好な当てはまりを示した。計測結果は別表第七表に掲げられる。ここでは、上質紙だけについてその計測値を比較し易い形にまとめておく。(表7)

計測の結果は次のように要約できるであろう。

(a) クロスセクション分析でも時系列分析に対しても、商品ベース投入函数は、

(b—3)　$L=\beta_L 10^{\gamma t} X^{\alpha_L}$

の形がきわめて良好に βt し統計的に安定している。(各パラメタの t-Value は非常に高い)

(b) これらの商品では、$0<\alpha_L<1$、従って、明確に規模の増大は単位当り労働投入時間を減少させる。(規模の経済性の確認)

(c) γ は労働投入に関する技術進歩率で、上質紙では、年間約一・九%、板紙で年間約二・九%、機械すき和紙で約三・二%を示している。

(d) 各時点毎のクロスセクションでは、(b—1) 式 (指数型) (b—2) 式 (線型) の何れもが良好な βt を示す。しかし、各時点毎では線型の方が良好であるように思われる。この事は計測〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕の検定方法 (線型函数の βt) に一つの妥当性を与える。

(e) 線型函数 $L=\alpha_L X+\beta_L$ において、時間と共に、

(イ) α_L は明瞭に減少

(ロ) β_L は明確に上昇、

(ハ) その間平均産出規模Xは約二・二倍上昇

(ニ) 投入労働時間は、約一・三倍の上昇という現象が見出された。

この間の事情は上の図によって示される (図3)。

表 7.　洋紙(上質紙)の例　(昭和30年～39年)

(イ) クロスセクションと時系列をプール

計測式　$L=\beta_L 10^{\alpha_L t} X^{\alpha_L t}$,　$d.f.=394$,　$\bar{R}=0.946$

$\log L=2.373+0.779\log X-0.0192t$

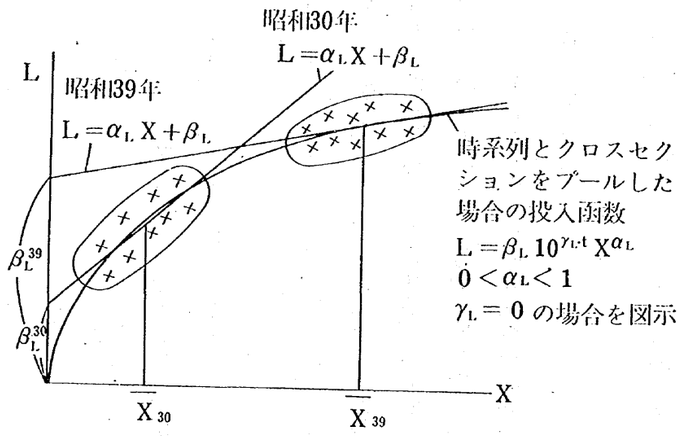
(60.53)　(72.36)　(6.05)

(　)の中は t-Value

(ロ) 各年クロスセクションの結果　計測式　$L=\alpha_L X+\beta_L$

時間(昭和)	30年	31年	32年	33年	34年	35年	36年	37年	38年	39年
$\bar{X}$ (平均生産量)	5,607	6,353	7,299	6,824	8,798	8,468	9,734	11,571	13,044	13,026
α_L	20.59	22.72	22.14	20.99	20.77	22.54	16.58	16.15	14.41	12.03
(t) Value	(24.03)	(20.12)	(19.14)	(14.50)	(23.09)	(14.28)	(16.00)	(20.06)	(13.20)	(14.28)
β_L	34,306	44,734	44,662	36,270	39,015	35,186	47,577	62,405	63,115	68,063
(t) Value	(4.24)	(4.28)	(3.76)	(2.63)	(2.67)	(1.78)	(2.97)	(4.36)	(3.08)	(4.32)
R(重相関)	0.9709	0.9572	0.9587	0.9203	0.9628	0.9052	0.9238	0.9602	0.9169	0.9253

図 3　限界投入係数の時間的変化



即ちこの年間の規模の拡大が、線型の投入函数を図3の如くシフトさせているものと推論されるのである。

第六節　結　語

〔六・1〕 Limitational な投入函数

第二節から第五節までの計測で、われわれが確認し得たことは次のように要約される。

(a) 商品ベースでは、商品の投入—産出の構造は次の指数型 Limitational な式で最も安定的に近似し得ることを知った。

(6—1)　$y_i=\beta_i 10^{\gamma_i t} X^{\alpha_i}$　　y_i; 各投入量　X; 生産規模　γ_i; 技術進歩率

又は労働、原材料、資本投入の形では、

$L=\beta_L \cdot 10^{\gamma_L} \cdot X^{\alpha_L}$

$$M=\beta_M\cdot 10^{\gamma_M\cdot t}X^{\alpha_M} \qquad (6-2)$$

$$K=\beta_K\cdot 10^{\gamma_K\cdot t}X^{\alpha_K}$$

ここに $\alpha_M \neq 1$, $\alpha_L \leqq 1$, $\alpha_K \geqq 1$ が各部門にわたり支配的であることが確かめられた。

即ち、ある商品群では、規模の経済性又は規模の非経済性が、各生産要素毎に異った方向に働くことが一般的であることがわかった。

(b) 一般には、マクロアグリゲイトの段階では、伝統的な集計的代替的生産函数（ダグラス型や、C・E・S 型）が妥当すると考えられてきた。しかし計測〔I〕〜〔III〕によれば、産業小分類の段階においてもなお、先の商品ベースの投入函数を基礎にする Limitational な投入函数が、伝統的な同次函数よりも良好に fitすることが確認された。産業はもともと同一（類似）商品の生産主体の集合と定義されているが、その程度は産業小分類位まであると投入—産出の構造的視点から推論される。

(c) もし (6—2) 式において、$\alpha_L \neq 1$, $\alpha_K \neq 1$ なる場合には労働と資本の代替はどのように生起するであろうか。産出規模Xを一定とする限り、各投入量は固定技術係数によって、完全補完的に定まっている。規模Xの変化を通じてのみ、労働と資本の相対投入量が変化する。もし $\alpha_L < 1$, $\alpha_K > 1$ ならば、規模の拡大を通じて、労働から資本への代替が起きるであろう。規模の拡大は、より労働節約的な、かつ、より資本使用的な機械への選択の変化を通じて実現していることになる。

もし、$\alpha_L=\alpha_K=\alpha_M=1$ の成立つ商品群では、レオンティエフ投入係数が妥当するであろう。この場合には勿論各投入要素間の代替はおきない。

〔六・2〕 Limitational な投入函数と産業連関分析との関係

第1表(1)　戦前各年のクロスセクションによるダグラス型と指数型の比較　(昭和5年～10年)

計測〔I—1〕　　$(a-1)$式　$X=bL^kK^j$　　工場統計表

	昭和5年	6年	7年	8年	9年	10年
34 鉄						
k	0.4690	1.0576	0.7545	0.1932	−0.0759	−0.0777
t-Value	(1.4098)	(2.7886)	(1.6996)	(0.5204)	(0.1059)	(0.2255)
j	0.5657	0.0988	0.2664	0.7421	0.9525	0.9714
t-Value	(2.0382)	(0.3145)	(0.7078)	(2.5533)	(1.6498)	(3.2551)
$\log b$	3.3273	3.3931	3.6686	3.6285	3.5806	3.5631
t-Value	(15.204)	(13.672)	(16.533)	(17.654)	(14.990)	(19.668)
$k+j$	1.0347	1.1564	1.0209	0.9353	0.8766	0.8937
r	0.9914	0.9910	0.9936	0.9932	0.9953	0.9977
45 鋳物						
k	0.9744	0.7168	0.9193	1.1036	0.9225	0.8900
t-Value	(10.174)	(9.1201)	(13.434)	(41.940)	(32.364)	(13.498)
j	0.1847	0.3723	0.2017	0.0681	0.1773	0.2134
t-Value	(2.1791)	(5.4538)	(3.1650)	(3.0311)	(6.9038)	(3.5696)
$\log b$	3.1096	3.2019	3.1603	3.1327	3.3006	3.3044
t-Value	(23.221)	(29.575)	(34.145)	(66.396)	(69.473)	(25.909)
$k+j$	1.1591	1.0891	1.1210	1.1717	1.0998	1.1034
r	0.9984	0.9988	0.9992	0.9998	0.9998	0.9988
82 紡機						
k	0.9624	0.7837	0.8300	0.7142	1.2450	0.8709
t-Value	(4.7158)	(4.4423)	(18.882)	(5.2549)	(5.5823)	(3.7380)
j	0.1460	0.2550	0.2379	0.3787	−0.0702	0.2759
t-Value	(0.8524)	(1.6924)	(6.3003)	(3.0674)	(0.3312)	(1.1989)
$\log b$	3.1660	3.2967	3.2191	3.2763	3.0249	3.2113
t-Value	(21.757)	(21.644)	(83.453)	(31.195)	(15.793)	(15.261)
$k+j$	1.1084	1.0387	1.0679	1.0929	1.1748	1.1468
r	0.9968	0.9963	0.9998	0.9990	0.9966	0.9961

