Title	産業生産性の計測 : 製紙産業への適用
Sub Title	
Author	尾崎, 巌
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1954
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.47, No.12 (1954. 12) ,p.1110(32)- 1129(51)
JaLC DOI	10.14991/001.19541201-0032
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19541201-0032

産業生産性の計測
—製紙産業への適用—
Measurement of Productivity in Industries.
—Application of the Model to Paper Industry—

尾崎巖

目次

序文[1]

(一) 經濟の計量的研究に於ける同時確率方程式（Rondom Simultaneous Equations）の重要性は Haavelmo の先驅的勞作[2]に依つて强調されて來たが、生産理論に對するその適用は、一九四四年のマルシャック及びアンドリウスの論文「同時確率方程式と生産理論」[3]に依つて具體的に確立された。この論文に依つてダグラスの「賃銀論」以來、生産函數測定の問題が、限界生産力說に基く一般均衡論的生産理論の中に占める地位[5]をより明瞭化ならしめたと思はれる。以下の稿は生産函數の諸係數を確率同時方程式系に依る構造パラメタの推定として實際に計測したものであるが、その基本的な意味は前掲論文に負ふ所が多い。

(二) 從來生産函數と呼ばれる概念には二樣の立場が考へられて來た。一つは純粹に工學的なデータ（engineering data）の知識から得られるものであつて、生産工程函數（process production function）或は工學的生産函數（technological or engineering production function）と呼ばれ、特定時期の特定企業（或は産業）に固有の技術的關係を表わし、且つその實現された數量關係は生産者の合理的行爲とは獨立的、また相對價格の變化に對し非彈力的な傾向をもつ（fixed production coefficient）[4]。

他は生産者一般が生産物産出に當つて行はうとする合理的行爲（費用極小原理）の基盤となつてゐる「生産の場」（preference field）の測定であつて、それは「消費者撰好場」の測定に對應するものと考へられる。ダグラスの對數線型に依る生産函數の測定はその推定方式として最小自乘法による單一方程式の測定を用ひたと云ふ點を除けば、まさに「生産の場」としての係數を測定して、限界生産力說に依る生産理論の妥當性を論證しようと試みたものに他な

らない。然し乍ら生産者行爲を反映した結果としての過去の資料(データ)から「生産の場」を推定しなければならないにも拘らず單一方程式(生産函數式)のみを用ひて推定する事は、生産者行爲の變動(shock)を無視してゐる(と共にQ方向に誤差を最小にしてゐる)といふ意味でそれ自體矛盾を含んでゐた。この事はダグラスの測定した生産函數が、「生産の場」と云ふ安定した構造係數を表わし得ない事を意味すると共に、同時方程式推定の必要とされる所以であつて、マルシャックはこの點を指摘したものと考へられる。本稿では勿論後者の測定を試みる。

(三)　さて「生産の場」とは生産者一般が生産物の或る量を産出しようと計畫した場合、その生産量を産出する爲に必要とされる生産要素間の組合せ(技術的結合)であるから、その測定に際しては生産者行爲として費用極小原理を導入する事が妥當と考へられる。かくして測定された生産函數は、勞働、資本の投入と生産物の産出の技術的關係一般を表わしてゐる爲にそれは個企業の生産函數のみならず産業内の投入―産出關係をも示してゐる。一般的に産業生業性の計測と題した所以である。

(四)　以上の論議に依つて本稿に於ては費用極小原理に從つて行動する生産者の模型(モデル)を構成し生産函數のパラメタを構造係數として計測しようと試みた。

計測する部門としては、(一)産業部門として下請け等の錯雜した關係が少ない事、(二)小規模企業から大規模企業に亙つて企業數が比較的多く分布してゐる事、(三)規模別に見て原料の種類に差異が少ない事、等の理由から、製紙産業部門を選んだ。期間は昭和六年から昭和十一年に亙る六年間の資料を用ひた。以下その計測方法と結果を述べる。

(1)　當初から生産の Strutural estimation を爲すに當つて、慶應大學辻村江太郎氏、小尾惠一郎氏、佐藤保氏から多數の論議と批判を頂いた。また小尾氏の論文「蓄積、生産要素相對價格及利用度の構造的關係」三田學誌四十六卷十號は、マルシャックの文と共に本稿の問題提起の出發點となつたものである。特に同一の研究對象を意圖せられて居る小尾氏からは常に有用なる指示を頂いた。この論文の意圖した内容は悉く小尾氏との協同論議の中に發展したものである。本年十月の統計學會に於いて小尾氏はその研究内容を發表されている。亦推定における統計的方法、特に時系列と、クロスセクション分析の併用に就いては消費理論に對する辻村江太郎氏「習慣形成」經濟研究廿九年十月號に負ふ所が多い。ここに併せて謝意を表させて頂く、勿論本稿に關する缺點は、筆者自身が責を負ふものである。

(2)　Trigve Haavelmo "Probability Approach in Econometrics." Econometrica Vol. 12, 1944. supplement.

(3)　Jacob Marshak and W. H. Andrews "Rondom Simultaneous Equations and The Theory of Production" Econometrica Vol. 12, Nov. 1944.

