立地過程の反応分析

――立地行動に関する一仮説――

高橋潤二郎

(一)

筆者は前に立地過程の効果分析の一例として、マルコフ連鎖の立地過程への適用可能性を示したが、本稿では、立地過程研究のもう一つの局面である反応分析を扱っている。その主要な目的は立地行動に関する一つの極度に単純化した仮説を提供することにあるが、この仮説は、立地過程を通じて、いわゆる立地パターンの三理論型として知られる定形、ランダム、集塊の三分布型がいかにして導出されるかを説明しようという意図をもって構成されている。本稿はあくまでも試論であって、それも低次のレヴェルにおけるそれであるが、筆者がこの様な試みをあえてしたのは、従来立地過程に関する理論的探究が余りにも無視されてきたこと、又、前述の三つの立地パターンに関する確率論的な意味における発生機構については、intensive な研究がなされてきたが、これを立地行動という視点から考察するということは従来余り行なわれておらず、この意味で立地パターンの計測と既成の立地理論との間にはかなりの断層があるように思われたこと、そして、更に、この立地行動そのものに関する理論的考察が従来ともすれば経済学的それに限定され、より広範な動物ないし人間の general behavior という視点から考察される機会が少なかったように思われたこと等にもとづくものである。

以下に展開される議論は三つの部分にわかたれている。即ち、第一の部分は本稿で用いられる諸概念の定義とここでわれわれの依拠する諸前提の吟味にあてられ、ここで前記の筆者の見解がかなり詳細に紹介される。第二の部分は本稿の目的である立地過程の反応分析に基礎を置く立地行動に関する仮説の提示と、それにもとづく三つの立地パターンの導出が検討される。第三の部分は補足的なものであって、立地反応構造の性格が、特に集積可・不可条件に関する考察を中心として議論される。ここでの議論はかなり技術的であって、本稿の主題とはややかけ離れているが、立地過程の反応分析という視点からみた場合、今後の議論の一つの発展方向を示すものとしてつけ加えたものである。

(二)

本稿の主要な問題である立地過程と立地パターンについて考察するにあたっては、いくつかの準備が必要であるが、そのうち、少なくとも基本的準備として明確化しておかねばならぬのは、ここでわれわれの扱う諸概念の定義とこれら諸概念を用いて議論を展開する上でわれわれの依拠する諸前提の規定であろう。

ここでの基本的概念は、いうまでもなく、立地過程と立地パターンとであるが、これらについては後述することにして、ここでは本稿で第一義的に重要である立地変量と立地空間を定義することから始める。

現実の観察対象である地理的分布はいうまでもなく複雑なものであって、これを組織的に分解することは容易でないが、最初の単純化として、地理的分布がいくつかの対象ないし個体の空間的分布の組成として成立していると考えよう。さらに、この対象ないし個体はそれ自体いくつかの属性の集合と考えることができるから、いまある属性A_jに関する観察値をx_jで示すならば、次の如く表現されるだろう。

$$C=\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots, x_K\}$$

ただしx_0は位置的属性に関する観察値であり、x_1－x_kはその他の種々な属性に関するそれである。一般に、地理的分布を観察するという場合、われわれは一定の地表をかぎり、そこに分布しその特徴をかたちづくる種々な対象ないし個体の集合を観察するわけであるが、この限りでx_jはそれ自体一つの変量とみなすことのできるある集合X_jの元であるといえる。この変量は離散的・連続的いずれの場合もあり、計量的な尺度という観点からみれば、名義、序数、距離、比例等のいずれによって計量されるものであってもよいが、ただし、われわれが地理的分布を考察する場合、常に何らかのかたちで位置的属性A_0を考慮しているということを指摘しておくべきであろう。いま、これをより明確にするためにA_0とその他の属性A_1－A_kについてこれを考察の対象として組入れるか否かにしたがって、四つの組合せをつくってみよう。

	A_0	A_1—A_K
(1)	0	0
(2)	0	1
(3)	1	0
(4)	1	1

いうまでもなく、(1)は位置的属性、その他の諸属性いずれも考慮しないという意味で除外されるが、残りの組合せのうち、(2)は位置的属性の変化を捨象した場合、アイサードの所謂 spaceless distribution を構成するもの、通常の統計学が扱うものであり、(3)は位置的属性のみを考慮し他の属性を捨象した場合、人口、植物等の個体分布の分析によくみられるが、一般に point distribution として知られる高度に理念化された分布を構成する、(4)は位置的属性、その他の属性をも変数として扱うものであり、(2)(3)に則応した名称で呼ぶならば spatial distribution とも言ってよい分布を構成するもので

ある。

ここで、われわれの基本的観察単位として、

$$(x_0, x_j) \qquad j=1, \ldots\ldots k$$

をとり、この単位を元とする集合を一般的に地理的変量Gと呼ぶことにしよう。基本的観察単位が常に位置という属性をもっていること、更に、この位置という属性に対して伝統的にわれわれのいだいてきた特別の関心からいって、特に(x_0, x_j) $x_0 \in \prod_{i=1}^{3} M_i$; $x_j \in X_j$, $X_j=\{1, 0\}$ を元とする集合を立地変量と呼び、この様な対象ないし個体を立地単位ないし立地主体と呼ぶのは適切であろう。

さて、われわれはこの様なかたちで地理的変量を規定したが、この変量はx_0とx_jよりなる一つの組の集合、換言すれば、この変量自体を一つの部分集合として含むより大なる集合X_0とX_jの対応によって成立するものに他ならない。集合X_0は位置の集合であるが、これまたわれわれのいだく興味からいって特別な名称をあたえ、立地空間と呼ぶことにしよう。立地空間はより適切に言えば立地可能空間と呼んでもよいものであって、立地可能点すべての集合であるが、われわれの問題意識、分析対象によって種々様々に規定することができる。理論的な興味からいえば、主として立地線と立地平面がわれわれの扱うものであり、これらは、また、夫々の用途にしたがって、離散的にも連続的にも規定し得る。即ち、前者について、各立地可能点は自然数とそれに対応する点、或いは自然数の組とそれに対応する格子点、後者については実数とそれに対応する点ないし実数の組とそれに対応する二次元のデカルト空間の点としてあたえられるであろう。

さて、われわれは議論の出発点として立地変量とそのとり得る範囲である立地空間を定義したが、次にここでの議論の骨組をあたえる前提を検討しよう。これにはいくつかの前提があるが、ここでは、そのうち少くとも二つをあげることが必要であろう。即ちその一つは立地行動が広義の意味での最適化行動であるということであり、もう一つはすべての立地行動は

常に一定の既存の立地事実によって影響されるということである。

第一の前提について、先ず指摘されなければならないことは、これが通常の意味での経済的最適化、即ち投入量ないし費用の極少化、産出量ないし利潤の極大化のみを意味しているものではないことであろう。いうまでもなく、極大極少化の原則をともなった最適行動の概念を一つの人間行動の公準としたのはサミュルソンを引用するまでもなく経済学に於てであったが、最近の注目すべき動向はこの公準が他の社会科学の分野にも積極的にとり入れられていることであろう。即ち、政治学、とりわけ最近急速に活発化している所謂ビヘイビアリズムの立場に立ったグループは、個人ないし集団がその権力、支配、或いは集会に於ける議決の機会を極大化する過程に注目しているし、社会学に於ても、社会集団ないし制度の機能・構造の分析に際して、交友・志気その他いくつかの目的を極大化することが社会行動の基本的前提として認められてきており、又、心理学に於ても、種々な反応——様々な内的ドライヴや学習、適応過程をともなった——を生みだす複雑な刺戟に対して個人の欲求充足の極大化を前提として分析をすすめている。この他、最近擡頭した所謂オーガニゼーション、システム理論に於ても、あたえられた制約条件のもとで諸機能の遂行、諸目標の達成について効率を極大化することがその第一義的前提として存在するのであり、この限りで、極大極少化原則をともなった最適行動という概念は、現在では経済学の域をでて、より広範囲にわたる共通の人間行動に関する公準となっていると見做すことができる。この意味で、しばしばみられる所謂経済学的接近に対する批判は、実はこの公準そのものにむけられているものではなく、むしろ、現行の経済学的研究調査にしばしばみられる個人の役割（ロールズ）——消費者、投票者、フォーマル、インフォーマルな集団の一員としての——に関する十全な考慮の欠如に起因するものとみるべきであろう。