	昭和5年	6年	7年	8年	9年	10年
88 工作機器						
k	1.8947	0.6216	0.9428	1.5880	1.3011	1.4028
t-Value	(4.5853)	(0.8931)	(1.3341)	(4.4770)	(5.2466)	(1.7927)
j	−0.4624	0.6550	0.3218	−0.2181	0.0135	0.0009
t-Value	(1.1576)	(1.0656)	(0.5562)	(0.6777)	(0.0567)	(0.0013)
$\log b$	2.6896	2.9060	2.9548	2.7911	2.9085	2.7796
t-Value	(15.262)	(14.598)	(11.520)	(14.830)	(20.480)	(8.4824)
$k+j$	1.4323	1.2766	1.2646	1.3696	1.3146	1.4036
r	0.9955	0.9957	0.9968	0.9959	0.9972	0.9968
90 製紙機器						
k	0.5811	2.1064	0.8947	1.1742	1.0173	1.4245
t-Value	(1.2098)	(8.9089)	(13.684)	(4.3802)	(2.4900)	(1.3088)
j	0.5995	−0.5300	0.3443	0.2580	0.5239	0.2432
t-Value	(1.2909)	(2.7150)	(6.0329)	(1.1964)	(1.4108)	(0.3337)
$\log b$	3.2099	2.5918	3.1207	2.9054	2.8505	2.6097
t-Value	(11.258)	(27.731)	(59.503)	(15.265)	(11.079)	(3.8270)
$k+j$	1.806	1.5764	1.2390	1.4322	1.5412	1.6677
r	0.9850	0.9985	0.9989	0.9890	0.9855	0.9783
93 印刷・製本機器						
k	1.0018	−0.0071	1.0036	0.8335	1.1871	0.8924
t-Value	(5.9962)	(0.0102)	(4.1220)	(7.2430)	(2.9976)	(6.2987)
j	0.1494	1.0738	0.1203	0.2118	0.1374	0.2907
t-Value	(0.9490)	(1.7233)	(0.5643)	(1.7430)	(0.3907)	(1.8825)
$\log b$	3.1436	3.5466	3.1260	3.2805	2.9349	3.2095
t-Value	(22.924)	(9.9585)	(13.539)	(36.673)	(8.4279)	(21.742)
$k+j$	1.1512	1.0667	1.1239	1.0453	1.3245	1.1831
r	0.9938	0.9915	0.9878	0.9973	0.9819	0.9948

	昭和5年	6年	7年	8年	9年	10年
136 セメント製造業						
k	0.8805	0.4942	0.1534	0.4625	0.7363	0.3528
t-Value	(1.5539)	(0.8052)	(0.3535)	(0.8980)	(0.6468)	(0.9665)
j	0.1634	0.4426	0.5663	0.5626	0.3222	0.6215
t-Value	(0.4953)	(1.2574)	(2.1168)	(1.8848)	(0.3719)	(1.8063)
$\log b$	3.5152	3.3660	3.7482	3.0699	3.3833	3.0709
t-Value	(7.9492)	(7.4517)	(15.661)	(11.648)	(3.2553)	(2.7310)
$k+j$	1.0439	0.9368	0.7197	1.0251	1.0585	0.9743
r	0.9678	0.9580	0.9891	0.9917	0.9621	0.9535
171 製紙						
k	1.7082	1.3014	1.4686	1.8120	1.3173	0.6755
t-Value	(13.280)	(6.5345)	(3.5820)	(4.2278)	(2.6446)	(3.9356)
j	−0.1269	0.1430	0.0322	−0.1681	0.1851	0.4942
t-Value	(1.5632)	(1.1709)	(0.1291)	(0.6701)	(0.6219)	(5.0044)
$\log b$	2.6157	2.6839	2.6337	2.5368	2.6430	3.0768
t-Value	(27.227)	(24.000)	(127.44)	(10.223)	(8.1775)	(29.062)
$k+j$	1.5813	1.4444	1.5011	1.6439	1.5024	1.1697
r	0.9994	0.9995	0.9984	0.9980	0.9961	0.9996
191 印刷業						
k	0.9305	0.3717	0.9199	0.9296	1.0680	0.8169
t-Value	(7.9095)	(2.7433)	(6.1796)	(2.5480)	(4.4031)	(3.3131)
j	0.3256	0.7507	0.3566	0.3006	0.2089	0.4022
t-Value	(3.4666)	(6.7155)	(2.8357)	(1.0049)	(1.0745)	(1.9801)
$\log b$	3.1587	3.5437	3.1584	3.1982	3.1126	3.2750
t-Value	(15.136)	(21.239)	(17.331)	(8.2051)	(10.401)	(11.477)
$k+j$	1.2561	1.1224	1.2765	1.2302	1.2769	1.2191
r	0.9981	0.9989	0.9988	0.9952	0.9972	0.9976

(1) 第1表(1), (2)は従業員規模別データを用いた。

(2) L：職工数（年末現在男女計）　K：原動機実馬力数　X：年間生産額

(3) 殆どの産業で $k+j>1$ と計測された。

(4) j の値は安定せず，時に負値をとる。

第1表(2) つ づ き

計測〔I—1〕　(b—1)　$L=\beta_L X^{\alpha_L}$　$K=\beta_K X^{\alpha_K}$

	昭和 5 年	6 年	7 年	8 年	9 年	10 年
34 鉄						
α_L	0.8551	0.8353	0.9243	0.8592	0.8931	0.9492
(t-Value)	(62.88)	(88.08)	(108.33)	(94.33)	(153.21)	(169.40)
β_L	−3.0316	−2.8485	−3.4729	−3.2552	−3.3985	−3.7543
(t-Value)	(8.901)	(8.712)	(13.65)	(8.452)	(9.701)	(10.72)
α_K	1.0282	0.9965	1.0874	(1.1054)	1.1111	1.1007
(t-Value)	(71.13)	(57.92)	(92.40)	(134.25)	(184.93)	(281.86)
β_K	−3.2090	−2.9300	−3.679	−3.942	−39.761	−3.9428
(t-Value)	(10.73)	(6.024)	(12.54)	(13.57)	(12.98)	(19.25)
45 鋳物						
α_L	0.8473	0.8751	0.8833	0.8478	0.8979	0.8928
(t-Value)	(433.10)	(267.45)	(533.81)	(1313.5)	(714.84)	(504.66)
β_L	−2.5713	−2.6653	−2.7244	−2.6289	−2.8853	−2.8602
(t-Value)	(13.98)	(9.560)	(17.02)	(32.84)	(17.59)	(10.87)
α_K	0.9264	0.9947	0.9242	0.9394	0.9655	0.9508
(t-Value)	(125.60)	(165.73)	(147.96)	(111.16)	(156.37)	(153.79)
β_K	−3.1957	−3.4418	−3.2187	−3.3764	−3.5914	−3.5051
(t-Value)	(3.950)	(5.805)	(4.467)	(2.675)	(3.616)	(3.1291)
82 紡織機械						
α_L	0.8762	0.9203	0.8965	0.8835	0.8472	0.8643
(t-Value)	(220.3)	(185.2)	(417.9)	(330.0)	(339.7)	(307.6)
β_L	−2.7116	−2.9203	−2.7669	−2.7421	−2.5814	−2.6750
(t-Value)	(17.45)	(14.38)	(23.39)	(14.70)	(11.11)	(8.933)
α_K	1.0290	1.0639	1.0738	0.9691	0.8751	0.8677
(t-Value)	(99.62)	(103.14)	(151.07)	(218.52)	(135.28)	(186.13)
β_K	−3.6187	−3.8264	−3.8705	−3.4574	−3.1022	−3.0718
(t-Value)	(7.944)	(7.905)	(8.319)	(9.420)	(4.206)	(5.085)

	昭和 5 年	6 年	7 年	8 年	9 年	10 年
88 工作機械						
α_L	0.6946	0.7270	0.7441	0.7339	0.7563	0.7079
(t-Value)	(194.82)	(205.48)	(241.28)	(234.56)	(337.74)	(349.01)
β_L	−1.8863	−2.0248	−2.1043	−2.0858	−2.1913	−1.9607
(t-Value)	(12.02)	(12.38)	(17.21)	(12.43)	(14.94)	(10.51)
α_K	0.7025	0.8235	0.9079	0.7946	0.7134	0.8107
(t-Value)	(88.00)	(212.66)	(208.13)	(107.74)	(141.14)	271.68
β_K	−1.9881	−2.4633	−2.9371	−2.5443	−2.499	−2.640
(t-Value)	(5.439)	(13.30)	(15.59)	(5.817)	(6,207)	(8.573)
90 製紙機器						
α_L	0.8063	0.6646	0.7952	0.6641	0.6141	0.5367
(t-Value)	(17.03)	(34.85)	(19.97)	(26.27)	(24.85)	(27.85)
β_L	2.5155	−1.8081	−2.4145	−1.8263	−1.6029	−1.2389
(t-Value)	(27.94)	(30.68)	(40.33)	(30.82)	(12.68)	(9.341)
α_K	0.8367	0.7605	0.8314	0.7684	0.6612	0.7921
(t-Value)	(17.77)	(11.17)	(8.209)	(10.29)	(17.91)	(22.35)
β_K	−2.6942	−2.3200	−2.7616	−2.5630	−2.0768	−2.653
(t-Value)	(29.51)	(10.53)	(16.60)	(13.82)	(9.844)	(9.959)
93 印刷・製本機器						
α_L	0.8577	0.8138	0.8626	0.9682	0.7232	0.8667
(t-Value)	(127.94)	(86.92)	(98.60)	(170.95)	(85.98)	(113.94)
β_L	−2.6326	−2.4243	−2.6297	−3.0849	−2.0317	−2.6870
(t-Value)	(30.45)	(18.73)	(21.47)	(48.06)	(15.45)	(24.56)
α_K	0.8590	0.9208	0.9141	0.8858	0.7682	0.7437
(t-Value)	(42.29)	(123.69)	(37.30)	(58.33)	(41.60)	(41.71)
β_K	−3.043	−3.254	−3.218	−3.243	−2.7208	−2.6434
(t-Value)	(8.893)	(24.13)	(7.259)	(13.07)	(6.673)	(7.415)