(4)　例へば Chenery "Engineering Production Function" Quarterly Journal of Economics, Nov. 1949

(5)　利潤極大行爲は企業の最適規模決定には必要と考へられる。

第一節　生産のストラクチュア

(一)　問題の所在

從來クロスセクション分析によるダグラス型生産函數 $Q=bL^kR^j$ (Q＝生産量、L＝勞働、R＝資本)の測定に於いては、時系列に對し勞働の生産性 k と資本の生産性 j の値が不安定であり、更に理論的に生産函數は一次の同次性を滿足すべきであるのに對して得られた $k+j \neq 1$ と云ふ結果を單に收益遞增(或は遞減)の現象と説明して、それ以上の構造的解明を試みて來なかつた樣に思はれる。更に亦最小自乘法に依る單一方程式の推定では、各年度別に得られた結果を豫測に用ひ得ないことも當然であろう。試みに製紙産業に於ける生産函數を最小自乘法に依つて計測した結果を示せば第一表の如くなる。本稿の第二節以下で得られた結果と比較する事は興味深い。亦昭和八年の如き最小自乘法に依つて屢〻生ずる k、j の負號の解釋に就いては如何なる説明も與へ得ないであろう。

具體的に本稿は以上二點に對する計量經濟學的解明を目的としてゐる。

かくしてkとjの時系列に對する不安定性は、生産のストラクチュアとクロスセクション分析に對する批判の缺除に由來するものであり、一次の同次性を破壞するものは、規模別に見た企業の異質性に原因するものと考へる。(2) 後者の異質性を取除く爲にストラクチュアを構成するに當つて、規模別の等質化函數（簡單に規模函数と呼ぶ）を導入した。以下の項はストラクチュアの構成と規模函數の函數型決定の方法を取上げる。後述する如く、データの極端な制約と相俟つて得られた計測結果から規模函數パラメタの構造的性格を十分に解明することが出來なかつた。然し乍ら、生産函數の計測を出發點として更に企業者の投資行爲及び生産の蓄積過程（成長率）等の理論構造を明らかならしめる爲めには、該函數の經濟學的意味の究明こそ肝要であると考へられる。

第一表　最小自乘法による製紙産業の生産函数　$Q=bL^kR^j$

	6 年	7 年	8 年	9 年	10 年
k	1.280497	1.242895	1.743214	1.295920	0.681272
j	0.153756	0.201259	−0.128703	0.193990	0.491671
$k+j$	1.434253	1.444154	1.614511	1.489910	1.172943

(二)　假説と基本的な模型（shock model）

同一商品を生産する企業の集團としての一産業部門を考へる。完成生産物（附加價値）をQ、生産要素として勞働をL、資本をRで表わす。假説として生産の場（生産函數）をその最も簡略なる形として對數線型場（ダグラス型）で近似する。つまり統計學的には對數線型に依る生産性測定の近似度檢定の問題に歸着するであろう。

(1)　$Q=bL^kR^j\cdot u_1$

こゝにbは常數、k、jは夫々勞働及び資本の生産量に對する彈力性を表わしており、何れも計測さるべき構造係數である。更にu_1は平均値が零、分散σ_u^2なる對數正規分布をなすrandom shockであり、生産の場(1)式に對する函數形の誤差、導入さるべき變數の不足、或は經濟現象以外の變動條件（例へば氣候の變化等の生産技術に及ぼす影響）等を表わす殘餘項（residual term）であつて、時系列に對して安定した分布をなしてゐるものと想定される。

さて構造方程式の他の一つは與へられた生産技術と市場條件の下に費用極小原理に從ふ企業者の合理的行爲（rational behavior）を表わす式であつて、周知の限界生産力均等の式に他ならぬ。

(2)　$\dfrac{k}{\mathrm{L}w}=\dfrac{j}{\mathrm{R}\cdot r}\cdot u_2,\quad k,\ j>0,$ (2)

こゝにwとrは夫々勞働に對する價格（賃銀）と資本の價格（後述）であり、u_2は企業者の行爲に對するrandom shockであつて、u_1と同樣に安定した對數正規分布としてその平均値零、分散σ_{u2}^2及び(1)式のu_1との共變量σ_{u1u2}を持つものと想定される。

(1)式と(2)式の對數形をとるとそれ等は共に費用極小原理の下に行爲する企業理論のlinear structurを構成する。

(3)　$\bar{Q}-k\bar{L}-j\bar{R}-\bar{b}=\bar{u}_1$

(4)　$\bar{R}-\bar{L}-\bar{w}+\bar{r}+\bar{k}-\bar{j}=\bar{u}_2$

(5)　$E(\bar{u}_1)=E(\bar{u}_2)=0,\quad \mathrm{var}\,\bar{u}_1=\sigma_{u1}^2,\quad \mathrm{var}\,\bar{u}_2=\sigma_{u2}^2,\quad \mathrm{covar}(\bar{u}_1\bar{u}_2)=\sigma_{u1u2}.$

