Title	動的消費者行動理論確立のために：時間的変位を含む構造推定の試み
Sub Title	Way to establish the dynamic theory of consumers' behavior
Author	佐藤, 保 辻村, 江太郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1956
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.49, No.5 (1956. 5) ,p.324(14)- 346(36)
JaLC DOI	10.14991/001.19560501-0014
Abstract	
Notes	計量経済学特集
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19560501-0014

動的消費者行動理論確立のために

——時間的變位を含む構造推定の試み——

佐藤　保
辻村江太郎

本稿は（季刊）「理論經濟學」最近號（3）所載の同名の拙稿の續編である。ここに扱われる主題に關しては三田學會雜誌四五卷七號（1）および（岩波）「經濟研究」五卷四號（2）において論じているのでそれらを併せて讀まれれば幸いである。時間的變位を含む構造の推定法を生産理論に適用した例としては尾崎巖氏の「産業生産性の計測」三田學會雜誌昭和二九年一二月があるのでそれをも參照されたい。なお、ここで「慣行の方法」として出發點としているのは Cowles Commission Monograph No. 10 "Statistical Inference in Dynamic Economic Models"; No. 14 "Studies in Econometric Method" の線である。

（一）

一　時系列誘導形法とワルト法との比較

前稿で明かにしたとおり、吾々の目的は消費者選好の變位を、デューゼンベリイのごとくマーシャル型で捉えるのでなく、パレート型で捉えることである。

變位を伴わないことを前提したばあいの消費者選好場パラメター測定の方法は、周知のごとく、すでにワルトによつて與えられている。

しかし消費者選好が時間的に、且つ自律的に變位することを考慮したとき、ワルト法をそのままのかたちで適用することが困難であることは既に（1）で檢討濟みである。この困難を解決する方法を（2）その他で略述したが、説明不充分の憾があるので、冗長の危險を冒して再論することとする。

ワルトの「エンゲル線による無差別面の近似的決定」は測定の統計學的側面よりは寧ろ數理經濟學的側面に重點を置いて述べられているために、その測定學的意味は充分に檢討されていないようであるが、これをその後急速に發展した測定學の光にあてて再檢討するときわめて興味ある内容を含んでいることが見出されるのである。

從來、經濟資料の分析は「クロス・セクション資料」と「時系列資料」とに關して行われ、何れも基本的には統計的回歸分析法が適用されてきたのであるが、最近の構造推定法はもつぱら巨視的ないし總計量資料の時系列分析に關して展開されている。構造推定の最も簡單かつ容易な形式であり、體系が just identifiable なばあいに適用される、誘導形による間接的最小自乘法は、それが統計學的展開として簡單かつ容易であるという、まさにその理由から既に測定學者達の興味のあとにとり殘されたかたちとなつているが吾々は再びここから出發せねばならない。

【設例 I】

誘導形法の古典的な例としてよく知られている農産物に關する需要函數と供給函數をとろう。

(1.1. 1)　$q_t+\beta_{12}p_t+\gamma_{11}i_t\qquad+\gamma_{10}=u_{1t}$　（需要函數）

2)　$q_t+\beta_{22}p_t\qquad+\gamma_{22}r_t+\gamma_{20}=u_{2t}$　（供給函數）

これが構造方程式系であるが、各期間 t について、q…取引數量（需給量）、p…價格、i…消費者の所得、r…降雨量とし、取引數量 q および價格 p は市場の需給メカニズムにより決定さるべき内生變數、消費者所得 i および降雨量 r は外生變數とみなされる。

いま兩式から、各内生變數 p_t および q_t をそれぞれ外生變數のみの

函數として解けば、誘導形（reduced form）としてつぎの二式が得られる。

(1.2. 1)　$q_t=\pi_{11}i_t+\pi_{12}r_t+\pi_{10}+v_{1t}$

2)　$q_t=\pi_{21}i_t+\pi_{22}r_t+\pi_{20}+v_{2t}$

需給量 q、價格 p、消費者所得 i、降雨量 r 等の時系列資料をとれらの式に投入して最小自乘法を適用すれば各誘導形のパラメター π_{11} 等が推定される。各 π が推定されれば（1.1）から（1.2）を導いた手續きによつて誘導形パラメターと構造パラメターとの關係は、

(1.3. 1)　$\pi_{11}=\dfrac{-\beta_{22}\gamma_{11}}{\beta_{22}-\beta_{12}},\ \pi_{12}=\dfrac{\beta_{12}-\gamma_{22}}{\beta_{22}-\beta_{12}},\ \pi_{10}=\dfrac{\beta_{12}\gamma_{20}-\beta_{22}\gamma_{10}}{\beta_{22}-\beta_{12}};$

2)　$\pi_{21}=\dfrac{\gamma_{11}}{\beta_{22}-\beta_{12}},\ \pi_{22}=\dfrac{-\gamma_{22}}{\beta_{22}-\beta_{12}},\ \pi_{20}=\dfrac{\beta_{12}\gamma_{20}-\beta_{22}\gamma_{10}}{\beta_{22}-\beta_{12}};$

3)　$v_{1t}=\dfrac{\beta_{22}u_{1t}-\beta_{12}u_{2t}}{\beta_{22}-\beta_{12}},\ v_{2t}=\dfrac{u_{2t}-u_{1t}}{\beta_{22}-\beta_{12}}$

であることが知られているから、

(1.4. 1)　$\beta_{12}=-\pi_{12}/\pi_{22},\ \gamma_{11}=-(\pi_{11}+\beta_{12}\pi_{21}),\ \gamma_{10}=-(\pi_{10}+\beta_{12}\pi_{20});$

2)　$\beta_{22}=-\pi_{11}/\pi_{21},\ \gamma_{22}=-(\pi_{12}+\beta_{22}\pi_{22}),\ \gamma_{20}=-(\pi_{10}+\beta_{22}\pi_{20})$

のごとくして構造パラメターの値を得ることができる。また（1.3.3）からは shock を示すランダム變數 u_1 および u_2 の分布特性値が間接的に推定されるのである。

さて、右のよく知られた例と比較しながら説明すれば吾々自身の

問題がよりよく理解されるであろう。

誘導形法が經濟資料處理に特有な統計學的問題解決のきわめて巧妙な手續きとして認められたのはガーシック・ハーベルモー以來であるが、誘導形パラメターを用いて構造パラメターを間接に推定しようとする試みは無意識ではあるがそれに先立つて呈示されていた。前述のワルトの試みがこれである。ガーシック・ハーベルモーのばあいは需要函數が消費主體の行動の基本構造を示すもの、即ち構造方程式として扱われているが、ワルトのばあいは消費者の內部均衡式が構造方程式の位置を占め、クロス・セクションの需要函數が誘導形として扱われている。

【設例二】

簡單に二財のばあいを書けば、（序數的）限界效用を

2.0)　$$\frac{\partial\varphi}{\partial q^1}=a_1+a_{11}q^1+a_{12}q^2,\quad \frac{\partial\varphi}{\partial q^2}=a_2+a_{21}q^1+a_{22}q^2$$

として、效用均等式と收支均等式、即ち

2.1)　$$p^1q^1+p^2q^2=\mathrm{I}\qquad \mathrm{I}\cdots\text{所得},\ p\cdots\text{價格—外生變數}$$
$$(a_1+a_{11}q^1+a_{12}q^2)/p^1=(a_2+a_{21}q^1+a_{22}q^2)/p^2$$

によつて消費者行動決定の構造方程式系が與えられ、これをq^1およびq^2に關して解くことによつてクロス・セクション誘導形

2.2)　$$q^1=k^1\mathrm{I}+c^1,\quad q^2=k^2\mathrm{I}+c^2$$

が導かれる。前例と比較すれば（2.1）は（1.1）に對應し、（2.2）は（1.2）に對應するものである。但し、ここで（2.1）に含まれる外生變數のうち價格pが（2.2）に陽表的に示されていない點が相違している。（2.2）をワルトはエンゲル線と呼んでいるのであるが、エンゲル線は各期間毎に描かれるクロス・セクション回歸線であるため、個々のエンゲル線についてみれば、價格は定數として含まれるにすぎない。すなわち誘導形パラメターと構造パラメターとの關係は

$$2a_{12}/p^1p^2-a_{11}/p^1p^1-a_{22}/p^2p^2=\mathrm{A}\quad\text{として}$$

(2.3.