	昭和 5 年	6 年	7 年	8 年	9 年	10 年
136 セメント製造業						
α_L	0.8115	0.7201	0.8998	0.6826	0.7998	0.8137
(t-Value)	(19.87)	(14.70)	(23.33)	(28.42)	(19.26)	(7.122)
β_L	−2.7200	−2.1689	−3.3590	−2.0106	−2.786	−2.890
(t-Value)	(13.77)	(19.57)	(22.69)	(18.67)	(60.28)	(66.93)
α_K	1.3591	1.2692	1.4837	1.1869	1.0450	1.0010
(t-Value)	(15.00)	(16.28)	(36.69)	(37.58)	(18.00)	(12.26)
β_K	−4.548	−4.040	−5.476	−3.6240	−2.672	−2.3638
(t-Value)	(13.334)	(29.46)	(45.42)	(32.93)	(54.33)	(101.05)
171 製紙						
α_L	0.6611	0.6513	0.6550	0.6525	0.6103	0.6510
(t-Value)	(547.6)	(657.4)	(405.1)	(357.96)	(258.94)	(418.23)
β_L	−1.7638	1.6947	−1.7085	−1.7312	−1.523	−1.734
(t-Value)	(11.73)	(14.18)	(8.730)	(7.540)	(4.487)	(8.449)
α_K	1.0286	1.0577	1.0733	1.1085	1.0169	1.1321
(t-Value)	(115.66)	(239.17)	(228.15)	(185.00)	(180.74)	(502.88)
β_K	−3.1748	−3.3123	−3.3972	−3.6792	−3.2354	−3.847
(t-Value)	(3.147)	(6.759)	(6.463)	(5.212)	(4.277)	(13.82)
191 印刷業						
α_L	0.7480	0.7746	0.7447	0.7650	0.7496	0.7633
(t-Value)	(461.17)	(371.22)	(687.00)	(487.90)	(650.25)	(617.57)
β_L	−2.1925	−2.3221	−2.1700	−2.2689	−2.2086	−2.2636
(t-Value)	(5.363)	(4.546)	(7.398)	(5.375)	(6.487)	(6.042)
α_K	0.9217	0.9455	0.8762	0.9289	0.9272	0.9239
(t-Value)	(232.56)	(726.63)	(384.72)	(363.87)	(342.06)	(470.80)
β_K	−3.3848	−3.5577	−3.2300	−3.4858	−3.4919	−3.4937
(t-Value)	(2.647)	(8.195)	(3.856)	(3.663)	(3.144)	(4.172)

第1表 (1), (2)から次の結果が見られる。

1) 各産業共時系列で, k, j の値は不安定 α_L, α_K は相対的に安定している。

2) 推定値の t-Value は何れの産業も k, j より α_L, α_K の方が大きい。

3) j の t-Value は特に低い。又, j のマイナスの値は経済的に意味をもたない。

4) (b−2) 式指数型は全産業によくあてはまり又統計的に安定している。

5) 殆どについて, $\alpha_L<1$, 殆どについて, α_K は1に近いか以上。

計測〔I—2〕

第2表　戦前：工場統計表　　ダグラス型と指数型投入函数の比較

（クロスセクションと時系列をプール）

(a—3)　$X=bL^kK^j10^{rt}$,　t=昭5～10

	k	j	$k+j$	r	$\log b$	R (d.f.)
34 鉄	0.55707	0.45075	1.00782	0.0712	3.05256	0.9892
	(0.18033)	0.14931		0.0100	0.14076	(50)
	(3.0889)	(3.01893)		(7.0936)	(21.6855)	
45 鋳物	0.95711	0.16928	1.12639	0.0332	2.9414	0.99705
	(0.04120)	(0.03678)		(0.00303)	(0.06926)	(46)
	(23.228)	(4.60252)		(10.942)	(42.467)	
82 紡機	0.94918	0.17129	1.12047	0.00832	3.11060	0.99604
	(0.07392)	(0.06712)		0.00445	0.06807	(46)
	(12.841)	(2.5519)		(1.8686)	(45.694)	
88 工作機具	1.48762	× −0.1102	1.3774	× 0.00548	2.7442	0.99571
	(0.13766)	(0.12427)		(0.00688)	(0.0689)	(42)
	(10.806)	(0.88643)		(0.7960)	(39.825)	
90 製紙機	1.01105	0.42609	1.4371	× 0.01146	2.83580	0.97769
	(0.15410)	(0.12392)		(0.01395)	(0.12264)	(28)
	(6.5608)	(3.4384)		(0.82135)	(23.1225)	
93 印刷機	0.95666	0.20139	1.15805	× 0.00702	3.09656	0.98484
	(0.08836)	(0.08402)		(0.00587)	(0.08383)	(34)
	(10.8264)	(2.3970)		(1.19533)	(36.937)	
136 セメント	0.54397	0.39283	0.93680	× 0.02785	3.29248	0.97113
	(0.18110)	(0.10952)		(0.01570)	(0.16716)	(30)
	(3.0035)	(3.58680)		(1.7742)	(19.6956)	
171 製紙	1.43916	× 0.06215	1.5013	0.01059	2.58333	0.99754
	(0.13324)	(0.0799)		(0.00528)	(0.08125)	(49)
	(10.8008)	(0.77693)		(2.0061)	(31.7949)	
191 印刷	0.87087	0.36299	1.2338	× 0.00621	3.17733	0.99678
	(0.07855)	(0.06422)		(0.00326)	(0.10336)	(50)
	(11.0872)	(5.65214)		(1.90604)	(3.07404)	

(b—3)　$L=\beta_L X^{\alpha_L}10^{r_K t}$

	α_L	r_L	β_L	R (d.f.)
34 鉄	0.8880	−0.0540	−2.8973	0.9870
	(0.02026)	(0.00925)	(0.1439)	(51)
	(43.820)	(5.839)	(20.1433)	
45 鋳物	0.8718	−0.0247	−2.5272	0.9955
	(0.01218)	(0.00305)	(0.0856)	(47)
	(71.57)	(8.073)	(29.526)	
82 紡機	0.8739	× −0.00292	(−2.678)	0.9955
	(0.01216)	(0.00373)	(0.0795)	(47)
	(71.83)	(0.7829)	(33.705)	
88 工作機具	0.7246	−0.00699	−1.9765	0.9955
	0.01083	(0.00305)	(0.0620)	(43)
	(66.88)	(2.2887)	(31.878)	
90 製紙機	0.62538	× −0.00726	−1.7179	0.9685
	(0.03052)	(0.00967)	(0.1508)	(29)
	(20.49)	(0.151)	(11.393)	
93 印刷機	0.83797	× −0.00179	−2.5230	0.9822
	(0.02710)	(0.00505)	0.1297	(35)
	(30.92)	(0.3553)	(19.44)	
136 セメント	0.78525	−0.030455	−2.4114	0.9565
	(0.04341)	(0.014962)	(0.2711)	(31)
	(18.09)	(2.035)	(8.8949)	
171 製紙	0.64527	× −0.00552	−1.64427	0.9975
	(0.00647)	(0.00303)	(0.05432)	(50)
	(99.659)	(1.8213)	(30.265)	
191 印刷	0.75718	× −0.000518	−2.23216	0.9947
	(0.01094)	(0.002996)	(0.10317)	(51)
	(69.20)	(0.1727)	(21.634)	

(b—3)　$K=\beta_K X^{\alpha_K}10^{r_K t}$

	α_K	r_K	β_K	R (N)
34 鉄	1.07249	−0.0879	−2.9574	0.9869
	(0.02456)	(0.0112)	(0.1744)	(1390)
	(43.66)	(7.837)	(16.95)	
45 鋳物	0.94145	−0.0543	−2.9433	0.9595
	(0.04028)	(0.0101)	(0.2831)	(8625)
	(23.369)	(5.376)	(10.397)	
82 紡機	0.94911	−0.0319	−3.1206	0.9818
	(0.02685)	(0.0082)	(0.1754)	(3557)
	(35.34)	(3.869)	(17.794)	
88 工作機具	0.79215	−0.0516	−2.0803	0.98224
	(0.02312)	(0.00652)	(0.13231)	(3200)
	(34.264)	(7.909)	(15.723)	
90 製紙機	0.75635	−0.0384	−2.1411	0.9406
	(0.05070)	(0.0160)	(0.2504)	(161)
	(14.918)	(2.387)	(8.5490)	
93 印刷機	0.83483	−0.0246	−2.78044	0.9310
	(0.05559)	0.01036	(0.26615)	(1651)
	(15.02)	(2.374)	(10.4465)	
136 セメント	1.30402	× −0.0156	−4.1870	0.9615
	(0.06849)	(0.0236)	(0.4277)	(194)
	(19.037)	(0.6630)	(9.789)	
171 製紙	1.06840	−0.0393	−3.1397	0.9916
	(0.01971)	(0.00923)	(0.1653)	(3196)
	(54.211)	(4.252)	(18.986)	
191 印刷	0.92057	−0.0159	−3.3206	0.9889
	(0.01944)	(0.00532)	(0.18331)	(16179)
	(47.35)	(3.000)	(18.114)	