(3)式、(4)式、(5)式）各文字の橫棒（bar）は對數を意味するものとする。

このストラクチュアに於いて、内生變數はLとR、外生變數はQ、w、rの三つである。

クロスセクション分析に於いては、規模別にwとrが異つた外生變數として與へられて居れば(4)式はjust-identifiable (3)式はover-identifiableであるが、若しその場合w/rが一定で與へられておれば、體系はjust identifiable

である。更に w/r が未知の場合にはクロスセクション分析に對して時系列分析を併用しなければならない事に注意しなければならない。

(3)(4)(5)が以下實際に計測されるストラクチュアの基本的な原型となる。

㈢　變數の性格と資料の制約

さて(3)(4)の構造方程式に含まれる諸係數に就いて考察を進めよう。

理論的に、生產量Qは生產數量よりも生產金額でとられるべきであり、勞働Lは等質化された勞働時間で計られるべきであらう。更に資本Rの項は企業の保有する固定資本の實質額（貨幣額）と考へられ、更にその實働部分をとるべきである。

以上の資料として、一產業に於ける投入と產出の關係を測定する目的の爲には、クロスセクションの資料を利用することが望ましい。綜合的（アグリゲイティブ）な資料の時系列分析に依つては各變數の異質性を直接考察し得ないからである。規模別の資料としては工場統計表（現在は工業統計表）に依る以外に適當な資料を發見し得なかつた。然るに該表に於いては生產額Qに對しては目的とする規模別生產金額の系列が得られるのであるが、勞働の項Lに對して規模別職工數を得るのみであつて、その規模別操業時間を得ることが出來ない。更に資本Rの項に對すると考へられるものは規模別の原動機實馬力數の實働部分の數値が記載されて居るに過ぎなかつた。從來Rに實馬力數を利用した場合には、アプリオリに固定資本と實馬力數の比例性が假定されて居たのであるが、果たしてその比例性は存在するだらうか？。然し乍ら例へ固定資本の實質額を各企業の固定資本の實質額を各企業の固定資產額として把へ得たとしても、それは各企業者の主觀的評價額であつて信頼し得る資料とは云へないであらう。寧ろ實馬力數を用ひてそれを固定資本の客觀的實質額に調整する函數の導入を試みたのである。

次に賃銀 w は企業者が勞働を需要する際の契約賃銀と考へられるが、他方資本の價格 r の性格は明らかではない。固定資本の市場價格（例へば機械設備の市場價格）を r と考へる事は各企業の固定資本の保有量が既に現存してゐる場合には不當であらう。寧ろ r は固定資本を實働する爲の抵抗要素（例へば利子、運轉費等）と考へるべきである。w も r も資料としては得られない。その意味に於いて w も賃銀のみならず勞働需要に對する一般抵抗要素を包括するものと考へ、w/r を勞働と資本の相對價格と考へて未知の變數として扱つた。構造係數の測定と同時に、ストラクチュアから逆に推定さるべき性質の變數であると考へられる。

㈣　測定の爲のストラクチュア——規模別等質化函數の導入

前項に述べたデータの制約により(3)式(4)式の基本的な體系を、計測し得る構造方程式系に變形しなければならない。勞働量L（職工數）は規模別（企業別）に見て勞務管理等の異る諸條件に依り大規模企業と小規模企業では、異質的なものと考へられる。全規模を通じて等質的な勞働量を職工數で把えられたLに對して $f_L(L)\cdot L$ で表わす。$f_L(L)$ を等質化函數と名づける。$f_L(L)$ は職工數Lの小なる企業と、Lの大なる企業では、一人の職工數の有する勞働力は異ると云ふ事を表わしてゐる。その函數形は未知である。

原動機の實馬力數Rは眞の資本額ではない。小規模企業に於ける一馬力に對應する資本の實額と大規模企業の一馬力に對するそれとは異るであらう。等質化函數はRの函數と考へられる。全規模を通じて等質的に測られた資本を、$f_R(R)\cdot R$ で表わされるものと假定する。構造方程式(3)(4)(5)は次式となる。

$$(6)\quad Q=b(f_L\cdot L)^{\alpha}(f_R\cdot R)^{\beta}\cdot u_1.$$

(7) $$\frac{k}{\overline{(f_L\cdot L)}\cdot w}=\frac{j}{\overline{(f_R\cdot R)}\cdot r}\cdot u_2$$

(6)、(7)式を對數線型で表わせば、(6)′、(7)′を得る。

(6)′ $$\overline{Q}-k\overline{(f_L\cdot L)}-j\overline{(f_R\cdot R)}+\overline{b}=\overline{u}_1,\quad k>0,\quad j>0$$

(7)′ $$\overline{(f_L\cdot R)}-\overline{(f_L\cdot L)}-\overline{\left(\frac{w}{r}\right)}+\overline{\left(\frac{k}{j}\right)}=\overline{u}_2$$

(8) $$E(\overline{u}_1)=E(\overline{u}_2)=0,\quad \mathrm{var}\,u_1=\sigma_{u1}^2,\quad \mathrm{var}\,\overline{u}_2=\sigma_{u2}^2,\quad \mathrm{covar}\,(\overline{u}_1\overline{u}_2)=\sigma_{u1u2}.$$