1)　$$k^1=(a_{12}/p^1p^1p^2-a_{22}/p^1p^2p^2)/\mathrm{A},\qquad k^2=(a_{12}/p^1p^2p^2-a_{11}/p^1p^1p^2)/\mathrm{A};$$

2)　$$c^1=(a_1/p^1p^1-a_2/p^1p^2)/\mathrm{A},\qquad c^2=(a_2/p^2p^2-a_1/p^1p^2)/\mathrm{A}$$

であることが知られていても、identificationの條件が充されていないため、誘導形パラメターk、c等の値から（1.4）と類推的に構造パラメターを得ることはできない。そこでワルトはk、c各等期間について推定されるクロス・セクション誘導形パラメターの時系列を用いることを考えたのである。いまの例では二期間のk^1_t、c^1_t等にノーマライズの條件を附加すればa_1、a_{11}等を算定することができる。

ここでもし（2.1）の構造方程式系からクロス・セクション誘導形を導かず、各期間について任意の所得水準I_t'をとり、p_tをも變數として扱つてただちに時系列誘導形を導けば

2.2)'　$$q_t{}^1=[(a_{12}/p_t{}^1p_t{}^1p_t{}^2-a_{22}/p_t{}^1p_t{}^2p_t{}^2)\mathrm{I}_t'+(a^1/p_t{}^1p_t{}^1-a_2/p_t{}^1p_t{}^2)]/\mathrm{A}$$

となつて一般均衡論型の需要函數が得られるが、直接にも間接にも線型推定を行うことは不可能である。

ワルトが時系列誘導形（2.2）′を用いず、クロス・セクション誘導形（2.2）を用いたのにはそれだけの理由があつたのである。クロス・セクションの家計資料の標本規模が相當に大であれば、推定される誘導形パラメターkおよびcの信頼區間は狹くなるから、各期間のそれらを構造パラメター決定に必要な最少箇數をとり、ノンストカスティックに解いても誤差は修正可能の範圍に留るであろう。

（2.3）から構造パラメターを算定するには、例えば（2.3.1）から、t期と$t+1$期についてそれぞれ

2.4.1)　$$a_{12}(k_t{}^2/p_t{}^1-k_t{}^1/p_t{}^2)-a_{11}\cdot k_t{}^1/p_t{}^1-a_{22}\cdot k_t{}^2/p_t{}^2=0$$
$$a_{12}(k^2{}_{t+1}/p^1{}_{t+1}-k^1{}_{t+1}/p^2{}_{t+1})-a_{11}\cdot k^1{}_{t+1}/p^1{}_{t+1}-a_{22}\cdot k^2{}_{t+1}/p^2{}_{t+1}=0$$

を得るから、a_{ij}のうちの一つを1としてノーマライズすれば他の二つはこの兩式から決定することができる。いま　$a_{12}=1$　と置けば、

2.5)　$$k_t{}^1k^2{}_{t+1}/p_t{}^1p^2{}_{t+1}-k_t{}^2k^1{}_{t+1}/p_t{}^2p^1{}_{t+1}=\mathrm{D}\quad\text{として}$$
$$a_{11}=[(k_t{}^2/p_t{}^1-k_t{}^1/p_t{}^2)k^2{}_{t+1}/p^2{}_{t+1}-(k^2{}_{t+1}/p^1{}_{t+1}-k^1{}_{t+1}/p^2{}_{t+1})k_t{}^2/p_t{}^2]/\mathrm{D}$$
$$a_{22}=[(k^2{}_{t+1}/p^1{}_{t+1}-k^1{}_{t+1}/p^2{}_{t+1})k_t{}^1/p_t{}^1-(k_t{}^2/p_t{}^1-k_t{}^1/p_t{}^2)k^1{}_{t+1}/p^1{}_{t+1}]/\mathrm{D}$$

となり、これを任意の期間の（2.3.2）に投入すればa_1およびa_2が算定されるのである。

この方法から一歩進んで時系列に關してもストカスティックな推定を行おうとすれば、k_t、c_t等の推定誤差を陽表的に（2.4.1）に組み込んで二期間以上の系列につき在來のエラー・モデルと類似した手續きをとることが考えられる。

このように消費者行動を部分均衡論的でなく一般均衡論的に扱おうとすれば、變位を考慮しないばあいでも、單に時系列あるいはクロス・セクション推定の何れか一方のみで構造パラメターを測定することは困難であり、「クロス・セクション資料の時系列分析」すなわち「(1)クロス・セクション誘導形パラメターを推定し、(2)これら推定値の時系列に關して構造パラメターを推定する。」という二段推定の方法が必要となるのである。

このようにして消費者選好場の測定に關するワルト法は立體推定法への途を拓いた注目すべき業績であるが、變位を考慮せねばならぬ際には、さらに一歩進むことが必要となるのである。

構造推定法に關連して構造變化の問題が重要な意味をもつことはマルシャクによつて論じられているが、マルシャクのばあいは政策決定とのつながりから主として構造パラメターのうちの制度的ないし技術（工學）的パラメターの變化がとり上げられている。しかるに吾々の當面している構造變化は、デューゼンベリイが自律的變化と呼んでいるように、消費主體內部の選好パラメターが、各期間の消費行動自身に起因して、自動的かつ不斷に變化することをその內容としている點でマルシャクの例示とはかなりその意味を異にしている。ここでいう構造變化、すなわち選好の變位は直接には觀察しえない變化であり、寧ろ吾々の目的はその變位の態樣そのものを把握することにあるのである。

二　變位を考慮した消費者選好構造の定式化と誘導形パラメターの性格

自律的變位を含む消費者選好場推定のための一般的構圖は（2）に述べたから、ここでは吾々が實際に行つている具體的なばあいについて說明する。

各期間の所得が食費項目X_1、食費以外の支出項目X_2、および貯蓄項目X_3なる三項目に配分されるものとすれば效用指標函數 indicator はこれら三項目の購入數量q^1、q^2、q^3を變數として構成されるが、變位を考慮する吾々の選好圖式では、この他に推移變數$\bar{q}^1$、$\bar{q}^2$、$\bar{q}^3$を含むこととなる。これらの$\bar{q}^i$は資料としては與えられず、したがつて直接には觀察しえない量であるが、過去に於ける購入（消費）數量q^i_{t-1}, q^i_{t-2}, …… の何らかの函數であると考えられている（この點に關しては報告（3）參照）。また（2）に述べた測定上の理由によつて貯蓄項目は獨立財と前提される。

これらの考慮の下にワルトのばあいと同じくインディケーターを二次の多項式で示せば、

3.1)　$$\varphi=\varphi(q)\equiv\alpha+a_1(q^1+\bar{q}^1)+a_2(q^2+\bar{q}^2)+a_3(q^3+\bar{q}^3)$$
$$+{}^1/_2[a_{11}(q^1+\bar{q}^1)^2+a_{22}(q^2+\bar{q}^2)^2+a_{33}(q^3+\bar{q}^3)^2$$
$$+a_{12}(q^1+\bar{q}^1)(q^2+\bar{q}^2)]$$

となる。したがつて

3.2)　$$\varphi^1\equiv\frac{\partial\varphi}{\partial q^1}=a_1+a_{11}(q^1+\bar{q}^1)+a_{12}(q^2+\bar{q}^2)$$
$$\varphi^2\equiv\frac{\partial\varphi}{\partial q^2}=a_2+a_{12}(q^1+\bar{q}^1)+a_{22}(q^2+\bar{q}^2)$$
$$\varphi^3\equiv\frac{\partial\varphi}{\partial q^3}=a_3+a_{33}(q^3+\bar{q}^3)$$

である。

いま消費主體にとつて所得と諸財の價格が消費行動の外部から與えられるものとすれば、均衡條件　$\varphi^1/p^1=\varphi^2/p^2=\varphi^3/p^3$　と所得拘束から、各期間の消費、貯蓄決意を示す構造方程式系として

3.3)
$$a_{11}q^1+a_{12}q^2+\ 0\ -\ p^1\omega=-a_1-(a_{11}\bar{q}^1+a_{12}\bar{q}^2)\qquad\qquad +p^2u_1$$
$$a_{12}q^1+a_{22}q^2+\ 0\ -\ p^2\omega=-a_2-(a_{12}\bar{q}^1+a_{22}\bar{q}^2)+p^3u_2$$
$$0\ +\ 0+a_{33}q^3-p^3\omega=-a_3-a_{33}\bar{q}^3$$
$$p^1q^1+p^2q^2+p^3q^3\qquad=\mathrm{I}$$

I…所得（外生變數）、p_i…價格（外生變數）

u_1, u_2…random shock, ω…（所謂）貨幣の限界效用

が構成される。

$\bar{q}^i$は特定主體に關して各期間內にそれぞれ一定の値をとるが、家計資料で與えられる支出—所得回歸線に對應するようなクロス・セクション誘導形を導くために、所得との間に

3.4)　$$\bar{q}^i=\bar{k}^i\,\mathrm{I}+\bar{c}^i$$

なる對應關係を前提する（報告（1）參照）。これを構造方程式系(3.3)に代入してクロス・セクション誘導形を導けば

3.5)　$$q^i=k^i\mathrm{I}+c^i+v^i\quad もしくは\quad p^iq^i=\mathrm{K}^i\mathrm{I}+\mathrm{C}^i+\mathrm{V}^i$$

のごとくワルトのばあいの（2.2）に對應するものが得られる。

第一表

クロス・セクション誘導形パラメターの推定値

	k_1 食料回歸係數	c_1 常數	k_2 その他の支出回歸係數	c_2 常數	k^3 貯蓄回歸係數	c^3 常數
昭和 6—7	0.202295	9.2539	0.620563	−4.3830	0.177142	−4.8709
7—8	0.188597	10.4100	0.613234	−4.1927	0.198169'	−6.2173
8—9	0.200713	10.0810	0.571581	−1.3573	0.227706	−8.7237
9—10	0.166231	14.9609	0.594754	−3.9426	0.239015	−11.0183
10—11	0.200883	12.9727	0.621595	−4.4715	0.177522	−8.5012
11—12	0.191558	14.0007	0.606822	−5.9564	0.201620	−8.0443
12—13	0.166531	17.1114	0.565443	−5.3496	0.268026	−11.7617