ここで立地行動を広義の最適化行動として規定するということは、いうまでもなく、この様な種々な役割に関する考慮を入れるということを意味するに他ならない。しかし乍ら、他方、これら個人の種々な役割に関する考慮、換言すれば、価値体系の諸成分に関する配慮は経済学が単純化の代償を支払って得た厳格な演繹性を再び喪失する危険性を十分にもち合せている。この極めて危険な陥穽については、既に一部の研究者が議論し始めているが（Isard and Dacey 1962）、ここでは触れず、一応個人の最適化行動を次の様に規定しておこう。

いま、一方に、ある目的函数をもって動機づけられた個人の存在を想定し、他方に m 個の可能な状況より成る環境があるとしよう。個人の行動空間が n 個の可能な選択より成るとするならば、この個人の行動ないしその所産は、行列 $O=[o_{ij}]$, $i=1\cdots\cdots n$, $j=1\cdots\cdots m$ 所謂 outcome matrix で記述されるであろう。いま、$p_{ij}=f(o_{ij})$ でその各元がこの行列の各元に対応する行列、$P=[p_{ij}]$ 所謂 pay-off matrix を考えるならば、われわれは、一般に個人の最適行動をこのペイオフの極大化（もしペイオフの代りに regret matrix を考えるならば、リグレットの極少化）との関連において規定することができる。勿論、この個人の行動規定は極めて形式的なものであって、現実の個人の行動に関して有効な具体的インフォーメーションを提供するものではない。個人の行動、とりわけその予測に関するより適切な推定は決定理論に於て展開される種々な規準を導入することによってなされねばならないことはいうまでもない。

第二の前提、即ち、すべての立地行動が常に既存の立地事実によって影響される、或いは少なくともこれを考慮してなされるということは、いま示した個人の行動に関する形式的規定からも導かれることであるが、同時に、チューネン、ウェーバー以降多くの著名な立地論者がその議論を展開する上で暗々裡に想定してきた前提を陽表的に示したものとも言える。いま、この点をあきらかにするために、完全に同質的な平面にある立地主体が位置を占めることを仮想してみよう。この場合、もしこの平面が有界でなければ、平面上のいかなる点も相互に完全に同質的であり、したがって、位置選択に先立って考慮さるべき条件は何もないから、その立地は平面上のいずれの点をとってもよい。極めて恣意的に行なわれるであろう。しかし、一度この立地が決定されたならば、この立地事実は次の立地主体の決定に何らかのかたちで影響をあたえるに相違

ない。勿論この影響は第一の立地主体と第二の主体との関係によって種々なかたちをとって現われるであろう。或る場合、第二の決定は第一の立地事実によってさしたる影響を受けないかも知れないし、又、受けるかも知れない。この点についてのわれわれの知識は極めて不十分である。しかし、少なくとも、前者は後者の存在を自己の当面する条件ないし環境の一部として認めざるを得ない。同様に第二の主体の立地決定は、あたえられた立地平面の中で第一のそれとともに特定の空間的配置即ち立地パターンを形成することによって、第三の主体に対して条件となる。更に、第三の立地決定は第一、第二の決定と結合して第四の主体の条件に、第四の決定は同様にして第五の条件にと、この過程は継続され、結局すべての立地決定はそれ以前の立地決定ないしその結果形成される立地パターンに依存することになる。いうまでもなく、現実の地理的分布について、われわれはこの様な過程の始点を求めることはできないし、又、ある立地の他の立地に及ぼす効果ないし後者の前者に対する反応を測定することもなかなか困難である。しかし、少なくとも立地空間を想定する限り、われわれはこの様なかたちでこの過程を把えることができるのであり、又、事実、多くの立地論はこの様な過程の存在を暗々裡に想定してその議論を展開してきたのである。換言すれば、立地空間を規定する諸条件ないし立地主体に対する環境は、すべてその空間に既に位置を占めているいくつかの対象ないし個体の存在を仮定し、これらの現象ないし活動の結果としてあたえられるものと考えられるということである。このことは奇妙な事実の歪曲の如くにみえるかも知れないが、立地空間とそこに於ける立地パターンを規定する体系が閉鎖的なものであり、かつあらゆる現象をその地表上に占有している場所（点ないしエーリア）との関係に於て考察しようとする地理学ないし立地論の基本的立場を認める限り、至極当然とも言えるであろう。ここで、われわれは立地行動を分析する上で基本的概念であり、本稿の主題でもある立地過程を次の様に定義しておこう。即ち、本稿に於て、立地過程とは前述の過程、一連の立地決定をともなった立地パターンの連続的変化過程を意味するものとする。

以上、われわれは、本稿で扱われる基本的諸概念の定義と基本的前提の規定について述べてきたが、本稿での主題は、立地過程に関する一つの仮説を提供することと、この様な仮説によっていかに立地パターンの三基本型が導出されるかを検討することである。これらの作業は本稿の冒頭で述べた様に、極めて制限された範囲内での試論であり、それも低次のそれにすぎない。更に、本稿は立地過程と立地パターンの分析としてもいくつかの限定条件をもっている。これらの限定は主として技術的なものであるが、そのうち基本的なものは次の二つである。即ち、㈠立地過程を先行立地に対する後続立地主体の連続的反応過程として把え、その理論的分析に主眼をおいたこと、㈡ここで扱う地理的変量は立地変量としてのそれのみに限定すること、の二つである。

立地過程を主題として選んだのは、いうまでもなくそれが立地パターンないしその複合的組成ともいえる地理的分布を形成する基本的過程であると考えるからに他ならないが、この過程は基本的には任意の立地主体に対する既存の立地主体ないしその結合のあたえる効果或いは前者の後者に対する反応の存在を前提として成り立っている。このことから、ただちに立地過程に対する接近として次の二方法があることが導かれるであろう。即ち、その一つは立地過程を任意の立地主体L_iの決定がそれに続く後続立地主体L_{i+1}, L_{i+2}……にあたえる効果の連続過程として考察してゆくものであり、もう一つは任意の主体L_i決定をその先行立地主体L_{i-1}, L_{i-2}……に対する反応として把え、この反応過程を考察してゆくものである。前者はその内容から言って、立地過程の効果分析、後者は反応分析とも呼ばれてしかるべきものであろう。筆者は先に立地過程を前者の意味に把え、かつこれを一つの確率的（ストカスティク）過程であるという認識のもとに一つの立地模型を提出したが（高橋一九六四）、本稿ではこれを反応過程として把え分析を試みている。

又、前述した立地過程に於て、任意の立地決定に対して一連の先行立地は既存の立地事実としてのみあたえられたが、このことは先行立地が不動のものであることを意味するものではなく、一般にL_iの決定は当然L_{i-1}, L_{i-2}……に対する条件をも

