Title	投入産出分析（一）：基礎理論
Sub Title	Input-output analysis (1) : basic theoretical formulations
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1955
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.48, No.6 (1955. 6) ,p.423(1)- 446(24)
JaLC DOI	10.14991/001.19550601-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19550601-0001

書評及び紹介

投入産出分析 (一)

――基礎理論――

福岡正夫

一、序論
二、實物量の體系
三、價格の體系
四、價額の體系
五、統合について
六、ミクロ分析對マクロ分析
七、閉じた體系について
八、代替の可能性について

本稿およびそれに續く二、三の論稿は、主に一九五五年度の特殊講義に備えて記されたノートであつて、筆者の創見に基く專門上の論文ではない。とりわけ本稿の敍述は、多少の補足と修正を含むとはいえ、私の恩師の一人であるサムエルソン教授の"A Brief Summary of Leontief Input-Output System"(未發表原稿)および同教授の講義ノートにその殆どを負うている。最初にまずこのことについて、讀者の諒承を乞うておくとともに、このような未定稿掲載の利便を圖られた編集者の好意に感謝しておきたいと思う。

一、序論

一九三一年に端を發するワシリイ・レオンティエフの投入産出分析(Input-Output Analysis)の仕事が、ハーヴァードの社會科學調査委員會の援助の下に一應實を結んで、始めてレヴィウ・オブ・エコノミックス・エンド・スタティスティックス誌に發表されたのは一九三六年のことであつた。そうして、さらに包括的な研究を含む彼の主著『アメリカ經濟の構造』(註1)が世に問われたのは一九四一年のことであつたから、彼の分析そのものは、今日それほど新しい貢獻とは言えないかもしれない。しかし、この一〇年間の世界の學界の動きを通覽する場合、投入産出分析に對する關心と評價は最近にいたつて急速調に高まりつつあり、その意味においてそれは近時の最も有力な主流の一つとなつている觀がある。このように彼の分析の價値がとみ

に高まつてきたことについては、例えば第二次世界大戰中、それの遂行に必要な生産目標の可能性をテストしたり、またかかる目標の達成をめざす場合、各産業にどのような調整が必要かを明かにしたりする作業が要請されたこと、それから政府の統計資料の整備と大規模な電子計算機の發達に伴つて、この種の經驗的適用がきわめて容易になつてきたこと、などを考慮すべきであろう。事實、これらの情勢を背景としてこそ、レオンティエフの理論體系そのものも、その後クォータリイ・ジャーナル・オブ・エコノミックス誌に發表された業績[註2]を通じて、著しく政策的性格を强めてきたのであるし、またそれに基く適用も、單なるアカデミックな興味や實驗的模索の域を脱して、ひろく國家的規模における經濟政策の基盤として行われるにいたつたのである。例えば、この種の調査では先進國となつたアメリカ合衆國においては、勞働統計局、商務省、空軍省などの緊密な協力と豐富な豫算の下で大規模な作業がどしどし遂行されており、またハーヴァード、プリンストンなどの大學の研究所でも、それらと竝行して着實に種々の研究が進められている。さらに投入産出分析への關心は汎く國際的にも波及して、イギリス、オランダ、ノールウェー、イタリー等々の諸國で表の作成が行われているとともに、日本でも經濟審議廳や通産省の手によつてこの仕事に端緒が與えられている現狀であることを認識しなければならないであろう。[註3]

さて、この投入産出分析は、一口に言つて、一經濟內における各部門（もしくは各産業）間の交流關係を一種の經濟表に纏めあげ、その表の記錄に基いて經濟構造の變化や經濟政策の影響などを詳細に分析しようと企圖するものである。その謂うところの投入産出表は、アメリカの場合、政府の整備した資料に基いて一九一九年のもの以來ほぼ一〇カ年おきに作成されているが、それに依ると、アメリカの經濟は農業、鐵鋼業、自動車工業等々、それから家計といつたような四〇餘りの各部門に分類され、それらの間の相互の取引關係が詳しい數字で示されている（最近では二〇〇×二〇〇という一層細密な分類に基く作業も行われている）。例えば、その基盤のような表の横の行で鐵鋼業という欄をみてゆくと、そこには鐵鋼業の製品（すなわち産出物）がそれぞれの産業に向つてどれだけ賣られてゆくかが示されており、また縱の列で同じく鐵鋼業という欄をみれば、各産業から鐵鋼業にどれだけのものがあるいは原料としてあるいは用役として（すなわち一口に言えば投入物として）買われているかが分るようになつているのである。いま、その經濟には n 個の産業があり、その各 i 産業から各 j 産業への販賣價額（あるいは同じことであるが各 j 産業の各 i 産業からの購入價額）を $\bar{x}_{ij}$、家計から各 j 産業への勞働の販賣價額を $\bar{x}_{0j}$、家計の各 i 産業からの消費財の購入價額を $\bar{C}_i$ と記せば、この表は記號的に次のように要約されるであろう（第一表參照）。ここで、右端の $\bar{X}_0$ および $\bar{X}_1$、$\bar{X}_2$、……、$\bar{X}_n$ は、それぞれ家計および各産業の總販賣價額もしくは總收入を表しており、下端の $\bar{X}_0'$ および

賣手＼買手	家計	産業1	産業2	・・・	産業 n	合計
家計	0	$\bar{x}_{01}$	$\bar{x}_{02}$	・・・	$\bar{x}_{0n}$	$\bar{X}_0$
産業1	$\bar{C}_1$	$\bar{x}_{11}$	$\bar{x}_{12}$	・・・	$\bar{x}_{1n}$	$\bar{X}_1$
産業2	$\bar{C}_2$	$\bar{x}_{21}$	$\bar{x}_{22}$	・・・	$\bar{x}_{2n}$	$\bar{X}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
産業 n	$\bar{C}_n$	$\bar{x}_{n1}$	$\bar{x}_{n2}$	・・・	$\bar{x}_{nn}$	$\bar{X}_n$
合計	$\bar{X}_0'$	$\bar{X}_1'$	$\bar{X}_2'$	・・・	$\bar{X}_n'$	

第一表

$\bar{X}_1'$、$\bar{X}_2'$、……、$\bar{X}_n'$ は、同じく家計と各産業の總購入價額もしくは總支出を表している。言うまでもなく、表中の諸項目の間には、横（收入）の合計としての

$$\bar{X}_0=\bar{x}_{01}+\bar{x}_{02}+\cdots\cdots+\bar{x}_{0n}+0$$

および

$$\bar{X}_1=\bar{x}_{11}+\bar{x}_{12}+\cdots\cdots+\bar{x}_{1n}+\bar{C}_1$$

(a)
$$\bar{X}_2=\bar{x}_{21}+\bar{x}_{22}+\cdots\cdots+\bar{x}_{2n}+\bar{C}_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\bar{X}_n=\bar{x}_{n1}+\bar{x}_{n2}+\cdots\cdots+\bar{x}_{nn}+\bar{C}_n$$

という關係、また縱（支出）の合計としての

$$\bar{X}_0'=0+\bar{C}_1+\bar{C}_2+\cdots\cdots+\bar{C}_n$$

および

(b)
$$\bar{X}_1'=\bar{x}_{01}+\bar{x}_{11}+\bar{x}_{21}+\cdots\cdots+\bar{x}_{n1}$$
$$\bar{X}_2'=\bar{x}_{02}+\bar{x}_{12}+\bar{x}_{22}+\cdots\cdots+\bar{x}_{n2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\bar{X}_n'=\bar{x}_{0n}+\bar{x}_{1n}+\bar{x}_{2n}+\cdots\cdots+\bar{x}_{nn}$$

という關係が成立する。これら二つの關係が、その上にレオンティエフ體系の構築されるべき土臺石である。

（註1）　Wassily W. Leontief, *The Structure of American Economy 1919—1929; An Empirical Application of Equilibrium Analysis*, 1941.

（註2）　これらはすべて主著の第二版 *The Structure of American Economy 1919—1939*, 1951. に收められている。その第四編の三つの論文、"Output, Employment, Consumption and Investment", "Exports, Imports, Domestic Output and Employment" および "Wages, Profits and Prices" がそれである。

（註3）　各國に行われている投入産出分析の現況については、W. W. Leontief, "Input-Output Economics"

Scientific American, October 1951. W. D. Evans and M. Hoffenberg, "The Interindustay Relations Study for 1947", *Review of Economics and Statistics*, May 1952. および The Netherlands Economic Institute 編 *Input-Output Relations, Proceedings of a Conference on Interindustrial Relations held at Driebergen, Holland* の第二部などの參照が有益であろう。

二、實物量の體系

投入産出表そのものは、各部門間の取引の單なる一覽表であり、未だいかなる理論に對しても中立的である。投入産出分析は、特定の理論もしくは假說に立脚してこの表に對處するところからスタートする。

レオンティエフ理論の基礎的假定の第一は、いかなる産業も結合生産物を生産せず、それぞれただ一種類の生産物を生産するという假定である。あるいは家計の場合は、それの提供する勞働がすべて同質的であるという假定がそれに相當するであろう。そこでこのような假定に基き、各i産業の「生産物」の價格をそれぞれP_iとし、同じく「勞働」の價格（賃銀）をP_0とすれば、われわれはさきの(a)の兩邊をそれぞれP_0およびP_1、P_2、……、P_nでわることによって、實物量の體系

(1)*　$$X_0=x_{01}+x_{02}+\cdots\cdots+x_{0n}+0$$

および

(1)
$$\begin{aligned}X_1&=x_{11}+x_{12}+\cdots\cdots+x_{1n}+C_1\\X_2&=x_{21}+x_{22}+\cdots\cdots+x_{2n}+C_2\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\X_n&=x_{n1}+x_{n2}+\cdots\cdots+x_{nn}+C_n\end{aligned}$$