註　回歸係數はすべて 1% 水準で有意

これら誘導形パラメターを構造パラメターで示すと

3.6)　$$\mathrm{A}=det\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & 0 & p^1\\ a_{21} & a_{22} & 0 & p^2\\ 0 & 0 & a_{33} & p^3\\ p^1 & p^2 & p^3 & 0\end{pmatrix}=a_{33}\mathring{\mathrm{A}}+p^3p^3\mathring{\mathring{\mathrm{A}}}$$

$$\mathring{\mathrm{A}}=2p^1p^2a_{12}-p^2p^2a_{11}-p^1p^1a_{22},\qquad \mathring{\mathring{\mathrm{A}}}=a_{12}a_{12}-a_{11}a_{22}$$

として、

3.7)　$$k^1=k^{1*}+k^{1**},\quad k^2=k^{2*}+k^{2**},\quad k^3=k^{3*}+k^{3**}$$

3.8)　$$\begin{cases}k^{1*}=a_{33}(p^2a_{12}-p^1a_{22})/\mathrm{A},\quad k^{2*}=a_{33}(p^1a_{12}-p^2a_{11})/\mathrm{A},\\ k^{3*}=p^3(a_{12}a_{12}-a_{11}a_{22})/\mathrm{A}=p^3\mathring{\mathring{\mathrm{A}}}/\mathrm{A}\end{cases}$$

3.9)　$$\begin{cases}k^{1**}=\Big[\bar{k}^1[a_{33}p^2(p^2a_{11}-p^1a_{12})-p^3p^3\mathring{\mathring{\mathrm{A}}}]+\bar{k}_2a_{33}p^2(p^2a_{12}-p^1a_{22})+\bar{k}^3a_{33}p^3(p^2a_{12}-p^1a_{22})\Big]\dfrac{1}{\mathrm{A}},\\ k^{2**}=\Big[\bar{k}^1a_{33}p^1(p^1a_{12}-p^2a_{11})+\bar{k}^2[a_{33}p^1(p^1a_{22}-p^2a_{12})-p^3p^3\mathring{\mathring{\mathrm{A}}}]+\bar{k}^3a_{33}p^3(p^2a_{12}-p^2a_{11})\Big]\dfrac{1}{\mathrm{A}},\\ k^{3**}=\Big[[\bar{k}^1p^1+\bar{k}^2p^2]p^3\mathring{\mathrm{A}}-\bar{k}^3a_{33}\mathring{\mathrm{A}}\Big]\dfrac{1}{\mathrm{A}}\end{cases}$$

3.10)　$$c_1=c^{1*}+c^{1**},\quad c^2=c^{2*}+c^{2**},\quad c^3=c^{3*}+c^{3**};$$

3.11)　$$\begin{cases}c^{1*}=[a_1(p^2p^2a_{33}+p^3p^3a_{22})-a_2(p^1p^2a_{33}+p^3p^3a_{12})\\ \qquad +a_3p^3(p^2a_{12}-p^1a_{22})]\dfrac{1}{\mathrm{A}},\\ c^{2*}=[a_1(p^1p^2a_{33}+p^3p^3a_{12})+a_2(p^1p^1a_{33}+p^3p^3a_{11})\\ \qquad +a_3p^3(p^1a_{12}-p^2a_{11})]\dfrac{1}{\mathrm{A}},\\ c^{3*}=[a_1p^3(p^2a_{12}-p^1a_{22})+a_2p^3(p^1a_{12}-p^2a_{11})\\ \qquad -a_3\mathring{\mathrm{A}}]\dfrac{1}{\mathrm{A}}\end{cases}$$

となり、また c^{**} は (3.9) の $\bar{k}$ を $\bar{c}$ で置き換えたものとなる。さらにランダム項に關しては、

$$3.12)\quad \mathrm{var.}(u_1)=\mathrm{U}_{11},\quad \mathrm{var.}(u_2)=\mathrm{U}_{22},\quad \mathrm{covar.}(u_1u_2)=\mathrm{U}_{12}$$

と記せば、

$$3.13)\quad \mathrm{var.}(v_t{}^1)=\mathrm{V}_t{}^{11},\quad \mathrm{var.}(v_t{}^2)=\mathrm{V}_t{}^{22},\quad \mathrm{var.}(v_t{}^3)=\mathrm{V}_t{}^{33}$$

はそれぞれ

$$3.14)\quad \begin{cases} (\mathrm{A})^2\mathrm{V}^{11}=[p^2(p^1p^2a_{33}+p^3p^3a_{12})]^2\mathrm{U}_{11}+[p^3p^3(p^1a_{22}-p^2a_{12})]^2\mathrm{U}_{22}+2[p^2p^3p^3(p^1p^2a_{33}+p^3p^3a_{12})(p^1a_{22}-p^2a_{12})]\mathrm{U}_{12}, \\ (\mathrm{A})^2\mathrm{V}^{22}=[p^2(p^1p^1a_{33}+p^3p^3a_{11})]^2\mathrm{U}_{11}+[p^3p^3(p^1a_{12}-p^2a_{11})]^2\mathrm{U}_{22}, \\ (\mathrm{A})^2\mathrm{V}^{33}=[p^2p^3(p^1a_{12}-p^2a_{11})]^2\mathrm{U}_{11}+[p^3\mathrm{\AA}]^2\mathrm{U}_{22}-[2p^2p^3p^3(p^1a_{12}-p^2a_{11})\mathrm{\AA}]\mathrm{U}_{12} \end{cases}$$

で與えられる。ここで共分散項 $\mathrm{V}_t{}^{12}$、V^{13}、V^{23} 等は q^i_t が (3.3) の收支均等條件に制約されているために分散諸項に對して一次從屬となる。

また各誘導形パラメター構成部分のうち、＊印一コのもののみが $\bar{q}$ に關する項を含まず、したがつて (2.3) で示されたワルトのばあいに對應するものなのである。

三　變位を考慮したばあいの推定法

前述のごとく變位を考慮しないワルトのばあいには各期間のクロス・セクション誘導形パラメター k_t および c_t を各期間の家計資料から推定される「支出—所得回歸線」の係數と同一視し、その時系列に關して再び推定を行つて構造パラメター a_i、a_{ij} 等を測定するのであるが、構造が各期間毎に變位する模型に關してはまた事情が異つてくる。

前節で與えた消費者選好場において構造變化は $\bar{q}_t$ の變化として示されている。ここでも k_t および c_t が資料から得られる回歸係數と同一視される點はワルトのばあいと同樣であるが、(3.7) から (3.11) に示されているように、吾々の模型のクロス・セクション誘導形パラメターは各期間毎に異る値をとりうる可變構造パラメターもしくは觀察不能變數 $\bar{k}_t$ および $\bar{c}_t$ を含んでいるから、k_t、c_t の時系列と外生變數 p_t の時系列が得られても、ただちに時系列推定を行うことは不可能なのである。

吾々はまず (3.9) の $\bar{k}_t$ を消去することを考えたが、これは k_t^{i**} が互に他の二つに對して一次從屬であるために不可能である。

けつきよく殘された途はわずかに $\bar{q}_t$ を含まない唯一の誘導形パラメターである $\mathrm{V}_t{}^{ij}$、もしくはそれの金額表示である $\mathrm{V}_t{}^{ij}$ を用いることであつた。$\mathrm{V}_t{}^{ij}$ は資料で與えられる支出—所得回歸線からの分散と同一視される。

しかし (3.14) にみるように $\mathrm{V}_t{}^{ij}$ は、貯蓄の價格 p^3 を含んでおり、p^3 も報告(1)で述べたとおり消費主體には知られているが觀察者にとつて未知である點では $\bar{q}_t$ と類似の性格のものであるから、これを含んだ式を推定に用いることはできない。

この困難を避けるために豫めインディケーターに於て貯蓄項目を獨立財と前提せざるを得なかつたのである。貯蓄項目が獨立財であるとすれば、総消費額E $(\mathrm{E}=\mathrm{I}-p^3q^3)$ が定つたのちの内譯を示すような擬似的な均衡體系を、それ自身完結した部分構造として構成することが可能となる。(勿論これは事前的には総消費額Eそのものが未定であるから無意味であり、事後的にのみ利用しうるにすぎない。)

(3.3) の體系から貯蓄に關する式をとり去つて、所得Iを総消費額Eで置き換えれば、つぎの擬似部分構造を得る。

$$4.1)\quad \begin{aligned} &a_{11}q^1+a_{12}q^2-p^1\omega=-a_1+(a_{11}\overline{q^1}+a_{12}\overline{q^2}) \\ &a_{12}q^1+a_{22}q^2-p^2\omega=-a_2+(a_{12}\overline{q^1}+a_{22}\overline{q^2})+p^2u_1 \\ &p^1q^1+p^2q^2\qquad\quad =\mathrm{E} \end{aligned}$$

これに、(3.4) に對應する擬似的な關係

$$4.2)\quad \bar{q}=\bar{k}^{\circ}\mathrm{E}+\bar{\mathrm{C}}^{\circ}$$

を代入して解けば (3.5) に對應する擬似誘導形として、

$$4.3)\quad p_t{}^1q_t{}^1=\mathring{\mathrm{K}}_t{}^1\mathrm{E}+\mathring{\mathrm{C}}_t{}^1+\mathring{\mathrm{V}}_t{}^1,\qquad p_t{}^2q_t{}^2=\mathring{\mathrm{K}}_t{}^2\mathrm{E}+\mathring{\mathrm{C}}_t{}^2+\mathring{\mathrm{V}}_t{}^2$$