変化させるわけであり、したがって、先行立地主体はこの条件の変化に適応するために種々な反応を示す筈である。勿論、現実に於て、この反応は単に位置の変更というかたちでは現われず、たとえば、企業の場合、第一義的にはその産出量、価格、費用、市場圏の変化というかたちをとって現われてくる筈であり、既存企業がその施設の位置を即時的に変化させることによって、これに適応することはまずあり得ないが、少なくともわれわれが立地変量のみを考察する、換言すれば、各企業の行動を位置の変化ということに限定するならば、閉鎖的な均衡体系を想定する限り、任意の立地主体の決定に対して先行主体が即時的にその位置を変化させることによってこれに適応すると考えるのは当然であろう。換言すれば、このことは、立地過程がその中に一つのフィードバック機構をもっていることを意味するに他ならない。即ち、フィードバック機構とはどの様な自己統御系 self-control system にもみられる、その出力を一定の目標と比較し入力の調節を通じて系の状況をコントロールする機構として規定されるが、立地過程にまきこまれる立地主体は夫々独自のフィードバック機構を内臓しているわけであって、その効果が立地過程を通じて作用しているのである。一般に、フィードバックは正負の二型に分類される。即ち、前者は目標からの偏差を増大させる傾向をもつものであり、後者はこの偏差を減少させる傾向をもつものであるが、最も単純な自動制御に於ける自閉的なフィードバックを次の如く示すことができよう。

$$l_o = l_i\,(K/1-(-b)\,K)$$

$$l_o = l_i\,(K/1-bK)$$

$l_i l_o$ は夫々任意の単位系の入力、出力であり、K は増幅因子、b は単位の出力の一部である。この二つの類型から一般に次の二過程が導出される。即ち、その一つは morphostasis と呼ばれる過程であって負のフィードバックの増大により振幅は減衰し体系の安定をもたらすもの、他は morphogenesis であって正のフィードバックの増大によって振幅の増大をまねき、その結果として振動即ち体系の不安定をもたらす過程であるが、この二過程は立地過程を考察する上で極めて興味のあるものであろう。最近ベリーは、この後者の過程をミュルダールによって地域の不均衡発展に関する説明として提示された、所謂「悪循環」の過程と基本的に同一であることを指摘しているが（Berry, 1963, p. 51）、このフィードバックという概念を効果的にもちいることによって、本稿で設定される立地行動に関する仮説とはちがったかたちで立地パターンを導出することも可能であるように思われる。本稿では立地過程に於けるフィードバック効果を一応存在しないものとして議論をすすめ、後にこれを考慮することにする。

さて、第二の限定、即ち立地変量のみを扱うこと、換言すれば、点分布の問題のみを扱うことは、われわれの議論を立地ということに限定することによって問題意識を明確化しようとしたのがその主要な動機であるが、同時にここで提出される立地過程に関する仮説の性格や立地パターンの測定検証方法に関する技術的問題とも関係をもっていることはいうまでもない。われわれの究極的課題が地理的分布の科学的解明である以上、基本的観察単位は地理的変量たる (x_0, x_1) であるべきであって、非位置的属性の計測を捨象し、立地変量のみを考察の対象とすることは現実の地理的分布を考えた場合単純化にすぎるとの批判をまぬかれ得まい。しかし乍ら、他方、点分布の研究はそれ自体興味ある研究主題として近時ますます多くの研究者の関心を集めている、いわば地理的分布に関する基礎研究ともいうべき存在であって、これを考察せずにただちに地理的変量を考察することは、一変数に関する分析を試みず多変数分析を扱う様なもので、本稿の如き試論には相応しいものではないように思われる。

(三)

前に、われわれは、立地行動を広義の最適化行動と考え、この最適化を形式的にペイオフの極大化ないしリグレットの極少化として規定したが、一般に、所謂決定問題は、この公準の存在を前提として、任意の行動主体が可能な行動 $a_1\ a_2 \ldots\ldots$ の

うちいずれかを選択しなければならないときに生じてくる。これらの行動のうちいずれをとるかは、いうまでもなく環境の可能な状況に依存しているが、通常この環境の状況$\theta_1\theta_2$……のいずれが真の状況であるかは行動主体にとって未知であり、この事実が行動の決定、ないしこの決定を予測する上での基本的困難を導くのである。この決定に関する一般的状況は立地決定についても同じであるが、ここで更に困難なことは、もしある状況があたえられた場合、これに対して立地主体がどの様な行動をとるのが普通であるか、それすらも、われわれには必ずしも明白なかたちであたえられていないことであろう。この立地主体の行動に関する規定が明確なかたちであたえられる限り、もし、われわれがあたえられた立地空間に於ける既存の立地パターンを構成する各単位と位置選択をせまられている主体との関係について完全な知識をもち、かつ、立地過程がフィードバック効果をもたないとするならば、この主体の決定に関してその最適解をさし示すことが容易であることはいうまでもない。この意味で、われわれのなすべきことは、任意の立地主体が先行の立地主体との関係に於てとり得る行動を明確に規定する一つの仮説を提出することでなければならない。

このためにここで、前記の公準にしたがって、二つの立地主体L_iとL_j間の関係について一般的に認められ得ると思われる一連の規則をあたえることから始めよう。

最初の前提として、われわれは、この二つの立地主体ないし単位間の関係が広義の意味での作用―反作用ないし刺戟―反応形式をとると考えよう。このことは、立地単位L_jのとり得る行動が他の立地単位L_iのあたえる刺戟に対する反応として第一義的に規定されることを意味する。

第一の規則は、この刺戟に対する第一次反応が基本的に正、負、無差別という三つの評価反応のいずれかであるということである。ここで、正の評価とは立地主体にとって自己のミニマルな行動目標、即ち立地空間に於ける自己の保全に対してあたえられた刺戟が肯定的であるという評価であるが、これに対して、負の評価とは刺戟がこの様な目標に対して否定的であるとする評価である。無差別とはあたえられた刺戟がこの目標にとって無関係であるという評価に他ならない。この様に

図　1

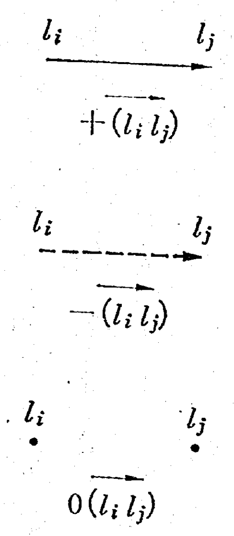
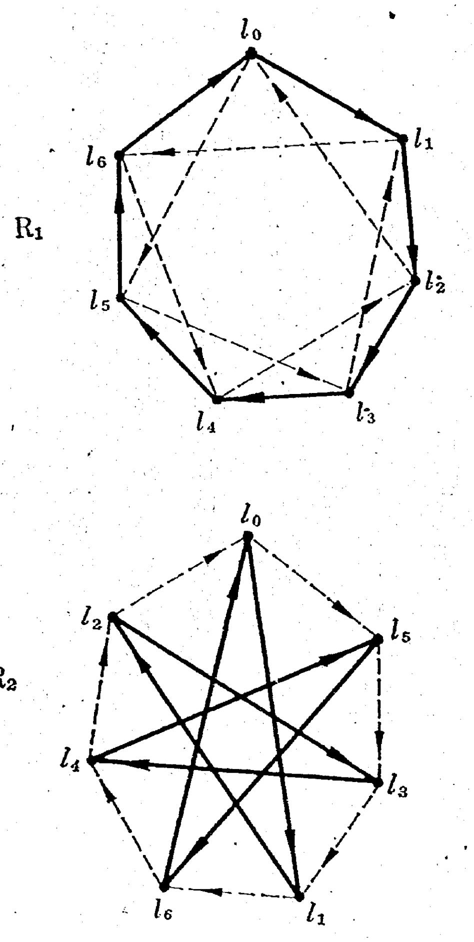


図　2



評価をわけることは著しい現実の単純化であり、複雑な反応のあまりに機械的な類型化であることは事実であるが、この様な単純化によって、われわれは、立地単位に課せられる様々な属性ないし役割を考慮することができるのであり、又、心理的相剋、政治的対立、社会的協調、経済的競争等、広範囲にわたる諸関係について一様に妥当する一つの反応形式を規定したことになるわけである。任意の立地単位L_jの他の単位L_iに対する個々の第一次反応${}_ir_j$は、両者の関係によって様々な評価${}_ie_j$となってあらわれるであろうが、いま、正、負、無差別の評価を夫々C^+、C^-、C°とあらわし、${}_ir_j$の集合を${}_iR_j$とすれば、

$${}_iR_j = C^+ \cup C^\circ \cup C^-$$

$$C^+ \cap C^\circ \cap C^- = \phi$$

となる。

これらの反応が任意の数の立地単位間にみられる場合、これを記述するためには、グラフ理論の諸概念をかりて次の様に

するのが便利であろう。即ち、いま、われわれの立地空間に存在する単位を夫々点l_1、l_2……l_kであらわし、任意の単位L_iが他の単位L_jに対して正の評価をもつとき、（以後これを$+(\overrightarrow{L_iL_j})$とあらわす）両点を実線で結び$l_i$から$l_j$へ矢印をつけ、もし$L_i$が$L_j$に対して負の評価$-(\overrightarrow{L_iL_j})$をもつならば両点を点線で結び、$l_i$から$l_j$へと矢印をつけ、無差別の評価、$0(\overrightarrow{L_iL_j})$については両点を孤立させたままにしておくのである。（図1）