第(1)項に述べた通り w/r が規模別に一定且つその値が外生的に與へられると假定すれば體系は just identifiable である。$\overline{(f_L\cdot L)}$ と $\overline{(f_R\cdot R)}$ の $\overline{Q}$ に對する誘導形を導けば

(9) $$\overline{Q}=(k+j)\overline{(\psi_L\cdot L)}+b\overline{\left(\frac{wj}{kr}\right)^j}+\overline{u_1\cdot u_2^j}\quad k>0,\quad j>0$$

(10) $$\overline{Q}=(k+j)\overline{(\psi_R\cdot R)}+b\overline{\left(\frac{wi}{kr}\right)^{-k}}+\overline{u_1\cdot u_1^{-k}}$$

を得る。この式は $w/j=$const. の條件の下に於いて Q,（$f_L\cdot L$),（$f_L\cdot R$）の關係が線型（linear form）である事に注意しなければならない。次に問題となる $f_L(L)$, $f_R(R)$ の函數型の導出は製紙部門への實際の計測と共に次節に於いて述べることにする。

（1）小尾惠一郎・前揭論文に於いて資本の異質性が既に指適されている。特に規模係數（$\psi\cdot R$）なる形に於いて、$\psi=R^{\delta}$ なる函數型を考へておられる。

（2）$k, j>0$ の條件は Cost minimization の安定條件である。Shephard "Cost and Production, Funcetion" Priceton, 1952. に於いて、費用極小原理の條件が詳細に述べられている。

第二節　計測——製紙産業

(1) 規模別等質化函數の統計的導出

序文に述べた理由から製紙産業の計測を試みる。假説として生産函數を對數線型で近似し(6)式の成立)、その誘導形(9)′、(10)′の兩式が線型になると云ふ豫想の下に次の(8)、(10)式を觀測した。

(9)′ $$\overline{L}=\alpha_L\overline{Q}-\overline{\beta_L}-v_L$$

(10)′ $$\overline{R}=\alpha_R\overline{Q}-\overline{\beta_R}-v_R$$

こゝにLとRは工場統計表から得られた職工數と實働實馬力數であり、v_L と v_R は reduced form shock α_L α_R β_L β_R は夫々 reduced form parameter である。昭和六年から十年に亙つて得られた結果は第一表に示された様に極めて高い相關係數でその適合度を良好に示した。この事から二つの情報（インフォーメーション）が得られる。第一に(9)′、(10)′で觀測された函數形と、對數線型に依る生産函數の想定の下に得られた線型誘導形の成立(9)、(10)式を比較する事に依つて、等質化函數形を次式に決定し得る。

(11) $$f_L(L)=a_1L^{s1},\quad f_R(R)=a_1R^{s2}.$$

(11)式を用ひて(6)式のダグラス型生産函數を測定してそのパラメタが安定する事を示す事に依り假説としての對數線型場の近似度檢定を行はうと試みるのである。この場合 s_1 s_2 と k・j を識別する爲には更に (12) $k+j=1$ のアプリオリ・インフォーメーションを必要する。

〔第一表〕

	$\hat{\alpha}_L$	$\overline{\beta}_L$	r_{LQ}^2	$\hat{\alpha}_R$	$\overline{\beta}_R$	r_{RQ}^2
6年	0.65088955	1.781461	0.99778	1.0709580	3.249893	0.98934
7〃	0.62695327	1.615085	0.99417	1.1214331	3.326339	0.98927
8〃	0.65393142	1.738166	0.99543	1.1214331	3.746529	0.98501
9〃	0.60917083	1.750853	0.99070	1.041204	3.344561	0.98065
10〃	0.64829861	1.700309	0.99661	1.134232	3.839850	0.99762

$\overline{L}=\alpha_L\overline{Q}-\beta_L-V_L$　　　$\overline{R}=\alpha_R\overline{Q}-\beta_R-V_R$

$\overline{\beta}_L, \overline{\beta}_R$ は Q を物價指數で deflate した値　　山田雄三編　國民所得推計より卸賣物價をとる

第二に(9)′、(10)′の観測された線型の良好な性質は、(9)、(10)式の誘導形の線型の性質に對應せしめることに依つて、生產要素の相對價格 w/r の規模に對する一定性を檢證した事になる。w/r=const と $k+j=1$ の兩インフォーメーションは、時系列の併用によつて原理的に構造方程式を識別可能 (just identifiable) ならしめる。

(12)式を(9)、(10)式に代入して、觀測され得る形の誘導形を導出し得る。

(13)　$\overline{L}=\dfrac{1}{1+s_1}\overline{Q}-\left(\dfrac{\overline{B}}{1+s_1}+\dfrac{j\overline{A}}{1+s_1}\right)-\dfrac{1}{1+s_1}(\bar{u}_1+j\bar{u}_2)$

