Title	動学的国際資本移動理論
Sub Title	The theory of dynamic international capital movements
Author	大宮, 侯一
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1959
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.52, No.7 (1959. 7) ,p.621(53)- 639(71)
JaLC DOI	10.14991/001.19590701-0053
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19590701-0053

（22） M. v. Heckel, Die Fortschritte der direkten Besteuerung in der deutschen Staaten (1880～1905), 1904, SS. 191～3.

（23） A. Wagner, 'Die Reform der direkten Staatsbesteuerung……', S. 677.

（24） F. Neumark, op. cit., S. 220.

（25） A. Wagner, 'Die Reform der direkten Staatsbesteuerung……', S. 726.

（26） 'Preußisches Ergänzungssteuergesetz vom 14. Juli 1893', *Finanz Archiv*, 10 Jahrg., 1893, SS. 802～815.

（27） 'Begründung des Entwurfes zu einem Gesetz, betreffend Abänderung des Erbschaftssteuergesetzes vom 3. November 1890', *Finanz Archiv*, 8 Jahrg., 1890, S. 314.

（28） A. Wagner, Finanzwissenschaft, Theil Ⅳ, SS. 40～1.

（29） 大内兵衛・武田隆夫、財政学、経済学全集 XIV、一八三—四頁。

（30） Rudolf Hilferding, Das Finanzkapital, Berlin, 1955, S. 523.

（31） 'Hauptergebnisse der Veranlagung der Einkommensteuer in Preußen für 1894/95', *Finanz Archiv*, 12 Jahrg., 1895, S. 75.

（32） W. Gerloff, 'Staatshaushalt und Finanzsystem……', S. 39.

（33） 選挙制度の詳細な解説は次のものを参照。村瀬興雄、前掲書、一二一—八頁。

（34） F. Salomon, Die deutschen Parteiprogramme, Heft Ⅱ, SS. 66～71.

（35） H. Heffter, Die deutsche Selbstverwaltung im 19 Jahrhundert, 1950, SS. 722～3.

（36） 'Preußisches Gewerbesteuergesetz vom 24. Juni 1891', *Finanz Archiv*, 8 Jahrg., 1891, SS. 932～47.

（37） 'Preußisches Kommunalabgabengesetz vom 14. Juni 1893', *Finanz Archiv*, 10 Jahrg., 1893, SS. 816～40.

（38） A. Wagner, 'Die Reform der direkten Staatsbesteuerung in Preußen im Jahre 1891, Zweiter Artikel', *Finanz Archiv*, 11 Jahrg., 1894, S. 3.

（39） 'Statistische Hauptergebnisse der Ausführung des preußisches Kommunalabgabengesetzes vom 14. Juli 1893', *Finanz Archiv*, 13 Jahrg., 1896, S. 826.

（40） H. Heffter, op. cit., S. 721.

（41） 綿貫芳源「近代ドイツにおける公法上の諸制度の発展(一)」東京教育大学紀要、社会科学論集、第三集、九一頁以下。

（42） H. Heffter, op. cit., S. 722.

動学的国際資本移動理論

大宮侠一

はしがき

本稿は国際資本移動を動学的一般均衡体系の内で相対価格の理論と貨幣理論を中心として取り扱うことを目的としている。本稿を通じて行なわれる仮定は、(1)国内市場及び二国国際市場に於ける完全競争、(2)固定為替相場、(3)国内財及び輸出入財の非劣等財であること、(4)価格予想の弾力性の一であること、(5)輸出入財に輸送費の存在しないこと等であって、結論は交易条件の受取国に有利化、支払国に不利化することとである。

第一節　静学的分析

国際経済の静学的均衡に於いて価値の決定を取り扱う一般均衡理論体系の分析方法は二分法を採用し、貨幣経済を貨幣とは別個に財の相対価格の決定を取り扱う実物体系と、その決定された相対価格をいわゆる現金残高方程式を使用して貨幣価格への変換を行なう貨幣体系とに区分した。この古典的二分法の下では貨幣ベール観の立場から貨幣は価値尺度として使用される単なる計算単位に過ぎないため、財の需要量（輸入需要量）及び供給量（輸出供給量）はその貨幣価格の零次の同次函数であり、財の相対価格のみに依存している。従って国際資本移動に依って攪乱された国際収支の再均衡化機構に於いて不可欠な役割を演じるのは相対価格である。この節ではこのような観点から比較静学の範囲で国際資本移動を簡単にとり上げる。

1　最初に n 種の財が存在し、それ等の価格を $p_1, p_2, \ldots\ldots, p_n$ とする。n 番目の財をニューメレールにとり封鎖経済体系内の生産を

含まない交換の均衡を考える。[注1] その時この体系内の財に関する市場の需要函数は $n-1$ 個の価格比率の函数として与えられる。

$$(1.1)\quad X_s = X_s(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_{n-1}) \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n)$$

交換の均衡に於いては、価格が各財の総需要量と総供給量とを均等にすることを必要とされる。即ち、

$$(1.2)\quad X_s = \overline{X}_s \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n)$$

この体系内の個人の収支均等式の総計は次式となる。

$$(1.3)\quad \sum_{s=1}^{n} p_s X_s = \sum_{s=1}^{n} p_s \overline{X}_s$$

(1.3) は (1.2) が成立すると否とに拘わらず成立するから、$n-1$ 個の方程式が充たされるならば n 番目の方程式は必ず成立する。従ってニューメレールの称呼に於ける $n-1$ 個の価格を決定するには $n-1$ 個の独立な方程式が存在すれば充分である。それ故に (1.2) の均衡体系は次の如くなる。

$$(1.4)\quad X_s(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_{n-1}) = \overline{X}_s \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

2　この分析を国際経済に於ける交換の均衡に拡張する。[注2] 国内に於ける総ての財が国際貿易財であると仮定すれば、国際市場の財の数は n 個となり、各国でその n 個の財にそれぞれ (1.1) の形の需要函数が存在するから、均衡では封鎖体系で示された交換の均衡方程式 (1.4) と同様な次式が二国間の国際市場で成立する。

$$(1.5)\quad X_s^{(1)} + X_s^{(2)} = \overline{X}_s^{(1)} + \overline{X}_s^{(2)} \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

ここで $I_s = X_s(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_{n-1}) - \overline{X}_s = I_s(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_{n-1})$ とし、I_s が正値ならば輸入需要、負値ならば輸出供給を示すと定義すれば、(1.5) より次の如き財に関する $n-1$ 個の国際市場の均衡方程式が得られ、$n-1$ 個の均衡価格比率を決定できる。

$$(1.6)\quad I_s^{(1)} + I_s^{(2)} = 0 \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

また、前述の (1.3) に相当する均等式は

$$(1.7)\quad \sum_{s=1}^{n} p_s (X_s - \overline{X}_s) = \sum_{s=1}^{n} p_s I_s = 0$$

各国についての輸出入額の均衡を示すこの方程式は (1.5) 或いは (1.6) が満足されると否とに関係なく各国について成立しなければならないから、(1.6) が成立すれば $I_n^{(1)} + I_n^{(2)} = 0$ も成立する。

3　次に国内財の存在を仮定する。財 X_j が (i) 国 ($i=1,2$ 国のいずれか一国) の国内財であれば、その国以外の国では財 X_j の需要供給従って輸入需要及び輸出供給が恒等的に零である（国内財の定義）。国内に於いて任意の国際貿易財をニューメレール X_n とする限り、各国内の各財について需要函数 (1.1) 及び均衡方程式 (1.4) が成立するが、(i) 国に於ける国内財 X_j の存在は定義より $X_j^{(i)} = \overline{X}_j^{(i)}$ を意味し、従って国際市場では次式が成立する。

$$(1.8)\quad I_j^{(i)} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} i=1,2 \text{ 国のいずれか1国、} j=1,2,\cdots\cdots, \\ n-1 \text{ の任意の財} \end{array}\right)$$

4　最後に国際貿易財、国内財及び生産を含めての国際市場の一般均衡に拡張する。[注3] 生産物、生産要素或いはその両者を x_s で示し、財 x_s に対する各国の総消費需要を X_s、初期供給量を $\overline{X}_s$、企業による供給を $\overline{\overline{X}}_s\left[\overline{\overline{X}}_s = \overline{\overline{X}}_s(y_1, y_2, \cdots\cdots, y_{n-1})\right]$ で示せば、次式を得る。

$$(1.9)\quad I_s^{(i)} = X_s^{(i)} - \overline{X}_s^{(i)} - \overline{\overline{X}}_s^{(i)} \quad (i=1,2 \quad s=1,2,\cdots\cdots,n)$$

この式で $I_s^{(i)}$ が正値ならば (i) 国の財 x_s の輸入需要、負値ならば (i) 国の輸出供給を示している。均衡では (1.6) と同様な方程式が得られる。