たとえば、立地単位（l_0, l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6）の間に次の如き反応関係があるとしよう。

$-(\overrightarrow{l_0l_5})$, $-(\overrightarrow{l_1l_6})$, $-(\overrightarrow{l_2l_0})$, $-(\overrightarrow{l_3l_1})$, $-(\overrightarrow{l_4l_2})$, $-(\overrightarrow{l_5l_3})$, $-(\overrightarrow{l_6l_4})$;

$+(\overrightarrow{l_0l_1})$, $+(\overrightarrow{l_1l_2})$, $+(\overrightarrow{l_2l_3})$, $+(\overrightarrow{l_3l_4})$, $+(\overrightarrow{l_4l_5})$, $+(\overrightarrow{l_5l_6})$, $+(\overrightarrow{l_6l_0})$;

その他は　$0(\overrightarrow{l_il_j})$, i, $j=0, 1, 2, \ldots\ldots, 6$; $i \neq j$

この煩雑な関係も前述の規則のもとに、図2の様に直観的に明瞭なかたちで示すことができるであろう。いうまでもなく、この場合、立地単位の空間的位置、単位間の距離は全く考慮されず、単に反応関係が記述の対象となっていることに注意する必要があろう。同図に於てR_1とR_2は全く同じ関係を示している。換言すれば、これは立地単位間にみられるパラメトリックな反応関係を示しているものであって、この限りで、あたえられた立地単位に関する反応構造ないし反応グラフRと呼ぶのは適切であろう。

更に、任意の反応グラフRは、もしl_iとl_jを結ぶ線がないとき$a_{ij}=0$とし、l_iがl_jと実線で結ばれているとき$a_{ij}=+1$、l_iがl_jと点線で結ばれているとき$a_{ij}=-1$とする規則を導入することによって、一般にRの隣接行列$A(R)=[a_{ij}]$としても表現することができる。たとえば、前掲の反応グラフRについて、その隣接行列は次の様に示されるだろう。

$$A(R)=\begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

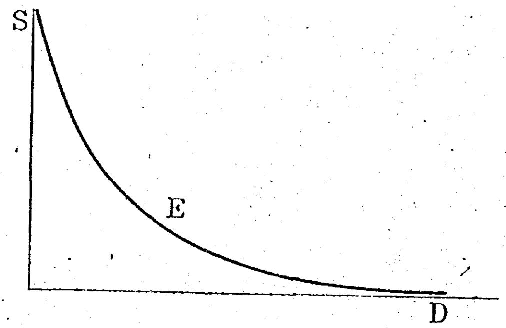
さて、われわれは、任意の立地主体L_iとL_jとの関係が、具体的には刺戟—反応形式をとること、そしてこの反応が第一義的には正、負、無差別の評価としてあらわれてくるという二つの前提をあたえたが、このことから、一般に、立地過程に於て任意の立地主体L_jはその先行立地主体L_iのあたえる刺戟に対して前述の三つのカテゴリーに入るいずれかの評価を第一次反応として示すであろう。このことは、L_iとL_jの関係によって基本的に決定されるものであるが、たとえ、L_iに対するL_jの反応が基本的に正なり負に決定されていても、L_iの刺戟が非常に微弱であれば、これに対するL_jの反応は非常に小さい。極限に於ては無差別の評価と変らないものになってしまうことは容易に予想される。そこで、いまL_iの刺戟量、或いは刺戟の頻度ないし濃度を一定にして、これがL_iの立地点l_iから次第に離れるにつれて減少するものと仮定するならば、L_jがl_iとの距離によって示す反応の度合は、図3の様な曲線Sによって示されるであろう。このことは刺戟の頻度ないし濃度を一定とし、刺戟が距離にしたがって線型に減少する限り、ということは、Eが右さがりの直線となることに他ならないが、立地平面に存在する任意の単位L_iの刺戟圏、よりわれわれのなじみ深い表現を用いるならば、その影響圏はl_iを中心とする円錐の底としてあたえられることを意味している。これはまさにレッシュの市場圏の画定と同じであって、この主題になじみ深い立地論者には異議のないところであろう。L_jがL_iの影響圏外にある限り、両者の関係がいかなるものであれ、L_jのL_iに対する第一

次反応は無差別であるが、これを前に規定した無差別評価と区別するために $\overrightarrow{(L_iL_j)}$ であらわすことにしよう。

ここで、前述の第一次反応、即ち評価反応を導入しよう。いま述べた刺戟―距離の関係を認めるならば、先行立地単位 L_i に対する立地単位 L_j の第二次反応、即ち行動反応して次の様な規則を導入することは自然であろう。即ち、㈠評価が正のとき、これは L_i が L_j の存続にとってポジティヴな効果をもつものであるから、L_j はこの効果をより強化するために L_i へと接近する。㈡評価が負のとき、L_j はこの自己の保全にとってネガティヴな効果をもつ刺激を弱化するために L_i からの回避をはかる。㈢評価が無差別のとき、L_i の刺激は L_j にとって何らの効果ももち得ないから、L_j は何らの行動もおこさない。原位置に止まるであろう。

これら三行動のうち、前二者を、所謂有向行動 oriented behavior の研究に於て ハルがもちいた用語、adience abience とにもとづいて、夫々接近、回避と呼び、Ad、Ab であらわすことにし、後者を中立と呼び An とあらわすことにする。(Hull, 1952)

図　3



即ち、第一次反応 ${}_iR_j^{(1)}$ から第二次反応への移行は次の如くにする。

$$
{}_ir_j^{(1)}\begin{cases} \in C^{+} \longrightarrow {}_ir_j^{(2)} \in Ad \\ \in C^{0} \longrightarrow {}_ir_j^{(2)} \in An \\ \in C^{-} \longrightarrow {}_ir_j^{(2)} \in Ab \end{cases}
$$

いうまでもなく、${}_ir_j^{(1)} \in {}_iR_j^{(1)}$, ${}_ir_j^{(2)} \in {}_iR_j^{(2)}$

$${}_iR_j^{(2)} = Ad \cup An \cup Ab$$

$$Ad \cap An \cap Ab = \phi$$

である。

さて、以上任意の立地単位のあたえられた先行立地の刺激に対するとり得る行動として、接近、回避、中立の三形式があることを述べたが、これは、本稿に於ける立地単位の行動形式に関する基本的仮説（仮説のよりフォーマルな提示については英文レジメを参照）であり、この仮説にもとづき立地単位を位置的変数として扱った場合、この様な立地単位が夫々前記の三行動をとるならばこれらは立地過程を通じてどの様な立地パターンを形成するか、これがわれわれの次に扱う問題である。

このために、実数の集合Rなる立地空間、即ち立地線を考え、この立地線上に一つの立地単位 L_i が存在すると考えよう。（いうまでもなく、ここで立地単位は位置的属性のみを考慮するから、立地線上の一点 a であたえられる）この立地単位の立地点 a を中心に二点 b、c をとり、この区間を L_i の影響圏とする。換言すれば、立地単位 L_i の影響圏は、

$$X = \{x \mid b \leqq x \leqq c,\ x \in R\}$$

と示される任意のRの部分集合と言える。いま立地線上にもう一つの立地単位 L_j が存在すると考えよう。いま、L_j が L_i の影響圏の外側にあるならば、前述の規定にしたがって、$\overrightarrow{(L_iL_j)}$ であり、L_j は L_i に対して何らの反応も示さないが、その他の場合、即ち、L_j が L_i の影響圏内にあるときは、次のいずれかの反応を示す筈である。

Ⅰ　${}_iR_j^{(1)} = +\overrightarrow{(L_iL_j)} \Longrightarrow {}_iR_j^{(2)} = Ad\,\overrightarrow{(L_iL_j)}$