(14)　$\overline{R}=\dfrac{1}{1+s_2}\overline{Q}-\left(\dfrac{\overline{B}}{1+s_2}-\dfrac{k\overline{A}}{1+s_2}\right)-\dfrac{1}{1+s_2}(\bar{u}_1-k\bar{u}_2)$

但し $B=ba_1{}^k a_2{}^j$,　$A=\dfrac{a_1 jw}{a_2 kr}$

(15)　$k+j=1$,　$k>0$,　$j>0$

誘導形係數と構造方程式係數の關係は次の様になるであらう。

(16)　$\begin{cases}\alpha_L=\dfrac{1}{1+s_1}, & \beta_L=\alpha_L(\overline{B}+j\overline{A}), & \sigma_{v_L}{}^2=\alpha_L{}^2(\sigma_{u1}{}^2+j^2\sigma_{u2}{}^2+2j_{u1u2}) \\ & & \sigma_{v_R}{}^2=\alpha_R{}^2(\sigma_{u1}{}^2+k^2\sigma_{u2}{}^2-2k\sigma_{u1u2}) \\ \alpha_R=\dfrac{1}{1+s_2}, & \beta_R=\alpha_R(\overline{B}-j\overline{A}), & \sigma_{v_L v_R}=\alpha_L\alpha_R(\sigma_{u1}{}^2-kj\sigma_{u2}{}^2+(j-k)\sigma_{u1u2})\end{cases}$

(2)　k、jの推定方式——クロスセクション分析と時系列分析の併用——

測定された α_L, α_R, β_L, β_R, $\sigma_{v_L}{}^2$, $\sigma_{v_R}{}^2$, $\sigma_{v_L v_R}$ の七つの値から、諸種の構造パラメタを推定するのに(15)の關係式を用ふ。k、jの推定の爲に(16)式を整頓すれば、アプリオリ・インフォーメーションと共に次の五つの式が考へられる。

(A)　$V_L=U_1+j^2U_2+2jU_{12}$

(B)　$V_R=U_1+k^2U_2-2kU_{12}$

(C)　$V_{LR}=U_1-kjU_2+(j-k)U_{12}$

(D)　$k+j=1$,　$k>0$,　$j>0$

(E)　$A=\dfrac{a_1 jw}{a_2 kr}=\delta(\equiv\overline{\beta}_L-\overline{\beta}_R)$

但し　$\begin{cases}V_i=\sigma_i{}^2 \ (i=1,2) \\ V_{LR}=\sigma v_L v_R \\ U_i=\sigma_{ui}{}^2 \ (i=1.2) \\ U_{12}=\sigma_{u1u2}=\text{covar}(\bar{u}_1\bar{u}_2)\end{cases}$

之等の關係に於いて未知數は、kとj、u_1、u_2、u_{12}の五つであつて、若し外生變數としてⒺ式の$\dfrac{a_1w}{a_2r}$の値が得られれば、之等の式から各年度に對するクロスセクションデータによりkとjを推定する事が出來るであらう。然し乍ら前述の通り$\dfrac{a_1w}{a_2r}$の値をデータとして知るべくもない。k、jの決定に對してⒺ式を用ふることは不可能である。

Ⓔ式に代はるものとして、一つの假説を導入する。始めに述べた通り、structural shock の分散 $U_{12}=\sigma_{u_1u_2}$ は技術的生産函數のショックu_1と企業者行爲のショックu_2の間の共變量である。各年度に對しては、u_{21}をアプリオリに零と置くことは許されない。(例へば經濟外的な變動の效果は生産技術の場と企業者行爲の兩者に變動を與へ得る)。然し乍ら、一般に Structural shock の分散 U_1U_2 と共變量U_{12}は各、平均値u_i、分散$\sigma_{u_i}^2$をもつたΓ分布をなす抽出變動を伴ふものであることが知られてゐるが、特にU_{12}の場合平均零と推論する事は不自然な假説ではないと思われる。つまり各年度別に對してU_{12}は抽出變動 (sampling variation) として平均値零の同りに分散して表われると考へるのである。Ⓔ式の代りにⒻ式を導入する。

Ⓕ　$E(U_{12})=0$

かくして、Ⓐ——Ⓓ、Ⓕ式から$k\cdot j$の推定には各年度のクロスセクション分析に加ふるに、それ等の時系列分析をも併用しなければならなくなる。各年度毎に推定される$U_1U_2U_{12}$の推定値は夫々ε_1、ε_2、ε_{21}、なる抽出變動を受けた値と考へなければならない。かくして各年度に對するⒶ—Ⓒの關係は實際には次の様なものとなる。

(A′)　$V_L=(U_1+\varepsilon_1)+j^2(U_2+\varepsilon_2)+2j(U_{12}+\varepsilon_{12})$

(B′)　$V_R=(U_1+\varepsilon_1)+k^2(U_2+\varepsilon_2)-2k(U_{12}+\varepsilon_{12})$

(C′)　$V_{LR}=(U_1+\varepsilon_1)-kj(U_2+\varepsilon_2)+(j-k)(U_{12}+\varepsilon_{12})$

