Title	投入：産出模型について
Sub Title	On the input-output model
Author	千種, 義人 大熊, 一郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1954
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.47, No.11 (1954. 11) ,p.997(1)- 1009(13)
JaLC DOI	10.14991/001.19541101-0001
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19541101-0001

書評及び紹介

投入―産出模型について

千種義人
大熊一郎

一、基本的模型

投入産出模型は一般均衡理論の經驗的應用の圖式としてレオンチェフによつてはじめて作成されたものであるが、(一)現在産業間取引乃至派生需要の綜合組織の究明に當つて、近代經濟學が提供し得る殆んど唯一の一般的實驗裝置を提供しているの觀がある。

元來、投入産出模型は一定の生産構造の下で所與の最終需要（bill of goods）をまかなうに要する産業間の財貨の流量を確定するシステムである。この意味で投入産出の全體系は純粹に技術的に確定され、主體の合理的行爲の公準は所與の最終需要として體系外から與えられるものと見なすことができる。レオンチェフの模型の意義は主體の合理的行爲に基づく最適條件（optimality）から自由な經驗的圖式であるところに存する。

しかし、このような經驗的圖式から現實に關するなんらかの判斷をひき出そうとするならば、合理性の公準から自由であるというそのこと自體のために、なにごとも判斷しえない結果となる。なぜならば、投入産出模型は均衡につ

いての判斷基準の有無にかかわらず、同時決定システムである。ところが、一產業の產出に要する投入物は他產業ですでに生產された產出物であり、時間的にさか上らなくてはならない。したがつて、一定の技術的關係——固定投入係數——から得られた投入物と產出物との相對的大いさは、同時決定システムに經驗から挿入された投入量と產出量との比とは異ならざるを得ない。これらが一致するためには靜學的一般均衡を假定しなくてはならない。さもなければ、經驗的投入・產出關係から導出された技術係數は甚しく不安定となり、技術係數一定といふレオンチェフの模型に矛盾する。(二)

さて、技術係數一定というレオンチェフの模型の最もいちじるしい特性を基本にして、靜學的投入產出模型を構成する。(三) 經濟は n 個の產業から成るものとする。

x_i……i 產業の總產出量

x_{ij}……i 產業の產出物中 j 產業に向けられる量

Y_i……i 產業の產出物中の最終需要

a_{ij}……技術係數(投入係數)，すなわち

$$a_{ij}=x_{ij}/X_j$$

で，產出物 j の一單位の生產に要する i の投入量を表わす

投入產出模型は i 產業の產出物の各產業および最終需要への配分を示す次の方程式群から成る。

$$\begin{aligned}
X_1-x_{11}-x_{12}-\cdots\cdots-x_{1n}&=Y_1\\
-x_{21}+X_2-x_{22}-\cdots\cdots-x_{2n}&=Y_2\\
&\vdots\\
-x_{n1}-x_{n2}-\cdots\cdots+X_n-x_{nn}&=Y_n
\end{aligned}$$

或いは簡單に

$$X_i-\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=Y_i \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n \quad \cdots\cdots(1)$$

この方程式群の中の x_{ij} に先の技術係數を代入すれば

$$\begin{aligned}
X_1-a_{11}X_1-a_{12}X_2-\cdots\cdots-a_{1n}X_n&=Y_1\\
-a_{21}X_1+X_2-a_{22}X_2-\cdots\cdots-a_{2n}X_n&=Y_2\\
&\vdots\\
-a_{n1}X_1-a_{n2}X_2-\cdots\cdots+X_n-a_{nn}X_n&=Y_n
\end{aligned}$$

簡單に

$$X_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}X_j=Y_i \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n \quad \cdots\cdots(2)$$