を得る。いま、

$$4.4)\quad \mathrm{var}(\mathring{\mathrm{V}}_t{}^1)=\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11},\quad \mathrm{var}(\mathring{\mathrm{V}}_t{}^2)=\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{22}$$

とすれば、(4.1) の拘束によつて

$$4.5)\quad \mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11}=\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{22}$$

であるが、これは各期間の家計資料から得られる支出—総消費額回歸線の周りの分散の理論的對合部分をなす。この擬似誘導形パラメター $\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11}$ ないし $\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{22}$ を構造パラメターで示せば、

$$4.6)\quad \mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11}=\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{22}=\frac{\mathrm{U}_{11}}{(2a_{12}/p^1p^2-a_{11}/p^1p^1-a_{22}/p^2p^2)^2}$$

であつて、$\mathring{\mathrm{K}}$ や $\mathring{\mathrm{C}}$ と異り、不變パラメターと外生變數のみから成つている。

(3.2) はショック・モデルとしてあるから外生變數の觀察誤差は一應考慮しないとして、U_{11} はランダム變數であるから抽出變動を考慮せねばならない。【設例一】のごとき慣行の時系列分析のばあいには時系列全體が一組の標本を構成しているものと考えられているのであるから、抽出變動は最終的推定値に關して許容區間を算定するときにはじめて陽表的に考慮されるのであるが、ここで試みられているクロス・セクション×時系列の二段推定法に於ては各期間のクロス・セクション資料がそれぞれ一組の (部分) 標本を構成しているから、第一段推定と第二段の推定との中間、すなわち推定手續きの過程で抽出變動を處理せねばならぬのである。

U_{11} は構造方程式系 (3.3) のショック u_1 の母分散であるから各期間共通に一定の値をとるが、各期間の標本規模 (被調査家計數) が有限であるかぎり、觀察される $\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11}$ に對應する U_{11} の推定値は抽出變動を伴うから各期間毎に若干異るであろう。これを陽表的に示せば (4.6) は

$$4.7)\quad \mathring{\mathrm{V}}_t{}^{11}=\mathring{\mathrm{V}}_t{}^{22}=\frac{\mathrm{U}_{11}+\varepsilon_t{}'}{(2a_{12}/p^1p^2-a_{11}/p^1p^1-a_{22}/p^2p^2)^2}$$

となる。

いま使用しうる期間數が多ければ分母を展開して線型推定を行うのがよいのであるが、吾々は僅かに七期間しか利用しえないので、分散の代りに標準偏差を用いることを餘儀なくされた。すなわち、

4.8)　$\mathring{V}_t^1=\mathring{V}_t^2=\dfrac{U_1+\varepsilon_t}{2a_{12}/p_t^1p_t^2-a_{11}/p_t^1p_t^1-a_{22}/p_t^2p_t^2}$

の分母を拂えば、

4.9)　$\mathring{V}_t(2a_{12}/p_t^1p_t^2-a_{11}/p_t^1p_t^1-a_{22}/p_t^2p_t^2)-U_1=\varepsilon_t$

となる。もし分散を用いることができれば(4.9)の形式に最小自乘法を適用してU_{11}の不偏推定値を得ることができるわけであるが、標準偏差のばあいには偏りをもち、一致性 consistency が保たれるにすぎなくなるから、資料が原票のまま使用しうるか階級別平均値に整理した後のかたちでしか與えないかがきわめて重要な問題となる。

遺憾乍ら、現在吾々は戰前の家計調査原票を使用しえないので敢て偏つた推定値を得る危險を冒して整理濟の資料に據らざるを得なかつた。今後しばしば變位を含む構造推定の必要に迫られることが、計量經濟學發展の必然的方向であるに鑑みて、資料整備に關するこの點は特に注意されねばならぬであろう。

さて(4.9)は通常の單一方程式推定のばあいと全く類推的なかたちをとるが、じつはさらに ε が通常の意味の shock でも error でもなく抽出誤差であるという點で大いに趣を異にしているのである。(4.9)の括弧内は何れも外生變數であり、それら共通に內生變數$\mathring{V}_t^1$が乘ぜられているのであるから、各項間の回歸ないし相關が如何なる含意を有するのか通常の觀念では理解しえない。この特異性に目を奪われた結果、さきにU_1を dummy variable の係數とみて $U_1=1$ とノーマライズすることを考えたのであるが、これは餘りに常道を逸するから、ここでは慣行の手續きを機械的に適用することとする。いま、

4.10)　$X_t^1=-\mathring{V}_t/p_t^1p_t^1$,　$X_t^2=-\mathring{V}_t/p_t^2p_t^2$,　$X_t^3=2\mathring{V}_t/p_t^1p_t^2$

と略記すれば、昭和六—七年から一二—一三年に到る七期間の$\mathring{V}_t$の推定値および價格資料から、共分散行列は

$$\begin{array}{c} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{array}\begin{array}{ccc} X_1 & X_2 & X_3 \\ \end{array}$$
$$\begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{array}\begin{pmatrix} 7.15999 & 6.41104 & -13.68064 \\ 6.41104 & 6.79775 & -13.21046 \\ -13.68064 & -13.21046 & 27.01332 \end{pmatrix}=\Sigma$$

となる。これから各二變數間の單純相關係數r_{ij}と、三變數間の重相關係數をみると、

イ)　$r_{12}=0.918945392$,　$R_{3.12}=0.999994714$

ロ)　$r_{13}=0.983696722$,　$R_{2.13}=0.999959121$

ハ)　$r_{23}=0.974869233$,　$R_{1.23}=0.999973362$

となり、回歸係數の誤差の視點からすれば、(イ)の組が最もよく、(ロ)の組が最もわるいことが見出されるから、兩者について試みに回歸の算定を行うと、標準誤差を$S_{a_{ij}}$で示して、

第二表

總支出に對する總食物費の回歸資料

	$\mathring{K}_1$ (回歸係數)	$\mathring{C}_1$ (常　數)	$\mathring{V}_1$ 標準偏差	$2\mathring{V}_1$
昭和 6—7	0.265647	6.730264	2.29011	4.58022
7—8	0.234221	9.016107	5.37638	10.75276
8—9	0.257552	7.964899	2.86529	5.73058
9—10	0.219523	12.477434	4.37943	8.75886
10—11	0.244797	11.589062	2.97817	5.95634
11—12	0.238834	12.151851	4.71039	9.42078
12—13	0.219064	15.052730	3.33682	6.67364

註　回歸係數はすべて 1% 水準で有意

イ)　$a_{12}=-1$　$a_{11}=-1.097058143$　$a_{22}=-0.908796219$

$\dfrac{S_{a_{11}}}{a_{11}}=0.7298\%$,　$\dfrac{S_{a_{22}}}{a_{22}}=0.9042\%$

ロ)　$a_{22}=1$,　$a_{11}=1.206050037$,　$a_{12}=1.099827654$

$\dfrac{S_{a_{11}}}{a_{11}}=2.031\%$　$\dfrac{S_{a_{12}}}{a_{12}}=1.147\%$

第三表

	$2\mathring{V}_t/p_t^1p_t^2=X_3$	$\mathring{V}_t/p_t^1p_t^1=X_2$	$\mathring{V}_t/p_t^2p_t^2$
昭和 6—7	4.58022	2.29011	2.29011
7—8	10.06801	4.93275	5.13734
8—9	4.96722	2.35088	2.62383
9—10	6.99893	3.07707	3.97985
10—11	4.43922	1.85522	2.65557
11—12	6.49897	2.70749	3.89997
12—13	4.07139	1.68556	2.45856

となる。(4.9)は相加平均と幾何平均とから成つているのであるから何れか一つの係數でノーマライズするとすれば(イ)に據るのが最も自然であろう。しかし吾々は相加平均と幾何平均との關係を求めているわけではないから、一般的な手續きとして orthogonal にノーマライズすべきであるとも考えられる。

4.11)　$(a_{11})^2+(a_{12})^2+(a_{22})^2=1$ としたばあいに共分散行列の修正値すなわち特性方程式

$$|\Sigma-\alpha I|=0$$

（このIは單位行列）

の最小根は、$\alpha=0.00015$ となつて(4.1)に含まれる構造パラメターの一部は、

$a_{11}=-0.63031$,　$a_{12}=-0.57455$,　$a_{22}=-0.52212$

$U_1=0.0042059$

と推定される。

さて、つぎにはこれらの數値に基いて a_{33} を推定することができ

る。いま價格體系の基準を昭和六—七年の期間にとればp_0^1、p_0^2と同様に貯蓄の價格に關しても$p_0^3=1$として差支えない。ここでは原構造方程式系のクロス・セクション誘導形の分散項（3.14）が使用される。いま基準期間におけるU_{ij}およびV^{ij}の推定値をそれぞれ$\hat{U}_{ij,0}$および$\hat{V}_0^{ij}$で示せば（3.14）は、

$$(4.12)\quad \begin{aligned}(A)^2\hat{V}_0^{11}&=(a_{33}+a_{12})^2\hat{U}_{11,0}+(a_{22}-a_{12})^2\hat{U}_{22,0}\\&\quad+2(a_{33}+a_{12})(a_{22}-a_{12})\hat{U}_{12,0}\\(A)^2\hat{V}_0^{22}&=(a_{33}+a_{11})^2\hat{U}_{11,0}+(a_{12}-a_{11})^2\hat{U}_{22,0}\\&\quad+2(a_{33}+a_{11})(a_{21}-a_{11})\hat{U}_{12,0}\\(A)^2\hat{V}_0^{33}&=(a_{21}+a_{11})^2\hat{U}_{11,0}+(\quad A^\circ\quad)^2\hat{U}_{22,0}\\&\quad-2(a_{21}-a_{11})(\quad \mathring{A}\quad)\hat{U}_{12,0}\end{aligned}$$