勿論 $U_{12}+\varepsilon_{12}\neq0$ の關係が存在する。從つて一年度だけからは$k\cdot j$を決定出來ないであらう。

各年度毎に得られた V_L, V_R, V_{LR} の値の抽出變動を最小にして、U_1, U_2, U_{12} の値を推定する爲には、この場合の、V_L, V_R, V_{LR} の時系列に對する平均値が quasi-maximum likelihood estimate と、一致推定値となる事は容易に示される。しかるにⒹの假定により、時系列でプールされた關係としては $E(U_{12})=0$ となる故、Ⓐ—Ⓕは更に次の様な關係となるであらう。

(A″)　$\overline{V}_L=E(U_1)+j^2E(U_2)+2jE(U_{12})$

(B″)　$\overline{V}_R=E(U_1)+k^2E(U_2)-2kE(U_{12})$

(C″)　$\overline{V}_{LR}=E(U_1)-kjE(U_2)+(j-k)E(U_{12})$

(D)　$k+j=1,\quad k>0,\quad j>0$

(F)　$E(U_{12})=0$

この五つの式からk、j、u_1、u_2、n_{12}（零）を推定する事は可能である。若し得られたkとjの値が安定してゐたならば、それは對數線型による生産函數の近似（(6)式）及び企業者の合理的行爲の假説と共に、$E(u_{12})=0$ の假定の妥當性を檢定し得た事になるであらう。

(3)　計測の結果

第一表の數値を用ひて計算した結果を第二表に示す。時系列に對する期間は六年—十年の五ヵ年を用ひてその推定値を算出した。更に第三表は第二表の結果を用ひクロスセクションと時系列の併用に依つて得られた各構造係數の推定値である。

〔第二表〕

	$\overline{L}=\alpha_L\overline{Q}-\beta_L-v_L$			$\overline{R}=\alpha_R\overline{Q}-\beta_R-v_R$		
	$n\sigma_{v_L}^2$	$v_1=\sigma_{v_L}^2/\alpha_L^2$	$1/\alpha_L=1+s_1$	$n\sigma_{v_R}^2$	v_2	
6 年	0.2452954	0.00138516	1.53636	3.2186621	0.00671358	
7 〃	0.6022019	0.00348192	1.59502	3.2433797	0.00643846	
8 〃	0.5566727	0.00278752	1.52921	5.436700	0.00925703	
9 〃	1.1803764	0.00636169	1.64158	7.254093	0.01335833	
10 〃	0.4629058	0.00271399	1.54250	0.991994	0.00148002	
	$n\sigma_{v_Lv_R}$	v_3	$1/\alpha_R=1+s_2$	$\overline{(a_1jw/a_2kr)}$		
6 年	0.0213378	0.00007323	0.933743	0.297607		
7 〃	0.6944908	0.0023528	0.934580	0.532651		
8 〃	1.2036421	0.0035145	0.891716	0.682872		
9 〃	1.2512962	0.0039456	0.960426	0.73584		
10 〃	−0.3577539	−0.00093383	0.881654	0.76269		

規模別等質化函數 $f_L(L)$ と $f_R(R)$ の係數 a 及び s は、時系列に對して安定した構造係數ではなく、毎年異つた値をとる係數である。若しも a_1 a_2、s_1 s_2、の年々の變化に對するシステマティックな變動を經濟學的に說明し得るならば、そのシステマティックな變動の係數こそは第三表と同じ構造係數を示すものと考へられ、それ等に對する變動分析が、測定された生産函數を基本にして更に展開される生産理論の計量經濟學的究明へ導くであらうと豫斷されるのである。

第三節　假說の檢定

〔第三表〕

$k=0.797653$
$j=5.202347$
$(k+j=1,\ k>0,\ j>0)$
$U_1=\mathrm{var}(u_1)=0.002935575$
$U_2=\mathrm{var}(u_2)=0.0070945538$
$U_{12}=\mathrm{covar}(u_1u_2)=0$

以上の分析で得られた結果が果して意圖したる構造係數を表わしてゐるかどうかを檢定しなければならない。データの制約からクロスセクション分析と、時系列分析を併用した爲に各年度別に得られるものの安定性を比較する方法は斷念せざるを得ない。かくして k と j の安定性を檢定する方法として昭和十一年を六年十年の資料から得られた結果に依つて豫測すると云ふ方法を用ひた。

s_1 と s_2 に就いては昭和十一年の値を知る事が出來ない。然し第二表に依れば、s_1 と s_2 の動きが rondom である事から昭和十一年の s_1 と s_2 を昭和六年から昭和十年迄の平均値として定めた。更に a_1 と a_2 に就いては、w/r の概念の不明確さと資料の缺如から測定出來なかつた係數である爲豫測には次の如く $(ba_1^ka_2^j)$ の項を落した式を用ひた。即ち i 規模に對する函數は

$$Q_i=ba_1^ka_2^jL^{(1+s_1)k}R^{(1+s_2)j} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(イ)$$

