

Title	所謂立地型の識別について (続)
Sub Title	Identification of locational pattern (continued)
Author	高橋, 潤二郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1966
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.59, No.5 (1966. 5) ,p.463(19)- 474(30)
JaLC DOI	10.14991/001.19660501-0019
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19660501-0019

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

負担。以上に要約できるが、これと関連しては、Ibid, pp. 72-73 を参照。

- IV (1) 別に *tail a rente* とも呼ばれた。
- (2) 例えばアブランビル村の場合だが、一六八八年にタイユの負担者五三のうち、ラントを支払う土地を引受けている者三六、うち一四は農業のためもっぱらラント負担の土地によらなければならなかった。Verard, Ibid, p. 74 に注意。
- (3) ラントの取得者のなかでパリ在住のブルジョワをかく位置づけることに關しては、Ibid, p. 74 を参看。
- (4) 例えばブルドンデーダリュ家だが、アブランビル村に持つフェルムを買却して後も村内に多くのラントを確保していた。同家は単にラントの取得者として地主に甘んじた。Ibid, p. 74 に注意。
- (5) テイエ村においては葡萄酒の賃貸に際しラントによる場合が圧倒的な割合を占めた。Ibid, p. 74. アブランビル村では葡萄酒の賃貸に際し多くラントによっていた。Ibid, p. 75.
- (6) Ibid, p. 73 に注意。ラント負担の土地を彼は抵当として差入れてしまった財産と考えた。
- (7) 一六四四年に二〇リーブルのラントで賃借した半アルパンの葡萄酒が直営できず、なおかつ滞納金の支払も不能に陥いたので、一六九四年には返還をよぎなくされた。Ibid, pp. 73-74.
- (8) 一六九三年三月に地主は九リーブルのラントで手放した葡萄酒の返還を受けた。しかし彼はそれを四月以降に今度は二〇リーブルのラントで賃貸に出した。Ibid, p. 74 に注意。
- (9) マリル・ジュージュは葡萄酒の賃貸にあたり、ラントとして白葡萄酒を要求した。Ibid, p. 74. 一六九四年クロード・ロションは葡萄酒の賃貸に際し、葡萄酒の価格が一ミューにつき三〇リーブル相当かそれ以下の時、ラントをオルレアン半樽に二つ、また三〇リーブルを上廻った時、一ミューとした。Ibid, p. 75 を参看。
- (10) 一六七七年クレマン・ブシェールは全耕地をフェルムに統合したが、葡萄酒二はラントを召上げることには甘んじた。Ibid, p. 75 に注意。

研究ノート

所謂立地型の識別について (続)

高橋潤二郎

一、立地型の判別

基本的な空間的分布のパターン、即ち、ここでいう立地型には、定形分布、ランダム分布そして集塊分布の三型があるが、対象となる立地型が、これら三型のいずれであるかを識別判定する上での一つの基準として分散、平均比が用いられることは既に述べた⁽¹⁾。これは、いうまでもなく、ランダム分布の理論型(モデル)である Poisson 分布に於て、分散と平均値が一致することに着目し、 σ^2/μ II をランダム分布、 $\sigma^2/\mu > 1$ を定形分布、そして $\sigma^2/\mu < 1$ を集塊分布の判定規準とするものである。この指標は、Chapman (一九四二) によって相対分散 (relative variance) Blackman (一九四二) によって分散係数 (coefficient of dispersion) 又、鳥居 (一九五二) によって離隔係数 (divergence coefficient) と夫々ことなつた名称を附与されているが、特に、鳥居は、これを Poisson 分布からの隔りの測度を示すものとして離隔係数と呼んだものである⁽²⁾。対象分布の判定が全数調査による場合、この分散、平均比が直接

所謂立地型の識別について (続)

の判定規準になるが、標本調査による場合、これら統計値は標本とともに変動し、たとえ対象分布がポアソン型であったとしても、 σ^2/μ II を常に期待することができないことはいうまでもない。そこで通常の統計学的方法による σ^2/μ II の有意性検定がなされねばならぬ。ポアソン分布の適合度検定については、通常の χ^2 検定が適用出来ることは既に述べた通りであるが、Akellam や David and Moore は、ポアソン型の σ^2/μ が、近似的に自由度 $n-1$ の χ^2 分布をするという Fisher の説に着目して、 $\chi^2 = (\sigma^2/\mu) \times (n-1)$ なる式を χ^2 検定する方法を提案している⁽³⁾。更に、鳥居は上式を書きかえて、 $\sigma^2/\mu = \chi^2 / (n-1) = F$ 、 $df_1 = n-1$ 、 $df_2 = \infty$ とし、 σ^2/μ が近似的に自由度 $n-1$ 、 ∞ の F 分布をすることから、 σ^2/μ II の有意性を F 検定することを提案した⁽⁴⁾。即ち、Fisher によれば、ポアソン分布の Index of dispersion,