を得る。ここでX_i、x_{ij}およびC_iは、それぞれ$\frac{X_i}{P_i}$、$\frac{x_{ij}}{P_i}$および$\frac{C_i}{P_i}$のことであり、假定によってそれらは物量的に同じ單位で測られる單一の第i財の數量と解される。(1)はいうまでもなく、このように實物ベースで各産出量X_iが各用途にどう配分されるかを表している。x_{ij}は中間生産物として各産業の生産過程に投下される部分であり、C_iは最終消費財として家計に消費される部分である。

つぎに、各産出物とそれを生産するための種々の投入物との關係、すなわち生産函數を考えよう。結合生産が行われないというさきの假定からして、これらの生産函數は一應

$$\begin{aligned}X_1&=F_1\ (x_{01}, x_{11}, x_{21},\cdots\cdots, x_{n1})\\X_2&=F_2\ (x_{02}, x_{12}, x_{22},\cdots\cdots, x_{n2})\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\X_n&=F_n\ (x_{0n}, x_{1n}, x_{2n},\cdots\cdots, x_{nn})\end{aligned}$$

と書かれるが、レオンティエフはさらにそれらの形を嚴しく限定し、産出物X_jを生産するのに各投入物x_{ij}はそれぞれ固定的な比率で用いられると假定した。すなわち、

(2)　$$X_j=\frac{x_{ij}}{a_{ij}}\qquad\begin{pmatrix}i=0, 1, 2, \cdots\cdots, n\\ j=1, 2, \cdots\cdots, n\end{pmatrix}$$

という固定的生産係數の假定がそれである。[註1] ここでa_{ij}は、よく知られているように、第j産出物一單位を生産するのに技術的に必要な第i投入物の一定數量であり、それらは、次のような表の形で總括的に示される。

$$\begin{pmatrix}a_{01} & a_{02} & \cdots\cdots & a_{0n}\\ \hline a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots\cdots & a_{nn}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{0j}\\ \hline a_{ij}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_0\\ \hline a\end{pmatrix}$$

さて(2)を(1)に代入すれば、われわれは次の體系

(3)
$$\begin{aligned}X_1&=a_{11}X_1+a_{12}X_2+\cdots\cdots+a_{1n}X_n+C_1\\X_2&=a_{21}X_1+a_{22}X_2+\cdots\cdots+a_{2n}X_n+C_2\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\X_n&=a_{n1}+a_{n2}X_2+\cdots\cdots+a_{nn}X_n+C_n\end{aligned}$$

を導くことができ、さらにC_1、C_2、……、C_n以外の右邊を移項して

(3)′
$$\begin{aligned}&(1-a_{11})X_1-a_{12}X_2-\cdots\cdots-a_{1n}X_n=C_1\\&-a_{21}X_1+(1-a_{22})X_2-\cdots\cdots-a_{2n}X_n=C_2\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&-a_{n1}X_1-a_{n2}X_2-\cdots\cdots+(1-a_{nn})X_n=C_n\end{aligned}$$

を得る。(3)′はいわばレオンティエフの基本方程式とでも稱すべきものであって、n個の未知數X_1、X_2、……、X_nを含むn個の非齋次線形の連立方程式であるから、ひとたび消費量C_1、C_2、……、C_nを「最終需要量」として與えれば、それを同時に解いて各産業の産出量X_1、X_2、……、X_nを決定することができる。その詳細はここでは省くとして、それらの解を次のように書くことにしよう。

(4)
$$\begin{aligned}X_1&=b_{11}C_1+b_{12}C_2+\cdots\cdots+b_{1n}C_n\\X_2&=b_{21}C_1+b_{22}C_2+\cdots\cdots+b_{2n}C_n\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\X_n&=b_{n1}C_1+b_{n2}C_2+\cdots\cdots+b_{nn}C_n\end{aligned}$$

ここで右邊のb_{ij}は、C_jの一單位をつくり出すために直接間接に必要とされるX_iの數量である。いうまでもなく、これらのbの大きさは、さきのa（但しa_0を除く）の大きさに依存し、(3)′を解くことによって同時に決定される。

それが線形であるという點において、(4)の形は注目するに足るひとつの事實を示している。すなわち、最終消費量のある目標C_1、C_2、……、C_nを達成するのに必要な第i財の總量は、その目標の各項目たるC_1なりC_2なりをそれぞれ別個に生産するのに必要な第i財數量の單なる總和から成立っている。例えば、帽子一〇〇、シャツ五〇〇の生産を達成するという場合、それの生産に必要な第i財の總量は、まず最初、帽子一單位の生産に直接間接用いられる第i財の數量に一〇〇をかけ、次にまたシャツ一單位に含まれる第i財の數量に五〇〇をかけ、そうしたのち、單にそれらを足しあわせれば求まるのである。

(4)に類する關係が勞働についても成立つかどうかは、それほど一目瞭然ではない。しかし、上に與えられた知識を利用して、勞働に對する總需要量をC_1、C_2、……、C_nの形で計算することは容易である。(1)*、(2)および(4)から、

(3)*
$$\begin{aligned}X_0 &= a_{01}X_1 + a_{02}X_2 + \cdots\cdots + a_{0n}X_n\\ &= a_{01}(b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + \cdots\cdots + b_{1n}C_n)\\ &\quad + a_{02}(b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + \cdots\cdots + b_{2n}C_n) +\\ &\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\quad + a_{0n}(b_{n1}C_1 + b_{n2}C_2 + \cdots\cdots + b_{nn}C_n)\\ &= (a_{01}b_{11} + a_{02}b_{21} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{n1})C_1\\ &\quad + (a_{01}b_{12} + a_{02}b_{22} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{n2})C_2 +\\ &\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\quad + (a_{01}b_{1n} + a_{02}b_{2n} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{nn})C_n\end{aligned}$$

この最後の式の括弧の中の表現は、それぞれその最終消費財一單位をつくるのに直接間接どれだけの勞働が必要であるかを示すものに他ならない。いま、それらを

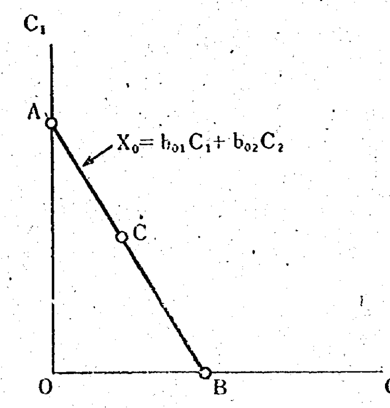
(5)
$$\begin{aligned}b_{01} &= a_{01}b_{11} + a_{02}b_{21} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{n1}\\ b_{02} &= a_{01}b_{12} + a_{02}b_{22} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{n2}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ b_{0n} &= a_{01}b_{1n} + a_{02}b_{2n} + \cdots\cdots + a_{0n}b_{nn}\end{aligned}$$

と定義すれば、結局われわれは

(6)
$$X_0 = b_{01}C_1 + b_{02}C_2 + \cdots\cdots + b_{0n}C_n$$

を得る。この(6)式が(4)式の勞働に關する對應物であり、ここでもわれわれは、C_1、C_2、……C_nの生産に必要な總勞働量がそれぞれ獨立の線形項の單なる總和として構成されていることに留意すべきである。

さて(6)は、レオンティエフ體系において、最終消費財と基本生産要素との間に成立する最も根本的な關係である。それは、最終消費財についてある生産目標が與えられた場合、それを達成するのにどれだけの勞働量が利用可能でなければならないかを示すとともに、また反面から言つて、ある所與の勞働量から、どれだけの最終消費財の組合せが生産可能であるかを示している。いま二財の場合について簡單に圖示してみると次のようである（第一圖參照）。



第　一　圖

所與の勞働量X_0で第一財のみを生産するとすれば、その場合生産可能なC_1の極大量はA點で示され、同樣に第二財のみを生産するとすれば、C_2の極大量はB點で示される。(6)は、それからの二點をむすぶ線分上のあらゆる點（例えばC點）が、勞働量X_0を用いて生産し得る極大可能なC_1・C_2の組合せであることを表しているのである。サムエルソンが適切に言つたように、その意味で線分ABは、その經濟が「その中から選ぶべき最上のメニュー」であると言うことができよう。あるいは、一層アカデミックな用語を借りれば、この關係は、勞働を唯一の基本生産要素とするレオンティエフ體系の《Production Possibility Curve》（サムエルソン）であり、また《Efficient Point Set》[註2]（クープマンス）であるとも言うことができる。

（註1）　正確には、(2)は

(2)'
$$X_j = \mathrm{Min}\left(\frac{x_{0j}}{a_{0j}}, \frac{x_{1j}}{a_{1j}}, \cdots\cdots, \frac{x_{nj}}{a_{nj}}\right)$$

と書かれるべきである。すなわち、括弧の中の表現のうち、極小のものが「ボットルネック」となつてX_jを決定し、それより大きいものについては、それらの投入物は過剰であると考えるべきである。しかし、どの財も稀少していると みられれば、自由財はないわけであるから、極小と極大とは等しくなり、(2)'は(2)によつて置換えられる。

（註2）　AB上の諸點が efficient であると呼ばれるのは、次の理由に基いている。三角形AOBの内部の點はどれも生産可能であるけれども、それらの點ではC_1およびC_2をさらに双方とも增加することができるし、また少くとも一方を減少せずして他方を增加することができる。これに反し、C點においては、もはや一方の生産物を減らさずして他方を增やすことは不可能である。その意味で、AB上の諸點は生産上の最適を達成している。T. C. Koopmans, "Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities", in *Activity Analysis of Production and Allocation*, 1951, p. 60. を見よ。