Ⅱ　${}_iR_j^{(1)} = 0\,\overrightarrow{(L_iL_j)} \Longrightarrow {}_iR_j^{(2)} = N\,\overrightarrow{(L_iL_j)}$

Ⅲ　${}_iR_j^{(1)} = -\overrightarrow{(L_iL_j)} \Longrightarrow {}_iR_j^{(2)} = Ab\,\overrightarrow{(L_iL_j)}$

まず（Ⅰ）の場合、即ち L_j が L_i に接近行動をとる場合を考察しよう。いうまでもなく、L_j は L_i に接近するが、空間的摩擦の存在を考えれば、この接近力は L_j の広義の意味での重量と L_iL_j 間の距離に第一義的に依存するが、重量を一定とすれば、距離の遠近によって相違している筈であり、この接近力ないし刺激が、遠いものに対してより強いものでなければならないことは容易に推察される。いま、このことを考慮して a を中心に $a-\varepsilon > b$, $a+\varepsilon < c$ の二点をとり、この区間を接近圏と呼ぶこと

にしよう。即ち、この圏は、

$$X'=\{x \mid a-\varepsilon \leqq x \leqq a+\varepsilon,\ x\in R\}$$

で示されるRの任意の部分集合である。接近圏はL_iの真影響圏とも呼ぶべき区間であって、この区間内に存在するL_jがL_iへの接近行動をひきおこす程十分にL_iの刺激の強い区間である。もしL_jがこの区間内にある限り、L_jは常にL_iに接近行動をとり、aを中心にして、この区間内を次々と移動してL_iに次第に近づくが、この移動点が一般的な数列の収束の条件$a-\varepsilon < x(t) < a+\varepsilon$をみたす限り、結局、$a$に帰着するであろう。

（Ⅱ）の場合、即ちL_jがL_iに対して中立の場合は明白であろう。空間的摩擦のいかんに拘らず、L_jはL_iの影響圏内のいずれに位置してもその立地を移動することはない。原点に止まるであろう。

（Ⅲ）の場合、即ち、L_jがL_iに対して回避行動をとるときは矢張り空間的摩擦の存在を考慮しなければならないから、ここでも（Ⅰ）の場合と全く同様なかたちで、

$$X'=\{x \mid a-\varepsilon \leqq x \leqq a+\varepsilon,\ x\in R\}$$

をとり、これを回避圏と呼ぶことにしよう。L_jはL_iの影響圏内にあってもその回避圏に位置していないかぎり何らの行動をも起さないであろう。もし、L_jが回避圏に存在するならば、L_jはL_iから回避するが、これはL_iからの距離が大になるにしたがって、その刺激は漸減するから、$a-\varepsilon$, $a+\varepsilon$の両点、即ち回避区間の端点でその回避力が一定点に達する。結局L_jは刺激圏へと離脱するが、（Ⅰ）の場合と相違して一定点へ帰着するとは限らない。L_iの刺激圏の周辺に浮游立地するであろう。

以上、立地線上に於ける二つの立地単位L_i、L_jを考え、L_jのL_iに対する第一次反応にもとづいて起す行動の結果を考察したが、次に、二次元のユークリッド空間R^2を想定し、これを立地空間としてこれらの行動を考察してみよう。ここで各立地単位は位置的属性をもつのみであるから、この平面の点のいずれか

$$x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad x\in R^2$$

であたえられよう。いま、この空間に一つの先行立地L_iの存在を想定する。その影響圏はL_iの立地点をaとすれば、

$$X=\{x \mid \|x-a\| \leqq \|r\|,\ x\in R^2\}$$

で示される集合、即ち、平面上の一定点aを中心とする半径がrである円内に含まれる点全部から成る集合である。いま、このL_iを先行立地として、後続単位L_jがこの立地平面に位置を占めるとする。前述の議論にしたがってL_jの立地点がL_iの影響圏に含まれないとしたら、$(\overrightarrow{L_jL_i})$である。その他の場合、$L_j$は$L_i$に対して接近、回避、中立のいずれかの行動をとるが、これらは前述の立地線に於ける議論と同様に次の如くなることが考えられる。即ち、

（Ⅰ）の場合、l_iの接近圏は、

$$X'=\{x \mid \|x-a\| \leqq \|r'\|,\ x\in R^2\}$$

で示される。立地平面に於ける定点aを中心として半径$r' \geqq r$の円上にある点の集合であるが、もし、L_jがこの圏外にあるならば、たとえL_jの第二次反応が接近行動をとるとしても、L_jは原点を動かない。もし、L_jが刺激内にあるならば、前と同様な議論によって、L_iに接近し、結局、aに帰着するであろう。

（Ⅱ）の場合、L_jはL_iの影響圏のいずれにあってもその立地を変えることはない。

（Ⅲ）の場合、回避圏を（Ⅰ）と全く同様に示すならば、

$$X'=\{x \mid \|x-a\| \geqq \|r'\|,\ x\in R^2\}$$

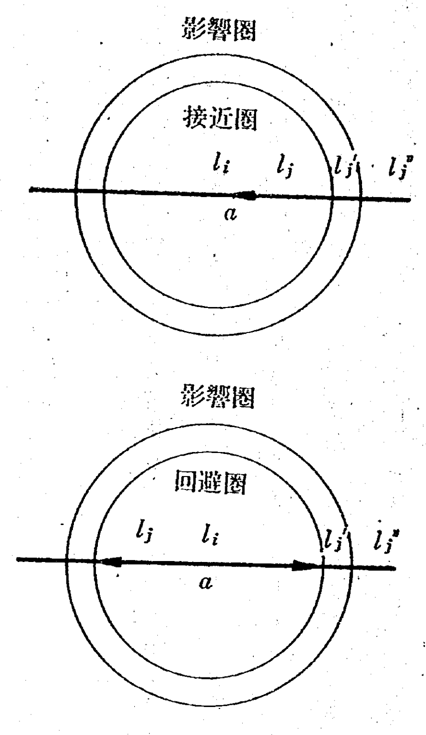
であり、L_jがこの圏外にある限り不動、圏内にあるならば、回避圏を離脱して、その周囲に浮游立地するであろう。

要するに、議論をこの様な直観的なかたちで述べる限り、立地線上に於けるときと立地平面上に於けるときで、その内容に

さしたる変化はない。ここで、立地平面に関して、われわれの述べてきたことをまとめて図4に示しておこう。図の二円のうち外円は影響圏、小円は夫々接近、回避圏、l_j''は不動、l_jとl_j'が移動であることはいうまでもない。

さて、これまで、二つの立地単位を対象にして、先行単位L_iに対する後続単位L_jの夫々の行動性向にもとづく移動を考察してきたが、ここでn個の立地主体を導入し、これらが各行動性向のもとに立地過程を通じてどの様なパターンを形成するかを考察することが最後の作業として残っている。そのため、ここではいままで順序をかえて、はじめに、(II)の場合、即ち${}_iR_j^{l}=0\,(\overrightarrow{L_iL_j})$立地単位の第一次反応が無差別である場合を考察しよう。もし先行立地をl_0とすれば、後続立地$l_1, l_2, \ldots\ldots, l_{n-1}$が夫々立地空間の一点を占めるが、前述の如く、先行立地は後続立地に対して何らの効果ももたないから、ここには何らの移動もみられない。各後続立地単位はその初期位置に止まるであろう。この結果形成される立地パターンについてわれわれの仮説は何らの情報もあたえない。いうまでもなく、このことは、あたえられた立地平面に於て各立地単位がとり得る位置について、何らかの規則があたえられねばならぬことを意味するが、定義によって、われわれの平面の各点は相互に完全に同質、かつ規定によって各単位は相互に無差別であるから、この初期立地の規定として、各立地がランダムにあたえられるとするのは妥当であろう。即ち、(II)の場合、あたえられる立地パターンは点分布の研究に於てランダムパターン random pattern として知られるものとなるであろう。