用いられることはいちまでもない。前二者については既に概説したから、ここでは、 $\frac{1}{\sqrt{1-\rho}}$ が有意である場合、どのような確率模型が適用されるかを述べ、前稿の補足を試みたい。

二、集塊分布

さて、いままで繰返し述べたように、現実の社会経済的な立地事象の多くは多少とも集塊分布のパターンをとっているが、従来、知られた集塊分布に関する確率模型としては、Polya-Eggenbergerの伝播分布、Zeyherの擬伝播分布A型、Thomasの二重ポアソン分布、その他があげられる。このうち最初のもは、それ自体、確率論ないし統計学上の一つの標準的分布である負の二項分布であると同時に、その発生機構としては有名なポリーヤの壺の問題を背景としている点で、極めて興味あるものであろう。

I P・E・伝播分布

空間的な集塊分布に関する確率模型として、負の二項分布が認められた経緯については、StudentやFisherの古典的業績を別とすれば、Anscombe (一九四八、四九) 梅棹 (一九五〇) 広瀬 (一九五二) 鳥居 (一九五〇) Bliss and Fisher (一九五三) Bliss (一九五八) 等を辿ることができるが、とりわけ、我国の生態学者は、これを Polya-Eggenberger 分布の名のもとに夫々独立に適用したもので、特記に値する。

ここでは同分布の発生機構を知る意味で、ポリーヤの壺の問題に

となる。

ここで、黒または紅球の事象を、夫々BとRにおきかえて述べよう。最初の試行で、B、Rである確率は夫々 $p, q=1-p$ とせば、 n 回までの試行で k 個のBと $n-k$ 個のRを得たとすれば、 $n+1$ 回目の試行で、BまたはRのである条件付確率は、夫々 $\frac{p(k+1)}{1+(k+1)p}$ 、 $\frac{q(n-k)}{1+(n-k)q}$ となる。ただし γ はもとの壺の問題に於ける $\frac{p}{1+p}$ をおきかえたものであり、 $\gamma \sqrt{1-\rho}$ であるが、通常は γM_0 とする。 n 回目までの試行で k 回Bのである確率は、そのあらわれ方の数が $\binom{n}{k}$ 通りであるから、

$$(2.2) \quad \pi(k; n) = \binom{n}{k}$$

$$\frac{p(p+\gamma)(p+2\gamma)\cdots(p+k\gamma)}{1+(1+\gamma)(1+2\gamma)\cdots(1+n\gamma)} \cdot \frac{q(q+\gamma)(q+2\gamma)\cdots(q+n\gamma-k\gamma)}{1+(1+\gamma)(1+2\gamma)\cdots(1+n\gamma)}$$

となる。これが一般にポリーヤ・エゲンベルガー分布と呼ばれているものである。ここで $\gamma=0$ 、即ち毎回の増分がないとすれば、

$$B(k, n) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

二項分布となり、一般の独立抽出の場合と一致する。ここで、 $np = \lambda, n\gamma = \rho \rightarrow \lambda, n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$ とすると (2.2) の極限型となり、

$$(2.3) \quad \pi(k; \lambda, \rho) = \frac{1}{k!} \lambda^k (1+\rho)(1+2\rho)\cdots(1+(k-1)\rho) (1+\rho)^{-k}$$

を得る。これが、ポリーヤ・エゲンベルガーの伝播分布、より一般的には負の二項分布として知られているものである。前述のP・E・

所謂立地型の識別について(続)