5　以上の如き実物体系に国際資本移動を導入した場合、本稿と同じ仮定の下に次に示す安定条件によって交易条件は支払国に不利化し、受取国に有利化することは既に明らかなところである。[注4] 国際貿易の一般均衡の安定条件は (1.9) から次式となる。

$$(1.10)\quad \frac{\partial(I_s^{(1)} + I_s^{(2)})}{\partial y_t} \lessgtr 0 \quad \left(\begin{array}{l} s, t=1,2,\cdots\cdots,n \\ \text{但し} s=t \end{array}\right)$$

$$(1.11)\quad \frac{\partial(I_s^{(1)} + I_s^{(2)})}{\partial y_t} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} s, t=1,2,\cdots\cdots,n \\ s \neq t \end{array}\right)$$

y_t に関する財 x_s の (1)、(2) 国の輸入需要の変化率 a_{st} は

$$(1.12)\quad a_{st} = \frac{\partial \sum_{i=1}^{2}(I_s^{(i)})}{\partial y_t} = \frac{\partial \sum_{i=1}^{2}(X_s^{(i)} - \overline{\overline{X}}_s^{(i)})}{\partial y_t}$$

である。完全安定であるためには行列式 $J = |a_{st}|$ の首座小行列式が交互に負、正であることが必要であり、また所得効果が代替効果より小さいことを仮定せねばならない。

6　さて、先に得た結論はいわゆる価値論の分野、即ち実物体系に於いてであった。これを貨幣体系で吟味してみよう。[注5] まず (1.1) 及び価格比率 y_t ($y_t = p_t/p_n$, $p_t = p_n y_t$) を y_t で偏微分して整理すれば、次式となる。

$$(1.13)\quad \frac{\partial X_s}{\partial y_t} = p_n \frac{\partial X_s}{\partial p_t} \quad (s=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

この式からも明らかな如く、前述の相対価格の体系を貨幣価格の体系に変換するには乗因子であるニューメレールの貨幣価格が決定されねばならない。そのために現金残高方程式を利用する。経済体系内の総貨幣量を M、資源の額を R、R に対して体系内の個人の保有する貨幣量の割合を K とすれば、

$$(1.14)\quad M = KR = K\sum_{s=1}^{n} p_s \overline{X}_s = p_n K \sum_{s=1}^{n} y_s \overline{X}_s \quad (y_n \equiv 1)$$

貨幣総量 M 及びマーシャリアン K が所与ならばニューメレールの貨幣価格は一義的に決定され、既に決定された相対価格は貨幣の称呼で示される。このように乗因子は市場の需要供給の諸力の相互作用によって決定される価格ではない。また (1.14) はいわゆる貨幣数量説を意味し、乗因子或いは貨幣価格水準は K が一定である限り貨幣数量の増減に正比例して騰貴或いは下落し、K に逆比例することを示している。

次に国際経済の体系に拡張しよう。[注6] 既に (1.6) (1.7) で決定された相対価格を各国の貨幣の称呼たる貨幣価格に変換するには現金残高方程式の他に為替相場を導入せねばならない。受取国 (1) の外貨建為替相場即ち (1) 国の貨幣一単位と交換に得られる支払国 (2) の貨幣単

位数をe_{12}で示せば、国際貿易財の貨幣価格は、均衡に於いては各国で等しくなり、（1.16）の関係が成立しなければならない。

$$(1.15)\quad p_n^{(i)} y_s = p_s^{(i)} \qquad (i=1,2,\ s=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

$$(1.16)\quad e_{12} p_s^{(1)} = p_s^{(2)}$$

(1)、(2)国の貨幣単位で表わされた乗因子は各国で成立する（1.14）で求められ、(2)国の貨幣数量を(1)国の貨幣に換算する式は次の如くなる。

$$(1.17)\quad \frac{M^{(2)}}{e_{12}} = p_n^{(1)} K^{(2)} \sum_{s=1}^{n} y_s \overline{X}_s^{(2)}$$

(1)、(2)国の貨幣数量を合計すれば

$$(1.18)\quad \sum_{i=1}^{2} \frac{M^{(i)}}{e_{1i}} = p_n^{(i)} \sum_{i=1}^{2} \left(K^{(i)} \sum_{s=1}^{n} y_s \overline{X}_s^{(i)} \right) \qquad (i=1,2.\ \ e_{11} \equiv 1)$$

以上から(1)国の外貨建為替相場e_{12}が確定しており、(1)、(2)国の貨幣総量が所与であれば、(1)国の乗因子$P_n^{(1)}$は（1.18）より決定され、(2)国のそれは（1.16）から求められる。このように各国の乗因子が決定されれば各国のすべての財の貨幣価格は（1.15）で得られる。更にそれに対応して各国の貨幣数量の配分が(1.14)で行なわれる。反対にいずれか一国が独自に保有貨幣量を決定するならば、同国の乗因子は（1.14）によって、相手国のそれは（1.16）で求められる。

次に国際資本移動を導入してみよう。(注7) 資本移動を資本の貨幣形態での移転と定義し、(1)国の貨幣Z単位が(2)国から(1)国へ移動すると仮定すれば、(2)国の貨幣数量は減少し、(1)国のそれは増加する。明らかに（1.14）（1.17）から各国の乗因子はマーシャリアンK、資源の額が所与ならば、各々の国の貨幣数量に比例するから、価格水準は支払国で下落し、受取国で騰貴する。為替相場を一定とし、$Z^{(2)}$は負値であるとすれば、この関係は

$$(1.19)\quad \frac{M^{(i)}}{e_{1i}} + Z^{(i)} = p_n^{(1)} K^{(i)} \left(\sum_{s=1}^{n} y_s \overline{X}_s \right)^{(i)} \qquad (i=1,2)$$

(1.19)で示され、資本移動による各国の貨幣数量の相対的変化に伴う価格水準の変動から、交易条件は受取国に有利化し、支払国に不利化することが導かれる。

第二節　動学的分析　その一

今迄、国際資本移動の効果分析を比較静学の領域で取り扱ってきたが、この節以後は動学の分野で考察しよう。然し効用函数に未だ証券、貨幣を導入しない。その意味では古典的動学分析である。

まず最初に個人及び企業の需給函数の導出を行なう。各個人及び企業の経済主体は完全競争市場に於いて、現在価格及び利子率と将来の一群の可能な価格、利子率の確率分布のうち最も蓋然性の高い価格、利子率を代表的予想価格、代表的予想利子率とし、これらをパラメーターとして需給計画及び生産計画を編成する。ここに経済主体の計画編成の便宜上「期」と言う概念を採用する。「期」とは一個の経済的視野を意味し、各経済主体は各期首に数期間に亙る行動計画を立てると仮定する。また貸付は各期に於いて一期間を期限として行なわれると仮定する。

次に各経済主体の需給函数に基づいて、各期に於ける一時的均衡価格の形成過程、一時的均衡価格・利子率の安定性を検討する。時間の函数として示される価格、利子率の均衡値からの乖離をその近傍に限定する時、時間の経過と共にその一時的均衡値へ収斂する条件を求める。

第三節で国際市場にこれらを拡張し、国際資本移動が行なわれた場合の効果について取り扱う。

個人は今期（第零期）より第τ期迄の需要計画を編成する。(注8) 財の種類はn種とし、同じ財でも期が異なる時は同一財として取り扱わない。第t期に消費を計画されるx_r財の量をx_{rt}で示せば、個人の効用函数は

$$(2.1)\quad u = u(x_{10}, x_{20}, \cdots\cdots x_{n0}, x_{11}, \cdots\cdots x_{n1}, \cdots\cdots, x_{1\tau}, x_{2\tau}, \cdots, x_{n\tau})$$

と表わされる。t期に於ける財X_rの予想価格をp_{rt}、計画消費量をx_{rt}、財及び生産要素のt期の初期供給額をm_t、予想貸付額（貸付は証券の購入を意味する）をl_t、予想借入額（借入は証券の売却及び発行を意味する）をb_t、$t-1$期に貸付けてt期に償還される貸付の利子率をi_{t-1}とする。ここで利子率は多くの証券のうちの一個の代表利子率である。個人の今期よりτ期迄の収支均等式は一般に

$$(2.2)\quad m_t + (1+i_{t-1}) l_t + b_t = \sum_{r=1}^{n} p_{rt} x_{rt} + (1+i_{t-1}) b_t + l_t \qquad (t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

である。簡単化のために$c_t = l_t - b_t$と書けば、c_tはt期に於ける貸付額と借入額の差異を示し、正値ならば純貸付額、負値ならば純借入額を示す。また$e_t = \sum_{r=1}^{n} \sum_{t=0}^{\tau} p_{rt} x_{rt}$と置くならば（2.2）は次の如くなる。

$$(2.3)\quad m_t + (1+i_{t-1}) c_t = e_t + c_t \qquad (t=0,1,2,\cdots\cdots,\tau)$$