三、價格の體系

先述したように、(6)の係數b_{0j}は、最終消費財C_j一單位當りの總勞働費用を表している。言うまでもなく、この總勞働費用b_{0j}と直接勞働費用a_{0j}との差は、その最終消費財の生産に要する各中間生産物x_{ij}を生産するための間接勞働費用である。

もし假りに、生産構造が最も單純なオーストリア學派形ないしはベーム・バヴェルク形であつて、各生産物が直接勞働とひとつ前の段階の生産物とからのみ生産されるとするならば、われわれは上記のいわゆる間接勞働を更にあらゆる前段階の勞働に還元し、それらの單なる總和として把握することができるであろう。例えば、單純なベーム・バヴェルク體系で、もしある生産段階の生産物一單位が次の段階で直接勞働と結合されて新しい生産物一單位になるとすれば

(7)''
$$\begin{aligned}b_{01} &= a_{01}\\ b_{02} &= a_{02} + b_{01} = a_{02} + a_{01}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ b_{0n} &= a_{0n} \qquad + b_{0,\,n-1} = a_{0n} + a_{0,\,n-1} + \cdots\cdots + a_{01}\end{aligned}$$

である[註1]。しかしながら、一般的なレオンティエフ體系では、す

べての物がすべての物をつくるのに用いられ、前の段階とか後の段階、あるいはヨリ高次の段階とかヨリ低次の段階とかいうようなものは存しない。すなわち、石炭が鐵鋼をつくるのに必要とされるとともに、また逆に鐵鋼が石炭をつくるのにも必要とされるのである。このような非オーストリア的「どうどう廻り」ないしは循環的連關關係にあつては、總勞働費用b_{0j}を單線的に有限個の前段階の直接勞働費用に分解することは不可能である。むしろ、われわれはこの場合、例えば鐵鋼を、それの直接勞働と、前段階の石炭に含まれる直接勞働、それからさらに石炭をつくるのに要した鐵鋼の直接勞働等々という風にどこまでも分解していつて、その無限の相互依存的連鎖を追跡しなければならないであろう。この無限系列が減衰して、遂にその和がb_{0j}のおのおのに收斂することは證明せられる。[註2]しかし、敢えてその勞をとらなくても、b_{0j}とa_{0j}あるいはa_{ij}との關係をヨリ簡單にチェックし得る道はないであろうか。

何よりもまず着目すべきは、さきにb_{0j}は、(3)′を解いてb_{ij}を求め、それを(5)の形で結びつけることから、たちどころに定められたということである。換言すれば、無限系列を逐一加えあわせなくても、b_{0j}は(3)′という連立方程式體系を同時に解くことによつて定まつたのである。從つてその場合、唯一の問題は、第i財一單位の總勞働費用というb_{0j}の解釋が果して妥當であるがということにのみかかつてくるわけであるけれども、それが(6)の成立によつて確認されたことは、さきに見たとおりである。

さらにこの問題をもう一つの面からチェックするため、b_{0j}に次のような新しい定義を与えよう。

$$
(7)' \qquad
\begin{aligned}
b_{01} &= a_{01}+b_{01}a_{11}+b_{02}a_{21}+\cdots\cdots+b_{0n}a_{n1}\\
b_{02} &= a_{02}+b_{01}a_{12}+b_{02}a_{22}+\cdots\cdots+b_{0n}a_{n2}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
b_{0n} &= a_{0n}+b_{01}a_{1n}+b_{02}a_{2n}+\cdots\cdots+b_{0n}a_{nn}
\end{aligned}
$$

すなわち、ここでb_{0j}は、第j財を生産するための直接勞働費用a_{0j}と、同じく第j財の生産に用いられる各中間生産物a_{ij}の總勞働費用との和として定義される（この定義には殆ど異議がないであろう）。さて方程式はn個、未知數はn個であるから、ベーム・バヴェルク的な特殊な事例を除けば、b_{0j}は同時に決定される筈である（これに反して、ベーム・バヴェルク的な事例では、(7)′は(7)″の形をもち、b_{0j}は最初の生産段階から順次に解かれてゆくであろう）。そうして、このように(7)′の決定するb_{0j}が、(5)の定義するさきのb_{0j}と精確に同じものであることは容易に判明する。[註3]

さて以上の議論を伏線として、つぎにわれわれは價格機構の觀點から投入産出の體系を見直してみよう。いま完全競爭を假定すれば、それのもたらす均衡において各産業の超過利潤はゼロとなるから、それらの總收入と總支出とは一致する。そこで第一節(b)の$\overline{X}_i'$を$\overline{X}_i$におきかえて、それに生産函數(2)の關係を代入し、さらにそのおのおのをX_1、X_2、……、X_nでわるならば、われわれは次の關係

$$
(7) \qquad
\begin{aligned}
P_1 &= P_0a_{01}+P_1a_{11}+P_2a_{21}+\cdots\cdots+P_na_{n1}\\
P_2 &= P_0a_{02}+P_1a_{12}+P_2a_{22}+\cdots\cdots+P_na_{n2}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
P_n &= P_0a_{0n}+P_1a_{1n}+P_2a_{2n}+\cdots\cdots+P_na_{nn}
\end{aligned}
$$

を得る。言うまでもなく、この式は、完全競爭の下において、各財の均衡價格がそれぞれその平均費用に等しいことを意味している。ところで、通常よく知られているように、このような均衡方程式の取扱いにおいては、$n+1$個の價格の中ひとつは計算尺度（ニュメレール）となつて、自らの單位で他の價格を表す役目を果す。そこで、いわゆる「賃銀單位」を採用して、勞働の價格P_0を尺度に選んでみよう。すなわち、われわれは$P_0=1$と考える。あるいは同じことであるが、(7)の兩邊をP_0で除し、それらn個の方程式を用いてn個の相對價格P_1/P_0、P_2/P_0、……P_n/P_0を決定すると考えるのである。

(7)を仔細に點見すれば、それらの方程式が(7)′と全く同じ係數をもつことが知られる。從つて、このことから、われわれはさきほどの結論を重ねてチェックすることができる。すなわち、第j財の總勞働費用を表すb_{0j}は、賃銀單位で表されたその財の均衡相對價格P_j/P_0と全く同じものであることが明白となる。[註4]

さて、(7)と(3)とを比較してみよう。これら二組の方程式組織は同じ係數a_{ij}を共通に含んでいる。しかし、すぐ分るように、そこには一つの重要な相違がある。(3)のa_{ij}が(7)ではすべて轉置されてa_{ji}の形になつていること、すなわち(3)では横の行に含まれていたa_{i1}、a_{i2}、……、a_{in}、が(7)ではすべて縦の列に現われていることが之である。それから、もう一つ、(3)の常數項が《open end》たる最終消費の數量C_1、C_2、……、C_nから成つているのに對し、(7)の常數項が同じくいま一つの《open end》たる基本生産要素（勞働）の係數a_{01}、a_{02}、……、a_{0n}であることにも注意が拂われるべきであろう。之を要するに、レオンティエフ體系の數量と價格との間には、簡單ながらいわゆる「二重性」《duality》の關係が存在するのである。すなわち、數量問題のaが轉置されれば價格問題が得られ、また逆に價格問題のaが轉置されれば數量問題が得られる。このような二重性は、最近ゲイムの理論やリニアー・プログラミングの領域で頻繁に遭遇されているものであり、それに伴う定理の適用からは多くの興味ある成果が得られるが、ここではレオンティエフ體系での二重性原理の一事例として、國民所得計算の基礎的均等式を導くことを試みてみよう。

國民所得あるいは國民生産物は、よく知られているように、つねに二つの仕方で眺められる。すなわち、産出されるものについて眺めれば、それは最終生産物の總價値であり、投入されるものの側から眺めれば、それは生産要素に支拂われる總費用である。まず最終生産物の總價値は容易に計算される。それが$P_1X_1+P_2X_2+\cdots\cdots+P_nX_n$でないことは明白である。何故なら$X_i$の多くはそれぞれの生産過程で消耗される中間生産物であるからである。最終生産物のみが計上されるべきであるとすれ

ば、それは明かに $P_1C_1+P_2C_2+\cdots\cdots+P_nC_n$ でなければならない。次に投下生産要素の總費用も附加價値のみを計上すべきであり、二重計算は避けられねばならないから、勞働が唯一の基本生産要素であるレオンティエフ體系では、それは $P_0(x_{01}+x_{02}+\cdots\cdots+x_{0n})$ あるいはヨリ簡單に P_0X_0 である。かくして基本的均等式として、われわれは

$$(6)' \qquad P_1C_1+P_2C_2+\cdots\cdots+P_nC_n=P_0X_0$$

の成立を保證されてよい筈である。それが事實保證されることは、まずさきの(6)の兩邊に P_0 を乘じ、次に前々パラグラフで述べたところからして $b_{0j}=P_j/P_0$ であることを考慮すれば、たちどころに判明する。(註5)

われわれは更に、二重性原理のヨリ明白でないいま一つの結論として、直接勞働費用 a_{0i} の一單位増加から生ずる價格 P_j の増加が、最終生産物 C_j の一單位増加から生ずる産出量 X_i の増加に正確に等しいという命題の成立つことにも言及しておこう。(註6)

（註1）　このようなベーム・バヴェルク的生産構造をレオンティエフの係數の表であらわすと、

$$\begin{pmatrix} a_{01} & a_{02} & a_{03} & \cdots\cdots & a_{0n} \\ \hline a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \cdots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{01} & a_{02} & a_{03} & \cdots\cdots & a_{0n} \\ \hline 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots\cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \end{pmatrix}$$