N：事業所数　r：技術進歩率：但し，製品価格変動の効果を含む。

この表は，第1表のデータにつき，クロスセクションと時系列をプールして測定したものである。ここでも又ダグラス型より指数型の方が統計的に安定していることを読みとれる。

計測〔II〕　第3表　工業統計表産業規模ベースによる全産業のダグラス型と指数型の比較　(昭和36年)

	$X=bL^kK^j$							$L=\beta_L X^{\alpha_L}$		$K=\beta_K X^{\alpha_K}$	
	k	S.D.	j	S.D.	$k+j$	r	$d.f.$	α_L	r	α_K	r
食料品											
182	* 0.6842	0.1386	* 0.2161	0.1124	0.9003	0.9699	11	1.007	0.960	1.167	0.900
184	* 0.6601	0.2129	* 0.3692	0.1569	1.0293	0.9399	18	0.766	0.921	1.023	0.906
187	−0.1596	0.3020	* 0.7169	0.2396	0.5573	0.8611	14	0.862	0.759	1.223	0.858
188	* 0.5674	0.2308	* 0.5014	0.2113	1.0688	0.9311	16	0.778	0.906	0.848	0.904
189	* 0.6512	0.1321	* 0.2800	0.1036	0.9312	0.8719	23	0.792	0.827	0.871	0.712
繊維											
202	* 0.8646	0.1142	* 0.1840	0.0883	1.0486	0.9910	33	0.894	0.990	1.139	0.975
203	* 0.7107	0.1495	* 0.3561	0.1462	1.0668	0.9823	21	0.902	0.977	0.909	0.963
204	* 1.0638	0.2525	0.0637	0.2089	1.1275	0.9257	21	0.755	0.925	0.845	0.858
205	* 0.6686	0.1044	* 0.3538	0.0875	1.0224	0.9787	40	0.883	0.970	1.039	0.956
209	* 0.7495	0.1714	* 0.3811	0.1394	1.1306	0.9211	23	0.710	0.894	0.830	0.850
衣服・繊維製品											
211	* 0.6389	0.2308	0.3381	0.2163	0.9770	0.9593	16	0.926	0.953	0.973	0.939
219	0.4306	0.5207	0.3590	0.3939	0.7896	0.8506	10	0.799	0.837	1.058	0.839
木材・木製品											
221	* 0.5774	0.1425	* 0.4976	0.1288	1.0750	0.9956	10	0.879	0.989	0.972	0.988
224—9	0.1580	0.2051	* 0.6116	0.1493	0.7696	0.9631	10	0.877	0.898	1.290	0.961
家具・装備品											
231	* 0.9964	0.4209	−0.1503	0.4334	0.8461	0.9379	12	1.028	0.937	0.967	0.908
パルプ・紙加工品											
242	* 0.5308	0.0965	* 0.5019	0.0581	1.0327	0.9895	25	0.709	0.958	1.201	0.977
244	* 0.5385	0.2210	* 0.4081	0.1712	0.9466	0.9634	10	0.873	0.942	1.124	0.941
245	* 0.5789	0.1532	* 0.4325	0.1165	1.0114	0.9815	16	0.840	0.965	1.103	0.965
化学											
262	* 1.1627	0.1416	−0.0089	0.1110	1.1538	0.9343	24	0.757	0.934	0.782	0.734
263—4	* 0.9666	0.1124	* 0.2087	0.0839	1.1753	0.9744	31	0.772	0.969	0.972	0.910
265—6—7	* 0.8050	0.1631	* 0.3129	0.0991	1.1179	0.9548	30	0.697	0.939	1.120	0.916
269	* 0.7588	0.2431	* 0.5748	0.1825	1.3336	0.9569	25	0.601	0.939	0.800	0.940
窯業・土石製品											
301	* 0.4971	0.1660	* 0.4913	0.0891	0.9884	0.9510	30	0.623	0.899	1.210	0.936
304	* 0.7477	0.1305	* 0.3158	0.1104	1.0635	0.9469	26	0.816	0.930	0.908	0.875

1) * は10% で有意，α_L と α_K に関してはすべて10% 水準で有意であった。
2) この表は産業小分類毎に，それに含まれる産業細分類・規模別集計値(平均)を，標本点にとっている。従って，小分類産業をほぼ同質的な商品の集合とみなしている点で他の推計と異る。
3) この表でも α_L α_K が，k, j の推定より安定している。
4) 又 $\alpha_L<1$ のケースが多く，$\alpha_K \doteqdot 1$ 又は $\alpha_K>1$

第3表 つ づ き

	k	S.D.	j	S.D.	$k+j$	r	$d.f.$	α_L	r	α_K	r
窯業・土石製品											
308	* 1.0469	0.2655	0.0578	0.2247	1.1047	0.9855	10	0.872	0.985	1.006	0.963
309	* 1.1979	0.1480	0.0753	0.1021	1.2732	0.9251	25	0.669	0.923	0.726	0.691
鉄鋼											
311—3—4	* 0.5449	0.1323	* 0.4009	0.1065	0.9458	0.9615	41	0.888	0.948	1.099	0.945
312	* 0.9583	0.2096	0.0942	0.1326	1.0525	0.9845	10	0.880	0.984	1.344	0.951
316	* 1.0219	0.4086	−0.0018	0.3422	1.1201	0.9650	10	0.913	0.965	1.065	0.942
317	* 0.3949	0.1209	* 0.6460	0.1100	1.0409	0.9901	15	0.878	0.967	0.981	0.983
非鉄金属											
321	* 0.6184	0.1744	* 0.5058	0.1439	1.1242	0.9762	19	0.774	0.946	0.938	0.946
323	* 0.9880	0.2090	0.0627	0.1696	1.0507	0.9729	13	1.055	0.973	1.045	0.924
金属製品											
331—2	* 0.6470	0.1454	* 0.3879	0.1051	1.0349	0.9566	28	0.777	0.935	1.063	0.925
334	0.1243	0.1455	* 0.8172	0.1215	0.9415	0.9440	15	0.658	0.750	0.987	0.941
335	* 0.3364	0.1446	* 0.5920	0.1108	0.9284	0.9648	24	0.818	0.921	1.108	0.957
339	* 0.8760	0.2188	0.0772	0.1917	0.9532	0.9661	12	0.973	0.966	1.056	0.917
機械											
341	* 0.5861	0.2277	* 0.4000	0.1649	0.9861	0.9853	18	0.853	0.981	1.177	0.980
344	* 0.6609	0.1368	* 0.4553	0.1009	1.1162	0.9581	21	0.720	0.916	0.970	0.909
345	* 0.3815	0.2183	* 0.5402	0.2044	0.9217	0.9597	17	0.955	0.943	1.032	0.952
346	* 0.4590	0.1053	* 0.5984	0.0875	1.0574	0.9764	22	0.792	0.924	0.986	0.956
347	* 0.6196	0.1340	* 0.3602	0.1036	0.9798	0.9591	41	0.051	0.947	1.090	0.937
348	0.2325	0.1642	* 0.7082	0.1328	0.9407	0.9631	20	0.801	0.908	1.046	0.959
349	* 0.8413	0.1804	* 0.3052	0.1420	1.1465	0.9648	21	0.765	0.957	0.941	0.927
電気機械器具											
351—3	* 0.4936	0.1379	* 0.4939	0.1104	0.9875	0.9605	46	0.828	0.943	1.041	0.949
354	* 0.4068	0.1843	* 0.5868	0.1547	0.9936	0.9684	36	0.852	0.956	1.013	0.964
355—6	0.7224	0.3478	0.2773	0.2456	0.9997	0.9725	11	0.851	0.969	1.194	0.962
359	0.3678	0.2496	* 0.6771	0.1909	1.0449	0.9631	11	0.720	0.919	0.978	0.956
輸送用機械											
361	0.2643	0.1837	* 0.7019	0.1663	0.9662	0.9668	16	0.875	0.929	1.002	0.962
363—5—9	0.1613	0.1477	* 0.7235	0.1173	0.8848	0.9969	11	0.919	0.986	1.169	0.987
精密機械器具											
371—2	* 0.5988	0.1216	* 0.4291	0.0921	1.0279	0.9820	24	0.829	0.966	1.092	0.964
375—6	* 0.5142	0.2343	* 0.4220	0.1885	0.9362	0.9799	17	0.924	0.974	1.150	0.974