ついて述べ、これが一般的に負の二項分布型として規定され得ることを述べよう。

いま、 b 個の黒球と r 個の紅球が入っている壺から、ランダムに一球をとりだし、それと同色の c 個の球と他の色の d 個の球をつけ加えて、もとにもどす。次に、この壺 $(b+c+d)$ 個の球が入っているからランダムに一球をとりだし、先と同様な手続きを繰返す試行を考えよう。(ここに、 c と d とは任意の整数であり、負であってもよい。 $c=1, d=0$ が、非復元のランダムな抽出にあたることはいちまでもない。) 最初の球が黒である確率は $\frac{b}{b+c+d}$ 、そして、もし最初が黒ならば、二回目の抽出で黒球のである確率は $\frac{b+c}{b+c+d+c}$ である。したがって、一回、二回目ともに黒である確率は通常の条件付確率に関する算法によって、 $\frac{b}{b+c+d} \cdot \frac{b+c}{b+c+d+c} + \frac{r}{b+c+d} \cdot \frac{r}{b+c+d+c}$ である。黒黒黒と三回つづく確率は、これに $\frac{b+2c}{b+2c+r+d} \cdot \frac{b+2c}{b+2c+r+d+c}$ を乗じたもので、以下同様である。一般にポリーヤの壺の問題 (Polya's urn scheme) として知られているものは、この一般的な壺の問題に $\frac{b}{b+c}, \frac{d}{b+c}$ という条件をあたえたものに他ならない。⁽⁸⁾ 即ち、この場合、一回毎の抽出の後に、抽出されたと同色の球が c 個増し、もう一方の色の球の数は不変とする。この結果、いずれの球をとりだしたとしても、その次の抽出では前回と同色の球のである確率は増大するであろう。 n 回の抽出の結果、黒球 n_1 個と紅球 n_2 個を得る確率は、 $(n_1+n_2)!$

$$(2.1) \quad \frac{b!c!}{(b+r)(b+r+c)(b+r+2c)\cdots(b+r+n_1c)} \cdot \frac{r!}{(r+c)(r+c+c)\cdots(r+n_2c)}$$

分布基本型は、Bができれば次のBがでる確率が増大し、次ぎ次ぎにBが得られる確率がいわば伝染的、或いはFellerの表現にしたがえば事後効果をもって増大してゆく、いわゆる伝播的生起の確率分布 $(k=0, 1, 2, \dots)$ をあたえるものであるが、これに対して、後者のP・E分布の極限型は、これに伝播要因の生起確率が非常に小さく、 $(p \rightarrow 0)$ かつ伝播程度も少く、 $(\gamma \rightarrow 0)$ という二条件を課したものであり、この意味で、現実の伝播現象への適合をはかる上で、より相応しいものといえるであろう。鳥居はこの両分布を区別して、前者(2.2)を「広義のP・E型分布」、後者(2.3)を「P・E型伝播分布」と呼ぶことを提案している。⁽¹⁰⁾

この伝播分布で基本となるのが事後効果を示す γ ないしそれにもとづく ρ であることはいちまでもない。 ρ は伝播母数とも呼ばれる。 $\rho \rightarrow 0$ とすると、(2.3) はポアソン分布に近づく。即ち $B(k; \lambda, 0) \equiv P(k; \lambda)$ となる。このことから容易に考えられることであるが、結局、P・E型伝播分布は、ポアソン分布の「きびしい独立の条件をゆるめて一般化し、現実性を付与した」ものといえるであろう。(この一般化ないし現実化を更に進めたものとして、北川の弱伝播分布⁽¹²⁾があげられる。)

又 $\lambda = \rho$ ならば、(2.3) は $(1/1+\rho)^{k+1} (\rho/1+\rho)^k$ 、即ち幾何分布

最後だ、(2.3) を変形し、

$$(2.4) \quad \pi(k; \lambda, \rho) = \binom{\lambda+k-1}{k} \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{\lambda+k} \left(\frac{\rho}{1+\rho}\right)^k$$

と書けるが、これは $(1+e^{-\lambda})^{-1}$ を展開したときの項である。この意味で、P・E分布が伝染病の死亡率に関する Yule の模型で有名なパスカル分布とならんで、いわゆる負の二項分布に属するとはあきらかであろう。