この$\tau+1$個の収支均等式について、すべての項の割引予想価格を求めるために割引率を乗ずれば計画期間全般に亙る一個の収支均等式を得る。割引率$\beta_t = \dfrac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots\cdots(1+i_t)}$である。また$\beta_0 \equiv 1$とする。

$$(2.4)\quad \sum_{t=0}^{\tau} \beta_0 \beta_1 \cdots\cdots \beta_t m_t = \sum_{t=0}^{\tau} \beta_0 \beta_1 \cdots\cdots \beta_t e_t + \left\{ \sum_{t=0}^{\tau} \beta_0 \beta_1 \cdots\cdots \beta_t c_t - \sum_{t=0}^{\tau} \beta_0 \beta_1 \cdots\cdots \beta_t (1+i_{t-1}) c_t \right\}$$

（2.4）の右辺第2項は全計画期間中の個人の証券の純保有額の現在価値を示している。第2項を簡単化のためCと置く。個人の各期の消費計画はこの(2.4)の下で個人の効用函数（2.1）を極大ならしめる如く行なわれねばならないから、ラグランジの未定係数法を用いて、次式を極大にする。

$$(2.5)\quad u(x_{rt}) - \lambda \left[\sum_{t=0}^{\tau} \{ \beta_0 \beta_1 \cdots\cdots \beta_t (e_t - m_t) \} + C \right] \qquad \begin{pmatrix} r=1,2,\cdots\cdots,n \\ t=0,1,\cdots\cdots,\tau \end{pmatrix}$$

完全競争の仮定から個人にとって現行価格、割引率は所与であるから、将来価格及び割引率に関する予想が与えられれば (2.5) を x_{rt} で偏微分して零と置くことによって個人の $n(\tau+1)$ 個の動学的均衡条件を得る。即ち

$$(2.6)\quad \frac{\partial u}{\partial x_{rt}}=\lambda\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t p_{rt}$$

λを消去して

$$(2.7)\quad \frac{\partial u}{\partial x_{sv}}\Big/\frac{\partial u}{\partial x_{rt}}=\frac{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_v p_{sv}}{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t p_{rt}}$$

この方程式は任意の二期に於ける任意の二財の限界代替率は、それらの割引予想価格の比率に等しくなければならないことを示している。また (2.4) の下で (2.1) が極大であるための充分条件は (2.5) が零である場合に $\sum_{r=1}^{n}\sum_{t=0}^{\tau}p_{rt}x_{rt}=0$ の下に於いて

$$(2.8)\quad \sum_{r=1}^{n}\sum_{t=0}^{\tau}\sum_{s=1}^{n}\sum_{v=0}^{\tau}u_{rtsv}dx_{rt}dx_{sv}<0$$

でなければならない。それには x_{rt} を要素とする次の行列式の三次以上の首座小行列式が常に交互に正、負であることが必要である。

$$(2.9)\quad \begin{vmatrix} 0 & u_{10} & u_{20} & \cdots\cdots & u_{n\tau} \\ u_{10} & u_{1010} & u_{1020} & \cdots\cdots & u_{10n\tau} \\ u_{20} & u_{2010} & u_{2020} & \cdots\cdots & u_{20n\tau} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ u_{n\tau} & u_{n\tau10} & u_{n\tau20} & \cdots\cdots & u_{n\tau n\tau} \end{vmatrix}$$

これは限界代替率があらゆる方向に逓減することを意味し、これが安定条件である。(2.7) の $n(\tau+1)-1$ 個の方程式と (2.4) から、現在及び予想価格、利子率が与えられれば、消費計画期間中の $n(\tau+1)$ 個の量を決定できる。それ故各期に於ける各財の需要函数は次の如くなる。

$$(2.10)\quad x_{rt}=x_{rt}(p_{10},p_{20},\cdots\cdots,p_{n0},\beta_1p_{11},\cdots\cdots,\beta_1p_{n1},\cdots\cdots,\beta_1\beta_2\cdots\cdots\beta_\tau p_{1\tau},\cdots\cdots,\beta_1\beta_2\cdots\cdots\beta_\tau p_{n\tau})\quad \begin{pmatrix} r=1,2,\cdots\cdots,n \\ t=0,1,\cdots\cdots,\tau \end{pmatrix}$$

また、個人の証券の需要供給は現在及び予想価格、利子率の函数として同様に表わされる。

次に企業の需要函数の導出を行なう。(注9) 生産要素量を m 個、生産物量を $m+1$ 個より n 個まで、t 期に於ける i 番目の生産要素量を a_{it} j 番目の生産物量を x_{jt} で示す。$a_{it}\equiv -x_{it}$ $(i=1,2,\cdots,m)$ と置けば次の動学的生産函数を得る。

$$(2.11)\quad f(x_{10},x_{20},\cdots\cdots,x_{n0},x_{11},x_{21},\cdots\cdots,x_{n1},\cdots\cdots,x_{1\tau},x_{2\tau},\cdots\cdots,x_{n\tau})=0$$

t 期に於ける財 x_r（生産要素、生産物）の予想価格を p_{rt} $(r=1,2,\cdots\cdots,n)$、t 期に於ける生産要素及び生産物の予想価額を各々 k_t、w_t とすれば、

$$(2.12)\quad k_t=\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=0}^{\tau}p_{it}a_{it}$$

$$(2.12)\quad w_t=\sum_{j=m+1}^{n}\sum_{t=0}^{\tau}p_{jt}a_{jt}$$

で示され、予想利潤 v_t は

$$(2.13)\quad v_t=w_t-k_t=\sum_{r=1}^{n}\sum_{t=0}^{\tau}p_{rt}x_{rt}$$

この v_t に割引率を乗じて現在価値に直したものを利潤の流れの資本価値 C と呼ぶならば、$\beta_0\equiv1$ と置いて、

$$(2.14)\quad C=\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t v_t=\sum_{t=0}^{\tau}\sum_{r=1}^{n}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t p_{rt}x_{rt}$$

である。企業は生産函数 (2.11) の下に資本価値 (2.14) を極大化する。ラグランジ乗数を用いて、

$$(2.15)\quad C-\lambda f$$

個人の場合と同様にして、(2.15) を x_{rt} で偏微分して零と置くと $n(\tau+1)$ 個の動学的均衡条件を得る。

$$(2.16)\quad \lambda\frac{\partial f}{\partial x_{rt}}=\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t p_{rt}$$

λを消去して

$$(2.17)\quad \frac{\partial f}{\partial x_{rt}}\Big/\frac{\partial f}{\partial x_{sv}}=\frac{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t p_{rt}}{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_s p_{sv}}$$

となる。この均衡条件は任意の二期の任意の計画された(イ)生産物相互間、(ロ)生産要素相互間の限界代替率及び(ハ)任意の期の計画された生産要素と他期の生産物の間の限界変形率がそれらの割引予想価格の比率に等しいことを意味している。(2.15) が極大であるための充分条件は $d^2(C-\lambda f)<0$ なることである。然し C は x_s について一次式であるから $d^2C=0$ となる。それ故、$df=0$ の下で

$$(2.18)\quad d^2f=\sum_{r=1}^{n}\sum_{t=0}^{\tau}\sum_{s=1}^{n}\sum_{v=0}^{\tau}f_{rtsv}dx_{rt}dx_{sv}>0$$

となる。これは $f_{10},f_{20},\cdots\cdots,f_{n\tau}$ を縁附きとし、要素を f_{rtsv} とする (2.9) と同様な行列式の三次以上の首座小行列式がすべて負であることを要する。その意味は前記(イ)が逓増し、(ロ)及び(ハ)が逓減しなければならないことを示している。(2.17) の $n(\tau+1)-1$ 個の方程式は (2.11) と共に現在及び予想価格、利子率が所与の時、生産期間の $n(\tau+1)$ 個の生産要素、生産物の量を決定できる。それ故各生産物に対する計画供給函数、各要素に対する計画需要函数は次の如く書ける。

$$(2.19)\quad \overline{\overline{X}}_{rt}=\overline{\overline{X}}_{rt}(p_{10},p_{20},\cdots\cdots,p_{n0},\beta_1p_{11},\beta_1p_{12},\cdots\cdots,\beta_1p_{n1},\cdots\cdots,\beta_1\beta_2,\cdots\cdots,\beta_\tau p_{1\tau},\cdots\cdots,\beta_1\beta_2\cdots\cdots\beta_\tau p_{n\tau})$$

企業の証券の需要も現在及び予想価格、利子率の函数として表わされる。但し利子率が負となることを除くために現在の生産要素の将来の生産物への限界変形率に於いて、前者の価値は後者のそれより逓減しなければならないが、この率は一より大なることを仮定する。(注10)