(2)の方程式群を產出量 X_i について解く。技術係數は一定であるから、最終需要 Y_i を所與とすれば、n 個の未知數 X_i は n 個の方程式によつて一義的に次の解が與えられる。

$$\begin{aligned}
A_{11}Y_1+A_{12}Y_2+\cdots\cdots+A_{1n}Y_n&=X_1\\
A_{21}Y_1+A_{22}Y_2+\cdots\cdots+A_{2n}Y_n&=X_2\\
&\vdots\\
A_{n1}Y_1+A_{n2}Y_2+\cdots\cdots+A_{nn}Y_n&=X_n
\end{aligned}$$

簡單に

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} Y_j = X_i \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

A_{ij} は上式から明かなように、最終需要 Y_j 一單位の増加に必要な X_i の量を表わす。但し、X_i は直接 X_j の生産に要するものと、X_j の生産に要する他のあらゆる産出物の生産に要するものとの總計であり、

$$A_{ij}=(1-a_{ij})^{-1}$$

で與えられる。

この模型には勞働が表面に參加していない。そこで勞働部門を添字 $n+1$ で表わすこととして、勞働の各産業への配分を示せば、

$$X_{n+1}-X_{n+1,1}-X_{n+1,2}-\cdots\cdots-X_{n+1,n}=0$$

勞働の投入係數は

$$a_{n+1,i}=x_{n+1,i}/X_i \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n$$

と書くことができるから、この X_i に(3)を代入すれば、

$$x_{n+1,i}=a_{n+1,i}\sum_{j=1}^{n} A_{ij} Y_j \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

したがつて、X_{n+1} の解は[四]

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{n+1,i} A_{ij} Y_j = X_{n+1} \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

さらに、靜學的同時決定システムの上に各産出物の價格を求める。完全競爭の下では、各産出物の價格はその生産の單位費用に相等しい。故に、先の技術係數を用いれば、

$$P_i = P_1 a_{1i} + P_2 a_{2i} + \cdots\cdots + P_n a_{ni} + P_{n+1} a_{n+1,i} \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

(6)は n 個の方程式群であるが、未知數は勞働の價格 P_{n+1} を含めて $n+1$ 個であるから過剩決定である。そこで賃金 P_{n+1} をニュメレールとした相對價格の一組が決定される。すなわち、[五]

$$\frac{P_j}{P_{n+1}}=\sum_{j=1}^{n} A_{ij} a_{n+1,i} \qquad i=1,2,\cdots\cdots n \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

以上によつて、靜學的同時決定システムの下で完全競爭を假定し、且つ投入係數群を所與とすることによつて、各産業の産出量とその相對價格とが一義的に決定される。[六]

ここに考察した投入産出模型の種々の基本的性格を明かにしなければならない。第一に、(2)に見られるように、この投入産出の體系には勞働の生産に要する投入相互間の關連が示されていない。すなわち、勞働の生産過程が含まれていない。この模型は生産要素勞働に關して開放的（open）である。このことは、勞働が唯一の生産の基本要素であることを意味している。勞働が唯一の生産の基本要素であることから、結果として(5)式が得られた。(5)式の意味するところは勞働量を一定とすれば、最終需要 Y_i 群は一次結合であるから、Y_i 間の限界代替率は一定である。[七]

第二に、各産業は唯一の生産物を生産し、結合生産物を有しない。すなわち n 個の産業は同質の n 個の商品を別個に生産し、その生産過程には結合生産物が存在しない。もし産業 i が j なる商品を同時に生産しているならば、すなわち

$$F(X_i, X_j, x_{1,i+j}, x_{2,i+j}, \cdots\cdots x_{n+1,i+j})=0$$

であるならば、この生産函數は

$$F_i(X_i, x_{1i}, x_{2i}, \cdots\cdots, x_{n+1,i})=0$$

$$F_j(X_j, x_{1j}, x_{2j}, \cdots\cdots, x_{n+1,j})=0$$

の二個の生産函數に分解せられ、且つこの模型ではF_jはj産業の生産函數に相等しい。生産函數のかわりに生産過程（一次と假定される）でいえば、(八) この結合生産物を含まない生産過程を基本過程と稱する。基本過程には勞働が必ず投入物として要求されなければならない。