第4表　C. E. S. 型生産函数の計測　（数値計算による）

(a—2)　$V=\gamma[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$

中小企業綜合基本調査

産業	ρ	$\overset{\sigma}{(1/1+\rho)}$ 代用の弾力性	α	β	$\overset{\delta}{(\alpha/(\alpha+\beta))}$ 資本分配係数	$\overset{\gamma}{(\alpha+\beta)^{-\frac{1}{\rho}}}$ 技術係数
食料品	−0.48	1.72	1.1262	5.1146	0.180	45.626
繊維	1.00	0.50	0.3015	0.0013	0.995	3.300
衣服・身廻品	−0.46	1.85	0.7112	9.4209	0.071	153.220
木材・木製品	−0.58	2.38	1.5204	9.2083	0.142	316.960
家具・装備品	−1.14	−7.15	5.0376	97.9054	0.049	58.133
パルプ・紙・加工品	0.56	0.64	0.3971	0.0116	0.972	4.946
出版・印刷他	−0.78	50.0	3.9272	−2.6426	3.060	1.289
化学	−0.02	1.02	0.5340	0.5432	0.496	40.169
石油・石炭製品	−0.64	2.78	0.7812	47.2772	0.016	424.54
ゴム製品	0.32	0.76	0.4220	0.0536	0.889	10.191
皮革・皮革製品	0.66	0.60	0.1522	0.0122	0.928	15.408
窯業・土石製品	−1.06	−16.67	1.7591	199.0239	0.009	148.74
鉄鋼	1.18	0.46	0.1128	0.0002	0.998	6.344
非鉄金属	−0.60	2.50	0.7033	29.1212	0.024	286.850
金属製品	1.58	0.39	0.0760	0.0000	0.999	5.108
機械	0.02	0.98	0.5809	0.3572	0.619	23.861
電気機械	−0.98	50.0	1.3581	232.2570	0.006	259.610
輸送用機械	2.46	0.29	0.0233	0.0000	0.999	4.611
精密機械	−0.02	1.02	0.4045	0.6822	0.372	63.887

（備考）　付加価値生産性 (V/L)$=y$，資本集約度 (K/L)$=x$ とすると，C. E. S. 関数は $y^{-\rho}=\alpha x^{-\rho}+\beta$ で表わされる。

ここで，ρに適当な範囲の数値を与えた場合，最小二乗法で α,β をきめ，その α,β についての y の計算値 $\bar{y}$ と実際値 y の偏差を u とした時に $\sum(y-\bar{y})^2=\sum u^2-\min$ となるような ρ の値を求めた。

代替弾性 (σ)，分配係数 (δ)，技術係数 (r) はそれぞれ ρ,α,β から求めた。

データは中小企業総合基本調査再集計資料（昭和 32 年）によった。

1)　代用の弾性 σ は 0.2〜50までひろく分布し $\sigma\fallingdotseq1$ は機械，化学，精密機械の三産業であった。

2)　分配係数 δ は非常に不安定で，産業間では，0.006 から 3.060 まで大きく広がっている。このように $\delta>1$ なる場合，経済的説明を与えることができない。

3)　$\sigma\fallingdotseq1$ に計測された上記三産業の δ の推定価は，ダグラス型の fit によって得られた j（但し，$\frac{X}{L}=b\left(\frac{K}{L}\right)^{j}$）の推定値ときわめてよく一致することが確かめられている。(E.P.A.「わが国製造工業における投入構造」p. 34 参照)

計測〔Ⅳ〕

第5表　商品ベース，レオンテイエフ投入係数の安定性の検定

（昭和 36 年工業統計表クロスセクション分析）

計測式　(1)　$L=\sum_i \alpha_L^i X_i+\beta_L$　　(2)　$K=\sum_i \alpha_K^i X_i+\beta_K$　　(3)　$M=\sum_i \alpha_M^i X_i+\beta_M$

		L		K		M	
		α_L	t-Value	α_K	t-Value	α_M	t-Value
241 洋紙製造業	1 新聞用紙	0.0020	20.37	0.1679	5.74	0.3498	18.51
	2 印刷用紙	0.0022	19.87	0.4039	12.39	0.5463	25.94
	3 筆記図画用紙	0.0043	2.92	0.0910	0.21	1.1756	4.21
	4 クラフト紙	0.0019	9.18	0.5037	8.04	0.5697	14.07
	5 ロール紙その他の包装紙	0.0023	3.81	0.5758	3.30	0.8148	7.23
	6 薄葉紙	0.0032	6.20	0.1596	1.05	0.4693	4.78
	7 雑種紙	0.0031	6.35	0.1467	1.02	0.5253	5.67
	8 その他	0.0021	7.92	0.4704	6.07	0.4759	9.50
	const	682	1.15	−67.468	0.38	39.006	0.35
	r	0.9622		0.8990		0.9737	
	d.f.	109		109		109	
242 板紙製造業	1 黄板紙	0.0043	5.77	−0.1652	0.93	0.3911	5.28
	2 白板紙	0.0019	18.94	0.2187	3.07	0.5795	57.55
	3 色板紙	0.0010	0.73	−0.4545	1.41	0.5744	4.27
	4 段ボール原紙	0.0013	16.47	0.6031	32.17	0.5433	69.33
	5 抄合包装紙	0.0014	1.41	−0.0797	0.33	0.7393	7.28
	6 チップボール	0.0021	5.40	0.3568	3.94	0.5631	14.88
	7 雑種板紙	0.0018	1.28	0.2611	0.78	0.3031	2.17
	8 その他	0.0004	21.4	0.3455	8.11	0.5994	33.68
	const	509	2.20	−49.208	0.89	6.222	0.27
	r	0.9751		0.9595		0.9961	
	d.f.	113		113		113	
243 機械すき和紙製造業	1 機械すき障子紙	0.0055	2.31	−0.0511	0.37	0.7821	5.43
	2 機械すきちり紙	0.0058	24.21	0.0901	6.55	0.5934	40.98
	3 機械すきパルプ半紙	0.0031	2.75	0.0474	0.73	0.6921	10.11
	4 巻取仙貨紙	0.0037	7.33	0.1562	5.39	0.5798	19.02
	5 機械すき強じん仙貨紙	0.0053	4.48	0.1481	2.19	0.4692	6.59
	6 機械すき薄葉紙	0.0064	14.62	0.0042	0.17	0.7634	28.77
	7 機械すき雑種紙	0.0036	11.16	0.1801	9.64	0.5717	29.06
	8 その他	0.0040	6.83	0.1338	3.92	0.5072	14.12
	const	172	1.96	3.049	0.60	318	0.06
	r	0.9375		0.7268		0.9842	
	d.f.	197		197		197	
244 紙製品製造業	1 帳簿類	0.0059	14.17	0.0635	2.88	0.5849	12.96
	2 事務用書式類	0.0047	6.13	0.0359	0.89	0.5728	6.96
	3 封筒・小型紙袋その他の事務用	0.0041	11.83	0.1009	5.49	0.5701	15.13
	4 紙製品	0.0069	14.20	0.0823	3.22	0.4612	8.80
	5 ノート類	0.0025	11.18	0.0167	1.41	0.6634	27.43
	6 その他の学用紙製品	0.0026	2.67	0.0304	0.59	0.5898	5.55
	7 写真用紙製品	0.0029	2.16	0.0203	0.29	0.4052	2.79
	8 その他	0.0012	3.15	0.0077	0.37	0.4908	11.67
	const	349	3.17	599	0.10	7.017	0.59
	r	0.9869		0.7611		0.9917	
	d.f.	136		136		136	