次にこれらの需給函数を国内市場で考察する。まず、個人、企業の需給函数は t 期に於いては、各財の割引予想価格は t 期の現在価格の函数であると仮定する。t 期の財 X_r の超過需要函数 E_{rt} は、財 x_r に対する総消費需要を X_r、初期供給量を $\overline{X}_r$、企業による需

給を $\overline{\overline{X}}_r$ とし、市場に存在する証券の数を θ 個とすれば、

(2.20) $E_{rt}\equiv X_{rt}-\overline{X}_{rt}-\overline{\overline{X}}_{rt}=E_{rt}(p_{1t},p_{2t},\ldots\ldots,p_{nt},i_{1t},i_{2t},\ldots\ldots,i_{\theta t})$ $(t=0,1,\ldots\ldots,\tau)$

である。同様に証券の超過需要函数 E_{jt} 及び貨幣の超過需要函数 M_t は

(2.21) $E_{jt}=E_{jt}(p_{1t},p_{2t},\ldots\ldots,p_{nt},i_{1t},i_{2t},\ldots\ldots,i_{\theta t})$

(2.22) $M_t=M_t(p_{1t},p_{2t},\ldots\ldots,p_{nt},i_{1t},i_{2t},\ldots\ldots,i_{\theta t})$ $(t=0,1,\ldots\ldots,\tau)$

で示される。一時的市場均衡とはこれらの三個の超過需要方程式が零になる状態であって、これを生ぜしめる価格、利子率が均衡価格、均衡利子率である。さて、均衡の如何に拘わらず次のワルラスの法則が成立するから、

(2.23) $E_{rt}+E_{jt}+M_t\equiv 0$

三個の方程式のうちの一個は独立ではなく他から導かれるから、n 個の t 期の貨幣価格 p_{rt} と θ 個の t 期の市場利子率を決定するには $n+\theta$ 個の方程式が存在すれば充分である。従って貨幣需給均衡方程式（2.22）を消去して全未知数を同時に決定できる。

一時的市場均衡の安定条件を求める。価格について或る時点に於ける一財の価格の時間的変化率は同一時点の当該財の超過需要量に正比例すると仮定する。更に時間の函数として示される価格の均衡値からの乖離をその近傍に限定する。(注11) 利子率については、貸付基金説の立場で証券の超過需要が利子率を下落せしめ、超過供給が利子率を騰貴せしめると仮定すれば、利子率の時間的変化率は証券の超過需要量と逆比例の関係にある函数となる。

(2.24) $\dfrac{dp_r}{dt}=F_r(E_r)$ $F_r(0)=0$ $F_r'(0)>0$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n)$

(2.25) $\dfrac{di_j}{dt}=F_j(E_j)$ $F_j(0)=0$ $F_j'(0)<0$ $(j=1,2,\ldots\ldots,\theta)$

(2.26) $\dfrac{d(p_r+i_j)}{dt}=F_r(E_r)+F_j(E_j)$ $F_r'(0)+F_j'(0)>0$

このような関係を考慮し、$i_j\equiv p_j$ と置いて整理すれば、財及び証券の超過需要方程式（2.20）（2.21）は次の如く同一の方程式に書き換えられる。

(2.27) $E_{rt}\equiv E_{rt}+E_{jt}=E_{rt}(p_{1t},p_{2t},\ldots\ldots,p_{nt},p_{n+1,t},p_{n+2,t},\ldots\ldots,p_{n+\theta,t})$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta,\ t=0,1,2,\ldots\ldots,\tau)$

そして以下では t 期のこの財・証券の超過需要方程式について均衡の安定条件を求めよう。(注12) まず次式を得る。

(2.28) $\dfrac{dp_r}{dt}=F_r\Big[E_r(p_1,p_2,\ldots\ldots,p_n,p_{n+1},\ldots\ldots,p_{n+\theta})\Big]$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

一時的均衡条件は $n+\theta$ 個の連立方程式（2.27）が零なることであり、その時一時的均衡価格、利子率が存在するから、方程式(2.28)を解くために（2.28）の右辺を均衡値 p_r^0 の附近でテイラー展開し、線型函数を取り扱うとの仮定から（$p_s-p_s^0$）に関する二次以上の項を省略すれば、(注13)

(2.29) $\dfrac{dp_r}{dt}=F_r\Big[E_r(p_1^0,p_2^0,\ldots\ldots,p_{n+\theta}^0)\Big]+(F_r')^0\sum_{s=1}^{n+\theta}E_{rs}^0(p_s-p_s^0)$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

この式の右辺第一項は仮定（2.24）（2.25）から零である。然し第二項については仮定（2.26）即ち価格、利子率の伸縮度 $(F_r')^0\equiv dF_r(0)/dE_r>0$、また $E_{rs}^0=\partial E_r/\partial p_s>0$ を仮定する。（2.29）の左辺の p_r を（$p_r-p_r^0$）と書き換えれば、

(2.30) $\dfrac{d(p_r-p_r^0)}{dt}=(F_r')^0\sum_{s=1}^{n+\theta}E_{rs}^0(p_s-p_s^0)$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

となる。この式は（$p_s-p_s^0$）に関して常数係数を有する連立一階同次線型微分方程式であり、この方程式の一般解を求めるために次の特性方程式を作る。

(2.31) $f(\lambda)\equiv|F_r'E_{rs}-\lambda\delta_{rs}|=0$ $(r,s=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

（2.31）は λ に関する $n+\theta$ 次の代数方程式であり、その特性根は複素数であり得るから代数学の基本定理より、「複素数を係数とする $n+\theta$ 次の代数方程式は $n+\theta$ 個の根を持つ」。

単根、重根の場合の一般解は

(2.32) $p_r(t)=p_r^0+\sum_{s=1}^{k}q_{rs}(t)\,e^{\lambda_s t}$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

但し $q_{rs}(t)$ は t に関する多項式で、重複度数を $a_1,a_2,\ldots\ldots,a_k$（$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_k=n+\theta$）とする時その最高次は（$a_k-1$）次の有理整函数である。それ故、動学的安定条件

(2.33) $\lim_{t\to\infty}p_r(t)=p_r^0$

が成立するには（2.32）の右辺第二項が時間の経過に伴って零に収斂することが必要となり、実数根 λ_s が負なることが必要充分条件である。

特性方程式（2.31）の係数 q_{rs} 及び特性根が複素数ならば、p_r を実数値函数で表わすために共軛複素根を作り、重複度を考え、更に別根の総数から互に共軛的な複素根の一対を一個とすることで生じる減少部分を差引けば、残りは m 個となり、従って一般解は次の如くなる。

(2.34) $p_r(t)=p_r^0+\sum_{s=1}^{m}e^{\alpha_s t}\{g_{rs}(t)\cos\beta_s t+h_{rs}(t)\sin\beta_s t\}$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+\theta)$

安定条件（2.33）が成立するための必要充分条件は複素根の実数部分 α_s がすべて負なることである。即ちすべての根の座標点が複素数平面の虚数軸の左側にあることを意味する。その時、（2.34）は減衰振動を示し振幅は減少して指数函数的に零に収斂する。

ここで偏安定の概念を導入し、財の価格のみが調整され利子率が

一定である場合は、$r, s=n+1, \cdots\cdots, n+\theta$ に関して

$$(2.35)\quad \begin{aligned} &F_r' \equiv 0 \\ &p_s \equiv p_s^0 = 0 \end{aligned}$$

であり、(2.29) から $r, s=n+1, \cdots\cdots, n+\theta$ が除かれ、仮定(2.24) から $F_r'(0)>0$ であるから、特性方程式と一般解は次の如く示される。

$$(2.36)\quad f(\lambda) \equiv |F_r' E_{rs} - \lambda\delta_{rs}| = 0 \quad (r, s=1, 2, \cdots\cdots, n)$$

$$(2.37)\quad p_r(t) = p_r^0 + \sum_{s=1}^{k} q_{rs}(t) e^{\lambda st} \quad (r=1, 2, \cdots\cdots, n.\ k \leqq n)$$

$$(2.38)\quad p_r(t) = p_r^0 + \sum_{s=1}^{l} e^{\alpha st}\{g_{rs}(t)\cos\beta_s t + h_{rg}(t)\sin\beta_s t\} \quad (l<n)$$

従って利子率一定の n 次の偏安定の条件は、これらの方程式の特性根の実数部分がすべて負なることである。n 次よりなる特性方程式が対称であればすべての根は負であるから、この時利子率を含まない静学体系の安定条件は n 次の動学的偏安定の条件と等義となる。(注14)