第三に完全競爭が假定されていることである。(九) したがつて、(6)が示すように、各産出物の價格はその單位當り費用に等しい。この等式は勞働が唯一の生産の基本要素である以上は、生産函數の一次同次性の下において生産の最適條件を手がかりとして得ることができる。價格が單位當り費用に等しいことから、(7)のように相對價格が技術係數一定の下で決定される。(5)と(7)とを對比すれば明かなように、賃金をニュメレールとした商品の均衡價格は、同商品の最終需要を一單位增すに要する必要勞働量、すなわちレオンチェフの雇用係數に相等しくなる。

第四に、商品の基本生産過程が一次（linear）で、且つ投入係數は一定であること。投入係數一定というのは生産函數が制約的（limitational）で、生産要素の代替關係を許容しないことを意味する。また、先の生産過程で示せば、各産業には唯一の基本過程しかないことを意味する。

以下、投入産出模型の基本的性格を中心として、投入産出分析の展望をこころみたい。

二、開放的と閉鎖的

前記の模型は勞働に關して開放的（open）といわれる。すなわち、勞働生産過程はシステムの内部に含まれず、勞働は唯一の基本的要素として與えられる。レオンチェフの當初の模型は勞働生産過程をシステムの内部に含み、したがつて閉鎖的（closed）模型を構成する。この場合(2)の方程式群は

$$X_i-\sum_{j=1}^{n+1}a_{ij}X_j=0 \qquad i=1, 2, \cdots\cdots, n+1 \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

という同次式で表わされるから、X_iは零以外に解を有しない。したがつて、技術係數は獨立でなく、勞働の投入係數は他の技術係數に依存する。

閉鎖的模型が勞働に關してもつ意味は何か。第一に勞働生産の投入係數一定ということは、勞働一單位を生産するに要する商品の量が一定であることを意味する。このような勞働再生産的解釋が閉鎖的投入産出模型の中でとられることはいかにも非現實的であるという反論がある。投入係數はすべてが獨立ではないから、たとえば勞働生産の投入係數（消費係數）はシステムの投入係數群に依存する。したがつて、もし産業の生産力が増大し勞働投入係數が減少すれば、消費係數は反比例的に増大する。レオンチェフは消費係數のかかる不安定性のために、閉鎖的模型を拋棄したといわれる。(十一)

しかしながら、閉鎖的模型はそのまま棄てさらるべきではない。というのは、投入産出模型の元來の目的である産業間反作用の綜合システムの解明ということが、開放的模型においては十全になしがたい憾みがあるからである。上の基本的模型において最終需要のY_iの增加に應じてX_iが幾許の變化をするかは與えられるが、このX_iの變化がさらにY_iに及ぼす効果は體系外に求めねばならない。この點は勞働部門以外の最終需要部門をとり入れた場合、いわゆる feed-back 効果の缺除として指摘されている。(十二) そこで經驗的圖式上、閉鎖的模型でなお且つ非同次的體系が要求される。すなわちこれに關しては、固定投入係數の基本的假定をゆるめ、投入量と産出量との間に一次關係を設定する。

$$X_{ij}=a_{ij}X_j+k_{ij}\cdots\cdots(9)$$

とおけば、a_{ij} は限界投入係數を示す筈であり、k_{ij} は常數項を示す。すなわち、投入量 x_{ij} は必要投入量 $a_{ij}X_j$ と自發的投入 k_{ij} との二つの部分から成る。故に、基本的體系は

$$X_i=\sum_{j=1}^{n+1}(a_{ij}X_j+k_{ij})\qquad i=1,2,\cdots\cdots,n+1$$

で、常數項を一括すれば、

$$X_i=\sum_{j=1}^{n+1}a_{ij}X_j+K_i\qquad i=1,2,\cdots\cdots,n+1\cdots\cdots(10)$$