以上、集塊分布の確率模型として代表的な P・E 伝播分布について述べたが、前述の発生機構からもあきらかなように、立地型の形成過程、即ち、立地過程に関する一般理論からいえば、これは、あたえられた立地平面に於ける先行立地単位に對して、後続立地単位が正の第一次反応をもち、したがって、接近 (Adience) 行動をおこす場合に於てはまるものと解釈してよからう。人口、工場その他集積の利益のはたらく場合にみられる空間的集中分布が、この対象となることはいうまでもない。現在までのところ、負の二項分布の適用は専ら医学、生物学、植物生態学等の分野に限定されており、社会経済的現象への適用は殆んどないといつてよからう。最近、D. E. Boyce が試論的なかたちで鉄道輸送網の記述に適用しているが、その適合度は非有意であった。⁽¹⁴⁾ さて、P・E分布の特性函数は、それが離散型であり、 $k=0, 1, 2, \dots$ で $f(k; \lambda, \rho)$ だけ飛躍することから、

$$E[e^{itx}] = \sum_{k=0}^{\infty} e^{ikt} f(k; \lambda, \rho) \\ = \left(\frac{1 - \rho e^{it}}{1 + \rho} \right)^{-1} (1 + \rho)^{-1} \\ = (1 - \rho(e^{it} - 1))^{-1} \quad (2.10)$$

であり、母数、即ち期待されるKの母平均、母分散は夫々

えるのは必ずしも妥当でない」ということは、この間の事情を示している。しかし乍ら、われわれは、ここで立地型の識別に役立つ適切な理論型を求め、ないし、適切な発生機構を知ろうとする立場をとり、必ずしも伝播現象そのものにスティックしているわけではないから、この言明は負の二項分布をとるが、P・E型の発生機構とはことなつた発生機構があるというかたちに理解するべきである。

ここではポアソン分布を一般化したものとして知られる、いわゆる複合ポアソン分布 compound Poisson distribution について、そのうちでも特に著名な分布、ガンマ型複合ポアソン分布とポアソン型複合ポアソン分布について述べよう。複合ポアソン分布とは、ラフな言いかたをすれば、いま対象をいくつかの基本的単位にわけた場合、その単位内ではポアソン分布をするが、これら単位をすべてあつめたものについては、他の分布をするようなケースに於てはまるものと考えてよい。これら兩分布は、ともにこの複合ポアソン分布に属するが、前者は理論型としては (2.3) と全く同じ形、即ち負の二項分布をとるが、発生機構が P・E型と全くことなつたもの、又、後者は、いわゆる Neyman の擬伝播分布として知られているものであるが、複合ポアソン分布の定型的例、いわゆる見かけの伝播分布 (apparent contagious distribution) を代表するものとして、夫々興味あるものといえよう。

イ I型複合ポアソン分布
この分布が基本的に (2.3) と同じ形をとることは既に指摘し所謂立地型の識別について (続)

$$(2.5) \begin{cases} \mu = \lambda \\ \sigma^2 = \lambda(1 + \rho) \end{cases}$$

である。積率法により推定量は標本平均 \bar{x} 、不偏分散 s^2 により、

$$(2.6) \begin{cases} \lambda = \bar{x} \\ \rho = s^2/\bar{x} - 1 \end{cases}$$

となり、これらを (2.5) に代入することによつて、P・E伝播分布の理論度数を次の如く計算することができる。⁽¹⁵⁾

$$(2.7) \begin{cases} f(x=0) = q^n \\ f(x=k+1) = \frac{q^{n-k-1}}{(k+1)!} \prod_{i=0}^k (\bar{x} - np) \quad (k, n=0, 1, 2, \dots, n, \dots) \end{cases}$$

ただし、 $p=1-s^2/\bar{x}$ 、 $q=1-p=s^2/\bar{x}$ 、 $n=\bar{x}/p$ 、 $s^2 < \bar{x}$

II 複合ポアソン分布

集塊分布の理論型としての P・E 伝播分布がポアソン分布の独立の条件をゆるめて一般化したものであることは既に述べた。即ち、ポアソン分布に於ける各事象の生起は相互に完全な独立であることにその特徴があるわけであるが、これに對して、P・E発生機構はいわゆる伝播事象、即ち各事象の生起が他の事象の生起の確率を増加ないし減少せたりする場合を説明している。しかし乍ら、P・E伝播分布は、形式的にはいわゆる負の二項分布として規定されるものであり、前述の (2.5) そのものは、相互に独立であるが、その事象が均質ではなく非均質である場合にもよく適合する。通常いわれる「ポリーヤ・エゲンベルガー分布が観測結果にうまく適合するからといって、分布の背後の機構の中に伝播現象が存在すると考

(表一)

地域	1	2	n
	l_{11}	l_{12}	l_{1n}
	l_{21}	l_{22}	l_{2n}

	l_{m1}	l_{m2}	l_{mn}
地域平均	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_n