となるが、（3.5）の當嵌めから

$$\hat{V}_0^{11}=10.5123,\quad \hat{V}_0^{22}=104.1555,\quad \hat{V}_0^{33}=104.1709$$

また（4.9）の當嵌めから、

$$\hat{U}_{11,0}=0.000057808$$

であることが既に知られているから、（4.12）に含まれる未知數はa_{33}および$\hat{U}_{22,0}$、$\hat{U}_{12,0}$となつている。いま右邊の$\hat{U}_{ij,0}$の係數の行列式を△とし、△の第一列を左邊のヴェクトルで置き換えたものを$\triangle_1$として（4.12）を$\hat{U}_{11,0}$に關して解けば、

$$(4.13)\quad \hat{U}_{11,0}\cdot\triangle-\triangle_1=0$$

となるが、これは$\hat{U}_{22,0}$および$\hat{U}_{12,0}$を含まないからa_{33}に關して逆に解けば、三次方程式の唯一の實根として

$$a_{33}=-0.30856$$

を得る。

四　推定方法の妥當性と殘された作業

右のようにして基本構造の恒常パラメターのうちクロス・セクション誘導形パラメターkの構成部分（3.7）k^{i*}の要素はすべて測定されたわけである。もしk^{i*}の値がk^iのそれに一致すれば選好場の變位は起つていないものと解釋されるのであるが、前節で得たa_{ij}の數値を（3.8）に投入して算出される$k^i{}_t{}^*$は資料から得られたk_t^iの値と全く一致しない。したがつて兩者の數値の差を算出し（3.7）によつてk_t^{**}の系列を得るから（3.9）によつて$\overline{k}_t$の變化を追跡することが殘された仕事である。$\overline{k}_t$の時系列を報告（3）に述べた習慣假説もしくは資産假説の構想に沿つて初期條件と$\overline{k}_t$の變化を司る恒常パラメターとに分解することができれば吾々の企圖は完結するのであるが、この作業は全く試行錯誤の接近方法に依存するほかないために未だ結論は得られていない。

前節に述べた推定手續きのうちの第二段、すなわちクロス・セクション誘導形の當嵌め以後の手續きは試驗濟みのものではなく、また作業の過程に於てその都度その妥當性を検討することも不可能であるので、推定方法の妥當性自身、作業の完結を俟つて、はじめて模型の經濟理論的妥當性と同時に判定しうるのであるが、不完全なが

ら次の事實が吾々を勇氣づけている。

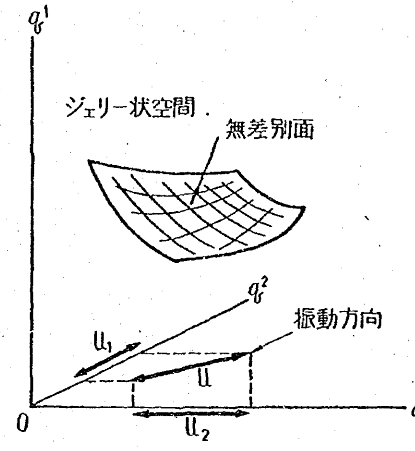
前述のごとく、はじめに吾々の試みたU_1でノーマライズする手續きは個々a_{ij}推定値の信頼性に關してはコリニアリティーの見地から全く不適當であるが、一組としては有效であるとみてよい。いま、$a_{11}=-8.4460$、$a_{12}=-7.8282$、$a_{22}=-7.5443$を（4.12）に投入して構造ショックU_2の分散推定値$\hat{U}_{22,0}$と共分散推定値$\hat{U}_{12,0}$を算定した結果は、

$$\hat{U}_{11,0}=0.5847165,\quad \hat{U}_{12,0}=1.01919,\quad \hat{U}_{22,0}=1.77596$$

となつている。これから、

$$(\hat{U}_{22,0})(\hat{U}_{11,0})=1.03843,\quad (\hat{U}_{12})^2=1.03874$$

を得るが、計算誤差の累積を考慮すれば、これは二つの構造ショックu_1とu_2との相關係數が殆ど1に等しいことを示している。（4.11）でノーマライズしたばあいも恐らく同様であろうが、この事實は均



衡方程式系のランダム・ショックの特質としてきわめて注目に値する。元來この模型に於けるショックは消費主體の決意に關するものであるから各均衡方程式のショックが高い相關を有するのは當然であつて、寧ろ一箇の均衡攪亂が各財間の均衡に作用すると考えることが自然である。（3.2）に關して圖解すれば、いまのばあい三財に關する無差別面族がジェリーで充たされた箱の内部に構成され、この箱が$q^2 0\, q^3$平面に平行に、しかもこの平面内で角$q^2 0\, q^3$を約2と1に分つ方向で振動し、この振幅は一定の一次元正規分布にしたがう、というように表現することができる。振幅のq^3軸方向の分素がq^2軸方向のそれの二倍弱であることは一定の大さの攪亂作用に關して貯蓄—消費の決意の方が消費相互の決意よりも敏感に影響されるであろうという直感的豫想に一致している。

右のごとき結果は吾々の特異な推定法が妥當性を保證するものではないかとの希望を抱かせるに充分であろう。

（二）

一　回歸線からの誤差分散

次にこれ迄に使われた統計的計算について述べることにしよう。讀者は前稿及び經濟研究第五卷第四號と合わせて讀まれたい。第一の問題はこの計算では回歸線の當はめからの誤差分散を通じて經濟的パラメターa_{11} a_{12}等を算出する方法を取つているため各年度を通じてたとえば所得に對する食費の回歸線からの母集團の誤差分散を推定することが問題とされるわけである。しかし資料が各階級の平均値でしか表わされていないため、各個別資料がそろつている際に推定さるべき母分散σ^2を推定することは不可能である。一變數の場合大きさNの標本がk組あつた場合、$\overline{X}_1\overline{X}_2\cdots\cdots\overline{X}_k$より母分散を推

定する場合 $S^2_{\bar{x}}$ 即ち $\frac{\sum_{i=1}^{k}(\bar{X}_i-\bar{\bar{X}})}{k-1}$, $\bar{\bar{X}}=\frac{\sum_{i=1}^{k}\bar{X}_i}{k}$ は σ^2/N の推定値となるから $NS^2_{\bar{x}}$ は母分散 σ^2 の不偏推定値となる。但しこの場合各 $\bar{X}$ は同一の母集團からの標本であることが必要である。一般に

X_{11}	X_{1n}	
X_{m1}	X_{mn}	
$\bar{X}_{\cdot 1}$	$\bar{X}_{\cdot n}$	$\bar{X}$

なる場合 $\bar{X}_{\cdot 1}$……$\bar{X}_{\cdot n}$ より X_{11}……X_{mn} の全體の分散を推定できるのは $\bar{X}_{\cdot 1}$……$\bar{X}_{\cdot n}$ がそれぞれ全平均 $\bar{X}$ の推定値として通用する場合である。即ちこの場合級間（或は列間）分散（註一）（級間變動を自由度で割つたもの）がそれ自身母分散の推定値となる。各標本數が異なる場合はそれによつて加重すればよい。しかし一般に級に分けられた資料は異なる母集團からの標本、或は列間に異なる特性がある事が多い。その場合列間（級間）變動を自由度で割つた級間分散は母分散の推定値とはならない。$\bar{X}_{\cdot i}$ が $\bar{X}$ の推定値とならないためである。從つて級間分散は全體の分散に對して過大、或いは過小となる。$\bar{X}_{\cdot i}$ に明瞭な傾向が見られる場合は過大となろうし、$\bar{X}_{\cdot i}$ に差がないが各級內の個々の標本値に變動がはなはだしい場合は過小となろう。しかし $\bar{X}_{\cdot i}$ に一次傾向があれば回歸を導入することによつて回歸からの誤差分散は非常に小さくなることが豫想される。又多くの資料がまとめられる結果自由度の減少から必然的に相關係數が高くなるが、級內の相對的變動が大きい場合それも平均化された形で示されてくるからその效果は强まると云える。次の例でみよう。

y	x
1	1
4	2
4	3
9	7
7	9
13	12
15	16
25	20
22	23
22	26
計 122	119
$\bar{y}=12.2$	$\bar{x}=11.9$

x が增加するにつれて y も增加しているから明かに順相關であることはわかるが必ずしも單純に對應していない。

この二組の對應關係を普通の相關係數を求める方法に從つて計算すると、

$y=0.913x+1.335$

$\sum(y_i-\hat{y})^2=50.157$　　$s^2=6.32$　　$s=2.51$

$r^2=0.920$　　$r=0.959$

となる。今これを

y	1 4 4	9 7	25 22 25 22 22
x	1 2 3	7 9	12 16 20 23 26

の三段階に分け、その平均値をとると

y	3	8	14	23
x	2	8	14	23

の組が得られる。これを見ると $x=2$ のときを除いて兩者は同一の數値となり、もし最初が同値なら完全相關を示すことになる。標本數を加重すれば $\bar{x}=11.9$, $\bar{y}=12.2$ と平均値は前と同樣である。