第三節　動学的分析　その二

前節で得た国内市場の一時的安定条件を国際資本移動を考察する前に支払国と受取国より成る国際市場に拡張してみよう。

二国の国際市場に於いて財、証券及び貨幣の超過輸入需要函数は次の如く示される。

$$(3.1)\quad \sum_{i=1}^{2} E_{rt}^{(i)} \equiv \sum_{i=1}^{2} (X_{rt}^{(i)} - \overline{X}_{rt}^{(i)} - \overline{\overline{X}}_{rt}^{(i)}) = \sum_{i=1}^{2} E_{rt}^{(i)}(p_{1t}, p_{2t}, \cdots\cdots, p_{n+\theta,t}) \quad (r=1, 2, \cdots\cdots, n)$$

$$(3.2)\quad \sum_{i=1}^{2} E_{jt}^{(i)} = \sum_{i=1}^{2} E_{jt}^{(i)}(p_{1t}, p_{2t}, \cdots\cdots, p_{n+\theta,t}) \quad (j=n+1, \cdots\cdots, n+\theta)$$

$$(3.3)\quad \sum_{i=1}^{2} M_t^{(i)} = \sum_{i=1}^{2} M_t^{(i)}(p_{1t}, p_{2t}, \cdots\cdots, p_{n+\theta,t})$$

これらの方程式について (2.20) (2.21) (2.22) の場合と全く同様に貨幣の需給均衡方程式 (3.3) を消去して全未知数を決定できる。従って一時的国際市場均衡の安定条件についても本質的には国内市場の場合と同様である。

まず簡単に第一節で取り扱った二国二財の交換均衡の動学的安定条件を求めよう。(1)国の財 X_1 の超過輸入需要量は $E_1 \equiv E_1^{(1)} + E_2^{(2)}$ で示される。交易条件は国際市場に於ける財の交換比率であるから、価格の時間的変化率の仮定 (2.24) に従って交易条件の時間的変化率は輸入財に対する超過輸入需要量に正比例すると仮定する。(1)国の輸出財の称呼で示される輸入財 X_1 の価格比率を交易条件 y_1 と定義し、t 期についてみれば次式が成立する。

$$(3.4)\quad \frac{dy_1}{dt} = F_1\Big[E_1(y_1)\Big]$$

この式の右辺を均衡点 y_1^0 の附近で展開し、$(y_1-y_1^0)$ に関する二次以上の項を省略すれば

$$(3.5)\quad \frac{dy_1}{dt} = F_1\Big[E_1(y_1^0)\Big] + (F_1')^0 E_{11}^0 (y_1 - y_1^0)$$

となる。ここで $(F_1')^0 \equiv dF_1(0)/dE$ は交易条件の輸入量の変化に対する適応速度であり、$E_{11}=dE_1/dy_1$ である。(3.5) の右辺の第一項の $E_1(y_1^0)=0$ であり、左辺を $d(y_1-y_0)/dt$ と置き換えて一般解を求めれば

$$(3.6)\quad y_1(t) = y_1^0 + q_{11} e^{\lambda_1 t}$$

である。資本移動に依って変化した交易条件 y_1 が均衡点に収斂するためには、(3.6) の右辺第二項が零に収斂することを要する。明らかに (3.5) より作られる特性方程式 $f(\lambda) \equiv |F_1' E_{11} - \lambda\partial_{rs}| = 0$ より $\lambda = F_1' E_{11}$ であるから、E_{11} が負であることが必要充分条件である。これは静学的な二国二財の交換均衡の安定条件 $d(E_1^{(1)} + E_{(2)}^{(1)})/dy_1 < 0$ である。(注15)

次に生産を含めた多数財（証券は除く）の一般均衡の場合は、財の超過輸入需要方程式

$$(3.7)\quad \sum_{i=1}^{2} E_{rt}^{(i)} \equiv \sum_{i=1}^{2} (X_{rt}^{(i)} - \overline{X}_{rt}^{(i)} - \overline{\overline{X}}_{rt}^{(i)}) = \sum_{i=1}^{2} E_{rt}^{(i)}(p_{1t}, p_{2t}, \cdots\cdots, p_{nt}) \quad (r=1, 2, \cdots\cdots, n)$$

(3.7) を零ならしめる時、二国国際市場で一般均衡が成立する。その解法は前節の偏安定の場合と同様であって、国際市場で (2.36) (2.37) 及び (2.38) が成立する。そして求められた動学的安定条件は静学体系の場合と一致する。

一般的に財及び証券を含む国際市場の一般均衡は、(3.1) (3.2) 及び (3.3) より貨幣の超過需要方程式 (3.3) をワルラスの法則から消去して、前節と同じように財の超過需要量と価格、証券の超過需要量と利子率の仮定を考慮して得た財及び証券の超過輸入需要方程式

$$(3.8)\quad \sum_{i=1}^{2}\sum_{r=1}^{n+\theta} E_{rt}^{(i)} \equiv \sum_{i=1}^{2}\sum_{r=1}^{n} E_{rt}^{(i)} + \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=n+1}^{n+\theta} E_{jt}^{(i)} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{r=1}^{n+\theta} E_{rt}^{(i)}(p_{1t}, p_{2t}, \cdots\cdots, p_{nt}, p_{n+1,t}, \cdots\cdots, p_{n+\theta,t})$$

(3.8) を零ならしめる時に成立する。得られる特性方程式と一般解は次の如く示される。

$$(3.9)\quad f(\lambda) \equiv |F_r' E_{rs} - \lambda\partial_{rs}| = 0 \quad (r, s=1, 2, \cdots\cdots, n+\theta)$$

$$(3.10)\quad p_r(t) = p_r^0 + \sum_{s=1}^{\kappa} q_{rs}(t) e^{\lambda st} \quad (r=1, 2, \cdots\cdots, n+\theta)$$

$$(3.11)\quad p_r(t) = p_r^0 + \sum_{s=1}^{m} e^{\alpha st}\{g_{rs}(t)\cos\beta_s t + h_{rg}(t)\sin\beta_s t\} \quad (r=1, 2, \cdots\cdots, n+\theta)$$

(3.10) から実数なる特性根がすべて負であり、(3.11) から複素数なる特性根の実数部分がすべて負であるならば (3.10) 及び (3.11) の各変動部分を示す項は零に収斂し、国際市場の安定条件

$$(3.12)\quad \lim_{t\to\infty} p_r(t) = p_r^0$$

(3.12) が成立するから、初期条件によって決定される初期価格が一時的均衡値 p_r^0（一時的均衡価格及び利子率）の充分小さい近傍の

領域 $\delta(\varepsilon)$ 内に存在するならば、初期価格の変動は常に該領域内に限られ、時間の経過に伴って均衡値に収斂する。

次に国際資本移動の支払国、受取国に於ける効果について考察しよう。(注16) 既に財、証券の超過需要方程式として (2.27) を得たが、資本移動に結果する受取国、支払国のこの超過需要函数の移動及び代替度の変化を示すパラメーター α を各国の超過需要函数に導入する。

$$(3.13)\quad E_{rt}^{(i)}=E_{rt}^{(i)}(p_{1t},p_{2t},\cdots\cdots,p_{nt},p_{n+1t},\cdots\cdots,p_{n+\theta_i t},\alpha)$$

$$(i=1,2\quad r=1,2,\cdots\cdots,n+\theta)$$

さて、この効果分析に際して、任意の期である ν 期の初期の一時的均衡値 p_r^0 は一時的安定均衡値であると仮定する。ここに代替項 $E_{rs}=\partial E_r/\partial p_s$ が正値の時財 X_r は財 X_s の代替財、零の時独立財、負値の時補完財を示すと定義し、代替項の度合を代替度とする。また $a_{rs}=F_r^0E_{rs}^0$ と置くならば a_{rs} は財の価格伸縮度 (2.24) とその代替度及び利子率の伸縮度 (2.25) とその代替度を示す。

(3.13) に於いて α が α^0 なるときの一時的均衡値を $p_1^0, p_2^0, \cdots, p_n^0, \cdots\cdots, p_{n+\theta}^0{}_i$ とし、(3.13) をテイラー展開して $(p_s-p_s^0)$ に関する二次以上の項を省略すれば、

$$(3.14)\quad E_r=\sum_{r,s=1}^{n+\theta}\left[E_{rs}^0+\Delta E_{rs}\right](p_s-p_s^0)+E_{r\alpha}^0(\alpha-\alpha^0)$$

となる。但し $\Delta E_{rs}=E_{rs\alpha}(\alpha-\alpha^0)$ 即ちパラメーター α の変化が代替度に及ぼす効果を示している。

$$(3.15)\quad \frac{dp_r}{dt}=F_r^0\left[\sum_1^{n+\theta}\{E_{rs}^0+\Delta E_{rs}\}(p_s-p_s^0)+E_{r\alpha}(\alpha-\alpha^0)\right]$$