ておいたが、その発生機構としては工場災害の発生率に関する Greenwood Yule の模型を基礎にしている。いま、ある対象域をいくつかの単位域に区劃し、これら単位域を m 個ずつまとめた地域を n 個つくるとする。各単位域当り立地数を、 l_{ij} ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$) であらわせば、(表一) l_{ij} は各地域内では μ_i ($i=1, 2, \dots, n$) を母平均とするポアソン分布にしたがうものとする。しかし乍ら、地域を外して l_{ij} 全体の分布は、ポアソン分布ではなく、各地域内の母平均 μ_i がガンマ分布、

$$F(\mu) = \int_0^{\mu} \left(\frac{\mu}{\theta} \right)^{\lambda-1} e^{-\frac{\mu}{\theta}} d\mu/\theta$$

ただし $\lambda/\theta > 0$ 、 $\theta > 0$

にしたがっていたとする。各地域内の分布は、立地数を k とするポアソン型 $e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}$ であるから、結局、 l_{ij} 全体の分布は、

$$(3.1) P(k) = \int_0^{\infty} \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} dF(\mu) \\ = \int_0^{\infty} \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \left(\frac{\mu}{\theta} \right)^{\lambda-1} e^{-\frac{\mu}{\theta}} d\mu/\theta$$

となる。

他方、前述の (2.3) をガンマ函数であらわすと、

$$(3.2) \frac{1}{k!} \lambda^k (\lambda + \rho)^k (\lambda + 2\rho) \dots (\lambda + (k-1)\rho) (\lambda + \rho)^{-\lambda-k}$$

$$= \frac{\rho^k \Gamma(\lambda + k)}{\Gamma(\lambda + \rho)^{\lambda+k} \Gamma(\lambda)}$$

であるが、又、これは、

$$= \int_0^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda u} \frac{\Gamma(\lambda)}{\Gamma(\lambda)} e^{-\frac{\rho}{\lambda} u} d\mu/\rho$$

ともあらわされる。(16) この最後の形は前述の (3.1) と同じであり、この意味で、 Γ 型複合ポアソン分布は形式的には $P \cdot E \cdot$ 伝播分布と全く同じ、負の二項分布に属するといえる。要するに、この分布は、平均 μ を有するいくつかのポアソン型を基調として、夫々の μ にガンマ分布による加重をつけたものと考えられるが、ガンマ分布の形状的特徴からいって、その立地型としての主な特徴は、

- 一 いくつかの要素集団が、相互に重複することなく並列する。各集団内で立地点はランダムパターンをなす。
- 二 各要素集団の密度は相互に相違し、高密度の比較的大きい要素集団の間に低密度の比較的小さい要素集団が混在する。
- 三 各集団間の密度の変化は連続的ではなく、むしろ「階段的」

であり、この点で $P \cdot E \cdot$ 伝播にみられるようなスムーズな、いわゆる傾斜構造と対比的である。

ロ ポアソン型複合ポアソン分布

ネイマンの擬伝播分布は、ポアソン分布の一般化、又、広義の伝播性を対象としている意味で $P \cdot E \cdot$ 伝播分布と似ているが、数学的な形式では相違しており、複合ポアソン分布の定型的な例として扱われる。周知のようにネイマンが問題としたのは、ある範囲に散在する卵塊から孵化した幼虫が四散する場合、これら幼虫が単位域に k 個みいだされる確率を求めることであった。(17) このためにネイマンの設定した前提は、

- 一 卵塊は対象域にランダムに散在する。
- 二 一卵塊から孵化した幼虫のうち、生き残るものの確率は各卵塊を通じて同一である。
- 三 孵化位置からある一定期間に移動する範囲は、同一齢をもつものについてはすべて同一である。
- 四 一つの卵塊から見て観測時まで生き残った個体数を考え、この一卵塊当り残存個体数 $(0, 1, 2, \dots)$ がポアソン分布にしたがう。

とする。以上の前提のもとにネイマンは、A、B、C型三種の伝播分布を導いている。このうち立地型の識別のために興味あり、かつ

最も研究されているのは、A型とりわけ二つの母数 m_1, m_2 をもつそれであろう。鳥居は、このA型が複合ポアソン分布であることに着目してこれを明示的に、

$$f_i = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(km_2)^k}{k!} e^{-km_2} \frac{m_1^k}{k!} e^{-m_1}$$