これより

$y=0.9577x+0.803$

$\sum_i n_i(y_i-\hat{y})^2=4.2792$　　$s^2=2.1396$　　$s=1.4627$

$r^2=0.998$　　$r=0.999$

と計算される。相關係數は高くなつているが自由度の減少を考慮すれば既に前の計算でも 1% 水準で有意なのであるから問題とはならないが、これは今階層の取り方が、小さい數値より大きい數値へと順に取られているため階層內の變化は制限され小さいものとなつているため、既に高度の相關をもつているわけである。本稿の計算でも所得階層別に分けられており、各階層內の變化は小さいと考えられるから、本例と同樣の事が考えられるが階層內變化の大きい場合、級分けすることによつて相關係數の大きな上昇が期待される場合のあることがわかる。誤差變動は五〇から四と非常に小さくなつているが、自由度で割つて標準偏差を求めればその差は小さくなる。しかし階級內變化によつてこの差は如何樣にも變ることはこの一例からもわかる。

又、

y	1	1	1	2	2	2	3	3	3
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9

如き場合、全體の相關は0.9であるが

y	1 1 1	2 2 2	3 3 3
x	1 2 3	4 5 6	7 8 9

と級分すれば各級內については無相關であり級平均値の組合せ

y	1	2	3
x	2	5	8

については完全相關となることが見られる。

これは一例であるが、級分けされた資料、即ちある傾向によつて級分けされた資料では各內部の變動が除去されると共に自由度の減少によつて相關係數を上昇せしめることがわかる。即ち各平均値間にいちじるしい一次關係が示されてくるからである。それに伴つて誤差變動は非常に小さくなる。自由度で割つた誤差分散も又全分散よりも小となろう。しかし級分けの仕方によつて誤差變動は全變動より小となつても誤差分散は全分散より大となる事もある。このような場合、級平均間に一次關係が殆んどみとめられず相關係數もあまり高まらない。又一變數の場合全變動は級間變動と級內變動、或は行變動＋列變動＋ふれとして表わされるが、二變數の場合全誤差變動は各級內誤差變動の和として表わされない。又全誤差變動は全體より級間の各變動を差引いた一變數の場合のふれと同樣の性質をもつ値と級間平均値よりの誤差變動の和でもない。いずれにせよ一變數の場合の級間分散と母分散の差と同樣の問題が起る。本計算では各平均値間にはいちじるしい一次關係が見られるから全分散に對して平均値間よりの誤差分散は小であると豫想される。

（註一）全變動（或は平方和）と言つた場合

$\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{nk}$　　n＝級數, k＝1 級內の標本數

で普通の表わし方である。級平均の平方和は

$$k\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i-\bar{\bar{x}})$$

で$\bar{x}$を標本とみる時變動のk倍の値がでていることに注意（スネデカー統計的方法下二一一頁參照）。

級内變數の數が異なる場合は標本數で加重しなければならないので計算が面倒であるが原理的には同じである。從つてここに示された $\mathring{V}_{11}$ $\mathring{V}_{22}$ $\mathring{V}_{33}$ は全集團についての母誤差分散σ^2を推定するというよりも、平均値間の誤差分散を手掛りとしてその時系列の變化を通じて、その變化の仕方から消費パラメターa_{ij}の關係を求めようと試みるものである。

經濟研究第五卷第四號に使われた數値は

$y=ax+b$　　$x=$總支出　　$y=$飲食物費等

$$\mathring{V}^2=\frac{\sum_i n_i(y_i-ax_i-b)^2}{5-2}$$　　n_iは階層内標本數

$5=$級の數　$2=$自由度　の方式が取られた。その後$\mathring{V}_{ij}$が分散でなく標準偏差であるため標本標準偏差は母標準偏差の不偏推定値ではないため、加重の方法に修正が加えられた。考えられる所は自由度の增加であるが、現在の目的は標準偏差の變化を通じてパラメターの相對的値を求めることにあるから、加重方式の變更によるパラメター値の變化に注意を向けられるべきであろう。そして結果の經濟理論的意味に檢討が加えられることによつて方式自體のより良い方を取ることになろう。修正方式の方法は

$$n^2=(\bar{x}-\bar{y})^2=(n\bar{x}-n\bar{y})^2=(\sum_i x_i-\sum_i y_i)^2$$

$$=(\sum_i x_i)^2+(\sum_i y_i)^2-2(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)$$

$$(\sum_i x_i)^2=\sum_i x_i^2+\sum_{\substack{i\\i\neq j}}\sum_j x_ix_j$$

$$i\neq j\sum_i\sum_j(x_i-\bar{x})(x_j-\bar{x})=0\qquad と置く$$

$$\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_ix_j+n\bar{x}^2-\bar{x}(\sum_i x_i+\sum_j x_j)\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_ix_j+n\bar{x}^2$$

$$-\bar{x}(n\bar{x}+n\bar{x})\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_ix_j-n\bar{x}^2=0\qquad と置く$$

$$\sum_i\sum_j x_ix_j=n\bar{x}^2$$

$$(\sum_i x_i)^2\fallingdotseq\sum_i x_i^2+n\bar{x}^2$$

同様に

$$(\sum_i y_i)^2\fallingdotseq\sum_i y_i^2+n\bar{y}^2$$

$$(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)=\sum_i x_iy_i+\sum_{\substack{i\\i\neq j}}\sum_j x_iy_i$$

$$i\neq j\sum_i\sum_j(x_i-\bar{x})(y_j-\bar{y})=0\qquad と置く$$

$$\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_iy_j+n\bar{x}\bar{y}-n\bar{x}\sum_j y_j-\bar{y}\sum_i x_i$$

$$\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_iy_j+n\bar{x}\bar{y}-n\bar{x}\bar{y}-n\bar{y}\bar{x}$$

$$\fallingdotseq\sum_i\sum_j x_iy_j-n\bar{x}\bar{y}=0\qquad と置く$$

$$\sum_i\sum_j x_iy_j\fallingdotseq n\bar{x}\bar{y}$$

$$\therefore(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)\fallingdotseq\sum_i x_iy_i+n\bar{x}\bar{y}$$

$$n^2(\bar{x}-\bar{y})^2=(n\bar{x}-n\bar{y})^2=(\sum_i x_i-\sum_i y_i)^2$$

$$=(\sum_i x_i)^2+(\sum_i y_i)^2-2(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)$$

$$\fallingdotseq\sum_i x_i^2+\sum_i y_i^2-2\sum_i x_i\bar{y}_i+n\bar{x}^2+n\bar{y}^2-2n\bar{y}\bar{x}$$

$$=\sum_i(x_i-y_i)^2+n(\bar{x}-\bar{y})^2$$

$$\therefore\sum_i(x_i-y_i)^2\fallingdotseq n^2(\bar{x}-\bar{y})^2-n(\bar{x}-\bar{y})^2$$

$$=n(n-1)(\bar{x}-\bar{y})^2$$

$y=az+b$　とすると　$\bar{y}=a\bar{z}+b$

$$\sum_i(x_i-az-b)^2\fallingdotseq n(n-1)(\bar{x}-a\bar{z}-b)^2$$

$$s^2=\sum\varepsilon^2\quad\therefore\sum_i\sum_r(x_{ir}-az_{ir}-b)^2\fallingdotseq\sum_r n_r(n_r-1)(\bar{x}_r-a\bar{z}_r-b)^2$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial s^2}{\partial b}=-\sum_r n_r(n_r-1)(\bar{x}_r-a\bar{z}_rb)=0$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial s^2}{\partial a}=-\sum_r n_r(n_r-1)\bar{z}_r(\bar{x}_r-a\bar{z}_r-b)=0$$

正規方程式

$$\sum_r n_r(n_r-1)n_r=a\sum_r n_r(n_r-1)\bar{z}+b\sum_r n_r(n_r-1)$$

$$\sum_r n_r(n_r-1)\bar{x}_r\bar{z}_r=a\sum_r n_r(n_r-1)(\bar{z}_r)^2+b\sum_r n_r(n_r-1)\bar{z}_r$$

$$\sum_i\sum_j(x_i-\bar{x})(x_j-\bar{x})=0\quad 更に\quad\sum_{j\neq i}x_ix_j\fallingdotseq n\bar{x}\bar{y}$$

$i\neq j$

と置くことから $(\sum x_i)^2$ を過小に置くことになるが計算の便宜のため切捨てたのである。このため近似としても非常にラフなものであるが各變數の加重値をつけるためのものであるため使つたのである。正規方程式ではn_rに更にn_r-1が加重されてあるが全體にかかつているため係數$a\,b$はそれほど變化しない。しかし誤差分散を計算する際は

$$\frac{\sum_r n_r(n_r-1)(\bar{x}_r-a\bar{z}_r-b)^2}{\sum_r n_r-2}$$

なる式がとられるため先の計算に比べて$\mathring{V}_{ij}$の値は更に小さくなつている。しかしこの際は$\mathring{V}_{ij}$の絕對的大きさ自體は兩者の比較に於てあまり意味をもたないから大きな問題とはならないであろう。なお標準偏差と自由度の關係は次に述べておく。