という特殊な形をもつことがわかる。

（註2）　H. G. Gaitskell, "Notes on the Period of Production", *Zeitschrift für Nationalkönomie*, 1938, pp. 215—44. ゲイツケル的乘數系列の收斂については續稿參照。

（註3）　これは次のようにして説明される。いまレオンティエフ行列（I—a）の行列式をA、その第 i 行第 j 列の因子の餘因數を A_{ij} で表すと、(3)′、(4) および (5) から

$$b_{0j}=a_{01}\frac{A_{j1}}{A}+a_{02}\frac{A_{j2}}{A}+\cdots\cdots+a_{0n}\frac{A_{jn}}{A}$$

次に(7)′を解くと

$$b_{0j}=a_{01}\frac{A_{1j}'}{A'}+a_{02}\frac{A_{2j}'}{A'}+\cdots\cdots+a_{0n}\frac{A_{nj}'}{A'}$$

しかるに $A=A'$, $A_{ji}=A_{ij}'$ であるから、双方の b_{0j} は相等しい。

（註4）　この意味で、基本生産要素が勞働のみであるレオンティエフ體系では、勞働價値説が妥當する。さきの第一圖において、指定される最終需要の型がどのようであろうとも、C_1 と C_2 の價格比はつねに總勞働費用 b_{01} と b_{02} の比に等しいことに注目せよ。また Burgess Cameron, "The Labour Theory of Value in Leontief Models", *Economic Journal*, March 1952 參照。

（註5）　社會會計の立場からすれば、利潤もまた要素支拂の一項目と勘定されるから、この均等式は恒等式として定義的に成立する。しかし、われわれは、そのような定義式を云々しているのではなく、完全競爭市場が均等利潤をゼロならしめるという經驗的な命題の上に立った一つの定理として、それを導いているのである。

（註6）　(3) および (7) から計算して容易に分るように、兩者とも b_{ij} に等しい。また Leontief, *op. cit.*, p. 190, n. 2 および續稿參照。

四、價額の體系

産出量や投入量を物量單位（すなわち實物ベース）で測る場合は、係數 a_{ij} もまたそれに伴って物量的に

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,2,\cdots\cdots,n \\ j=1,2,\cdots\cdots\cdots,n \end{pmatrix}$$

として規定される。いま、これらの係數の統計上の代用品として、價値單位（すなわち貨幣ベース）で測った $\bar{X}_i$ と $\bar{x}_{ij}$ から同樣の計算を行えば、

$$\bar{a}_{ij}=\frac{\bar{x}_{ij}}{\bar{X}_j}=a_{ij}\frac{P_i}{P_j} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,2,\cdots\cdots,n \\ j=1,2,\cdots\cdots\cdots,n \end{pmatrix}$$

である。これらの新しい係數は、第 j 産業の總收入の中、第 i 投入物に支出される金額がどれだけの割合を占めるかを表している。いま總收入 $\bar{X}_i$ = 總支出 $\bar{X}_i'$ とするならば、第一節の(b)から

$$\bar{a}_{01}+\bar{a}_{11}+\bar{a}_{21}+\cdots\cdots+\bar{a}_{n1}=1$$
$$\bar{a}_{02}+\bar{a}_{12}+\bar{a}_{22}+\cdots\cdots+\bar{a}_{n2}=1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\bar{a}_{0n}+\bar{a}_{1n}+{}_{2n}+\cdots\cdots+\bar{a}_{nn}=1$$

が成立する。すなわち、各産業に屬する係數の和はすべて正確に一に等しい。また、このことから、もしいかなる産業も勞働を用いると假定すれば、勞働係數を除いた係數の和はすべて一より小ということになる。

これらの係數に對して、$\bar{C}_1$、$\bar{C}_2$、……、$\bar{C}_n$ のおのおのを $\bar{X}_0$ でわって得られる $\bar{a}_{10}$、$\bar{a}_{20}$、……、$\bar{a}_{n0}$ は、家計の總所得の中、種々の消費財に支出される金額がどれだけの割合を占めるかを示す係數である。それらはいわば各財毎の消費性向であって、生産技術上の事實ではなく、むしろ消費心理上の事實を表すと考えられるから、現在標準となっているレオンティエフ體系（後にいうところの「開いた體系」）では、省略されるのがつねである（後述第七節參照）。

さて、價額から求められる $\bar{a}_{ij}$ と物量的な a_{ij} との間には、著しい形式的類似が認められる。まず、バーを引いた數量の間にもやはり

$$(3) \qquad \bar{X}_i=\sum_{j=1}^{n}\bar{a}_{ij}\bar{X}_j+\bar{C}_i \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

$$(4) \qquad \bar{X}_i=\sum_{j=1}^{n}\bar{b}_{ij}\bar{C} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

が成立することは、計算すれば容易に知られる。さらに

$$(7) \qquad \bar{P}_j=\bar{P}_0\bar{a}_{0j}+\sum_{i=1}^{n}\bar{P}_i\bar{a}_{ij} \qquad (j=1,2,\cdots\cdots,n)$$

については、價額の體系では、先述したように一方

$$1=\bar{a}_{0j}+\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_{ij}\qquad(j=1,2,\cdots\cdots,n)$$

が成立つから、(7)は當然充されるようなものの、それには

$$\bar{P}_j=1\qquad(j=0,1,2,\cdots\cdots,n)$$

という條件が附隨すると解釋されるであろう。この條件については、われわれは次のように考えることができる。すなわち、價額で表された體系では、投入量、産出量の一切が「貨幣一單位の値打の數量」（レオンティエフのいわゆる a dollar's worth）を單位として測られ、從つてその物一單位の價格は必黙的に一にひとしい、ということが之である。例えば、卵が一ダース五〇セントであれば、二ダースを卵を測る新單位とすることによつて、卵の價格は必ず一ドルになるのである。このような工夫を通じて、價格はいまやすべて一となり、從つて$\bar{a}_{0j}$、$\bar{a}_{ij}$から求められる$\bar{b}_{0j}$も一にひとしくならざるを得ないから、われわれの基本的均等式(6)は

(6)　　賃銀總額$=\bar{X}_0=\bar{C}_1+\bar{C}_2+\cdots\cdots+\bar{C}_n=$消費總額

というむしろ trivial な相貌を呈することになる。

價値單位の採用は、總計上止むを得ぬ措置であるとはいえ、それを用いて定められた$\bar{a}$のみに頼るときは、思わぬ誤謬を犯すことがないわけでもない。いま、二つの體系が同一の$\bar{a}$をもちながら相互に異り得るような實例を、些細なものから重大なものに互つて若干列擧してみると、

(1)一方の體系ではドルが用いられ、他方の體系では圓が用いられるかもしれない。

(2)一方の體系では一切の價格が他方の體系の價格の正確に二倍であるかもしれない。

(3)一方の體系の生産規模は全面に互つて他方の體系の一〇分の一であるかもしれない。

(4)兩體系で係數$\bar{a}$は全く同一であるのに、嗜好の型（Cの組成）が異るため、それから結果する産出量や雇傭量は全く異るかもしれない。

(5)一つの體系は富んで生産力が高く、他の體系は貧しくて生産力が低いとする。富んだ體系では賃銀は高いが生産物一單位當りの勞働は少なくてすみ、他方貧しい體系では賃銀は低いが同じ生産物一單位當りヨリ多くの勞働を必要とする故、たまたま價値額では相殺されて、同じ$\bar{a}$が觀察されることになるかもしれない。

(6)次のような二つの變化が同時に發生したとする。一つには、石炭そのものの品質が低下して各産業でヨリ多量の石炭を必要とするようになつたが（その結果石炭産出量は増加する）、また同時に石炭産業における生産力が高まつて各生産要素の同じ投入量からヨリ多量の石炭が産出されるようになつたとする（その結果石炭の價格は低落する）。もしこれらの變化が相殺されれば、$\bar{a}$は前と同一であるかもしれない。

これらの中、(5)と(6)とは重大と言わねばならないであろう。

すなわち、$\bar{a}$のみの觀察は、その場合背後に上述のような技術上の相違なり變化なりを隱弊してしまう結果を生ずるのである。

要するに、レオンティエフ體系が豫測の手段として有用であるためには、單に支出の割合$\bar{a}_{ij}$のみならず、物量的なa_{ij}もまたかなりの恒常性をもたなければならないであろう。任意の二期間——例えば一九三九年と一九四八年——をとつた場合のひとつの重要なテストは、價格で修正した(註1) ${}_{39}\bar{a}_{ij}\ {}_{39}P_j/{}_{39}P_i$ を ${}_{48}\bar{a}_{ij}\ {}_{48}P_j/{}_{48}P_i$ と比較してみることである。

（註1）　この場合のPには、もはや一にひとしいPでなく、價格體系の外から與えられる本當のPが用いられねばならないことに注意せよ。

五、統合について

本節では、いわゆる統合（consolidation）もしくは總計（aggregation）の問題をとりあげ、二つあるいはそれ以上の産業を一括して一つの産業とする場合、いかなることが起るかを検討してみる。

いま、その例として、任意のm番目からn番目までの産業を纏めて、それを産業Mと呼ぶことにする（他の産業は不變のまま）。そのとき、われわれの表は次のように書き改められ（第二表参照）、統合された産業群に關する新しい$\bar{a}$は、次のように計算される。