とあらわし、前述のガンマ型複合ポアソン分布と対比する意味で、ポアソン型複合ポアソン分布と名づけている。(18) いうまでもなく、これは母数 km_2 ($k=0, 1, 2, \dots$) をもつ k 個のポアソン分布を基調として、母数 m_1 をもつポアソン分布の各項を加重としてつけ加えたものに他ならない。立地型の特徴は Γ 型複合ポアソン分布の場合と同様、加重する分布の一般的形状に依存するが、特にこの場合、ポアソン分布の形状が母数の大小によって、いわゆるJ型から左右対称型に変わるため、 m_1 のとる値によってかなりの変差がある。その主要な特徴は、

- 一 いくつかの要素集団が相互に重複することなく並列する。各集団内で立地点はランダムパターンをなす。
- 二 各要素集団の密度は相互に相違し、このため標本調査による場合、みかけ上は $P \cdot E \cdot$ 伝播分布と同様スムーズな傾斜構造と考えられるが、勿論、前述の Γ 型と同じく、その変動は本来「階段的」である。
- 三 要素集団の大きさは m_1 に依存する。即ち、一般に m_1 が小さいときは、低密度の部分が大きくなり、小さな集団が散在するパターンをとり、 m_1 が大きいときは中位密度をもつ要素集団を最も

所謂立地型の識別について(続)

大にし、他は相称的に小さくなるパターンをとる。等があげられる。

III その他のポアソン分布

前節では、二つの複合ポアソン分布について、その理論型とこれらの発生機構によって導出される立地型の特徴について概述したが、更に集塊分布にあてはめることができる理論型として、いわゆる重畳ポワソン分布と二重ポアソン分布について述べる必要があるであろう。前者の空間的分布パターンへの適用は、主として L. C. Cole (一九四二) によって、(19) 後者は M. Thomas (一九四九) によって行われたものである。(20)

(1) 重畳ポアソン分布

一般に確率論に於て、独立な確率変数の和の分布函数を求めることが問題となる。即ち、いま二つの独立確率変数 X, Y を考え、これに対応する分布函数を夫々 $F(x), G(x)$ とした場合、 $Z = X + Y$ とおき、 Z の分布函数 $H(z)$ を求めるといのがこれである。この $H(z)$ を求める積分過程を普通分布函数 $G(x), F(x)$ の重畳といひ、 $H = G * F$ とあらわすのであるが、重畳ポワソン分布とは、これら X, Y が夫々ポワソン分布である独立確率変数である場合 $Z = X + Y$ について成立する分布であるといつてよからう。立地型について考察する場合、これは、対象域に個々の立地単位が相互に独立にランダムに分布するポアソン型の集団が、幾つか独立にたまたまこまれて平面的に重なって形成されたパターンを考えればよい。生態学的に

は、いわゆる *normadic individuals* の集塊分布がこれにあたる。いま前述の X, Y に則して、最も単純な場合、即ち、 X, Y を夫々ポワソン分布 $p(x, \lambda_1), p(y, \lambda_2)$ をもつものとして重畳ポワソン分布を考えてみる。

$$\begin{aligned}
 P(x=k, y=j) &= \sum_{i+j=k} p(x, \lambda_1) p(y, \lambda_2) \\
 &= \sum_{i+j=k} \frac{\lambda_1^i}{i!} \frac{\lambda_2^j}{j!} e^{-\lambda_1} e^{-\lambda_2} \\
 &= \sum_{i+j=k} \frac{1}{k!} e^{-\lambda_1 - \lambda_2} \binom{k}{i} \lambda_1^i \lambda_2^{k-i} \\
 &= \frac{1}{k!} e^{-\lambda_1 - \lambda_2} \sum_{i+j=k} \binom{k}{i} \lambda_1^i \lambda_2^{k-i} \\
 &= \frac{1}{k!} e^{-\lambda_1 - \lambda_2} (\lambda_1 + \lambda_2)^k
 \end{aligned}$$

母数 $\lambda_1 + \lambda_2$ をもつポワソン分布となる。(上式で $\sum_{i+j=k} \binom{k}{i} \lambda_1^i \lambda_2^{k-i}$ なる $\sum_{i+j=k}$ について和をとったものである。) いうまでもなく、これは重畳ポワソン分布の最も単純な場合であつて、より一般的には、立地単位が単独ではなく、二個以上いくつかたまり合つて群体をなし、これがランダムに分布する広義のポワソン型の集団がいくつか独立にたまたまこまれたパターンを考察することができるわけであり、この場合、その空間的パターンの立地組成がかなり複雑となることはいうまでもない。(22) これら広義のポワソン集団のたまたまこみを含む重畳ポワソン分布の立地型への適用は、生態学の分野では、かなり精密化しているが、むしろ、現段階に於て、われわれにとって必要なのは、このような分布が社会経済的な立地事象との関連に於て、ど