という一義的體系が得られる。限界投入係數を平均投入係數に代らしめたことは、産業間反作用の經驗的大いさの過大評價を避ける效果のあることも注目さるべきであろう。[十三]

三、一般的模型

レオンチェフの投入産出模型の根本的假定である投入係數の固定性は生産要素の代替を許容しない點で一つの制約を課すものである。そこでこの假定を外した模型の構成がこころみられる。このことは、生産過程を用いて示す場合には、基本生産過程が一つ以上あることを假定し、生産函數をもつて示す場合には、それが一次同次の函數であることを假定する。しかし、このような生産要素乃至生産過程の代替を許す假定の下では、なんらかの最適條件を設定しなければ投入産出模型を一義的に確定することはできない。そこで、以上の假定の下に、所與の最終需要群を生産するための勞働量を極小ならしめるような商品の配分を求め、これをもつて均衡とするのである。[十四]

この場合、勞働を唯一の基本要素として、個々の投入係數は均衡投入係數として決定されるが、それは最終需要群と勞働の總量とから獨立に決定される。したがつて、實現された均衡においては、唯〻一組の投入係數が觀察し得るのである。さらに最適條件が滿たされたならば、最終需要群 Y_i と勞働量 X_{n+1} との間に一次形式が(5)と全く同じ形で成立する。

このように、投入係數一定の條件を除いた一般的模型（generalized model）[十五]においても、市場需要の狀態にかかわりなく投入係數群が決定されることになる。このようにして、最終需要と雇用量との間には社會的生産可能表（production-possibility schedule for society）[十六]が成立し、最終需要間に限界代替率一定の關係が設けられる。一般的模型の缺くべからざる前提は勞働が唯一の基本要素であることで、このことは各産業を通じて勞働が同質的なこと、および同一賃金水準にあることが意味されている。したがつて、ここには經濟システム全體にわたつて資源の最適配分という條件が成立し、成立した最適條件は個々の商品の市場需給關係から獨立に靜學的長期均衡を形成する。一般的模型は投入産出模型に合理的根據を與えるという成果を伴うものであつて、且つ、唯一の基本生産要素の下での最適條件という構想は投入産出分析を一次計畫（linear programming）へ轉化せしめたのである。[十八]

四、結合生産と不完全競爭

基本模型においては一産業は一商品を生産し、結合生産は行われないことを假定した。結合生産が行われるとしたなら、生産函數乃至生産過程にいかなる新たな假設をとらねばならないかが問題となる。ただし、この場合、投入係數は一産業の總合産出物一單位當りに要する、他産業の總合投入物の量で示されるから、總合（aggregation）をなんらかの方法で行わねばならない。もし個々の商品の價格をウェイトとして用いるならば、産業のすべての産出物およ

び投入物に關して零次同次の生産函數を假定し、競爭市場における利潤極大條件を導入するならば、産出物に或る變換を加えることによつて、一定の投入係數が各産業に關して決定できる。[十九] この値は企業の合理性の下で産業の總合生産彈力性としての意味を與えられるであろう。したがつて、結合生産物の存する場合にも、投入係數は市場の需給狀態から獨立な値をとることになる。

結合生産物を有する市場がさらに不完全競爭である場合には、企業の利潤極大條件には企業家の豫想する需要および供給彈力性を導入しなければならない。したがつて、産業の各産出物、投入物の需要・供給函數がさらに條件として付加わるのである。この場合、産業の總合投入係數の値は當然需要・供給の彈力性に依存し、市場の需要および供給狀態から獨立ではなくなる。