	家計	産業 1	産業 2	……	産業 $m-1$	産業M m ……… n	
家計	0	$\bar{x}_{01}$	$\bar{x}_{02}$	……	$\bar{x}_{0,m-1}$	$\bar{x}_{0m}+\cdots\cdots+\bar{x}_{0n}$	$\bar{X}_0$
産業 1	$\bar{C}_1$	$\bar{x}_{11}$	$\bar{x}_{12}$	……	$\bar{x}_{1,m-1}$	$\bar{x}_{1m}+\cdots\cdots+\bar{x}_{1n}$	$\bar{X}_1$
産業 2	$\bar{C}_2$	$\bar{x}_{21}$	$\bar{x}_{22}$	……	$\bar{x}_{2,m-1}$	$\bar{x}_{2m}+\cdots\cdots+\bar{x}_{2n}$	$\bar{X}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮　　⋮	⋮
産業$m-1$	$\bar{C}_{m-1}$	$\bar{x}_{m-1,1}$	$\bar{x}_{m-1,2}$	……	$\bar{x}_{m-1,m-1}$	$\bar{x}_{m-1,m}+\cdots\cdots+\bar{x}_{m-1,n}$	$\bar{X}_{m-1}$
産業M $\left\{\begin{matrix}m\\ \vdots\\ n\end{matrix}\right.$	$\bar{C}_m+\cdots+\bar{C}_n$	$\bar{x}_{m1}+\cdots+\bar{x}_{n1}$	$\bar{x}_{m2}+\cdots+\bar{x}_{n2}$	……	$\bar{x}_{m,m-1}+\cdots+\bar{x}_{n,m-1}$	$\bar{x}_{mm}+\cdots\cdots+\bar{x}_{mn}$ $+\cdots+$　　$+\cdots+$ $\bar{x}_{nm}+\cdots\cdots+\bar{x}_{nn}$	$\left.\begin{matrix}\bar{X}_m\\+\cdots+\\ \bar{X}_n\end{matrix}\right\}\bar{X}_M$
	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	……	$\bar{X}_{m-1}$	$\underbrace{\bar{X}_m+\cdots\cdots+\bar{X}_n}_{\bar{X}_M}$	

第二表

$$\bar{a}_{Mj}=\frac{\bar{x}_{Mj}}{\bar{X}_j}=\frac{\bar{x}_{mj}+\cdots\cdots+\bar{x}_{nj}}{\bar{X}_j}$$

$$=\bar{a}_{mj}+\cdots\cdots+\bar{a}_{nj}\qquad(j=1,\cdots\cdots,m-1)$$

$$\bar{a}_{iM}=\frac{\bar{x}_{iM}}{\bar{X}_M}=\frac{\bar{x}_{im}+\cdots\cdots+\bar{x}_{in}}{\bar{X}_m+\cdots\cdots+\bar{X}_n}$$

$$=\frac{\bar{x}_{im}}{\bar{X}_m}\frac{\bar{X}_m}{\bar{X}_m+\cdots\cdots+\bar{X}_n}+\cdots\cdots+\frac{\bar{x}_{in}}{\bar{X}_n}\frac{\bar{X}_n}{\bar{X}_m+\cdots\cdots+\bar{X}_n}$$

$$=\bar{a}_{im}w_m+\cdots\cdots+\bar{a}_{in}w_n\qquad(i=0,1,\cdots\cdots,m-1,\mathrm{M})$$

さて$\bar{a}_{Mj}$は、合成産業の生産物に對して殘餘の各産業がそれぞれどれだけの割合の支出となすかを示しており、第一式は、その割合が、合成産業中の個々の各産業に支出する割合の單なる總和に過ぎないことをわれわれに敎える。次に$\bar{a}_{iM}$は、(家計および合成産業自らをも含む）あらゆる産業の生産物に對して合成産業がどれだけの割合の支出をなすかを示しており、第二式は、その割合が、合成産業中の各産業の支出割合の一種の加重平均であること、そしてそのウェイトは合成産業の生産においてそれらの構成因子がそれぞれ占める相對的重要性であることを敎えるのである。

$\bar{a}_{iM}$がもはや不變の常數でないことには注意しなければならない。その數値はわれわれの求める未知の變數そのものに依存し、とりわけ合成産業の中でそれに含まれる各産業が占める相對的重要性に依存する。それ故、もしこれらのウェイトが變化すれば、たとえ$\bar{a}_{im}$、……、$\bar{a}_{in}$が不變であつても$\bar{a}_{iM}$は變化するのであつて、もしそれを無視して一旦觀察された$\bar{a}_{iM}$からのみ豫測を行えば、統合されない$\bar{a}_{ij}$に基く豫測とは喰違いを生ぜざるを得ないであろう。從つて、もしその場合、誤差が大きければ、その統合の意義そのものが失われざるを得ない。では、統合の結果生ずる誤差が小さくてすむためには、言いかえればその統合が有用であるためには、いかなる條件が必要であろうか。さきの$\bar{a}_{iM}$の公式を検討することによつて、われわれは次のような二つの條件を得る。

(1)加重平均の對象となる$\bar{a}_{im}$、……、$\bar{a}_{in}$が各i毎にほぼ相等しいこと。すなわち、もしこれらの係數が假りに正確に相等しく$\bar{a}_{i\overline{m}}$であつたとすれば、それを括り出せば、$w_m+\cdots\cdots+w_n=1$であるからウェイトの作用は消え、$\bar{a}_{i\overline{m}}$は$\bar{a}_{iM}$に等しくなる。さて、この條件の意味するところは、生産に同種の投入物をほぼ同一の數量で結合するような諸産業、言いかえれば、ほぼ同様なタイプの生産函數をもつ諸産業、を統合すべしということである。例えば、自動車と靴は同じ消費用途には役立つが全く相異る生産函數をもつからわれわれのテストには堪え得ず、これに對して自動車と戰車は全く相異る消費目的に用いられるがほぼ同様の生産函數の下で生産されるから重大な誤りなしに統合できる、というのが、この條件の含む思想である。

(2)加重平均のウェイトw_m、……、w_nがほぼ不變であること。いま變數X_m、……、X_nが假りに正確に同一比例で變化するとすれば、これらのウェイトはつねにコンスタントとなるから、この條件の意味するところは、結局、産出物が相互にほぼ一定の割合を保ちながら増減するような諸産業を統合すべしということである。一つの垂直的分業に屬する諸工程の如きがそのよい例であろう。例えば、紡績業と織物業の生産はつねに相伴つて上昇下降するとみられるから、これらを統合すればウェイトはほぼ一定に保たれるというわけである。稍〻テクニカルな表現でいえば、これは方程式(4)の中のb係數が紡績業と織物業とについて相互にほぼ比例する行をもつということである。

畢竟するに、一群の産業が類似の生産函數をもつ場合か、あるいはそれらの生産物が大略同一の比例で必要とされる場合にのみ、統合は有用であると結論できるであろう。

六、ミクロ分析對マクロ分析

さて統合の問題を離れる前に、以上とは稍〻性質を異にするがそれと類縁性をもつもう一つの問題を考察しておこう。その問題というのはこうである。以上においては、n個の最終消費量C_1、C_2、……、C_nは、自由かつ相互から獨立に與え得るものと想定されている。しかし、もしこれらの間に何らかの共變的な關係があり、完全な意味でそれらが獨立でないとしたならばどうであろうか。例えば、あらゆる財の所得彈力性が一に等しければ、C_iはすべて相互に一定の比例で變動し、われわれは事實n個ではなく只一個の自由度をもつのみである。また、それほど極端な場合を考えないまでも、もしあらゆるC_iがエンゲルの法則その他何らかの確定的な法則に依つて變化するならば、(體系が完全に線形ではなくても)われわれはやはり一個の自由度をもつことになる。

このように、もし自由度が一であれば、詳細なレオンティエフ型分析に依らなくても、産出物のおのおのを國民所得に相關させる通常の回歸分析(リグレッション・アナリシス)でもつて、本來の豫測の目的は達せられるように思われる。すなわち、いま單一の自由度がある總計的變數G_1で表されるものとし、單純化のため線形の假定をとれば

$$C_k=r_{k1}G_1\qquad(k=1,2,\cdots\cdots,n)$$

從つて(4)から

$$X_1=\left(\sum_{k=1}^{n}b_{ik}r_{k1}\right)G_1\qquad(i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

であり、故にこの場合は、單に各X_iとG_1との相關關係が確定されれば事は足りるのである。そのような方法が通常行われることは、よく知られているとおりである。

しかし、假りにわれわれが平和經濟から戰爭經濟へというような推移に當面しているとしよう。そのようなときには、最終需要の移動が、もはや單一の自由度の想定で手に負えなくなることは明かである。そして、そういう場合にこそ、詳細なレオンティエフの分析が威力を發揮し、例えばどれだけ鐵鋼を増産し、どれだけ衣料を減産すべきかというような數字を精確に算出してくれるし、また雇傭量とか國民生産物とかいうような總體的な大いさの豫測にさえ、單なるマクロ分析よりも一層優れ

た解答を與え得ることになるであろう。

が、そのような場合でも、n 個の自由度のすべてが必須であるかどうかは問題である。例えば、一個よりは多いが n 個よりははるかに少い手頃な m 個の自由度で、最終需要の型が敍述されることは充分に可能である。さきの例のように、その經濟が平和經濟と戰爭經濟との混合形であれば、$m=2$ の自由度で足りるかもしれない。このように、われわれが $m<n$ の自由度で現實に接近し得るかぎり、n 個の C_1、C_2、……、C_n は m 個の G_1、G_2、……、G_m によつて置換され、ふたたび簡單な線形の假定をとれば

$$C_k=r_{k1}G_1+r_{k2}G_2+\cdots\cdots+r_{km}G_m \qquad (k=1,2,\cdots\cdots,n)$$

であるから、

$$X_i=\left(\sum_{k=1}^{n}b_{ik}r_{k1}\right)G_1+\left(\sum_{k=1}^{n}b_{ik}r_{k2}\right)G_2+\cdots+\left(\sum_{k=1}^{n}b_{ik}r_{km}\right)G_n$$
$$(i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