$\Delta a_{rs}=F_r^0\Delta E_{rs}$, $\Delta a_r=F_r^0E_{r\alpha}(\alpha-\alpha^0)$ と置けば

$$(3.16)\quad \frac{dp_r}{dt}=\sum_1^{n+\theta}(a_{rs}+\Delta a_{rs})(p_s-p_s^0)+\Delta a_r$$

なる線形微分方程式を得る。(3.16) の Δa_r の存在しない場合の解は、特性方程式 $(a_{rs}+\Delta a_{rs}-\mu\delta_{rs})=0$ の別根を μ_k とすれば

$$(3.17)\quad p_r(t)=\sum_{k=1}^{n+\theta}q_{rk}(t)e^{\mu_k t}$$

となる。次に (3.16) の特殊解は p_r を一定として (3.16) を解けばよい。$(a_{rs}+\Delta a_{rs})$ の行列式を H、H に於ける $(a_{rs}+\Delta a_{rs})$ の余因数を H_{rs} とすれば、特殊解は $p_r=p_r^0-\left[\sum_1^{n+\theta}\Delta a_sH_{sr}\right]\Big/H$ であるから、一般解は

$$(3.18)\quad p_r(t)=p_r^0-\left[\sum_1^{n+\theta}\Delta a_sH_{sr}\right]\Big/H+\sum_{k=1}^{n+\theta}q_{rk}(t)e^{\mu_k t}$$

また $(E_{rs}+\Delta E_{rs})$ の行列式を U、U に於ける $(E_{rs}+\Delta E_{rs})$ の余因数を U_{rs} と置けば $H=F_1^0\cdots\cdots F_{n+\theta}^0U$. $\sum_1^{n+\theta}\Delta a_sH_{sr}=F_1^0\cdots\cdots F_{n+\theta}^0\left[\sum_1^{n+\theta}E_{s\alpha}^0U_{sr}\right](\alpha-\alpha^0)$ となり、(3.18) は次の如くなる。

$$(3.19)\quad p_r(t)=p_r^0-\left[\sum_1^{n+\theta}E_{s\alpha}(\alpha-\alpha^0)U_{sr}\right]\Big/U+\sum_{k=1}^{n+\theta}q_{rk}(t)e^{\mu_k t}$$

(3.19) は資本移動の結果生ずる受取国及び支払国の個人、企業の需要供給の変化によって価格、利子率が如何に変動するかを示している。

まずこの需給の変化が代替度のみに影響し、Δa_r は零であると仮定する。その時 (3.16) の第二項は零となる。特性方程式 (2.31) は $|a_{rs}-\lambda\delta_{rs}|=0$ と書き換えられ、特性根 λ_s はこの a_{rs} の連続函数であるから、資本移動に依って受取、支払各国の a_{rs} が変動する以前の体系が安定であるとの仮定から各国の資本移動に起因する Δa_{rs} が充分小ならば、(3.19) の特性根 μ_k の変動は特性根 λ_s の充分近傍の領域 $\delta(\varepsilon)$ 内に限られ、資本移動後の各国の体系は安定性を保つ。従って時間の経過と共に価格は資本移動以前の体系の一時的安定均衡価格 p_r^0 に収斂する。

次に資本移動によるパラメーター α の変化は財、証券の超過需要函数を移動せしめ、代替度は前期と同一に保たれること、ν 期の財の初期供給量 $\overline{X}_{r\nu}$ は (ν−1) 期の初期供給量、価格、消費需要、生産の技術的制約等によって決定されること、而して ν 期の財の初期供給量の変化は ν 期の財の超過需要函数のみを移動せしめること等を仮定する。これらの仮定から $\Delta E_{rs}=0$ であり、$\mu_k=\lambda_s$ となるから最初の仮定より資本移動後の体系も安定的である。$E_{rs}^0(r,s=1,2,\cdots\cdots,n+\theta)$ の行列式を J、J に於ける E_{rs}^0 の余因数 J_{rs} を置けば、資本移動による各国の需要供給変動後の体系の均衡値は次の如く示される。

$$(3.20)\quad p_r^0=\left[\sum_1^{n+\theta}E_{s\alpha}(\alpha-\alpha^0)J_{sr}\right]\Big/J$$

最初に証券を除く財の需要量が変化した場合を取り扱う。ν 期の任意の一財の需要量が変化した場合の財 X_r の新旧の一時的均衡価格の変動は次式で示される。

$$(3.21)\quad \Delta p_{r\nu}=-\sum_{s,r=1}^{n}\frac{J_{sr}}{J}E_{s\alpha}^0(\alpha-\alpha^0)$$

仮定より、この一時的均衡価格の変化はパラメーター α の変化と共に (ν+1) 期の財の初期供給量 $\overline{X}_{r,\nu+1}$ に影響を与える。

$$(3.22)\quad \Delta\overline{X}_{r,\nu+1}=\sum_1^n\frac{\partial\overline{X}_{r,\nu+1}}{\partial p_{s\nu}}\Delta p_{s\nu}+\frac{\partial\overline{X}_{r,\nu+1}}{\partial\alpha_\nu}\Delta\alpha_\nu$$

(ν+1) 期の一時的均衡価格の変化は

$$(3.23)\quad \Delta p_{r,\nu+1}=-\sum_1^n\frac{J_{sr}}{J}\left[\sum_1^n\frac{\partial E_{s,\nu+1}}{\partial\overline{X}_{h,\nu+1}}\Delta\overline{X}_{h,\nu+1}\right]$$

ν+2 期の財 X_h の初期供給量 $\overline{X}_{h,\nu+2}$ の変化は

$$(3.24)\quad \Delta\overline{X}_{h,\nu+2}=\sum_1^n\frac{\partial\overline{X}_{h,\nu+2}}{\partial p_{r,\nu+1}}\Delta p_{r,\nu+1}+\sum\frac{\partial\overline{X}_{h,\nu+2}}{\partial\overline{X}_{i,\nu+1}}\Delta\overline{X}_{i,\nu+1}$$

となる。それ故一般に t 期の初期供給量と一時的均衡価格の変化は次式で示される。

$$(3.25)\quad \Delta p_{rt}=-\sum_1^n\frac{J_{sr}}{J}\left[\sum_1^n\frac{\partial E_{st}}{\partial\overline{X}_{ht}}\Delta\overline{X}_{ht}\right]$$

$$(3.26)\quad \Delta\overline{X}_{ht}=\sum_1^n\frac{\partial\overline{X}_{ht}}{\partial p_{r,t-1}}\Delta p_{r,t-1}+\sum\frac{\partial\overline{X}_{ht}}{\partial\overline{X}_{i,t-1}}\Delta\overline{X}_{i,t-1}$$

特に ν 期に財、証券の需要量が変動した場合の他のそれ等との新旧均衡価格、利子率の差は、(3.21) を利用して次の如く示される。

(3.27) $\Delta p_{r,\nu}=-\dfrac{J_{sr}}{J}E_{s\alpha}{}^0(\alpha-\alpha^0)$ $(r, s=1, 2, \ldots\ldots, n+\theta)$

財については超過需要量と価格変化の仮定から $J_{kk}/J<0\,(k=1, 2, \ldots\ldots, n)$ であるから、(3.27) よりパラメーターの変化によって財 X_k の需要量が増加するならば $E_{k\alpha}{}^0(\alpha-\alpha^0)>0$ 財 X_k の均衡価格は騰貴し、供給量が増加すれば $E_{k\alpha}{}^0(\alpha-\alpha^0)<0$ それは下落する。

利子率についても証券の超過需要量との仮定から $J_{jj}/J>0\,(j=n+1, \ldots\ldots, n+\theta)$ であるから、(3.27) より α の変化で証券の需要量が増加すれば利子率の均衡値は下落し、供給量の増加はそれの騰貴に導くことが知られる。

更に次に α の変化に伴う財相互間、財と証券間の代替度の変化と、財、証券の超過需要函数の移動が生じた場合の財及び証券の新旧均衡価格、利子率の差は次式で示される。

(3.28) $\Delta p_r=-E_{s\alpha}(\alpha-\alpha^0)U_{sr}/U$ $(r, s=1, 2, \ldots\ldots, n+\theta)$