図　4



これに対して、(I)の場合、即ち、${}_iR_j^{l}=+\,(\overrightarrow{L_iL_j})$各後続立地単位がその先行立地に対して接近性向をもつときはどうなるであろうか。いま各単位の反応曲線を一定とするならば、最も極端な場合、先行立地l_0の接近圏が立地平面をすべておおうならば、後続立地はすべてl_0に集まるであろう。又、他の極端、l_0の接近圏と他の各単位の接近圏が非常に小さいならば、各単位の初期位置が前述の様にランダムにあたえられると考える限り、その結果形成されるパターンはランダムパターンと近似するであろう。この両極端の間に接近圏が任意の大きさをとる場合があるが、この場合、l_iがl_{i-1}の接近圏にあるならば、いうまでもなく、l_iはl_{i-1}に接近するが、もしそれがl_{i-1}の影響圏外にあるとすれば、それ自体独自の影響圏をもち、l_{i+1}に刺激をあたえることとなり、もしl_{i+1}がその接近圏にあるならば、l_{i+1}はl_iに接近する筈であり、結局、その結果形成されるパターンはいくつかの立地点の集まりより成るパターン、一般に集塊パターン clustered pattern として知られるものになるであろう。デーシーは空間の一点に於ける多数の立地単位の集まりがオペレーショナルな意味では識別し得ないことを指摘して、各点の位置は別々であるが、隣接点間の距離が非常に小さい一定値をとるパターンを考え、これを集群パターン clumped pattern と呼ぶことを提案しているが、いま、これを採用するならば、われわれが最初に述べたパターンは所謂 one-clumped pattern、最後に述べたそれは multi-clumped pattern と呼んでよいものであろう。(Dacey and Tung, 1962.)

さて、最後に(III)、即ち${}_iR_j^{l}=-\,(\overrightarrow{L_iL_j})$各単位が先行立地に対して回避性向をもつ場合、矢張り両極端が考えられる(一方は完全な拡散、他方はランダムパターン近似）が、その他の場合、前述の(II)で示したと同様な過程によって、夫々その周辺に浮游立地を伴ったいくつかの立地点より成るパターンが形成されるが、いま、規定にしたがって、回避行動を浮游立地間にも導入し、ということは各隣接点間の距離を最大にし、かつ、回避圏の大きさの許す限り立地平面上に於ける立地単位数を大にするとすれば、最終的には、その立地パターンはこれまた点分布の研究に於て定形パターンないし六角形パターン hexagonal pattern として知られるものとなるであろう。

以上、われわれは、本節の冒頭で示した立地単位間にみられる基本的反応関係に関する規則から、夫々、接近、回避、中立の三行動性向が導出され、更に、これらの行動性向がすべての単位にみられるとき、これらが立地過程を通じてどの様な

立地パターンを形成するかを考察してきた。その結果、夫々の行動性向を仮定したとき形成されるパターンは点分布の研究に於て基本的類型として知られる三つのパターンを含むものであることが示されたが、これら三つのパターン、集塊、ランダム、定形パターンが夫々の立地過程――これを集積、ランダム、隔離過程と呼ぶのは適切であろう――によってユニークに決定されるものではなく、むしろ一つのヴァリエーションとして導出されるものであることは、前述の議論からも明らかなことであろう。それは一つにはわれわれの基本的前提の不完全性にもよるが、同時に、ここに於ける推論がすべて直観的な叙述に終止し、より厳格な論理の展開に相応しい方法を採用しなかったためでもある。これらについては又別の機会にあらためて述べてみることにしたい。

(四)

最後に、われわれの議論から少しく傍道にそれるが、前に規定した反応構造の性格に関する一つの興味ある問題に触れてみよう。前述の様に立地パターンは任意の立地主体の先行立地に対する反応形式、ならびに主体と先行立地との距離とに依存して決定されるが、いま、ここで距離を考えず、あたえられた主体間の反応関係のみを考察しよう。いうまでもなく、この反応関係は一つの符号有向グラフないし隣接行列として示される。即ち、反応グラフRに於て、各主体は点、その反応は符号有向線の有無で示されるであろう。前述の如く、主体L_iがL_jに対して正の反応をもつ場合、実線の矢印でこの二点を結び、負の反応を示す場合、点線の矢印で結び、無差別の場合は両点を孤立したままにしておこう。

ここで問題をより明確に提起するために、次の例を考察してみよう。即ち、いま三つの立地主体 L_1、L_2、L_3 があり、この関係が、

Ⅰ）＋$(\overrightarrow{L_1L_2})$、－$(\overrightarrow{L_1L_3})$、－$(\overrightarrow{L_2L_3})$

Ⅱ）＋$(\overrightarrow{L_1L_2})$、－$(\overrightarrow{L_1L_3})$、＋$(\overrightarrow{L_2L_3})$

であるとする。この正負の反応が前述の仮説にしたがって夫々の主体の対象主体への接近、回避行動を導くとするならば、(Ⅰ)の場合L_1はL_2の位置l_2に移動し、L_3は原点に止まることによってあらたな立地パターン、より正確には反応グラフRを構成するであろうが、このときL_2はL_1に対して無差別であり、L_1はL_2に対して正の反応をもつわけであるから、両者がl_2点に共存ないし集積する上に何らの問題も生じない。しかし(Ⅱ)の場合、同様なことを考えると、L_1はL_2に接近し、L_2はL_3に接近するだろう。この場合、L_1がL_2とともにl_3に集積するならば、最初に反応関係は－$(\overrightarrow{L_1L_3})$とあたえられているから、この様な集積は$L_1$と$L_3$間にコンフリクトを生ぜしむるに相違ない。この限りでl_3へのL_1L_2の移動は不可能となり、結局L_1はl_2に移動するか、原点l_1に止まるかのいずれかになるが、この結果が主体L_1にとって満足のゆくものでないことは自明であろう。この意味で、(Ⅰ)の場合を集積可能ないし十分集積と呼び、(Ⅱ)の場合を集積不能ないし不十分集積と呼ぶのは適切であろう。われわれの問題は、したがって、次の如く提示される。いまn個の立地主体とその反応関係があたえられ、そこに距離とは無関係に接近、中立、回避の行動原則を適用した結果形成される立地パターンが、前述の意味で集積可能ないし十分集積であるためには、どの様な条件がみたされなければならないか。

この問題に対する極めて形式的な解答はヘイダーによってあたえられた所謂 cognitive balance に関するそれを適用することによって得られるであろう。即ち、彼は、任意の個人P、他の個人O、一つの物体Xについて、PのOに対する評価とP、OのXに対する評価を like-dislike の規準で正負にわけ、もし三つの評価がすべて正であるか、或いは二つが正であり一つが負である場合、ここに心理的均衡状態が成立し心理的安定をもたらすが、その他の場合には不均衡即ち心理的緊張を生みだすと規定している。(Heider, 1946) この規定はわれわれのいま扱った集積可能と不能と本質的に同一であって、この限りで、われわれはこの心理的均衡の分析にともなって開発された所謂有向グラフの調和条件に関するいくつかの諸定理を

かりて、われわれの問題、即ち集積可・不可条件について述べることができよう。

このために、まずヘイダーの規定をより一般的にし、かつわれわれの用語にしたがって反応グラフRの各輪(サイクル)が正であるならば、このRは調和であると規定しよう。[1]（ただし、輪の符号はその輪を構成する線の符号の積である）換言すれば、すべての輪が負の線を偶数個もっている限りRは調和である。この規定が前述の問題提起にさいして用いた二つの事例にもあてはまることは明白であろう。図5は三つの立地主体についてそのとり得る反応グラフを示したものである。R_1、R_3は調和であり、R_2、R_4が不調和であるが、前者が集積可能ないし十分集積であり、後者が集積不可能ないし不十分集積であることは各事例を検定すれば明らかであろう。いうまでもなく、R_1とR_2は前述の二つの事例に対応するものである。