二　標準偏差と自由度

以下標準偏差の推定値と自由度について簡單に述べておく。これは特に初學者に便宜の爲のものである。標本分散は

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$$　　$\bar{x}$は平均値　　nは標本數

によつて示されるが今正規母集團からの標本である場合 $\frac{ns^2}{\sigma^2}=\chi^2_{n-1}$ なることはよく知られている所である。又自由度nのχ^2分布の積率

母函數は $M_{x_n^2}=(1-2\theta)^{-\frac{n}{2}}$ であるからθについて微分すれば

$M'=-\frac{n}{2}(1-2\theta)\cdot(-2)$　$\theta=0$　とおけば　$M'=n$　即ち一般に

自由度 n の χ^2 分布の平均値は n なることがわかる。從つて

$$E\left(\frac{ns^2}{\sigma^2}\right)=n-1$$

$$E(s^2)=\frac{n-1}{n}\sigma^2$$

$$E\left(\frac{n}{n-1}s^2\right)=\sigma^2 \qquad E\left(\frac{n}{n-1}\ \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}\right)=\sigma^2$$

$$E\left(\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}\right)=\sigma^2 \qquad \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}=s'$$ とすれば

$$E(s')=\sigma^2$$

即ち n の代りに $n-1$ で割つておけば母分散 σ^2 の不偏推定値となつたのであるが標準偏差の場合は $n-1$ で割つても不偏推定値とはならない。直接 s の分布を導いてみれば

$$M_{\frac{ns^2}{\sigma^2}}=(1-2\theta)^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

$$Ms^2=\left(1-\frac{2\sigma^2}{n}\theta\right)^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

一方 Γ 分布、その密度函數は

$$f(x)=\frac{1}{\alpha!\,\beta^{\alpha+1}}x^{\alpha}e^{-\frac{x}{\beta}}$$

$$Mx=(1-\beta x)^{-(\alpha+1)}$$

なる故 s^2 の分布は　$\beta=\frac{2\sigma^2}{n}$,　$\alpha=\frac{n-1}{2}-1$　なる Γ 分布である事がわかる。

Γ 分布の密度函數に代入すれば

$$f(s^2)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2\sigma^2}{n}\right)^{\frac{n-1}{2}}}(s^2)^{\frac{n-1}{2}}e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}$$

$$E(S^2)=\int_0^\infty\frac{1}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2\sigma^2}{n}\right)^{\frac{n-1}{2}}}(s^2)^{\frac{n+1}{2}-1}e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}d(s^2)$$

β はそのままで α のみ變化していることに注意すれば

$$=\frac{\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}\underbrace{\frac{\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}\int_0^\infty(s^2)^{\frac{n+1}{2}-1}e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}ds^2}_{=1}$$

$$=\frac{n-1}{2}\cdot\frac{2\sigma^2}{n}=\frac{n-1}{n}\sigma^2$$ となる。

$$\sqrt{s^2}=y \qquad y=s$$

$$f(y)=\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}(y^2)^{\frac{n-3}{2}},\ ye^{-\frac{ny^2}{2\sigma^2}}$$

$$=\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}y^{n-2}e^{-\frac{ny^2}{2\sigma^2}} \qquad y=s$$

$$f(s)=\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}s^{(n-1)-1}e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}$$

$$E(s)=\int_0^\infty\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}s^{(n-1)}\ e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}\ ds$$

$$=\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}}}\cdot\frac{2\left(\frac{n}{2\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\int_0^\infty s^{n-1}e^{-\frac{ns^2}{2\sigma^2}}ds$$

$$=\frac{\sqrt{\frac{2}{n}}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\sigma$$

$$E\left\{\frac{\sqrt{\frac{n}{2}}\,\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}s\right\}=\sigma$$

$$E\left\{\frac{\sqrt{\frac{n}{2}}\,\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot\frac{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{\sqrt{n}}\right\}=\sigma$$

$$E\left\{\frac{\sqrt{\frac{n-1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot\frac{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{\sqrt{n-1}}\right\}=\sigma$$

$$\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}=s'$$

$$E(s')=\frac{\sqrt{\frac{2}{n-1}}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\sigma$$

となつて $n-1$ で割つても不變推定値とはならない。次ぎにオーダーについて考えれば y' を母集團特性値 y の推定値とすると

$$|y'-y|<\frac{1}{n}\times C \qquad (C\neq0)\quad C=\text{常數}$$

なるとき　$y=y'+0\left(\frac{1}{n}\right)$

$$|y'-y|<\frac{1}{n}\times\varepsilon \qquad n\to\infty$$ なるとき　$\varepsilon\to0$

$$y=y'+o\left(\frac{1}{n}\right)$$

と書く。　$o\left(\frac{1}{n}\right)$　は　$0\left(\frac{1}{n}\right)$　より higher order である。

スターリングの公式により

$$n!\sim\sqrt{2\Pi}\ n^{n+\frac{1}{2}}\ e^{-n}$$

$$\Gamma(n+1)=n!=n\Gamma(n)$$

$$n\Gamma(n)\sim\sqrt{2\Pi}\;n^{n+\frac{1}{2}}\;e^{-n}$$

$$\Gamma(n)\sim\sqrt{2\Pi}\;n^{n-\frac{1}{2}}\;e^{-n}$$

$$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sim\sqrt{2\Pi}\;e^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$\Gamma\left(\frac{n}{2}-\frac{1}{2}\right)\sim\sqrt{2\Pi}\;e^{-\left(\frac{n}{2}-\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{n}{2}-\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{\frac{n}{2}}{\frac{n-1}{2}}\right)^{\frac{n}{2}-\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{\left(\frac{n-1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$=e^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{n}{n-1}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=e^{-\frac{1}{2}}\left(1+\frac{n}{n-1}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{E}(s)=\sqrt{\frac{2}{n}}\cdot\sqrt{\frac{n-1}{2}}\sigma=\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma$$

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\,\frac{1}{n}-\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{2!}\left(\frac{1}{n}\right)^2\cdots\cdots$$

$$\mathrm{E}(s)=\sigma+0\left(\frac{1}{n}\right)$$

同様に

$$\mathrm{E}(s')=\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n-1}}\sigma$$

$$\frac{\mathrm{E}(s')}{\sigma}\to1\qquad\mathrm{E}(s')=\sigma+o\left(\frac{1}{n}\right)$$

これから s' は σ の不偏推定値ではないが s に比べてオーダーの程度が違うからより望ましいと言える。いずれにせよ s も s' も一致推定値であるから標本數（自由度）の多い方が好ましいわけである。

三　二つの推定式の比較

實支出總額に對する飲食物費の回歸をとつてみると、前の計算（經濟研究）では

$$\bar{y}=b+a\bar{x}\qquad a=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{y}-\bar{\bar{y}})(x_i-\bar{\bar{x}})}{\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{x}_i-\bar{\bar{x}})^2}$$ n_iは級內標本數

$$\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{y}_i-b-a\bar{x}_i)^2}{k-2}\qquad b=\bar{\bar{y}}-a\bar{\bar{x}}$$ kは級數

で計られたが今度の方式による計算と比較すると、

昭和六年九月—七年八月

（y＝飲食物費　E＝實支出總額）

$y=6.79+0.26468$　$\hat{V}_0{}^{11}=14.61$　$\hat{V}_0{}^{1}=3.82$

$y=6.73+0.26565$　$\hat{V}_0{}^{11}=8.41$　$\hat{V}_0{}^{1}=2.90$

七年九月—八年八月

$y=9.41+0.22971\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=48.12$　$\hat{V}_0{}^{1}=6.94$

$y=9.01+0.23422\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=28.90$　$\hat{V}_0{}^{1}=5.37$

八年九月—九年八月

$y=8.00+0.25740\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=12.92$　$\hat{V}_0{}^{1}=3.59$

$\bar{y}=7.96+0.25155\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=8.21$　$\hat{V}_0{}^{1}=2.87$

九年九月—一〇年八月

$y=12.10+0.22401\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=51.13$　$\hat{V}_0{}^{1}=7.15$

$y=12.48+0.21952\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=19.18$　$\hat{V}_0{}^{1}=4.38$

一〇年九月—一一年八月

$y=11.88+0.24076\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=15.16$　$\hat{V}_0{}^{1}=3.89$

$y=11.59+0.24479\mathrm{E}$　$V_0{}^{11}=8.7$　$V_0{}^{1}=2.98$

一一年九月—一二年八月

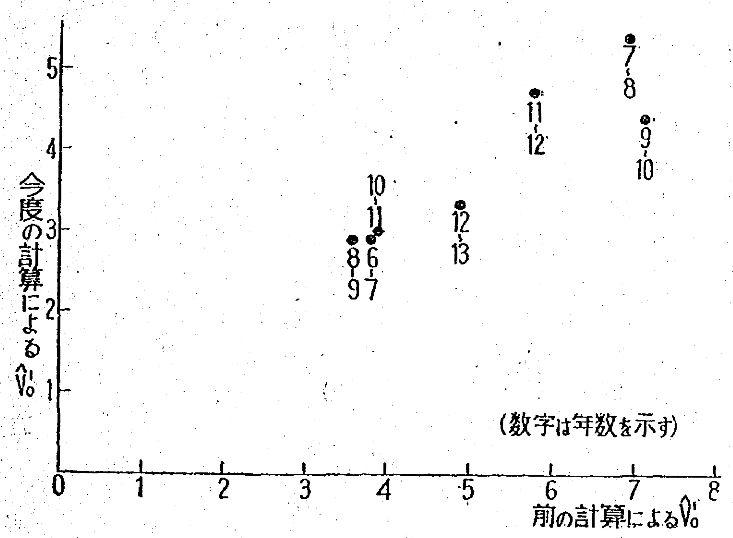
$y=12.58+0.23343\mathrm{E}$　$V_0{}^{11}=33.72$　$V_0{}^{1}=5.81$