ということになる。すなわち、新しい係數 $\sum b_{ik}r_{kj}$ が知られるかぎり、X_1、X_2、……、X_n は、もとの C_1、C_2、……、C_n よりははるかに少い G_1、G_2、……、G_m によつて計測され得るのである。

それではこれらの新しい係數は、いかにして求められるか。もし、もとの b が完全に分つていれば、われわれはそれらの各行にウェイトをつけて足し合わせることにより、求めるものを簡單につくり出すことができる。しかし、そもそもこの議論の肝心の要點は、そのような詳細なレオンティエフ表に依らなくてもどこまで問題に迫り得るかというところに存しているのであるから、原表は利用できないものと考えねばならない。從つて、われわれはこの場合、多元相關その他のテクニックで X_1、X_2、……、X_n と G_1、G_2、……、G_m との間にどのような相關關係が存するかを計算してみるより他ないであろう。ただ自然や歴史がそのために理想的にコントロールされた實驗を提供することは極く稀であるから、そのような推計はしばしば御粗末なものであつて、また場合によつて不可能ですらある。その場合には、われわれは假說的な思惟實驗に頼らざるを得ず、その結果からラフな判斷を下すより他仕方がない。

諸産業の詳細な分類を回避しようとするいろいろな統合法の中、いま述べたこの第三のものは、原理上前節に述べた二つのものとは異つている。本節の方法は、むしろさきの二つの方法を可能ならしめる特殊な a が存しない場合に、なお C を統合することによつて何らかの簡便化が得られないかというアイディアに基いている。しかし、そのようにして C を m 個に統合したとしても、そのことと、諸産業を $m\times m$ の型に統合することとは相互に全く別個の事柄であることに注意すべきであろう。

七、閉じた體系について

この邊で、レオンティエフの新舊二つの體系の相違について、一言加えておくべきであると思う。彼の主著の舊版（一九四一年）では、レオンティエフはいわゆる「閉じた體系」（closed system もしくは closed-end system）として自らの理論體系を構成し、それに基いて一九一九年と一九二九年との間のアメリカ經濟の構造分析を行つた。しかるに、戰時中から戰後にかけての研究、從つて主著の新版（一九五一年）における彼の立場は、これとは異つて、體系を「開いた體系」（open system もしくは open-end system）として把握している。本稿では、いままでもつぱらこの後者に即してのみ說明を行つてきたが、これは開いた體系の方が閉じた體系よりも理解に容易であるばかりでなく、また政策的意義においても著しく大きな比重をもつているからである。

さて、上述の體系が開いた體系と呼ばれるのは、一つには家計の需要する最終消費量が體系の内部では定められないで外部から與えられる變數となつていること、もう一つには家計の提供する勞働用役がやはり體系の内部では再生産され得ない基本生産要素として取扱われていること、の二つに基いている。この意味において、開いた體系では、産業の内的關連がいわば二つの端で外部に對して開いているのである。これに反して、もし勞働もまた他の生産要素と同じく内部的に生産され得るものと看做され、消費財がその勞働を生産するための投入物と看做されるならば、家計は

$$X_0=F_0(C_1, C_2, \cdots\cdots C_n)$$

という生産關係に從つて勞働を生産する一個の産業と考えられ、その家計産業を一環に介して二つの開いた端は互に連結されることになる。これが閉じた體系の思想である。すなわち、その場合は、すべての財が必ずある産業の投入物であると同時に他の産業の産業の産出物であることになつて、完全に自足的かつ循環的な相互依存の體系が成立するのである。このようなものとしての閉じた體系について、若干の補足的說明を加えることが以下本節での問題である。

閉體系においては、家計は消費財を投入して勞働を産出する一つの産業であるから、その分析上の取扱いは全く他の産業に準じている（丁度、玉蜀黍の生産に肥料が必要なのと同じく、勞働の生産にはシャツが必要という風に考えられる）。そこで勞働という産出物一單位當りに必要な第 i 投入物（消費財）の一定數量を前に準じて a_{i0} と記せば、家計産業の生産函數は

$$X_0=\frac{C_i}{a_{i0}} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

と書かれ、さきの方程式體系(3)は次元を一つ擴張して

$$X_0=a_{01}X_1+a_{02}X_2+\cdots\cdots+a_{0n}X_n+0$$

(8)
$$X_1=a_{11}X_1+a_{12}X_2+\cdots\cdots+a_{1n}X_n+a_{10}X_0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$X_n=a_{n1}X_1+a_{n2}X_2+\cdots\cdots+a_{nn}X_n+a_{n0}X_0$$

という形に、從つて(3)′もまたそれに應じて

$$1X_0-a_{01}X_1-\cdots\cdots-a_{0n}X_n=0$$
$$-a_{10}X_0+(1-a_{11})X_1-\cdots\cdots-a_{1n}X_n=0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$-a_{n0}X_0-a_{n1}X_1-\cdots\cdots+(1-a_{nn})X_n=0$$

という$n+1$個の齊次線形方程式の形に書き改められる。これが舊い立場におけるレオンティエフの基本方程式體系である。

ところで、普通の産業の生産係數a_{ij}が技術によつて規定されるのに對し、家計の「生産係數」(すなわち消費係數)a_{i0}は何によつて規定されるか。生存水準賃銀說を信奉したマルサス(あるいはマルクス)にとつては、それらは生理的に勞働一單位の再生産を可能ならしめる賃銀財のミニマムであり、あたかも馬に對する乾草の如く、機關に對する油の如くであつたであろう。しかし、レオンティエフは、むしろその時代の習慣的な消費の大きさ(資澤品をすら含めて)を勞働提供のための必要投入量と考えている。彼の認めているように、現實にはa_{i0}は、所得を消費に支出しようとする人々の心理的性向あるいは習慣によつて決定されると考えるのが適當であるから、それらの係數はそれぞれの財に關する人々の消費性向を表すと看做してもよいであろう。そして、人々は、生産されないものを消費することはできないから、これらの新しいa_{i0}ともとの技術的なa_{ij}との間に何らかの依存關係の存することは想像に難くない。例えば、生産力の増大と實質賃銀の上昇との關連の如きが、そのような關係を裏書きするものと考えられる。(註2)

さて今日、閉體系がわれわれに喚起する興味は、消費係數に關するマルサス的あるいはレオンティエフ的解釋の是否にあるよりも、むしろこの體系の有する假定が、投入産出分析の他の若干側面との關連において發揮する理論的意義にあるといつてもよいであろう。一つには、一部の學者がすでに認めている如く、それはフォン・ノイマン型の動學的成長模型の研究に重要な關係をもつている。しかし、この問題を考察することは動學分析に立入らずしては困難であるから割愛することにして、ここでは閉體系の考察が誘うもう一つの問題を考察することにのみ滿足しよう。

いま、われわれが開いた體系に基いて、自發的變數(投資その他)の變化から生ずる雇傭の變化を豫測したいと望んでいるとする。そのとき、もし消費$\bar{C}_i$がもはや特定水準に維持される常數ではなく、所得$\bar{X}_0$の變化につれて動く變數であるとするならば、すなわち$\bar{C}_i$が自發的でなく誘發的であるとするならば、事態は理論的にどう處理されるであろうか。言うまでもなく、この場合は、御馴染の乘數分析のあらゆる要素があてはまり、種々の限界消費性向——これを假りに$\bar{a}_{i0}$で書こう——は、あたかもそれがレオンティエフ＝マルサス的消費係數であるかのような相貌で究極的な結果に入り込んでくる。從つて、閉じた體系が興味ある事態となるわけである。

このような事態の分析を行うため、われわれはまず(3)′の$\bar{C}i$に$\bar{a}_{i0}\bar{X}_0$を代入して左邊に移し、さらにそれらに雇傭の式を附け足したうえ、自發的被乘數——例えば政府投資——の項としてA_0、A_1、……、A_nを右邊に導入しよう。その結果、(註3)われわれは(3)′(4)の對應物として、次のような方程式組織を得る。

$$(9)\quad \begin{aligned} 1\bar{X}_0-\bar{a}_{01}\bar{X}_1-\cdots\cdots-\bar{a}_{0n}\bar{X}_n&=A_0\\ -\bar{a}_{10}\bar{X}_0+(1-\bar{a}_{11})\bar{X}_1-\cdots\cdots-\bar{a}_{1n}\bar{X}_n&=A_1\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots&\cdots\cdots\\ -\bar{a}_{n0}\bar{X}_0-a_{n1}\bar{X}_1-\cdots\cdots+(1-\bar{a}_{nn})\bar{X}_n&=A_n \end{aligned}$$

$$(10)\quad \begin{aligned} \bar{X}_0&=\bar{\beta}_{00}A_0+\bar{\beta}_{01}A_1+\cdots\cdots+\bar{\beta}_{0n}A_n\\ \bar{X}_1&=\bar{\beta}_{10}A_0+\bar{\beta}_{11}A_1+\cdots\cdots+\bar{\beta}_{1n}A_n\\ \cdots\cdots&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \bar{X}_n&=\bar{\beta}_{n0}A_0+\bar{\beta}_{n1}A_1+\cdots\cdots+\bar{\beta}_{nn}A_n \end{aligned}$$