		L		K		M	
		α_L	t-Value	α_K	t-Value	α_M	t-Value
245 紙製容器製造業	1 大型紙袋	0.0038	25.82	0.0356	6.86	0.7655	49.74
	2 段ボール箱	0.0021	13.24	0.0580	10.46	0.6182	37.91
	3 段ボール	0.0005	1.29	0.0913	6.66	0.6032	14.84
	4 機械箱	0.0063	2.23	−0.0161	0.16	0.9460	3.24
	5 はりあわせ箱	0.0038	1.21	−0.0570	0.52	−0.2207	0.68
	6 バルカナイズドファイバー箱，筒等	0.0080	9.89	0.0145	0.51	0.4392	5.22
	7 その他	0.0066	9.64	0.0307	1.29	0.6209	8.79
	const	384	12.23	3.167	3.11	11.222	3.72
	r	0.8352		0.7274		0.9664	
	d.f.	433		433		433	
312 フエロアロイ製造業	1 フエロマンガン	0.0031	3.64	0.0456	0.90	0.6647	9.18
	2 シリコマンガン	0.0048	1.97	0.2841	1.94	0.5304	2.53
	3 フエロシリコン	0.0064	4.09	0.1855	1.59	0.2592	1.91
	4 フエロクロム	0.0039	6.46	0.0319	0.89	0.6396	12.42
	5 その他のフエロアロイ	0.0024	5.60	0.1603	6.28	0.7682	21.02
	6 その他の化学肥料	0.0078	0.52	2.2285	2.48	−0.9034	0.70
	7 その他	0.0092	8.87	0.1725	2.75	0.1028	1.15
	const	−110	0.17	−1614	0.04	1.9131	0.35
	r	0.9618		0.9008		0.9866	
	d.f.	27		27		27	
313 製鋼を行わない鋼材製造業	1 棒鋼	0.00009	0.58	−0.0043	0.17	0.9647	32.33
	2 みがき帯鋼	0.00235	6.12	0.1156	1.86	1.0319	13.49
	3 普通鋼溶鍛接鋼管	0.00090	10.61	0.1515	10.95	0.7410	43.63
	4 冷延鋼板	0.00025	2.85	0.1859	12.86	0.7475	42.05
	5 中厚板	0.00076	1.65	0.0996	1.33	0.8493	9.24
	6 薄板	0.00242	6.36	−0.1716	2.78	0.9637	12.69
	7 その他	0.00098	16.19	0.1125	11.48	0.7887	65.52
	const	713	10.09	2977	0.62	−1179	0.79
	r	0.8642		0.8351		0.9915	
	d.f.	270		270		270	
314 銑鉄鋳物製造業	1 鋳鋼	0.0032	22.41	0.1001	25.45	0.5208	43.61
	2 鋳鉄管	0.0023	45.85	0.1140	82.51	0.4525	107.9
	3 機械用銑鉄鋳物	0.0032	32.72	0.1041	39.21	0.5671	70.30
	4 銑鉄鋳物	0.0030	25.35	0.0738	22.58	0.5325	53.63
	5 機械用可鍛鋳鉄鋳物	0.0048	51.53	0.0612	24.13	0.5229	67.85
	6 機械用銅同合金鋳物	0.0041	3.17	0.1466	4.19	−0.6526	6.14
	7 機械用アルミ鋳物	0.0149	8.29	0.3815	7.79	0.4616	3.10
	8 鍛鋼	0.0032	10.10	0.1987	23.31	0.9024	34.85
	9 その他	0.0060	24.02	0.1465	21.71	0.5174	25.23
	const	457	24.95	−3637	7.29	−7303	4.82
	r	0.9704		0.9795		0.9906	
	d.f.	905		905		905	

計測〔V〕　　第6表(1)　工業統計表による商品ベース投入函数　(線型)

(昭和36年クロスセクション)

計測式　(1)　$L=\sum_i \alpha_L^i X_i + z_i \beta_L^i$　　(2)　$K=\sum_i \alpha_K^i X_i + z_i \beta_K^i$

産業	商品名	α_L^i	S.D.	β_L^i	S.D.	α_K^i	S.D.	β_K^i	S.D.
241 洋紙製造業	1新聞用紙	0.0020	0.0001	762	452	0.1625	0.0335	22379	134303
	2印刷用紙	0.0022	0.0001	185	382	0.4339	0.0381	−92722	113420
	3筆記図画用紙	0.0024	0.0021	471	636	0.1407	0.6210	43026	188982
	4クラフト紙	0.0021	0.0003	−363	498	0.5766	0.0790	−198142	148063
	5ロール紙，その他の包装紙	0.0018	0.0007	413	368	0.6017	0.2132	43413	109411
	6薄葉紙	0.0029	0.0007	481	634	0.2140	0.2184	−67091	188492
	7雑種紙	0.0033	0.0006	−24	373	0.2567	0.1844	−119472	110950
	8その他	0.0019	0.0003	648	369	0.5105	0.0852	−99019	109600
	r	0.9792				0.9269			
	$d.f.$	102				102			
242 板紙製造業	1黄板紙	0.0034	0.0011	231	342	−0.3599	0.2620	47718	78546
	2白板紙	0.0019	0.0001	302	158	0.2079	0.0250	3567	36218
	3色板紙	−0.0011	0.0022	199	252	−0.8497	0.4928	64345	57891
	4段ボール原紙	0.0013	0.0001	430	93	0.6204	0.0191	−85244	21340
	5抄合包装紙	−0.0002	0.0017	650	315	−0.1232	0.3816	31008	72276
	6チップボール	0.0019	0.0005	215	22	0.2998	0.1042	33687	52047
	7雑種板紙	0.0037	0.0019	−54	195	−0.0115	0.4357	344	44866
	8その他	0.0041	0.0002	−97	140	0.3780	0.0456	−47841	32475
	r	0.9827				0.9672			
	$d.f.$	106				106			
243 機械すき和紙製造業	1機械すき障子紙	0.0060	0.0037	−85	89	−0.0425	0.1991	−921	487
	2〃ちり紙	0.0063	0.0003	83	32	0.0837	0.0144	3928	1781
	3〃パルプ半紙	0.0031	0.0016	−26	89	0.1175	0.0855	6090	4838
	4巻取仙貨紙	0.0042	0.0008	0	85	0.1925	0.0417	5702	4639
	5機械すき強じん仙貨紙	0.0086	0.0019	105	91	0.0494	0.1007	7725	4953
	6〃薄葉紙	0.0062	0.0006	92	74	−0.0745	0.0319	14918	4015
	7〃雑種紙	0.0034	0.0004	214	52	0.1878	9.0209	902	2860
	8その他	0.0034	0.0007	75	58	0.1714	0.0404	3828	3176
	r	0.9736				0.8544			
	$d.f.$	190				190			
244 紙製品製造業	1帳簿類	0.0061	0.0007	108	83	0.0598	0.0315	1490	4011
	2事務用書式類	0.0033	0.0012	209	103	0.0126	0.0561	3337	4994
	3封筒．小型紙袋	0.0042	0.0005	208	70	0.1196	0.0227	−4337	3385
	4その他の事務用紙製品	0.0084	0.0007	−72	96	0.0950	0.0322	−2152	4622
	5ノート類	0.0027	0.0003	110	105	0.0110	0.0153	4171	5086
	6その他の学用紙製品	0.0046	0.0015	−126	132	0.1084	0.0743	−9797	6365
	7写真用紙製品	0.0037	0.0033	268	218	0.0353	0.1603	− 529	10497
	8その他	0.0013	0.0005	159	68	0.0067	0.0234	3379	3285
	r	0.9875				0.7906			
	$d.f.$	129				129			

第6表(2)　商品ベース投入函数のつづき

計測式　(1)　$L=\sum_i \alpha_L^i X_i+z_i\beta_L^i$　　(2)　$K=\sum_i \alpha_K^i X_i+z_i\beta_K^i$

産業	商品名	α_L^i	S.D.	β_L^i	S.D.	α_K^i	S.D.	β_K^i	S.D.
245 紙製容器製造業	1大型紙袋	0.0040	0.0002	277	52	0.0380	0.0065	1996	1876
	2段ボール箱	0.0020	0.0002	348	39	0.0565	0.0060	2308	1405
	3段ボール	−0.0004	0.0004	404	73	0.0646	0.0157	10319	2591
	4機械箱	0.0104	0.0036	−221	113	0.0568	0.1292	−4054	4040
	5はりあわせ箱	−0.0001	0.0039	190	118	−0.0662	0.1365	1506	4216
	6バルガナイズドファイバー箱．筒等	0.0096	0.0011	105	126	0.0327	0.0393	415	4474
	7その他	0.0072	0.0008	−1	62	0.0486	0.0299	−1251	2221
	r	0.9409				0.8174			
	$d.f.$	427				427			
312 フエロアロイ製造業	1フエロマンガン	0.0019	0.0010	1538	1626	0.0632	0.0636	−84008	108174
	2シリコマンガン	0.0079	0.0032	−2089	1597	0.2967	0.2133	50877	106208
	3フエロシリコン	0.0047	0.0019	561	627	0.1609	0.1242	30299	41683
	4フエロクロム	0.0032	0.0007	597	639	0.0304	0.0442	−18383	42535
	5その他のフエロアロイ	0.0021	0.0006	437	944	0.1449	0.0426	48206	62826
	6その他の化学肥料	−0.0040	0.0193	359	1203	1.5590	1.2830	136014	80059
	7その他	0.0090	0.0013	−409	605	0.1133	0.0856	−54458	40221
	r	0.9820				0.9411			
	$d.f.$	21				21			
313 製鋼を行わない鋼材製造業	1棒鋼	0.0001	0.0002	494	98	−0.0133	0.0266	10266	16064
	2みがき帯鋼	0.0021	0.0005	493	384	0.0648	0.0766	57291	46668
	3普通鋼溶鍛接鋼管	0.0010	0.0001	428	175	0.1708	0.0159	−62201	28814
	4冷延鋼板	0.0002	0.0001	751	304	0.1941	0.0164	−41066	50054
	5中厚板	0.0006	0.0005	58	443	0.1173	0.0882	−48537	72833
	6薄板	0.0020	0.0005	1003	496	−0.1945	0.0791	55045	81513
	7その他	0.0009	0.0001	643	117	0.1095	0.0108	12417	19150
	r	0.9151				0.8517			
	$d.f.$	264				264			
314 銑鉄鋳物製造業	1鋳鋼	0.0028	0.0002	635	75	0.0926	0.0048	2777	2248
	2鋳鉄管	0.0023	0.0001	299	69	0.1142	0.0014	−3782	1939
	3機械用銑鉄鋳物	0.0032	0.0001	367	23	0.1048	0.0027	−3325	1394
	4銑鉄鋳物	0.0031	0.0001	140	40	0.0734	0.0033	710	1206
	5機械用可鍛鋳鉄鋳物	0.0047	0.0001	484	79	0.0581	0.0028	4678	2363
	6機械用銅同合金鋳物	0.0038	0.0013	36	107	0.1634	0.0366	−702	2880
	7機械用アルミ鋳物	0.0129	0.0020	87	148	0.4115	0.0545	−6606	3992
	8鍛鋼	0.0034	0.0004	286	156	0.2089	0.0098	−11444	4383
	9その他	0.0059	0.0003	166	48	0.1456	0.0075	1599	1326
	r	0.9767				0.9806			
	$d.f.$	897				897			