ただし、結合生産物乃至不完全競爭の導入は、これまでの諸研究では各産業をあたかも一の代表企業のように見なしており、産業内部での個々の企業の行爲から形成される市場を明かにしているものではない。もしこれを考慮するならば、一産業の生産函數は單純に條件として設定されるものではなく、むしろこれが設定される一つの條件として産業内個別企業すべてについての利潤極大、すなわち合理性の公準が假定されねばならないであろう。

以上は靜學的投入産出模型をその基本的性格に基づいてごく大ざつぱな展望をこころみたものである。きわめて急いで執筆したため粗笨をまぬかれ難い。重要な問題である總合(aggregation 乃至 consolidation)についてはここに觸れなかつた。動學的模型は現在、乘數原理、資本係數等の線に沿つて二、三の模型があるが、精緻な模型になるほど實際上の應用は見るべきものがない。靜學的模型の應用はアメリカ合衆國を中心として、尨大な計測が行われている。レオンチェフの本來の意圖は生産力の變化が物量、價格に生ぜしめる効果の實證分析にあつたのであるが、現狀では最終需要の變化から派生する需要の綜合的効果の判定に用いられることが主である。いいかえれば、ケインズ的乘數効果の部門別確定の域を出ていない。したがつて、構造分析というには實證面ではいまだ遠い狀態である。

（一）W. W. Leontief, *The Structure of American Economy, 1919—1939*. New York, 1941 (2nd edition 1951.)

（二）レオンチェフは投入—産出量の單位を一弗當り (dollar's worth) で示すことによつて實物單位にひきなおすのであるが、これが、勞働一單位によつて増加される商品の最終需要量をもつてその商品の一單位とした場合に一致するのは、長期靜態均衡の場合である。N. Georgescu-Roegen, "Leontief's System in the Light of Recent Analysis" R. E. & S., August 1950, P217. Cf. Dorfman, "Input-Output Model", R. E. &S., May 1954.

（三）以下の模型は J. Balderston, "Models of General Economic Equilibrium", *Economic Activity Analysis*, edited by O. Morgenstern 1954, pp. 23—29. による。レオンチェフの自身の當初の模型は開放的模型である。

（四）個々の Y_j についての係數はレオンチェフの雇用係數 (employment coefficient)である。Leontief, op. cit. p. 146.

（五）(7)と(5)とを比較すれば、長期靜態均衡における價格と賃金との比率が雇用係數、すなわち勞働一單位によつて増加される最終需要量に等しいことがわかる。

（六）いわゆる dual theorem である。

（七）一次模型で原點に凸の等量曲面を得るには、一、生産の基本要素が一以上であるか、二、結合生産物の生産函數が各生産物の生産函數に分解し得ないか（生産過程が必ずしも派生過程 derived process でないか）である。Georgescu-Roegen, op. cit. p. 217.

（八）生産過程 (production process) 乃至 activity というのは、投入物を産出物に變換する物理的工程で、通常一次 (linear) と假定される。生産函數は或る商品を生産するために可能な全生産過程の投入と産出との關係である。R. Dorfman, *Application of Linear Programming for the Theory of the Firm*, 1951. pp. 12—14.

（九） ロージェンは長期靜態均衡といい、彼の社會生産經濟 (community production economy) が達成されている狀態を示す。その過程については、Cf. Georgescu-Roegen, "Fixed Coefficients of Production and the Marginal Productivity Theory", R. E. & S. 1935—36. pp. 40—49.

（一〇） ロージェンは商品の基本工程が一義的 (unique) であることによって制約性を假定する ("Leontief's System")。その後、これを商品が唯一の基本過程によって生産し得ること、という假定に直している。("Some Properties of a Generalized Leontief Model" *Activity Analysis of Production and Allocation* edited by T. C. Koopmans, 1951. pp. 165—173.)。制約性は一商品の産出量とその個々の投入量すべてとの間に一義的且つ一次の關係が技術的に設定されていることを意味する(Leontief, op. cit. p. 37)。一義性の假定をとり外しても、なお生産過程の一次性は假定しなければ後に述べる一般的模型は成立しないから（生産函數では一次同次性を假定している）、ロージェンの後の假定の方が適切である。

一般に、或る若干の生産要素については制約的であつて、他の要素については一次同次性が成立つとしたならば、その經濟は制約的要素の過少雇用を意味する。制約的要素が資本財ならば過剰設備が存する場合である。

（十一） Cf. I. Chipman, "Linear Programming", R. E. & S., May 1953, p. 101., note 5.