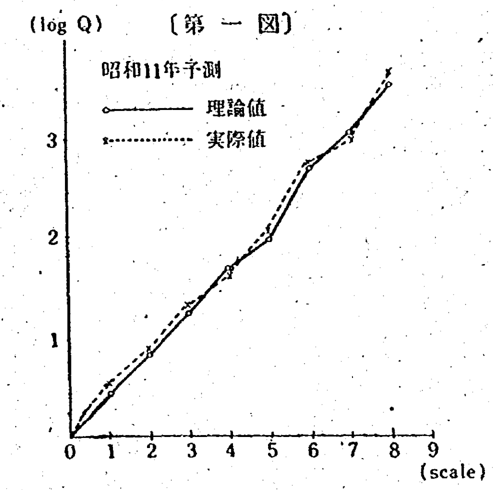
で表わされる爲各變數を最小規模に對する百分率で測つて次の(ロ)式を導いたのである。

$$\frac{Q_i}{Q_0}=\left(\frac{L_i}{L_0}\right)^{(1+s_1)k}\cdot\left(\frac{R_i}{R_0}\right)^{(1+s_2)j} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(ロ)$$

〔第四表〕

	(Q/Q_0) 理論値	(Q/Q_0) 實際値
1)	0	0
2)	0.400710	0.502759
3)	0.795898	0.801444
4)	1.229242	1.277554
5)	1.669125	1.645346
6)	2.052567	2.049928
7)	2.674280	2.716158
8)	3.181732	3.161395
9)	8.560666	3.653692

〔第一図〕



Structural parameter

$$\begin{cases} k=0.797653 \\ j=0.202347 \end{cases} \qquad k+j=1 \qquad 相關係數$$

$$\begin{cases} 1+s_1=1.568932 \\ 1+s_2=0.202347 \end{cases} \qquad \begin{aligned} (1+s_1)k&=1.251463 \\ (1+s_2)j&=0.1816245 \end{aligned} \qquad r=0.99505$$

production function

$$\left(\frac{Q}{Q_0}\right)=\left(\frac{L}{L_0}\right)^{(1+s_1)k}\cdot\left(\frac{R}{R_0}\right)^{(1+s_2)j}=\left(\frac{L}{L_0}\right)^{1.251463}\cdot\left(\frac{R}{R_0}\right)^{0.1916245}$$

豫測の結果は第四表及び第一圖に示されてゐる。その相關度は豫想以上に高く得られた。以て得られた k と i を當該期間に對する安定した構造係數とみなしてよいと思はれる。この檢定に依り、對數線型場の假說、規模函數の導入及び合理的行爲としての(イ)式で表わされる貸用極小原理の假說更に u_{12} の期待値を零と置いた假定の略〻妥當なる事が檢證されたと考へられる。

第四節　結　語

本稿の意圖した生產性係數の構造方程式に依る計測は略〻達成されたと信ずる。

時系列に亙つて安定したパラメタの存在を確認し、その爲に生ずる residual の項としての shift variable の變動に經濟學的說明を附與してそのシステマティックな動きを觀察しようと試みたのである。推定の途上、$k+j=1$ のアプリオリ・インフォーメーションを導入しなければならなかつたがこれは次の様に考へられた。つまり本稿では $k+j=1$ の條件を導入し、而もその結果得られた k/j の安定性を檢證する事に依つて、$k+j=1$ の妥當性を逆に立證しようとしたのである。

次に各年度に得られた s_1 と s_2 の系列に就いて、勞働に對する係數 s_1 の値が約0.5乃至0.6の値を有する事は小企規企業の職工一人に對する等質化された勞働一單位に相當するものとした時大規模企業に於いて十單位の勞働力を得るには職工數6人で足りると云ふ勞務管理等の狀態を反映してゐるものと考へられる。更に亦資本の規模係數 s_2 が負の値を得る事に對しては、同樣に大規模企業に於いて等質化された小規業に對する九倍の資本を有すれば、實馬力數では一〇倍を稼動し得る事を示してゐると思はれる。

勞働に對するものとして職工數、資本には實馬力數と云ふ制約された資料しか使用し得なかつた爲に、規模函數の a_1 と a_2 を識別するに至らなかつた。この識別には更に經濟學的意味を有する何等かのアプリオリ・インフォーメーションの導入を必要とするであらう。亦 a_1 a_2 s_1 s_2 の構造的性格に就いて殊にそれ等の變化に對して十分な考察を爲し得なかつた。之等の解明は筆者にとり今後に殘された問題である。

（一九五四、一〇、二〇）

「附　記」

脫稿後、關西學院大學における昭和二十九年度理論經濟學會（十月卅、卅一日）於いて、本稿で得られた結果を報告した。その際、家本秀太郎敎授他數名の方々から御懇切なる御指導と御質問を戴いた。この附記を利用して深甚の謝意を表させて頂くと共

に本論に於いて十分に述べ得なかつた二三の箇處を補足したいと思ふ。

(一)　配分函數と生產函數に就いて

家本敎授の御質問に關聯するのであるがその要旨は本報告の計測結果が「生產函數であるか若しくは分配函數であるか？ 若し前者とすれば原材料の項目を落としているのはその生產力を無視したる事にならないだろうか？」と云う御指摘であつたと記憶する。この稿の本論に於いても明示していなかつたのでここで併はせて十分に御答し得なかつた所を述べさせて頂きたいと思ふ。