計測〔VI〕　第7表(1)　労働投入函数の計測　労働生産性調査　(物量ターム)

クロスセクションと時系列をプールしたもの　(昭和30年～39年)

(b—2)　$h=\alpha_L X+\beta_L$

コード番号	α_L	S.D.	t-Value	β_L	S.D.	t-Value	r	$d.f.$
洋紙 11000	17.266	(0.391)	(44.15)	57721	(410694)	(0.140)	0.9118	397
板紙 12000	4.915	(0.322)	(15.23)	75112	(766746)	(0.100)	0.6495	320
和紙 13000	109.91	(4.259)	(25.80)	27177	(59277)	(0.458)	0.8214	323

(b—1)　$h=\beta_L X^{\alpha_L}$

洋紙 11001	0.768	(0.011)	(69.31)	2.324	(0.689)	(3.372)	0.9612	397
板紙 12001	0.798	(0.018)	(44.09)	1.935	(0.855)	(2.261)	0.9270	320
和紙 13001	0.858	(0.025)	(33.66)	2.594	(0.701)	(3.699)	0.8827	323

(b—4)　$h=\alpha_L X+\gamma_L t+\beta_L$

コード番号	α_L	S.D.	t-Value	γ_L	S.D.	t-Value	β_L	S.D.	t-Value	R	$\overline{R}$	$d.f.$
洋紙 21000	17.726	(0.387)	(45.79)	−8269	(1524)	(5.43)	90579	(8079)	(11.21)	0.9183	(0.9178)	394
板紙 22000	5.117	(0.337)	(15.16)	−4427	(2274)	(1.95)	95290	(12623)	(7.55)	0.6548	(0.6520)	317
和紙 23000	112.567	(4.260)	(26.4)	−3180	(928)	(3.42)	40533	(5010)	(8.089)	0.8284	(0.8272)	320

(b—3)　$h=\beta_L 10^{\gamma_L t} X^{\alpha_L}$

コード番号	α_L	S.D.	t-Value	γ_L	S.D.	t-Value	β_L	S.D.	t-Value	R	$\overline{R}$	$d.f.$
洋紙 21001	0.779	(0.011)	(72.36)	−0.0192	(0.0032)	(6.05)	2.373	(0.039)	(60.53)	0.9646	(0.9644)	394
板紙 22001	0.825	(0.018)	(46.04)	−0.0295	(0.0052)	(5.67)	1.987	(0.065)	(30.50)	0.9340	(0.9335)	317
和紙 23001	0.881	(0.025)	(35.36)	−0.0284	(0.0055)	(5.18)	2.669	(0.063)	(41.81)	0.8924	(0.8917)	320

(注)　和紙の計測では，昭和39年を除いてある。その理由は，この年の測定単位が他の年と異なるためである。

1)　洋紙は上質紙，和紙は機械すき和紙のことである。

2)　h；年間労働投入時間，X；年間生産量 (ton)。この調査の特徴は商品毎の労働投入時間を直接調査していることである。このような調査は筆者の知る限り他に存在しない。又，生産量を物量でとってあることも，技術構造の分析にとって，きわめて好都合である。

3)　上記計測はすべてクロスセクションと時系列をプールして計測したものである。注目すべきは (b—2)，(b—1) では截片 β_L が有意でないが，時間 t を独立変数に入れた(b—3)，(b—4) では，常数項 β_L が有意に計測される。時間 t の係数 γ_L は，純粋な投入函数のshift 即ち，技術進歩率である。

4)　労働投入函数は，$h=\beta_L 10^{\gamma_L t} X^{\alpha_L}$ の形が最も安定しているように思われる。

第7表(2)　労働生産性調査　各年クロスセクション　(昭和30年～39年)

(b—2)　$h=\alpha_L X_1+\beta_L$

	t	α_L	S.D.	t-Value	β_L	S.D.	t-Value	r	$d.f.$	$\bar{h}$	$\bar{x}$
洋　紙	昭和										
31000	30	25.59	(1.06)	(24.03)	34306	(8094)	(4.24)	0.9709	35	177845	5608.9
31010	31	22.72	(1.13)	(20.12)	44734	(10463)	(4.28)	0.9572	37	189061	6353.3
31020	32	22.14	(1.11)	(19.94)	44662	(11878)	(3.76)	0.9587	35	206155	7294.1
31030	33	20.99	(1.44)	(14.50)	36270	(13811)	(2.63)	0.9203	38	179554	6824.5
31040	34	20.77	(1.90)	(23.09)	39015	(14596)	(2.67)	0.9628	42	221705	8798.0
31050	35	22.54	(1.58)	(14.28)	35186	(19802)	(1.78)	0.9052	45	226058	8468.1
31060	36	16.58	(1.04)	(16.00)	47577	(16000)	(2.97)	0.9238	44	208949	9734.0
31070	37	16.15	(0.80)	(20.06)	62405	(14318)	(4.36)	0.9602	34	249282	11571.2
31080	38	14.41	(1.09)	(13.20)	63115	(20524)	(3.08)	0.9169	33	251135	13044.2
31090	39	12.03	(0.85)	(14.23)	68063	(15750)	(4.32)	0.9253	34	224792	13026.2
板　紙											
32000	30	20.79	(1.52)	(13.69)	9659	(9239)	(1.04)	0.9575	17	92596	3988.8
32010	31	17.39	(1.65)	(10.51)	24046	(13040)	(1.84)	0.9201	20	119550	5492.3
32020	32	15.74	(1.17)	(13.4)	14196	(9865)	(1.44)	0.9416	23	101732	5560.3
32030	33	16.01	(2.25)	(7.10)	25512	(19595)	(1.30)	0.7965	29	121455	5993.0
32040	34	11.22	(1.25)	(8.93)	35367	(16848)	(2.10)	0.8525	30	143647	9652.6
32050	35	5.36	(1.08)	(4.95)	80445	(21921)	(3.67)	0.6590	32	148965	12792.1
32060	36	5.75	(1.40)	(4.10)	67127	(35848)	(1.87)	0.5591	37	157102	15638.3
32070	37	4.02	(0.78)	(5.13)	78047	(20384)	(3.83)	0.6557	35	145309	16725.7
32080	38	4.16	(0.64)	(6.47)	72122	(18819)	(3.83)	0.7199	39	147066	17979.8
32090	39	4.16	(0.54)	(7.71)	66732	(18974)	(3.51)	0.7811	38	155446	21310.7
機械すき和紙											
33000	30	114.3	(22.9)	(5.00)	37598	(11780)	(3.19)	0.7452	20	80950	379.1
33010	31	191.3	(31.6)	(6.05)	10928	(15857)	(0.61)	0.8188	18	87119	398.2
33020	32	126.5	(11.9)	(10.6)	26560	(7438)	(3.57)	0.8859	31	77858	405.3
33030	33	131.1	(11.6)	(11.2)	22050	(7322)	(3.01)	0.8850	35	77958	426.5
33040	34	117.1	(9.8)	(11.9)	21793	(6901)	(3.16)	0.9064	31	84397	534.7
33050	35	100.4	(13.3)	(7.5)	32577	(9165)	(3.55)	0.7733	38	82869	500.6
33060	36	111.5	(10.4)	(10.7)	28553	(8320)	(3.43)	0.852	43	92245	571.4
33070	37	103.1	(10.9)	(9.4)	23155	(9964)	(2.32)	0.8197	43	88541	634.1
33080	38	101.1	(9.9)	(10.2)	19718	(9204)	(2.14)	0.8337	46	87495	669.8

第7表(3) 労働生産性調査 クロスセクション (昭和30年～39年)