(23) となる。

以上、集塊分布にあてはめられる確率模型について、列記してきた。紙数の都合によつて、ここでは現実に観察された対象に、個々の分布をあてはめる統計的過程については殆んど触れることをしなかつたが、前稿に於て概述したランダム分布、定形分布に関する模型とともに、これで立地型の識別を考察する上で基本的準備ともいえる空間的分布パターンの理論型を一応カヴァーしたことになる。いうまでもなく、立地型の識別に当つては、これら理論型の列記のみでなく、標本採集法の吟味、標本にもとづく母数推定、検定等が論ぜられねばならない。これらについては、又、稿をあらためて報告することにした。従来、立地型の識別は、地理学というよりは、むしろ生態学の分野で *intensive* に研究されてきたため、ここでも依拠した文献は、殆んどがこの分野、とりわけ個体群生態学といわれる特殊分野に属するものであり、このために、これらの報告が地理学と如何なる関係があるかと考えられる方々もいられるかも知れないが、筆者は、この立地型ないし空間的分布パターンの研究が本来地理学固有の一主題であると確信しており、この意味で、われわれの手によつてこれをより一般的な体系へと構成することの必要性を痛感している。もとより本稿は、前稿とともに本来この分野に於ける既存の研究のリヴューを試みたものであり、かつ、その内容も基礎的な段階に止まっているが、従来ややもすれば等閑視されたこの分野の研究に地理学専攻者の目を向けさせる一助ともなれば

所謂立地型の識別について (続)

のような意味をもつか、を考察してゆくことであろう。

(ii) 二重ポアソン分布

二重ポワソン分布 *double Poisson distribution* は、いわゆる多重ポワソン分布 (*multiple Poisson distribution*) の特殊ケースである。いま確率 q_1, q_2 をもつ二つのヘルヌーイの試行の系列の組合せを考えると、一回の試行の結果四個の可能な場合 $(1, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0)$ がある筈である。二つの系列は独立であるから、これら四つの結果に対応する確率は夫々 $p_1 p_2, p_1 q_2, q_1 p_2, q_1 q_2$ である。この場合、 n 回の試行の結果、 $(1, 1)$ が $k_1, \dots, (0, 0)$ が k_2 回現われる確率は $(k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = n)$,

$$\frac{n!}{k_1! k_2! k_3! k_4!} p_1^{k_1 + k_3} q_1^{k_2 + k_4} p_2^{k_1 + k_3} q_2^{k_2 + k_4}$$

となる。要するに、これは壺に黒、紅球が p, q の割合で入つていて、銅貨を投げて表がでれば壺から一個球をとりだす場合であるが、二重ポワソン分布は、これと全く同様に二つのポワソン分布を結合したものに他ならない。Thomas は、本来この発生機構を植物の集塊分布について提出したものであるが、これを前述したネイマンの幼虫の例になおせば、次のように言える。即ち、卵塊が単位域当り平均値 m のポワソン分布にしたがつて、ランダムに生れる。各卵塊からかえる幼虫数は、母数 λ のポワソン分布をとるとする。単位域に n 個見出される確率は、

$$\begin{aligned}
 f_n &= \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!} e^{-m} \cdot e^{-n} \frac{(n!)^{(n-m)}}{(n-m)!} \\
 &= e^{-n}
 \end{aligned}$$

幸いである。

参考文献

(1) 高橋潤二郎、一九六六、所謂立地型の識別について。三田学会雑誌、五九巻一号、七八—九三頁。

(2) Clapham, A. R., 1936; *J. Ecol.*, 24, p. 232—251.

Blackman, G. E., 1942; *Ann. Bot., Lond.*, N. S. 6, p. 351—370.

鳥居西蔵、一九五二、昆虫集団の推計法、八木・野村編、生態学概説二〇—二二八頁。

なお、鳥居は *Beall coefficient of disturbance* も基本的には同じ考え方をしていると指摘している。

(3) Skellam, J. G., 1952; *Biometrika* 39, p. 346—362.