本論に於ける「生產の場」の測定とは計量された生產量Qの產出に對する、それに必要な勞働量Lと資本量Rの投入の關係の測定であるから、該函數はQ、L、R、の技術的生產函數であると同時に、企業者の配分行爲をも表わす配分函數である（構造方程式の性格）。原材料項目を落したのはその規模別使用量の資料が得られなかつた爲に、「原材料は生產高に比例する」ものと假定して、生產量Qを勞働Lと資本Rの附加價値と解し兩邊から drop したものである。この假定の正否は豫測檢定の結果に依つて妥當と考へられるであろう。尙はこの假定は前掲マルシャックの論文その他に於いても既に用ひられているところのものである。

(二)　分配率の問題

本論に於いて得られた結果のkとjの指定値は既に等質化された勞働と資本の生產（彈力）性であるから、該產業の分配率は $\frac{k}{k+j}$, $\frac{j}{k+j}$ で考へられるべきである。從來の最小自乘法による $Q=bL^kR^j$ $(K+J\neq 1)$……(イ)　では分配率 $\frac{K}{K+J}$ はこの場合

$$\frac{(1+s_1)k}{(1+s_1)k(1+s_2)j}$$

に相當する故(イ)式のKJを利用する事は、

$$\left|\frac{(1+s_1)k}{(1+s_1)k+(1+s_2)j}-\frac{k}{k+j}\right|$$

だけの乖離を生ずるものと考へられる。$\frac{k}{k+j}$ が時系列に對して一定であるにも拘らず實際の勞働分配率が變化しているのは、企業家のs_1とs_2に對する錯誤と考へられるであろう。

(三)　計測に就いての資料

最後に使用した資料の詳細を次に掲載する。

〔附表Ｉ〕　工場計表よりの規模別資料

R：賃働貸馬力数　L：職工數　Q：生產金額　N：原動機使用工場數

$\overline{R}\equiv\log R$　$\overline{L}\equiv\log L$　$\overline{Q}\equiv\log Q$

何れも一工場當りの馬力數，職工數生產金額に換算したもの。

規模		(1) 6～10人	(2) 10～15人	(3) 15～30人	(4) 30～50人	(5) 50～100人	(6) 100～200人	(7) 200～500人	(8) 500～1000人	(9) 1000人以上
6 年	N	105	46	81	60	76	28	20	4	—
	$\overline{L}$	0.7849523	1.5081982	1.3087778	1.6070151	1.8391763	2.1205739	2.5069107	2.8711349	—
	$\overline{R}$	0.7576996	1.0130059	1.6353329	1.9322000	2.4027942	2.8221877	3.7531769	4.2909690	—
	$\overline{Q}$	3.8060578	4.2285800	4.6285218	5.0261954	5.4456042	5.8208121	6.5096326	6.8634894	—
7 年	N	108	46	91	65	75	33	20	3	1
	$\overline{L}$	0.8480043	1.0607540	1.3291944	1.5908864	1.8368556	2.1147444	2.4765418	2.7958800	3.0115704
	$\overline{R}$	0.6816934	1.2321063	1.5321681	2.0403650	2.3448833	2.7657803	3.6524397	4.0804100	4.6303262
	$\overline{Q}$	3.7961232	4.2072573	4.6926443	4.9716098	5.4164907	5.7766098	6.4913337	6.7830670	7.0081316
8 年	N	109	54	86	75	82	38	20	4	1
	$\overline{L}$	0.7831171	1.0202369	1.3354980	1.5862834	1.8481522	2.1367177	2.4951597	2.9332664	3.8358298
	$\overline{R}$	0.6641435	0.8729076	1.4918504	1.9267539	2.3439252	2.9488363	3.6701530	4.0298300	4.6568262
	$\overline{Q}$	3.8328205	4.3013317	4.6667492	5.1329062	5.4692254	5.8480967	6.5345211	6.7668276	7.1802808
9 年	N	108	59	98	84	81	44	22	5	1
	$\overline{L}$	0.7837536	1.0601310	1.3334674	1.5847947	1.8566564	2.1238516	2.4623231	2.7782960	3.0425755
	$\overline{R}$	0.7123971	0.8928734	1.4853239	1.8939448	2.3830610	2.8200963	3.7805117	4.0035898	4.6645950
	$\overline{Q}$	3.7997402	4.1897148	4.6154661	5.1992888	5.5638251	5.8679799	6.6330542	6.6500937	7.2470645
10年	N	112	45	114	90	80	52	25	4	1
	$\overline{L}$	0.7736402	1.0682601	1.3055018	1.5764450	1.8588559	2.1419199	2.4868554	2.8120774	3.0538464
	$\overline{R}$	0.5792118	1.0104696	1.3115632	1.9695184	2.3836897	2.8547674	3.6702459	3.9159009	4.6725965
	$\overline{Q}$	3.8940501	4.2841599	4.6112558	5.0855760	5.5365458	5.9090209	6.6011579	6.9445123	7.5032321