図　5

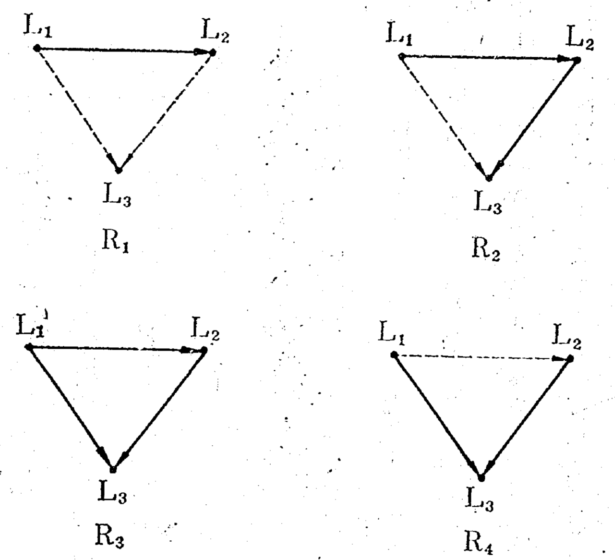
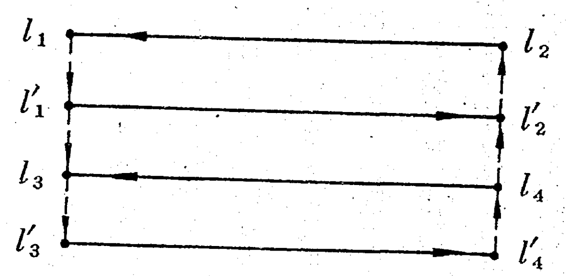


図　6



さて、この様なかたちであたえられた集積の可・不可条件は、三つの立地主体のみでなく多数の主体間の反応関係を対象とするときも適用し得るが、この場合、その作業が極めて煩雑になることは容易に予想される。このために、ハラリーが符号グラフの調和条件について示した定理から導かれる方法を援用するのが適切であろう。

ハラリーの定理は、任意の符号グラフSについて、次の三つの命題、

㈠　もしSのすべての輪が正であるならば、Sは調和である。

㈡　Sに含まれる点の各組(ペア)について、これら二点を結ぶすべての道は同符号をとる。[2]

㈢　Sに含まれるすべての点よりなる集合Vは、これと同一部分集合内の二点を結ぶ各線が正となり、ことなった部分集合に夫々含まれる二点を結ぶ各線が負となる様な二つの部分集合に分割することができる。

が等値であるというのである。（Harary, 1954.）いうまでもなく、命題一は前述のわれわれの規定に他ならないから、この定理は反応グラフに於ける集積条件の検定について他の二つの方法があることを意味するに他ならない。図6はこれらの方法を例示するために一つの単純な反応グラフを示したものであるが、同グラフに於て、輪数は六個であり、その各輪の符号は正であるから、われわれの規定にしたがってこのグラフは調和、即ち十分集積である。（命題一）

又、このグラフに含まれる点のうち二点をとってできる組合せの数は二八個、各組(ペア)を構成する二点を結ぶすべての道の符号は同一であり、（命題二）Rを分割する二つの部分集合を $V_1=\{l_1, l_2, l_3, l_4\}$；$V_2=\{l'_1, l'_2, l'_3, l'_4\}$ とすれば、同一の集合に含まれる二点を結ぶ各線は正、異集合の二点を結ぶ線は負の符号をとる（命題三）から、ともに定理によってこのグラフが調和であることがわかる。

この三つの検定方法のうちいずれをとるかは、立地主体の数、その反応関係によって相違するが、少くとも反応グラフを図示する限り、第三の方法は視覚的に検定され易いといえるであろう。

ここで反応グラフの集積検定に関連する二つの概念を示しておこう。

前述の様に、任意の反応グラフRはその輪がすべて正ならば集積可能である。したがって、Rが集積可能ならば、Rの任意の点l_iをとったとき、このl_iを含むすべての輪は正である筈である。いま、任意のRをとり、これに含まれる点l_iを考え、これを含むすべての輪が正であるならば、このRはl_iに於て局地的に集積可能であると呼ぶことにしよう。いうまでもなく、Rに含まれる各点に於て局地的集積可能が成立するとき、そのときにのみRは集積可能である。この局地的集積可能と

いう概念を用いて、前述の検定方法を更に単純化して示すことができるが、ここでは、それに触れず、只、Rが全体として調和でない場合も局地的集積が可能であることを例示するに止める。即ち、図7に於ける反応グラフRは集積不能ないし不十分集積であるが、l_iに於て局地的集積が可能であることは明らかであろう。

この局地的集積に加え、もう一つの概念として、制限集積ないしN-集積可能とも呼んでよいものがある。一般に多数の立地主体間の反応関係について考察する場合、この反応グラフRに於て、対象となる輪の長さ、即ち、その輪に含まれる点数が非常に大きいならば、このRについて集積の可否を論じることは必ずしも重要ではなくなるかも知れない。この意味で、集積可・不可の条件として基本的な考慮の対象となる輪の長さについてある制限をあたえ、その限界内での集積について考察することがある場合には便利となろう。このために、次の様な定義をあたえる。即ち、反応グラフRは輪の長さがNもしくはそれより小である各輪が正であるとき、N-集積可能であるとする。いうまでもなくRのすべての負の輪の長さがNよりも大であれば、N-集積可能である。

図　7

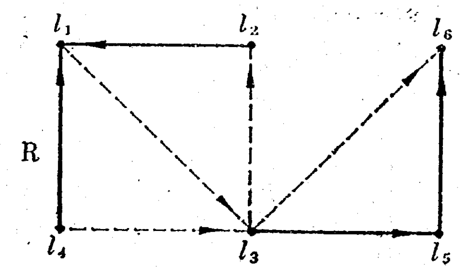
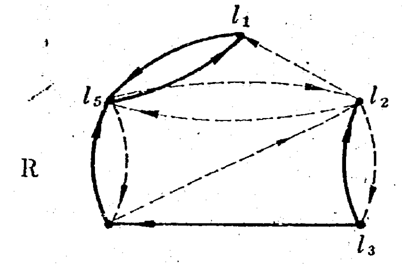


図　8



$$A(R)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

このN-集積の可・不可の条件を考察するためには、所謂 valency matrix を応用するのが便利であろう。いま任意の数の立地主体間の反応関係を示す反応グラフRの隣接行列 $A(R)=[a_{ij}]$ を考えよう。その各元は、前述の規則にしたがって、$0(\overrightarrow{l_il_j})$ならば0、$+(\overrightarrow{l_il_j})$ならば+1、$-(\overrightarrow{l_il_j})$ならば−1である。図8は一つの反応グラフRとその隣接行列を示したものであるが、l_iとl_jとを結ぶ線の数は、2, 1, 0 のいずれか、又、符号についていえば、(一)符号がないか、(二)正、(三)負、(四)正負ともにもつかのいずれかである。いま、これを考慮して次の様な規則によって一つの行列 valency matrix $B=[b_{ij}]$ をつくる。

i)　$a_{ij}=a_{ji}=0$ のとき $b_{ij}=0$

ii)　$a_{ij}+a_{ji}>0$ のとき $b_{ij}=p$

iii)　$a_{ij}+a_{ji}<0$ のとき $b_{ij}=n$

iv)　i), ii), iii) 以外のとき $b_{ij}=a$

とすれば、前図の反応グラフRの valency matrix、即ち符号行列 B(R) は以下の様に示されるであろう。

$$B(R)=\begin{bmatrix} 0 & n & 0 & 0 & p \\ n & 0 & a & n & n \\ 0 & a & 0 & p & 0 \\ 0 & n & p & 0 & a \\ p & n & 0 & a & 0 \end{bmatrix}$$

同行列に於て、$b_{23}=a$ であるが、これはl_2とl_3を結ぶ線が正と負をもっている。換言すればl_2とl_3は長さ2の負の符号をもつ輪に含まれていることを意味している。そしてこのことが前述の集積可能条件にてらして、この反応グラフが2-集積可能でないことを意味していることは明らかであろう。即ち、一般に、任意の反応グラフRはその符号行列 B(R) の各元について、$b_{ij}\neq a$ であるとき、そのときにのみ集積可能であるといえよう。

$N>2$ の場合、即ち輪の長さが2よりも大きくなるときは、符号行列に関する特別な算法が考案されねばならないが、この様な符号行列に関する算法としては、次の様な規則を導入するのが適切であろう。(Harary, Norman and Cartwright, 1965.)