$y=12.15+0.238834\mathrm{E}$　$V_0{}^{11}=22.19$　$V_0{}^{1}=4.71$

一二年九月—一三年八月

$y=13.44+0.24086\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=24.18$　$\hat{V}_0{}^{1}=4.92$

$y=15.05+0.21906\mathrm{E}$　$\hat{V}_0{}^{11}=11.13$　$\hat{V}_0{}^{1}=3.34$



これで見ればわかる通りEの係數及び常數には殆んど變化は見られない。誤差分散は後者の方が全部小さくなつている。標準偏差にした場合との絶對値の差は小さくなるが相對的傾向を圖によつて示せば上圖の如くなる。

そしてこの結果、係數よりも $\hat{V}$ の變化がパラメター a_{ij} の變化に大きく影響したことがわかる。a_{ij} の變化の問題は前稿に見られた如くである。

四　母數としておかれたUについて

次に經濟研究で母分數　U＝1　として計算したものについて述べておく。

$$\hat{V}=\frac{p^1p^1p^2p^2(\mathrm{U}_1+\varepsilon)}{2p^1p^2a_{12}-p^2p^2a_{11}-p^1p^1a_{22}}$$

から分母を拂い　$p^1p^2\hat{V}$　は概知數であるからこれより正規方程式をつくり、(註二)

（註二）　經濟研究第五卷第四號三一二—三一三頁。

$$2\frac{V_t}{p_t^1p_t^2}a_{12}-\frac{V_t}{p_t^1p_t^1}a_{11}-\frac{V_t}{p_t^2P_t^2}a_{22}-\mathrm{U}_1=\varepsilon$$

これを解くことによつて a_{ij} を求め、その値を代入することによつてUの推定値を求めた。そこでUの推定値の精度を知りたいわけで

ある。一般に重相關係數は從屬變數とその推定値との間の單相關係數に等しいがそれと類似の考えをすることにより、Uは各年を通じて1と置かれているから$\hat{U}$の間の相關は普通の意味では0である。その爲相關よりもその一致性を見るため、次の式

$$R^2=\frac{(\sum\hat{U})^2}{n\sum\hat{U}^2}$$

がたてられた。この式は相關係數式とは違うから經濟研究の檢定は訂正削除する。もし$\hat{U}$がすべて1であれば　$R^2=1$　となる。しかし式からわかるように$\hat{U}$がすべて同値ならば

$$R^2=\frac{(n\hat{U})^2}{n\cdot n\hat{U}^2}=1$$

となるわけでその點では1に接近しているかどうかの指標とはならないが、この際の$\hat{U}$がほぼ1のまわりにあるため指標としてとられたのである。從つて有意度の問題はない。しかし　U＝1　とおくことは假定上無理があるため變更された。

五　原點を通る囘歸

いずれにせよ常數のない一次方程式を解くことになるのでa_{ij}の相對的關係を見る上に何等かの制限が置かれなければならない。もともと

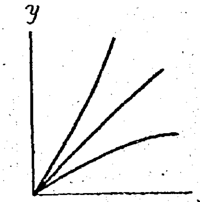
$$y=ax$$

を母集團囘歸と考えた場合でも標本囘歸を考える場合、尤度函數を極大ならしめるという方法をとればaの推定値として

$$a=\frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

と各變數は平均値からの偏差ではなく生のままの數値となる。そして囘歸線の信頼限界を考えれば（註三）上圖の如き

（註三）三田學會雜誌昭和三十年三月號。推定値の性質と許容限界參照。



形が考えられるが　$x=0$　のとき　$y=0$　であるから原點に於ては誤差0となる。この點を考慮すれば標本に於ては平均値中心の囘歸を常故め原點との差を考える方式がとられたのである。a_{11}　a_{12}　a_{22}　を利用しa_{33}を導出する方式は三次方程式を解くことになり、根のうち合理的値を選ぶことは前稿に見られた如くでありここでは統計的問題はない。

以上でこれまで使われてきた統計的方式に關する一應の既述を終ることにする。説明の不充分な點も多いし、又最終結果に到達する迄にはなお多くの訂正、改善の餘地をもつ問題も殘されているであろう。それは又今後の研究の進展に伴つて報告したいと思う。最後に使用された原資料を一括して示しておく。

六　原資料の表

資料として内閣統計局家計調査資料全國勞働者が用いられたがこの種資料の一層の整備が望ましい。

内閣統計局家計調査資料全國勞働者　（その１）

	所得階級	調査世帶數	實收入總額	貯蓄	實支出總額	飲食物費	その他の支出
昭和六年九月─七年八月	60 圓未満	71	55.97	4.64	51.33	20.67	30.66
	70	194	65.15	6.40	58.75	22.36	36.39
	80	180	74.94	9.19	65.75	24.07	41.68
	90	184	84.82	9.11	75.71	26.54	49.17
	100	152	94.47	12.82	81.65	28.76	52.89
昭和七年九月─八年八月	60	69	56.71	3.45	53.26	22.19	31.07
	70	156	65.16	6.63	58.53	23.14	35.29
	80	218	74.78	9.21	65.57	24.02	41.55
	90	198	84.85	9.95	74.90	26.29	48.61
	100	158	94.71	12.77	81.94	28.77	53.17
昭和八年九月─九年八月	60	69	56.81	4.15	52.66	21.77	30.89
	70	192	65.26	5.85	57.41	23.35	36.06
	80	182	74.97	8.57	66.40	24.72	41.68
	90	182	84.66	11.06	73.60	27.17	46.43
	100	174	95.31	12.54	82.77	29.30	53.47
昭和九年九月─一〇年八月	60	69	56.58	2.40	54.18	23.60	30.58
	70	180	65.30	4.96	60.34	25.50	34.84
	80	198	74.90	6.63	68.27	27.85	40.42
	90	182	84.82	8.84	75.98	29.36	46.62
	100	177	94.76	12.02	82.74	30.29	52.45
昭和一〇年九月─一一年八月	60	58	56.20	3.93	52.27	24.86	27.41
	70	161	65.54	5.78	59.76	26.01	33.75
	80	210	74.85	8.41	66.44	27.82	38.36
	90	216	84.86	9.11	75.75	30.42	45.33
	100	197	94.95	11.47	83.46	31.81	51.65

内閣統計局家計調査資料全國勞働者　（その２）

	所得階級	調査世帯数	實收入總額	貯蓄	實支出總額	飲食物費	その他の支出
昭和一一年九月—一二年八月	60	34	56.09	3.72	52.37	24.56	27.72
	70	131	65.64	5.68	59.96	27.12	32.84
	80	196	74.92	6.83	68.09	28.14	39.95
	90	214	84.95	8.89	76.06	30.04	46.02
	100	201	94.86	11.30	83.56	32.41	51.15
昭和一二年九月—一三年八月	60	34	57.12	3.90	53.22	25.15	28.07
	70	131	66.04	5.85	60.19	27.94	32.25
	80	196	75.21	7.96	67.25	30.10	37.15
	90	214	84.91	11.42	73.49	31.04	42.45
	100	201	94.86	13.74	81.12	32.82	48.80

註　昭和12—13年は調査世帯數資料がないため前年と同數とした。

朝日新聞社生計費指數

	p^1	p^2	$(p^1)^2$	$(p^2)^2$
昭和 6—7	1.000	1.000	1.000000	1.000000
7—8	1.044	1.023	1.089936	1.046529
8—9	1.104	1.045	1.218816	1.092025
9—10	1.193	1.049	1.423249	1.100401
10—11	1.267	1.059	1.605289	1.121481
11—12	1.319	1.099	1.739761	1.207801
12—13	1.407	1.165	1.979649	1.357225

p^1＝飲食物の價格指數

p^2＝その他の價格指數

生産構造の計測と與件

——生産函數計測における工學的資料の援用について——

小尾惠一郎

序　論——生産構造と與件の變化——

經濟構造の一つの極を形づくる（諸産業の）生産構造を把握しようとする場合に、必ず滿たされなければならぬ一つの條件は把握されたその構造が自律的なものであるということである。

解明しようとするある現象に關して、豫測（及び、又は統御）が可能であるためには、この現象の背後に潜在しこの現象を生み出したと考えられる機構を反映（記述）するような模型を組むことが要請される。この模型が實驗（又はこれに代る統計的推定操作）によつて計測された特定の値のパラメタ（構造の特性を示す）をもつ諸關係式として、具體的に把握されたときそれは構造系（structure）とよばれる。この構造系（例えば産業構造全體又はその一部）のパラメタが同一對象について繰返し計測されたとき、㈠パラメタの値が推定誤差の許容しうる範圍內で安定的な値を示すならば、㈡又はパラメタの値の變位の仕方が豫知しうる樣な方法でこの構造が把えられたならば、把えられた構造系は自律的であるといわれる。