財の価格を k、利子率を j で示せば、(3.27) と同様に財の価格変化については Δp_r は $r=k$ で $E_{k\alpha}(\alpha-\alpha^0)$ と同符号であり、利子率の変化については Δp_r は $r=j$ で $E_{j\alpha}(\alpha-\alpha^0)$ と逆符号である。前者の場合は仮定から $a_{rs}+\Delta a_{rs}>0$ $(r=1, 2, \ldots\ldots, n;\ s=1, 2, \ldots\ldots, n+\theta)$ であるから $U=E_{rs}{}^0+\Delta E_{rs}>0$ となる。また資本移動後の受取、支払各国の体系に於いて $s=k$ の時 α の変化に伴い、$E_{k\alpha}(\alpha-\alpha^0)>0$ 或いは <0 に応じて財 X_r の価格は騰貴或いは下落するから諸財は相互に代替的である。後者の場合、仮定 $F_j(E_{js}+\Delta E_{js})>0$ 及び (2.25) の $F_j<0$ より $E_{js}+\Delta E_{js}<0$ でなければならない。即ち財の価格騰貴は証券の需要量を減少せしめる。従って諸財に対して証券は補完的である。さて (3.28) で $r, s=j$ と置けば α の変化によって証券の需要量が増減すれば、利子率は下落或いは騰貴することが知られる。

最後に今迄の結果を具体的に示そう。(注17) 受取国(1)、支払国(2)の国際収支が ν 期の初期に均衡状態にある時、(2)国から(1)国に資本移動が行なわれるならば、資本移動を貨幣的購買力の移転と解する立場から受取国では購買力の増加、支払国ではその減少と各国内に購買力の相対的変化が生じ、それによって財、証券の超過需要函数の受取国では増加方向への移動、支払国では減少方向への移動が惹起される。

国内財及び輸出入財が非劣等財であるとの仮定の下に、まず受取、支払各国で輸出財は国内財及び生産要素に対して市場代替関係にあり、輸入財は国内財及び輸出財に独立である場合を取り扱う。資本移動による購買力の増加は企業よりも個人の需要として直接的に現われると考えられるから、受取国では国内財、輸出財の国内消費部分及び支払国からの輸入財等に対する消費需要が増加する。このような消費財の需要の増加は (3.21) (3.27) から当該財の価格を騰貴せしめる。これは (3.28) の諸財の代替関係から他財の価格騰貴を起し、ν 期の消費財需要増加の傾向は ν 期の消費財価格の一般的騰貴

をもたらす。ν 期のこの消費財需要増加と企業の購買力増加は生産財、資本財に向い、価格の代替関係からこれら財の価格も騰貴するが直接需要が増加した消費財よりこの傾向は小である。またこれら需要増加から企業は計画産出量を増加するため生産拡張を行なうが、技術的理由、生産期間の存在から急速な生産量増加の短期的調整は不可能であるため増加せる消費財、生産財の需要はそれ等の在庫量の減少によって賄われる。従って (3.22) で示されるこれらの財の $\nu+1$ 期の初期供給量の増分は負値である。$\nu+1$ 期では ν 期の動きから消費財、生産財に対する正の超過需要量が生ずる。また企業は需要増加に応ずるため諸生産要素の需要を増加する。その結果生産要素価格を含む消費財、生産財の価格騰貴は ν 期よりも一層明瞭となり、(3.23) から $\nu+1$ 期の一時的均衡価格は一般的に騰貴する。然し財の生産期間が充分に長期ならば産出量は未だ増加せず、(3.24) の $\nu+2$ 期の初期供給量は消費財、生産財とも負値である。$\nu+2$ 期の一時的均衡価格は $\nu+1$ 期と同様になお騰貴を続ける。一般に t 期では (3.25) (3.26) で示される。従って受取国では財に対して補完的である証券の需要量は減少し、国内の利子率は騰貴する傾向を持つことになる。

他方、支払国の国内消費財及び受取国の輸出財に対する輸入需要は資本移動によって減少し、受取国の場合とは逆に支払国の国内財、輸出財価格は下落する。市場代替関係にある財の価格は同一方向に変動するから受取国の輸出財価格は支払国のそれより相対的に騰貴するが、支払国のそれは受取国からの需要増加によって補整されるため国内財に比較して下落の程度は小さい。故に支払国では ν 期、$\nu+1$ 期に生産要素価格を含めて諸財の一時的均衡価格の一般的な下落が生じる。而してこの価格の下落した生産要素が輸出財生産に使用されるならば輸出財価格の下落は受取国の輸入需要を刺戟し、資本移動による需要増加と共に支払国の輸出増加を生ぜしめ、多少とも価格下落の傾向は阻止され、輸出増加が大であれば諸財の代替関係から他財の価格は上昇する。また資本移動によって支払国内に証券の供給量が増加しているならば国内の利子率は騰貴する。

他方、受取国の輸出財価格の騰貴は直接の需要増加の配分比率に原因する国内財価格の騰貴よりも相対的に小としても、支払国の購買力減少と相対的高価なため当該財の支払国の輸入需要減少に導く。それ故、商品交易条件、二重生産要素交易条件の受取国への有利化、支払国への不利化をもたらす。この傾向は支払国の輸出供給の増加が受取国の輸入需要の増加より大となるならば、やや持続化する。

然し受取国に於ける価格騰貴の傾向が数期の後に可成り顕著となるならば、産出量の増加が生じ、諸生産要素価格の騰貴からその投入量は減少し、また生産物の供給過剰からその価格は下落する。諸財間の代替関係から前とは反対に生産財に影響を与え生産規模の縮小となり、生産要素価格も下落する。支払国では輸出財供給の増加によって生産要素価格、国内消費財価格、生産財価格等の上昇が諸財の代替関係より生ずる。それ故に商品及び二重生産要素交易条件

の受取国への有利化の傾向は次第に是正され、受取、支払各国の国際収支は均衡化に向うのである。

また受取国、支払国が各々輸入財の一部を国内で生産し国内財と代替関係にあるならば、受取国の輸入財価格は支払国のそれに比較して相対的に騰貴し、商品交易条件は受取国に有利化する。一般的に各国の国内財が輸出財に対して輸入財よりも密接な市場代替関係にある場合にも交易条件は同様な動きを示す。

最後に貿易差額と為替相場について考察しよう。資本移動の結果、受取国の貿易差額は輸入超過から逆調となり、支払国のそれは輸出超過から順調となる。また為替相場は固定為替相場の例として金本位制を採るならば、資本移動によって当初の均衡状態から金現送点内で支払国の支払勘定建為替相場の騰貴、受取勘定建為替相場の下落、受取国ではそれぞれ反対の変動が生じる。この為替相場の変動と前述の輸出財価格の変動から交易条件は支払国に不利化し、受取国に有利化する。然し受取支払各国内の経済体系の動きを表示する貿易差額の変動に伴って為替相場は前と反対方向に作用し、交易条件の同様な動きと共に再び均衡に向うのである。

資本移動の効果分析は以上であるが、この分析の基礎である財、証券の超過需要函数に於いて、財の超過需要量は貨幣の称呼で表わされたと言う意味での貨幣価格に依存していたことを示し、それ故に財の需給量は諸価格に対して零次同次であった。従ってこの相対価格たる貨幣価格は第一節に於けると全く同様な手続きに依って本来の貨幣価格に変換されねばならない。価値標準財たる貨幣を $n+1$ 番目の財とし、この価格を決定するために現金残高方程式を使用する。

(3.29) $$M_t^{(2)}=p_{n+1,t}^{(2)}\sum_{r=1}^{n+1}\left[p_{rt}/p_{n+1,t}\right]^{(2)}X_{rt}^{(2)}\qquad(t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

また、受取国或いは支払国の貨幣価格への変換の用具として二国間の為替相場

(3.30) $$p_{rt}^{(1)}=e_{12,t}\,p_{rt}^{(2)}\qquad(t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

を利用する。但し e_{12} は受取国(1)の外貨建為替相場である。

第四節　動学的分析　その三

今迄取り扱って来た資本移動の効果を効用函数に証券及び貨幣を導入して考察しよう。効用函数に貨幣を導入する意味は、所得の受領と支出、即ち貨幣の受取と支払の間に時間的不一致が存在するならば、支払履行の不可能、取引の円滑性の欠如のような事態が生ずる。このような「金融的困難に対して貨幣準備が与える保証こそ、貨幣準備に効用を賦与するものなのである」(註18)。証券を導入する意味も同様である。

経済体系内の財の数を n 個とし、$n+1$ 番目の財を証券、$n+2$ 番目の財を貨幣とする。その時個人の効用函数は次の如く示される。

(4.1) $$u=u(x_{10},x_{20},\cdots\cdots,x_{n0},x_{n+1,0},x_{n+2,0},\cdots\cdots,x_{n\tau},x_{n+1,\tau},x_{n+2,\tau})$$

但し証券及び貨幣はそれぞれ実質需要量を意味している。個人は今期首に t 期間に亘る消費計画を立てるとすれば、その収支均等式は一般的に次式の如くなる。但し証券の額面を一貨幣単位とする。

(4.2) $$\sum_{r=1}^{n}p_{rt}\bar{x}_{rt}+(1+i_{t-1})l_{n+1,t}+p_t\bar{x}_{n+2,t}=\sum_{r=1}^{n}p_{rt}x_{rt}+x_{n+1,t}+(1+i_{t-1})b_{n+1,t}+p_tx_{n+2,t}\qquad(t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