ここで$\bar{\beta}_{ij}$は、體系に第0行と第0列が加つたという事實の分だけ$\bar{b}_{ij}$と異つている。

さて、これらの$\bar{\beta}$と$\bar{b}$とが齟齬する大きさはどれだけであろうか。これは重要な設問である。何故なら、もしこの質問に答えることができれば、われわれは(3)と(4)とを、上述とは逆の方向に變更することの結果をも豫測できるからである。すなわち、以上ではわれわれは一定不變の$\bar{X}_0$を可變とすることによつてn次の體系を$n+1$次に擴大したのであるが、もしそのことの結果が計測できれば、今度は反對に、例えば$\bar{X}_1$を一定不變としてn次の體系を(註4)$n-1$次に縮小することの結果をも計測できる筈だからである。

上述の問いに答えることは容易である。いま計算の結果だけを記せば、(註5)

$$\bar{\beta}_{ij}-\bar{b}_{ij}=\frac{\bar{\beta}_{i0}\bar{\beta}_{0j}}{\bar{\beta}_{00}}\qquad (i,j=1,2,\cdots\cdots,n)$$

である。これについては、次のような解釋が可能である。ある自發的支出A_jが増加したとき、$\bar{\beta}_{ij}$や$\bar{b}_{ij}$はそのA_jの増加が$\bar{X}_i$に及ぼす乘數效果を示すが、その中$\bar{\beta}_{ij}$は$\bar{X}_0$が自由に動きそれがさらに$\bar{X}_i$の増加を誘發する場合の乘數效果を示し、$\bar{b}_{ij}$は$\bar{X}_0$が不變に保たれ第二次的誘發支出が生じない場合の乘數效果を示す。いうまでもなく前者は後者よりも大であり、その差は間接的(もしくは誘發的)效果を表す右邊の項で示されている。これは、A_jの増加に基いて$\bar{X}_0$が増加する大いさ$\bar{\beta}_{0j}$に、$\bar{X}_i$が増加する大いさ$\bar{\beta}_{i0}/\bar{\beta}_{00}$を乘じたものに等しい。(註6)

讀者はさらに體系を縮小する場合についても同樣の關係を計算かつ解釋することによつて、上述の議論に對する自分の理解をテストすることができるであろう。

(註1) 開いた體系と閉じた體系との相異については、Leontief, *op. cit.*, pp. 205—207 參照。

(註2) レオンティエフはこの依存關係を

$$\begin{vmatrix} 1 & -a_{01} & \cdots\cdots & -a_{0n}\\ -a_{10} & 1-a_{11} & \cdots\cdots & -a_{1n}\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & & \cdots\cdots\\ -a_{n0} & -a_{n1} & \cdots\cdots & 1-a_{nn} \end{vmatrix}=0$$

という條件で表現した。Leontief, *op. cit.*, pp. 46—47.

(註3) 利潤ゼロの各産業はその總收入の全額を支出するから、さきに述べたように、$j=1,2,\cdots\cdots,n$については

$$\bar{a}_{0j}+\bar{a}_{1j}+\cdots\cdots+\bar{a}_{nj}=1$$

である。しかし、この所得乘數體系が發散しないためには、家計の總所得には支出されない部分がなければならない。すなわち、經驗上の理由（もしくは體系の「安定性」）から

$$\bar{a}_{01}+\cdots\cdots+\bar{a}_{0n}=1-\text{正の貯蓄項}$$

でなければならない。

（註4） *Activity Analysis* の中における Harlan M. Smith の論文 "Uses of Leontief's Open Input-Output Models", pp. 132—141 は、この種の問題を詳細に論じている。

（註5） これは次のように計算される（以下混同の虞れがないから、簡便化のための係數の上のバーを省く）。いま(9)の係數の行列式をαとすると、(3)′の係數の行列式は α_{00}（α_{00} はαの第0行第0列に關する餘因數）である。故に

$$\beta_{ij}=\frac{\alpha_{ji}}{\alpha},\qquad \bar{b}_{ij}=\frac{\alpha_{00ji}}{\alpha_{00}}$$

從って

$$\beta_{ij}-b_{ij}=\frac{\alpha_{00}\alpha_{ji}-\alpha\alpha_{00ji}}{\alpha\alpha_{00}}$$

一方

$$\frac{\beta_{i0}\beta_{0j}}{\beta_{00}}=\frac{\dfrac{\alpha_{0i}}{\alpha}\cdot\dfrac{\alpha_{j0}}{\alpha}}{\dfrac{\alpha_{00}}{\alpha}}=\frac{\alpha_{0i}\alpha_{j0}}{\alpha\alpha_{00}}$$

しかるに、ヤコービの定理により、$\alpha_{0i}\alpha_{j0}=\alpha_{00}\alpha_{ji}-\alpha\alpha_{00ji}$。依って本文の關係が成立する。

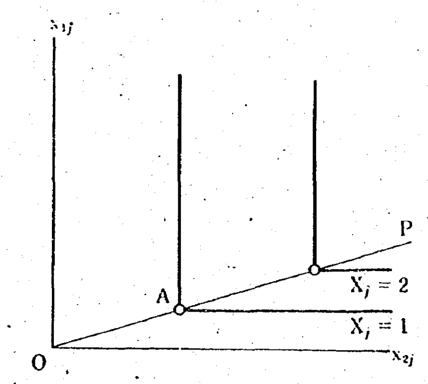
（註6） すなわち

$$\left(\frac{\Delta\bar{X}_i}{\Delta A_j}\right)_{\bar{X}_0=\text{variable}}-\left(\frac{\Delta\bar{X}_i}{\Delta A_j}\right)_{\bar{X}_0=\text{constant}}=\frac{\Delta\bar{X}_i}{\Delta\bar{X}_0}\,\frac{\Delta\bar{X}_0}{\Delta A_j}$$

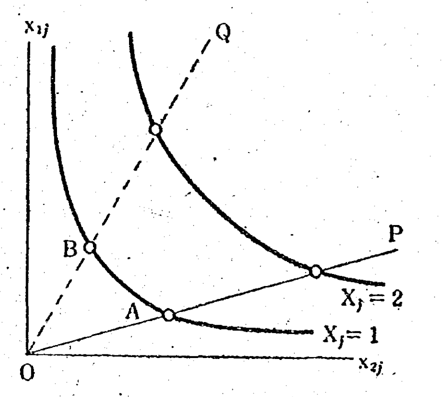
八、代替の可能性について

レオンティエフはいわゆる固定的生産係數の假定の下で分析を行つたから、彼の體系では、新古典派的なクラーク＝ウィックスティード＝ワルラスの生産理論に見られるような代替可能性は排除されると一般には考えられている。しかしながら、ジョルジェスク・レーゲンとサムエルソンとは一九四九年それぞれ別個に、只ひとつの基本生産要素の存するレオンティエフ體系では、彼の理論のすべてが生産要素の代替の可能な一般の場合と相容れることを明かにした。(註1)

その結論と推理は簡單に要約できるけれども、それにはまず必ずそうなる筈のことを直觀的な仕方で讀者に示しておくのが便利であろう。そこでいま、レオンティエフ體系で賃銀が引上げられたと想定しよう。そのとき、各産業の雇傭量にはいかなる結果が生ずるであろうか。この問いに對して、一部の經濟學者は、もし代替が可能ならば他の生産要素（例えば機械）が勞働に代置せられ、雇傭は減少する筈だと答える氣になろう。けれども、勞働のみが基本生産要素であり、それ以外の財はすべ



第　二　圖



第　三　圖

て不變の費用で再生産され得るレオンティエフ體系では、一切の價格が投下勞働量で表されたことを想起しよう。(註2) そのときには、賃銀が引げられれば、當然機械の費用もまた同一の比例で上昇し、すべての相對價格は不變にとどまる。從つて、たとえ技術上の代替が可能であつても、實際にはその代替は行われず、同一の生産係數が觀察されつづけることは容易に理解せられる。かくして、レオンティエフ體系では、いかなる消費量や勞働量の變動も、つねに相對價格を不變にとどめ、そのことによつて潛在的な代替可能性を事實上の代替に轉化せしめないのである。

第二圖は固定的生産係數をもつレオンティエフ型生産函數を示し、第三圖は規模に關する收益不變と比例に關する收益遞減とに服する古典的標準的な生産函數を示している。いま産出物の一單位すなわち $X_j=1$ に該當する等量曲線に住目してみると、第二圖では、それの屈折點Aがただ一つの有效な生産係數の組合せ a_{1j}、a_{2j} を與えるが、それに對し第三圖では、そのような組合せはA點のみならず同じ曲線に沿つて無數に存在する（例えばB點）。

ジョルジェスク・レーゲン＝サムエルソンの命題は次のような主張から成立つている。すなわち、もしある特定の消費の型の下において、OP に沿う諸點が觀察されたならば、たとえどのように消費が變つても、他の技術的組合せ（例えば點線 OQ で示される如き）は決して觀察され得ないであろう、ということが之である。換言すれば、單に事實の觀察のみからして、第二圖の固定的係數の事例が眞實なのか、それとも第三圖の可變的係數の事例が眞實なのか、われわれは推斷することを許されないのである。

この命題は限界生産力理論を援用して容易に證明される。(註3) しかし、レオンティエフ理論の枠組の中でも、それは次のような推論を通じて簡單に知られるであろう。いま、第一産業が一組