David F. N. and Moore, P. G., 1954; *Ann. Bot. Lond.*, N. S. 18, p. 47—53.

(4) 鳥居、前掲書、二二七—二三〇頁。

(5) この部分は Student の研究と、それを鳥居が整理したものに依存している。

Student; *Biometrika*, 12, p. 211—215, 1919.

鳥居、前掲書、二二二—二二三頁。

(6) 鳥居、前掲書、二二三—二二四頁。

(7) Anscombe, F. J., 1948; *The transformation of Poisson, binomial and negative-binomial data. Biometrika*, 35, p. 246—254.

—— 1949; *The Statistical analysis of insect counts based on the negative binomial distribution. Biometrics*, 5, p. 165—173.

伊藤嘉昭、動物生態学入門——個体群生態学編、昭和三八年、七

二頁。

Bliss, C. I. and Fisher, R. A., 1953; Fitting the negative binomial distribution to biological data and note on the efficient fitting of the negative binomial. *Biometrics*, 9, p. 176—200.

Bliss, C. I., 1958; The analysis of insects counts as negative binomial distributions. *Proc. intern. Congr. Ent.* 2, p. 1015—1031.

(8) Feller, W., 1957; An Introduction to Probability Theory and Its Applications, vol. 1, p. 109—111.

河田竜夫監訳、確率論とその応用、一九六一年、一五七—一五八頁。

(9) P. E. 分布基本形から極限形を導く過程は、国沢清典、近代確率論、岩波全書二二、一九五一年、四九頁にのっている。

(10) 鳥居、前掲書、二三六頁。

(11) 鳥居、前掲書、二三六頁。

(12) 北川敏男、ポアソン分布表、一九五一年、一七一—二二頁。

(13) 高橋潤二郎、一九六三年、マルコフ連鎖としての立地過程、三田学会雑誌。

(14) Boyce, D. E., An application of the negative binomial distribution to the description of transportation networks. 1964, Univ. Penna. Mimeo.

(15) 実際の母数の推定、理論度数の計算については、
鳥居西蔵、昆虫集団の pattern とその見わけ方、八木誠政他、新編生態学汎論、一九六〇年、三九二—三九三頁。
増山元三郎、少数例のまとめ方II、一九六四年、五九〇—五九五頁。
伊藤嘉昭、負の二項分布の計算法、農業技術一七(九)、四四〇—四四三頁。一七(一一)五五五—五五七頁。

——前掲書、七二—七六頁。
と詳述されている。

(16) 鳥居、前掲書、一九五二年、一三八頁。

(17) Neyman, J., 1939; On a new class of "Contagious" distributions, applicable in entomology and bacteriology. *Ann. Math. Stat.*, 10, p. 35—57.

(18) 鳥居、前掲書、一九六〇年、四〇七頁。

(19) Cole, L. C., 1946; A theory for analysing contagious distributed populations. *Ecology*, 27; p. 329—341.

(20) Thomas, M., 1949; A generalization of Poisson's binomial unit for use in ecology. *Biometrika*, 36, p. 18—25.

(21) 国沢、前掲書、六三—六五頁。

(22) これらについては、
Cole, L. C., op. cit.
鳥居、前掲書、一九六〇。
に詳述されている。

(23) 母数の推定、理論度数の算出については、
Thomas, M., op. cit.
鳥居、前掲書、一九六〇。
を参照されたい。

資料

昭和四〇年国勢調査「速報」に
みられる人口集中現象について

鳥居 泰彦

目次

はじめに

一、国勢調査の概要

一、一 昭和四〇年国勢調査について

一、二 調査の時期

一、三 調査の地域

一、四 調査の対象

一、五 調査の事項

一、六 集計と集計結果の公表

二、昭和四〇年国勢調査結果「速報」にみられる
わが国人口の動向

二、一 全国人口、世帯人員、性比

昭和四〇年国勢調査「速報」にみられる人口集中現象について

二、二 都道府県別人口

二、三 都道府県別人口密度

二、四 都道府県別人口増減率——人口集中の
激化——

二、五 市町村別人口増減——中心都市近県の
工業化とベッドタウン化——

二、六 都道府県別人口流出入と性比——男子
中心の移動から女子の移動へ——

二、七 都道府県別世帯人員——世帯の分化、主
都の空洞化現象——

要約

附・一 昭和四〇年国勢調査速報要計表

附・二 昭和四〇年国勢調査集計事項