ここで p_t は t 期の物価水準で

(4.3) $$p_t=\sum_{r=1}^{n+1}w_{rt}p_{rt}\qquad(t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

と定義する。w_{rt} は t 期の財についての総和が1に等しい既知の加重である。$(1+i_{t-1})\bar{x}_{n+1,t}=(1+i_{t-1})l_{n+1,t}-(1+i_{t-1})b_{n+1,t}$ と置けば、これは t 期首に於いて前期の利子を含む証券の正値ならば貸付価額、負値ならば借入価額を意味している。従って (4.2) は変形して

(4.4) $$\sum_{r=1}^{n}p_{rt}\bar{x}_{rt}+(1+i_{t-1})\bar{x}_{n+1,t}+p_t\bar{x}_{n+2,t}=\sum_{r=1}^{n}p_{rt}x_{rt}+x_{n+1,t}+p_tx_{n+2,t}\qquad(t=0,1,\cdots\cdots,\tau)$$

となる。前と同様に割引率を各項に乗じて消費計画期間全般に亘る一個の収支均等方程式

(4.5) $$\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t\left[\left(\sum_{r=1}^{n}p_{rt}\bar{x}_{rt}\right)+(1+i_{t-1})\bar{x}_{n+1,t}\right]=\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t\left\{\sum_{r=1}^{n}p_{rt}x_{rt}+x_{n+1,t}\right\}+\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t\{p_t(x_{n+2,t}-\bar{x}_{n+2,t})\}$$

を得る。個人の消費計画はこの (4.5) の下で個人の効用函数 (4.1) を極大ならしめる如く編成されねばならないから、ラグランジ乗数を用いて次式を極大にする。

(4.6) $$u(x_{rt})-\lambda\left[\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t\left[\left\{\sum_{r=1}^{n}p_{rt}x_{rt}+x_{n+1,t}\right\}-\left\{\left(\sum_{r=1}^{n}p_{rt}\bar{x}_{rt}\right)+(1+i_{t-1})\bar{x}_{n+1,t}\right\}\right]+\left\{\sum_{t=0}^{\tau}\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t\{p_t(x_{n+2,t}-\bar{x}_{n+2,t})\}\right\}\right]$$

個人の将来価格及び割引率に関する予想が所与であれば、(4.6) を x_{rt} で偏微分して零と置くと $n+2(\tau+1)$ 個の動学的均衡条件を得る。

$$\partial u/\partial x_{rt}=\lambda\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_tp_{rt}\qquad(r=1,2,\cdots\cdots,n)$$

(4.7) $$\partial u/\partial x_{n+1,t}=\lambda\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_t$$

$$\partial u/\partial x_{n+2,t}=\lambda\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_tp_t$$

λ を消去して

(4.8) $$\frac{\partial u}{\partial x_{rt}}\bigg/\frac{\partial u}{\partial x_{n+2,t}}=\frac{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_tp_{rt}}{\beta_0\beta_1\cdots\cdots\beta_tp_t}$$

を得る。ここで (4.4) を物価水準 p_t で除せば

$$\text{(4.9)}\quad \sum_{r=1}^{n}\frac{p_{rt}}{p_t}\bar{x}_{rt}+\frac{(1+i_{t-1})\bar{x}_{n+1,t}}{p_t}+\frac{p_{2t}\bar{x}_{n+2,t}}{p_t}=\sum_{r=1}^{n}\frac{p_{rt}}{p_t}x_{rt}+\frac{x_{n+1,t}}{p_t}+\frac{p_{2t}x_{n+2,t}}{p_t}\quad(t=0,1,\ldots\ldots,\tau)$$

となる。(4.9) の左辺第二項は t 期首に於ける実質証券保有額（分子の $(1+i_{t-1})$ は前期で定まる）、第三項は実質貨幣残高（分子を M_t と置く）を示している。(4.8) の $n+2(\tau+1)-1$ 個の方程式と (4.9) の $(\tau+1)$ 個の方程式から、個人の財、証券及び貨幣の需要量 $n+2(\tau+1)$ 個を決定し得る。それ故に次の如き個人の需要函数を得る。

$$\text{(4.10)}\quad x_{rt}=x_{rt}\left(\frac{p_{10}}{p_0},\frac{p_{20}}{p_0},\ldots\ldots,\frac{p_{n0}}{p_0},\frac{\bar{x}_{n+1,0}}{p_0},\frac{M_0}{p_0},\beta_1\frac{p_{11}}{p_1},\ldots\ldots,\beta_1\beta_2\cdots\beta_\tau\frac{p_{1\tau}}{p_\tau},\ldots\ldots,\beta_1\beta_2\cdots\beta_\tau\frac{\bar{x}_{n+1,\tau}}{p_\tau},\beta_1\beta_2\cdots\beta^\tau\frac{M_\tau}{p_\tau}\right)$$

(4.10) から容易に市場の超過需要函数 $E_{rt}=X_{rt}-\overline{X}_{rt}$ $(r=1,2,\ldots\ldots,n+2)$ を導出できる。

以上から均衡では貨幣と他の証券を含む任意の財との限界代替率は予想貨幣価格と他の財の割引予想価格との比率に等しいから、貨幣を保有する限界効用と貨幣を支出する限界効用とを同列に取り扱うことができる。限界効用の逓減を仮定すれば、資本移動による受取国の個人の貨幣保有量の増加は保有貨幣の限界効用の逓減となり、相対的に限界効用の高い財に貨幣支出を行なうことになる。それ故受取国では非劣等財たる国内財及び輸出入財への需要が増加する。支払国では反対の事態が生じ、これら諸財に対する需要は減少する。

むすび

効用函数へ証券、貨幣を導入することによって、一般均衡体系に対して、補完的性格を持っていた貨幣理論の立場は修正され、国際資本移動の交易条件を中心とする効果分析に基本的な説明を加えることが可能となる。

（注1） Mosak. J. L., General-Equilibrium Theory in International Trade, The Principia Press, Bloomington, Indiana, 1944, pp. 36-37.
（注2） Mosak. J. L., Ibid., p. 53.
（注3） Mosak. J. L., Ibid., p. 103.
（注4） 拙稿、トランスファー理論、三田学会雑誌、第五一巻第九号、七八—七九頁参照。
（注5） Mosak. J. L., General-Equilibrium Theory……, pp. 36-37.
（注6） Mosak. J. L., Ibid., pp. 54-55.
（注7） Mosak. J. L., Ibid., pp. 58-59. 参照。
（注8） Mosak. J. L., Ibid., pp. 116-121. 参照。
（注9） Mosak. J. L., Ibid., pp. 137-141. 参照。
（注10） Mosak. J. L., Ibid., p. 149. 参照。
（注11） 線型函数を仮定する。
（注12） 主な参考文献。Lange. O., Price Flexibility and Employment, 1944, Mathematical Appendix. Samuelson. P. A., The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics, Econometrica, Vol. 9. No. 2. April, 1941. Samuelson, The Relation between Hicksian Stability and True Dynamic Stability, Econometrica, Vol. 12. No. 3 & 4. July-October, 1944. Metzler, L. A., Stability of Multiple Markets: The Hicks Conditions, Econometrica, Vol. 13. No. 4. October, 1945. 安井琢磨、収斂性の公準と動学的安定条件、社会科学評論、創刊号、昭和二三年、動学的安定条件についての一註解、同書第三集、昭和二四年、経済的均衡の動学的安定条件、経済思潮、第九集、昭和二三年、森嶋道夫、静学的安定条件と動学的安定条件、社会科学評論、第三集、動学的経済理論、昭和二五年、古谷弘、経済均衡の安定分析、東大経済学部三十周年記念論文集、理論経済学の諸問題所収昭和二五年。
（注13） 「与えられた微分方程式の一次の部分のみの性質が多くの場合この方程式の定常解の安定・不安定を分つべき基準を供するのに十分である」安井琢磨、安定の一般理論、季刊理論経済学第一巻第一号、一四頁。
（注14） 特性方程式の対称性 $F_r'E_{rs}=F_s'E_{sr}$ の経済的意味については Lange, op. cit., Mathematical Appendix. 3. 参照。
（注15） 拙稿、トランスファー理論、七六頁参照。但し符号は変更してある。
（注16） 森嶋道夫、動学的経済理論、一二八—一三三、一五四—一五五頁参照。
（注17） 拙稿、前掲、七九—八一頁参照。
（注18） 貨幣の効用函数導入の意味については、Patinkin. D., Money, Interest and Prices, 1956, p. 63. Marget. A. W., The Monetary Aspects of the Walrasian System, Journal of Political Economy, April, 1935. p. 160. 参照。