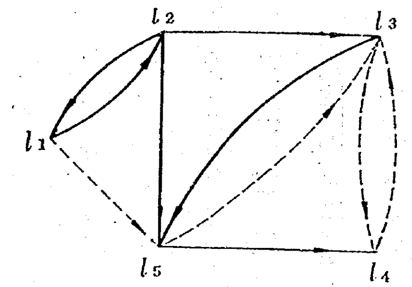
これを用いれば、たとえば、図9に示された反応グラフとその隣接行列について、その符号行列とその自乗は次の如くになる。

+	0	p	n	a
0	0	p	n	a
p	p	p	a	a
n	n	a	n	a
a	a	a	a	a

×	0	p	n	a
0	0	0	0	0
p	0	p	n	a
n	0	n	p	a
a	0	a	a	a

図 9

R



$$B=\begin{pmatrix} 0 & p & 0 & 0 & n \\ p & 0 & p & 0 & p \\ 0 & p & 0 & n & a \\ 0 & 0 & n & 0 & p \\ n & p & a & p & 0 \end{pmatrix} \qquad B^2=\begin{pmatrix} p & n & a & n & p \\ n & p & a & a & a \\ a & a & a & a & a \\ n & a & a & p & a \\ p & a & a & a & a \end{pmatrix}$$

一般に、反応グラフの符号行列のk乗B^kの各元$b_{ij}^{(k)}$はl_iとl_jを結ぶ長さkの列(セクエンス)が存在しないとき0、すべての列が正のときp、すべてが負のときn、正負ともに存在するときaとなることが知られている。[3] たとえば、前掲のB^2について、その$b_{24}^{(2)}$は前述の算法にしたがって、

$$p\cdot0+0\cdot0+p\cdot n+0\cdot0+p\cdot p=0+0+n+0+p=a$$

と得られたわけであるが、このことはl_2とl_4を結ぶ列が正負少くとも一つずつなければならないことを意味している。そして、これが妥当であることは同グラフについて容易にたしかめられる。即ち、(l_2, l_5, l_3)は正、(l_2, l_3, l_4); (l_4, l_5, l_2)はともに負である。又、$b_{33}^{(2)}=a$であり、このことはl_3を含む負の閉鎖列の存在を意味するが、これまた(l_3, l_5, l_3)の輪があることでたしかめられる。いうまでもなく、この行列B^kが$N>2$のときの制限集積可能条件の検定に用いられることは明らかであろう。即ち、一般に、任意の反応グラフはそのB^k $(K=1, 2, \ldots\ldots, N)$の対角元がすべて0か$p$のとき、N-集積可能といえるのである。このことから、われわれは制限集積に関する可・不可条件の検定法として次の方法を規定することができよう。即ち、任意の反応グラフRがあたえられた場合、そのRに含まれる最も長い輪をとり、その長さをNとする。任意の輪の長さ$K=1, 2, \ldots\ldots, N$についてRの符号行列の各冪(べキ)B^kをもとめ、その対角元について、$b_{ii}^{(k)}\neq n$, $b_{ii}^{(k)}\neq a$が成立するとき、そのときにかぎり、RをN-集積可能とするのである。このことから、前掲のB^2に於ては、$b_{33}^{(2)}=a$, $b_{55}^{(2)}=a$であるから、2-集積不能、即ち、輪の長さを2とする限りこの反応グラフは集積不可能の点を含むものと解釈される。

さて、ここで、あたえられたいくつかの反応グラフがいずれも集積不能ないし集積不十分である場合、そのいずれがより集積可能の状態に近いか、を考えるのは当然であろう。この様な集積可能の度合を示す指標としてはいくつか考えられるが、その最も基本的なものとして、前述の議論から、あたえられたRに含まれる正の輪の数s^+と総輪数sとの比をこれにあてるのは適切であろう。即ち、指標は、$\beta=s^+/s$であたえられる、$0\leqq\beta\leqq1$であり、Rが十分集積であれば$\beta=1$、である。不十分集積の指標はいうまでもなく$(1-\beta)$であたえられよう。

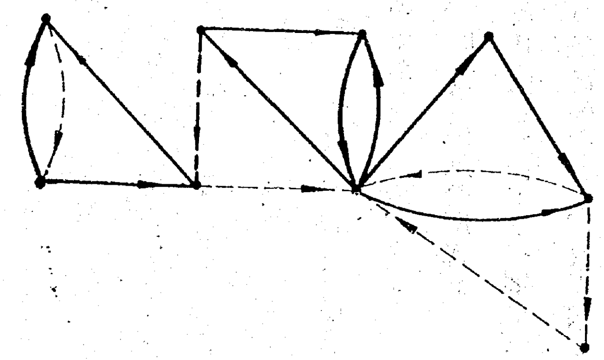
いま、RがK個のブロックよりなるとし、各ブロックB_iに含まれる正の符号をもつ輪数をs_i^+、総輪数をs_iで示せば、指

標は、

$$\beta=\frac{s_1^+ + s_2^+ + \cdots\cdots + s_k^+}{s_1+s_2+\cdots\cdots+s_k}$$

となる、図10について、集積可能指数は各ブロックについて、1) $s_1=3$, $s_1^+=1$; 2) $s_2=6$, $s_2^+=6$; 3) $s_3=6$, $s_3^+=3$ であるから、$\beta={}^2/_3$ となろう。ここに示したβはカーライトとハラリーによって定義された所謂調和指標と同じであるが、(Cartwright and Harary, 1956) いうまでもなく、この場合、すべての輪にその長さにかかわりなく同じ重さをあたえているわけであり、その限りで批判の余地がある。即ち輪の長さに応じて重さをかえることが望ましい。この点を考慮して調和度の指標もいくつか定義されているが、その算出法は必ずしも簡便ではなく、改良の余地があるものといえよう。（Abelson and Rosenberg, 1958)

図 10



(1)　(2)　(3)

以上、反応構造の一つの性格、即ち、集積の可・不可条件について、所謂グラフ理論で展開された調和という概念とそれをめぐるいくつかの定理との関係に於て述べたが、この集積可否の問題は本来動態的に扱われるべきものであることはいうまでもなく、この意味で前述したことがらはあくまでも研究のための準備であって、その本格的究明はこれから展開さるべきものであり、その研究のための技術的開発も積極的に進められねばならない。この点、所謂グループダイナミックスとの関連に於て最近とみに活発化している所謂調和過程 balancing process の研究 (Jordan, 1953; Rosenberg, 1958; Morissette, 1958; Flament, 1963) はいずれもいまだ試論的段階であるが、われわれの興味をひく存在といえるであろう。これらについてはまた稿をあらためて述べることにしたい。

（1）ここでいう〈輪〉はより正確にいえば semi-sycle 即ち点 i, j を結ぶ線の方向が必ずしも同一でない sycle を意味する。sycle の訳としては回、輪、輪体等であるがここでは輪とした。

（2）この場合も、輪について述べたと同様に、正確には semi-path である。以下ここでいう道はすべて semi-path である。

（3）この場合の列もまた semi-sequence である。

文献

1) Abelson, R. P. and M. J. Rosenberg; 1958, Symbolic Psyco-logic, A Model of Attitudial Cognition, Behavior Science, 3:1-13.
2) Berry, B. L; 1965 Cities as Systems within Systems of Cities, Regional Planning, ed. Friedman and Alonso, 87-96.
3) Cartwright, D. and F. Harary; 1956, Structural Balance, A Generalization of Heider's Theory, Psycol. Rev. 63:277-293.
4) Dacey, M. F. and T. Tung; 1962, The Identification of Randomness in Point Pattern, J. R. S. 4:83-96.
5) Harary F. and Others; 1965, Structural Balance, An Introduction to the Theory of Disected Graphs, John Wiley & Sons.
6) ——; 1954, On the Rotation of Balanced Signed Graph; Mich. Math. J. 2; 143-146.
7) Hull, C. L.; 1952, A Behavior System, Yale Univ. Press.
8) 高橋潤二郎、一九六四、「マルコフ連鎖としての立地過程」三田学会誌。