の生産係數 a_{01}、a_{11}、……、a_{n1} の他に代替可能なもう一組の生産係數 a_{01}'、a_{11}'、……、a_{n1}' をもっているとしよう。そこでまず、價格の方程式(7)を本來の a について解いて P_1、P_2、……、P_n を求め、次に a_{01}、a_{11}、……、a_{n1} の代りに、假りに新しい a_{01}'、a_{11}'、……、a_{n1}' を置換えてみた上で、そこに含まれる P_2、……、P_n に、さきに解かれた値を代入し、P_1 を求めてみる。さて、このようにして求められた P_1 をもとの a について解かれた P_1 と較べてみるならば、その大小關係はどうであろうか。確かに、そのときの特定のCの下では當然そのいずれかが他よりも小さい筈であるから、議論を明確にするため、a の方が a' より小さい P_1 を與えると決めよう。かくしてわれわれは、このCの下で、決定的に a' を棄てることができる（序ながら、ここで「われわれ」というのは、「完全競爭市場の見えざる手」のことである）。さて、a がこのように特定のCの下における最適要素結合であることを見極めた上で、今度はCを大幅に變化させてみよう。何が生ずるか。このCの下で、われわれはふたたび(7)によって同様の計算を行うことができる。しかし、決定的な事實は、これらの方程式はCやXの如き外延的な大いさを含まず、從っていかにCを動かしてもその解を變えないということである。故に、もとのCの下で眞であったことは、依然として新しいCの下でも眞であり、ふたたび a' は費用高の故をもって拒けられ、以前の a が採用しつづけられねばならない。(註4)

（註1） N. Georgescu-Roegen, "Some Properties of a Generalized Leontief Model", in *Activity Analysis*, pp. 165—173, esp. p. 171, Corollary 10. 3. P. A. Samuelson, "Abstract of a Theorem Concerning Substituability in Open Leontief Models" *op. cit.*, pp. 142—146. なお、線形計畫論的裝置によるこの定理の證明については、同じ書物所收のクープマンスとアロウの論文を參照せよ。

（註2） 第三節參照。

（註3） サムエルソンの證明を摘記しておく（*op. cit.*, pp. 143—144）。各産業の一次同次の生産函數は

(i)　$X_i=F_i(x_{0i},x_{1i},\cdots\cdots,x_{ni})\qquad(i=1,2,\cdots\cdots,n)$

と書かれるから、

$$C_i=F_i(x_{0i},x_{1i},\cdots\cdots,x_{ni})-\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\qquad(i=1,2,\cdots\cdots,n)$$

である。ところで、均衡においては、最終需要量 C_1, C_2, ……, C_n は所與の總勞働量 X_0 の制約に服しつつ極大になるべきであるから、われわれはそれと等義に

$$C_1=F_1(x_{01},x_{11},\cdots\cdots,x_{n1})-\sum_{j=1}^{n}x_{1j}$$

を

$$\text{(ii)}\quad\begin{cases}F_i(x_{0i},x_{1i},\cdots\cdots,x_{ni})-\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ij}=C_i\quad(i=2,\cdots\cdots,n)\\ 0-\sum\limits_{j=1}^{n}x_{0j}=-X_0\end{cases}$$

に服しつつ極大にすることによって、均衡の條件を求めることができる。ここで $F_0=0$ であるのは、勞働は基本的生産要素であって再生産され得ないからである。さて條件付極大の通常の手段に從って、ラグランジュ式

$$\text{(iii)}\quad\lambda_1C_1+\lambda_2\Big(F_2-\sum_{j=1}^{n}x_{2j}-C_2\Big)+\cdots+\lambda_n\Big(F_n-\sum_{j=1}^{n}x_{nj}-C_n\Big)+\lambda_0\Big(-\sum_{j=1}^{n}x_{0j}+X_0\Big)$$

をつくり（ここで λ_1 は1に等しい）、それを x_{ij} のおのおのについて微分して

$$\text{(iv)}\quad\lambda_i\frac{\partial F_i}{\partial x_{ij}}-\lambda_j=0\qquad\begin{pmatrix}i=1,2,\cdots\cdots,n\\ j=0,1,2,\cdots\cdots,n\end{pmatrix}$$

を得る。これらからラグランジュ乘數λを消去すれば、われわれは結局

$$\text{(v)}\quad\frac{\partial F_1}{\partial x_{11}}=1,\quad\frac{\partial F_1}{\partial x_{i1}}\frac{\partial F_i}{\partial x_{ji}}-\frac{\partial F_1}{\partial x_{j1}}=0\qquad\begin{pmatrix}i=2,\cdots\cdots,n\\ j=0,1,2,\cdots\cdots,n\end{pmatrix}$$

を得る。これらの方程式は $1+(n-1)(n+1)=n^2$ 個あり、われわれの未知數 x_{ij} は $n(n+1)=n^2+n$ 個ある。不足の n 個の方程式は、C_2、……、C_n と X_0 に特定の値を與えることによって補われる。しかしながら、われわれの假定によって、生産函數 F_i は一次の同次であり、從ってそれらの偏導函數 $\partial F_i/\partial x_{ji}$ は零次の同次であるから（すなわち、規模に關する收益不變の假定によって、限界生産力はすべて投入物の比にのみ依存するから）、われわれの n^2 個の方程式は n^2+n 個の x_{ij} を含む代りに、n^2 個の $\frac{x_{ij}}{x_{0j}}$ のみを含むように書き改められる筈である。それ故、方程式(v)は C_i、および X_0 から獨立に生産要素の比率 $\frac{x_{ij}}{x_{0j}}$ を決定する。これらの比率がつねに不變であり、かつわれわれの生産函數が一次の同次であることをいま一應考慮すれば、觀察される生産係數 a_{ij} もまたつねに不變であることは明かである。

（註4） 本文の證明において、嚴密には次の二點が註釋を必要とするであろう。第一に、いわゆる《tie》が生ずる可能性のあること、すなわち、a を用いたときの P_1 と a' を用いたときの P_1 とがたまたま同一であるような場合もなきにしもあらずであることに注意すべきである。しかし、この種の限定は證明の本質を損うものではない。

第二に、烱眼な讀者は、われわれが(7)の第一式に P_2、……、P_n の値を代入するとき、もとの a について解かれたそれらの値を用いたことに氣をとめたであろう。もしその代りに、第一産業に a' を用いた體系について解かれた P_2、……、P_n を代入したならば、どうであろうか。もし本文の場合、a の下での P_1 が a' の下での P_1 よりもすぐれているのに、そのような代入すべき P_2、……、P_n の選擇によってその結果が逆轉するようであれば、われわれの立論は重大な困難を含むことになるであろう。しかし、幸運にもそのよ

うな矛盾があり得ないことは、次のような考察から判明する。まずわれわれは、第一式を除いた(7)の $n-1$ 個の方程式を $n-1$ 個の變數 P_2、……、P_n について解くことができる。それらの解はパラメター P_1 の一次函數であり、かつその中に含まれる係數はすべて第一式の係數からは獨立であるから、第一式に a を選ぶか a' を選ぶかによつて影響を受けない。さて、これらの P_2、……、P_n を第一式に代入すれば、われわれは遂に P_1 のみの一次式を得、それに a か a' を交替的に代入することによつて、その大小を較べることができるわけである。もし a' を代入することによつて P_1 が高くなれば、他のあらゆる P_j も高くなるから、a' の a より劣ることは歴然たるものであり、しかもその締論は C の大いさによつて影響を受けない。かくして、われわれの定理は、第一産業が a と a' との間に選擇を有する場合について確立される。各 j 産業がそれぞれ a_j 列と a_j' 列との間に選擇をなし得る場合には、われわれは同樣の推論を反復することによつて、列集合 a_1、a_2、……、a_n が、その中の一つもしくはそれ以上の列に a_j' を代入したいかなる列集合よりも、すべての P を小ならしめることを證明することができる。線形計畫もしくは活動分析の用語で言えば、P に關する dual problem は、C の如何にかかりなく、他の活動を《dominate》する活動をもつのである。

（つづく）

追記　本稿を書き終えてから、私は東大古谷弘助教授の「レオンティエフ・モデルの一考察」（金融經濟一九五五年二月號）を手にした。ここに記して、本稿を讀まれる人々の併讀を希望したい。

一八三〇年代におけるイギリス勞働運動

——勞働黨史研究序説——（中）

飯田　鼎

一

わたくしはさきに、イギリス勞働運動の性格を改良主義と規定し、その思想的な根據となるものが、オーエンの社會主義とベンサムの功利主義であり、この二大思潮の歴史的な發展のなかにこそ、勞働黨のイデオロギーの萠芽的な姿を發見しうることを力說した（本誌一月號拙稿の第二節を參照されたい。）まことにオーエン主義とベンサム主義とは、英國社會主義の理論的思想的支柱であるといえよう。云うまでもなくこれらの思想が、勞働者階級の頭腦にしみとおり、彼等の行動の上に大きな影響を及ぼすようになるまでには、十九世紀の大部分をついやさなければならなかつたし、たえずいくつかの障害に出會い、これと對決しなければならない運命にあつたのだ。

資本主義の順調な發展という、いわばめぐまれた環境は、プロレタリヤ階級を、はげしい苦悶の一時期とともに生み落すと同時に、また、資本主義の恩惠の一部にあずかるプチ・ブル層をも排出させる。彼等はブルジョア急進主義——ここではベンサム主義——のいわばチャンピョンとして、資本家勢力の代辯者となり、依然として根强い保守反動勢力に對抗するために、勞働者階級の團結の力を要求し、これを利用し、さらに勞働運動そのものにも、大きな影響をおよぼそうとする。彼等が勞働運動の組織者として登場し、勞働者に團結の力を說くのは、勞働者階級の勢力を革命的なものにしようとするためではない。彼等はみずからその目的——たとえば選擧法改正——を達してしまつたのちは、勞働者階級の革命的な力をおそれ、むしろこれを弱めようとする役割を果そうとする。ベンサム主義者フランシス・プレースは、まさに、そのような意味で典型的な人物であつた。

オーエンがプレースの主張に反對であつたことは、プレース