（十二） Cf. H. M. Smith, "Uses of Leontief's Open Input-Output Models," *Activity Analysis*, pp. 132—141.

（十三） これはデューゼンベリィの部分的閉鎖模型に相當する。この線に沿つて消費—勞働關係を具體的に導出しようとする試みが、Duesenberry & Kistin, "Role of Demand in the Economic Structure," *Studies in the Structure of the American Economy* by Leontief and others, 1953, pp. 451—482.

（十四） Samuelson, "Abstract of a Theorem Concerning Sabstitutability in Open Leontief Models," *Activity Analysis*, pp. 142—146. 論證は、一次同次生産函數群の下での商品の最終需要および勞働量を所與として、一商品の最終需要を極大化するという方法をとつている。

（十五） Georgescu-Roegen, "Leontief's System". 開放的模型というのは或る生産要素群に關して開放的、すなわちこれら生産要素の生産過程を含まない模型をいう。一般的模型とは投入係數一定の假定を外した開放的模型のことである。ロージェンは開放的模型の經濟均衡を、「所與の商品群$B_1, B_2, \cdots\cdots B_n$, の最終需要 ($\lambda B_1, \lambda B_2, \cdots\cdots \lambda B_n$) の規模$\lambda$を極大ならしむるごとき生産要素の所與の量の配分」と定義し、さらに限定して、單一生産要素について開放的な場合、所與の最終需要群を生産するための單一生産要素の極小量を必要とするごとき配分とする。

（十六） Samuelson, op. cit., p. 143. 最終需要を $Y_1, Y_2, \cdots\cdots Y_n$ とし、勞働量を X_{n+1} すれば、

$$K_1Y_1+K_2Y_2+\cdots\cdots+K_nY_n=X_{n+1}$$

Kは最終需要、勞働量から獨立な常數である。(5)式と比較せよ。

（十七） このことをロージェンは、「一般的レオンチェフ模型はこれに對應する閉鎖的模型の技術的側面を表わすものと見なし得る。」としている (Georgescu-Roegen, op. cit. p. 217.)。

（十八） 一次計畫が最適條件を含むことについて、デューゼンベリィはこれを投入産出分析とは別個に考えるべきことを述べている。「投入産出システムは本質的に豫想のための考案であり、一次計畫は本質的に計畫のための考案である」(レオンチェフの投入—産出體系」通産省官房調査課譯二三頁)。一、勞働が唯一の生産の基本要素であることは、勞働以外の非生産的資源が重要でないことを意味し、二、商品が同質であることは勞働についてその質の差が重要でないことを意味し、三、長期均衡相對價格が成立することは市場相對價格がこれと甚しく異ならないことを意味し、さらに四、勞働價格がニュメレールとなることは勞働需給の均衡による賃金決定論を意味する。したがつて、これらの實際上の含意が妥當と認められないかぎり、一般的模型を現實分析に用いることは不適切であるというわけである。ただし、各商品の生産函數は勞働をも含めて一次同次であるから、勞働に關して過少雇用狀態にある。したがつて、賃金に對する勞働の供給彈力性無限大の場合を意味している、と考えられよう。

（十九） L. Klein, "On the Intepretation of Professor Leontief's System", R. E. S., 1953—54, pp. 131—136. クラインが競爭市場というのは、個々の企業家が所與の價格の下で利潤極大の企業經濟を遂行する狀態のみを示し、したがつて利潤零の社會的生産均衡を含んでいない。