(b—3) $h=\beta_L X_1^{\alpha_L}$ h：年間投入労働時間(直接工)，X：年間生産量 (ton)

	t	α_L	S.D.	t-Value	β_L	S.D.	t-Value	r	$d.f.$
洋　紙									
31001	30	0.742	(0.031)	(24.17)	2.494	(0.106)	(23.58)	0.9713	35
31011	31	0.782	(0.029)	(26.80)	2.345	(0.101)	(23.19)	0.9752	37
31021	32	0.763	(0.048)	(15.97)	2.388	(0.170)	(14.04)	0.9377	35
31031	33	0.721	(0.033)	(21.44)	2.510	(0.119)	(21.06)	0.9611	38
31041	34	0.803	(0.024)	(33.74)	2.215	(0.084)	(26.44)	0.9820	42
31051	35	0.810	(0.035)	(22.73)	2.175	(0.128)	(16.88)	0.9591	45
31061	36	0.808	(0.028)	(28.48)	2.112	(0.103)	(20.44)	0.9739	44
31071	37	0.799	(0.043)	(18.68)	2.187	(0.160)	(13.65)	0.9546	34
31081	38	0.738	(0.034)	(21.45)	2.401	(0.131)	(18.26)	0.9659	33
31091	39	0.779	(0.045)	(17.30)	2.178	(0.173)	(12.56)	0.9476	34
板　紙									
32001	30	0.790	(0.051)	(15.47)	2.136	(0.166)	(12.82)	0.9663	17
32011	31	0.863	(0.056)	(15.31)	1.864	(0.198)	(9.39)	0.9599	20
32021	32	0.891	(0.035)	(27.75)	1.703	(0.117)	(14.51)	0.9831	23
32031	33	1.003	(0.083)	(12.02)	1.274	(0.286)	(4.44)	0.9126	29
31041	34	0.935	(0.059)	(15.80)	1.458	(0.220)	(6.62)	0.9448	30
32051	35	0.832	(0.059)	(13.95)	1.787	(0.027)	(7.88)	0.9267	32
32061	36	0.766	(0.046)	(16.68)	2.013	(0.176)	(11.38)	0.9395	37
32071	37	0.771	(0.043)	(18.06)	1.975	(0.166)	(11.88)	0.9503	35
32081	38	0.663	(0.058)	(11.42)	2.403	(0.227)	(10.57)	0.8775	39
32091	39	0.795	(0.043)	(18.68)	1.857	(0.169)	(10.99)	0.9496	38
和　紙									
33001	30	0.907	(0.082)	(11.01)	2.587	(0.198)	(13.05)	0.9265	20
33011	31	0.874	(0.121)	(7.20)	2.658	(0.295)	(9.00)	0.8615	18
33021	32	0.922	(0.067)	(13.76)	2.508	(0.106)	(15.66)	0.9269	31
33031	33	0.851	(0.078)	(10.84)	2.660	(0.189)	(14.02)	0.8778	35
33041	34	0.885	(0.073)	(12.12)	2.520	(0.189)	(13.32)	0.9087	31
33051	35	0.653	(0.086)	(7.63)	3.146	(0.217)	(14.46)	0.7779	38
33061	36	0.862	(0.087)	(9.96)	2.576	(0.225)	(11.45)	0.8352	43
33071	37	0.933	(0.073)	(12.85)	2.313	(0.190)	(12.17)	0.8907	43
33081	38	0.929	(0.051)	(18.10)	2.302	(0.135)	(16.94)	0.9364	46
33091	39	0.853	(0.081)	(10.44)	2.426	(0.218)	(11.12)	0.8469	43

さてある商品群では Limitational な投入函数の構造をもつ部門が存在することを知った。周知のように、通常の産業連関分析では、最終需要を与えると、固定投入係数行列表によって、一義的に各部門の産出量水準が定まり、そこには供給サイドにおける構造変化（行動撰択）の余地が存在しない。一方われわれの分析は、もともと供給サイドにおける構造変化を目的としたものである。

第一節で、各投入係数に生産性係数 $A_j(t)$, $B_j(t)$, $D_j(t)$ を導入した。（$a_{ij}(t)=a_{ij}/A_j(t)$, $a_{0j}(t)=a_{0j}/D_j(t)$, $b_{ij}(t)=b_{ij}/B_j(t)$）高度成長下では、各財の需要が大きく伸びると共に、要素相対価格も大きく変動するであろう。その時一般に装置的工業の設備の規模は拡大する。（これが昭和三〇年代の特徴であった。）われわれの計測結果では、各投入係数は、それぞれの方向に変化するだろう。一般的に、規模変化の影響だけに着目すると、$\frac{dA_j(t)}{dt}\neq 0$（原材料投入係数は規模の変化の影響が小）、$\frac{dB_j(t)}{dt}\leqq 0$（資用使的方向）、$\frac{dD_j(t)}{dt}\geqq 0$（労働節約的方向）、が見られると結論し得るだろう。これが規模の経済性の各投入係数の変化に与える影響である。従って、一般的に装置工業では、限界資本係数は設備規模の拡大と共に増大すると予想される。

〔六・3〕 むすび

以上われわれは、商品別あるいは部門別の基本的な投入―産出の構造を経験的に把握することを試みてきた。又、経済に規模の経済性の働かぬ部門群と規模の経済性の働く部門群とが共存するという事実は、経済発展論に於て重要な役割を演ずるだろう。経済成長の過程で、後者（一般に近代部門）の生産性は上昇し、企業規模、事業所やプラントの規模は拡大し、新投資はこの部門に集中する傾向をもつ。他方、前者（非近代部門あるいは中小企業部門）は、そのような傾向への incentive が技術的な面においてすでに働かない。これらの結果は、産業構造の各部門の比重を変え、又雇用構造をも大きく変化させるであろう。この研究はそれらに対する生産構造分析面での基礎研究の意味をもつものと考えられる。

参考文献

(1) H. B. Chenery: "Engineering Production Functions," Quarterly Journal of Economics, vol. 63, 1949.
"Process and Production Functions from Engineering Data," Studies in the Structure of the American Economy, Oxford 1953. 所収

(2) W. Leontief: "The Structure of the American Economy 1919～1939", 1951.

(3) P. A. Samuelson: "Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function," Review of Economic Studies, vol. 29, 1962.

(4) K. J. Arrow, H. B. Chenery, B.S. Minhas & R.M. Solow: "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency," The Review of Economics and Statistics, vol. 43, 1961 を参照。

(5) R. M. Solow: "Heterogeneous Capital and Smooth Production Functions: An Experimental Study", Econometrica, vol. 31, 1963.

(6) H. Houthakker: "The Pareto Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis", Review of Economic Studies, vol. 23, 1955/6.

(7) M. Brown & J.S. de Cani: "A Measure of Technological Employment", The Review of Economics and Statistics.

(8) 経済企画庁経済研究所シリーズ No. 16「わが国製造工業における投入構造――商品ベース生産函数の研究――」

(9) A. A. Walters; "Production and Cost Functions; An Econometric Survey" Econometrica vol. 31, No. 1～2, 1963.
（生産函数に関するサーベイとしてかなり詳細なもので、特に巻末の Bibliography は非常に価値がある。）

(10) B. Cameron; "The Production Function in Leontief Models", Review of Economic Studies, vol. 20, 1952/3.

(11) R. Dorfman, P. A. Samuelson and R. Solow, "Linear Programming and Economic Analysis", New York, 1958.

(12) C. W. Cobb & P. H. Douglas, "A Theory of Productions", American Economic Review, vol. 18, 1928.

(13) P. H. Douglas "Are There Laws of Productions?," American Economic Review, vol. 38, 1948.

(14) P. H. Douglas "The Theory of Wages", New York, 1934.

(15) J. Marschak & W. H. Andrews; "Random Simultaneous Equations and the Theory of Production", Econometrica. vol. 12, 1944.

(16) J. M. Henderson and R. E. Quant; "Microeconomic Theory; A Mathematical Approach", New York, 1958.

(17) L. R. Klein: "An Introduction to Econometrics" London, 1962.

(18) F. T. Moore; "Economies of Scale; Some Statistical Evidence", Quarterly Journal of Economics, vol. 73, 1959.

(19) A. A. Walters; "Economies of Scale; Some Statistical Evidence; Comment", Quarterly Journal of Economics, vol. 74, 1960.

(20) R. Komiya and T. Uchida; "The Labor Coefficient and The Size of Establishment in Two Japanese Industries", Structural Interdependence and Economic Development, edited by T. Barna, 1963.

(21) C. E. Ferguson, "Cross-section Production Functions and the Elasticity of substitution in American Manufacturing Industry", the Review of Economics and Statistics, Aug. 1963.

(22) V. R. Fuchs; "Capital-Labor Substitution; A Note", The Review of Economics and Statistics, ibid.

(23) W. E. G. Salter; "Productivity and Technical Change", Cambridge, 1960.

(24) 尾崎巌「生産関数の計測と企業の理論」経済研究 vol. 9, No. 1 昭和三三年。

(25) 経済企画庁経済研究所シリーズ No. 6「資本構造と企業間格差」昭和三五年。

(26) 通産省調査統計部編「紙・パルプ工業設備の現況」総合編、能力編、昭和三四年。

(27) 通産省調査統計部編「紙パルプ工業設備調査報告書」昭和三八年。

(28) 労働省統計調査部「労働生産性統計調査報告」昭和三六年、三七年。

(29) 通産省調査統計部「工業統計表」産業編、品目編、各年。

(30) 通産省中小企業庁、調査統計部「中小企業総合基本調査報告書」（昭和三二年）総括編、昭和三四年。

(31) 通産省調査統計部工業統計課「工業統計調査用産業分類」昭和三五年。

(32) 行政管理庁統計基準局「日本標準産業分類」第一巻、昭和三四年。

(33) 同上「日本標準商品分類」第一巻、昭和三五年。

(34) 辻村江太郎・渡部経彦「生産関数と技術進歩・展望」季刊理論経済学 1966, March.

(35) C. Pratten and R. M. Dean in collaboration with A. Silberstone, "The Economics of Large-Scale Production in British Industry" 1965, Cambridge Univ. Press.