

Title	R・ W・ シェパード 費用函数と生産函数
Sub Title	
Author	小尾, 恵一郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1954
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.47, No.9/10 (1954. 10) ,p.981(111)- 985(115)
JaLC DOI	10.14991/001.19541001-0111
Abstract	
Notes	書評及び紹介
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19541001-0111

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

尙、齊昭は忠邦の決斷をたゞえ、その強化を奮勵して、遂にその主張通り十組仲間を解散せしめたのであつた。

- (註一) 「文化秘筆」卷一(前掲 一九六頁)
- (註二) 「物價餘論」天保九年(佐藤信淵家學全集 中卷 四五四頁)
- (註三) 「即事考」四(鼠璞十種 第一 三三四頁)
- (註四) 大郷信齋著「續道聽塗説」第六編(鼠璞十種 第二 一九四―五頁)
- (註五) 「川瀬七郎右衛門上書」文政十二年
- (註六) 「株式連印規定帳」天保九年八月(東京都政史料館蔵)
- (註七) 天保十二年齋昭より忠邦宛書翰、(水戸藩史料 卷 四 別記上 一四〇頁)

追記 頁の餘白を借りて佐藤信淵と茂十郎との關係を述べた。い、信淵の晩年の富國策に關する思想は天保八年の大鹽の亂に影響されてゐると云はれるが、その中心思想たる商業統制論は既に文政頃の著述に見えてゐる。寧ろ私は信淵が茂十郎の事業にヒントを得たのだらうと想像してゐる。茂十郎が十組頭取となつて活躍してゐた丁度同じ頃、信淵は江戸の醬油問屋多田屋新兵衛方に厄介になつたことがあり、十組仲間の内外から茂十郎の行動を觀察することが出来た。従つて當代の學者の中で最も多く茂十郎を批判してゐるのは彼である。信淵が茂十郎に注

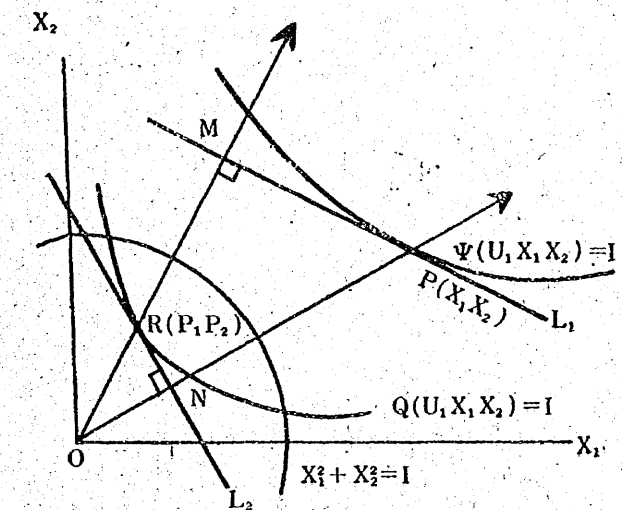
目した點は茂十郎が江戸大阪間の廻船の往復より計算して三橋會所の基金を捻出し、又問屋を奮勵して冥加金を出さしめた、その財源にある。信淵の「復古法」の萬物を賣捌きて、その價格の三十分の一を税し、年百萬金を得るの財源の計算は「先年長岡侯御執政の時に、杉本茂十郎といふ町人有りて、江戸町中十仲間の商人共を延し、日本橋西河岸町に會所を立て、諸國の産物を輻湊せしことあり、時に彼の茂十郎が説に、日本國中より大坂と江戸とに持出して交易する所の品物大凡金五百萬兩に及と云へり、然れども彼は甲州の産にて元來市井の小人なれば、國家の御爲を思ふ者に非ざれば、争か天下の水陸より生ずる處の物産の數を知ることを得ん乎」(「復古法概言」とあつて、そこで自分の家は高祖父歎庵以來、世々赤心報國の宿願ありて、日本總國の産物賣買代金を計算してゐた。祖父はいくら、父はいくら、自分は文化十二年に一萬(編者曰く一億カ)三萬萬金と推算し、うち公領地は三萬萬金であるから、百萬金の公收が得られると云ふのである。佐藤家代々の計算の數字は「復古法概言」と「復古法」とでも區々であり、信淵の家學に關する他の言説と同様甚だ信憑性に乏しい。信淵の説が茂十郎の影響ありと考へらるゝ所以である。

(本論文は慶應義塾學事振興資金の援助により成つた。感謝する次第である。)

書評及び紹介

R・W・シエパード
「費用函数と生産函数」

Ronald W. Shepherd
Cost and Production Functions; 1953.



書評及び紹介

生産の諸現象解明の具として、費用函数(費用函数)という概念が頻りに用いられて來た。費用函数(費用函数)の背後には生産要素の使用量と生産物の關係を示す生産函数と、生産要素の相對價格がまづ與えられ、この條件の下に費用極小の要素

配置(又は要素の使用度)が決定されるといふ機構が置かれてゐることは明である。従つて相對價格の變化は、一概には(費用極小の演算を経なければ)斷じ難いような仕方では費用函数を變化せしめるのであるが、事象が豫想される。もし生産函数を特定化する事が、直に相對價格の變化に對する費用函数の變化を明白なら、費用函数の自律性は生産函数の自律性にまで高められ、生産現象の解明は著しく簡明化されることになる。本書の重要な意義の一つはこの問題に一つの解答を與へた事にある。シエパードは展開の始めに連続的生產函数に關する自己の見解を明にする。近時展開された線型計畫法は企業の微視的な生産函数の意味を、代替的な基本的活動(elementary activity)より成る生産要素空間のエフィシエントな多角面の集合として明にするのに有用であるがこれは現實の觀察と對應しない加法的活動を前提とする。何れにせよ、この概念的な企業生産過程に重點をおく分析方法は技術的な資料を詳細な形で入手可能であると考へてゐる。アプリアオリにはこの技術的な資料は得難いから何らかの統計的推定により投入産出係数をすべての可能的基本活動に關して決定するといふ極めて困難な仕事は豫想されてゐる。而して元來活動分析の模型は近似的な性格のものであるから多角面を考へるといふ事に特に利點はなく比較的少數個これらのパラメタにより表わされる連続的な微係數をもつ様な面でおきかえようといふ事になるのは自然である。斯うすれば問題は再び古典的生產函数の計測に戻るのである。勿論入手可能な技術的知識も無視しようといふのではない。(例えば技術的に補完關係にある諸要素は消されて獨立的な要素だけが残されるという風に)。

(1) $U = \phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$ (X_1, \dots, X_n は生産要素の量、 U は生産量) と定義し、 ϕ は連続にして正の一次導関数を持ち正值であるとす。通常おかれる假定に對應するものとして次の性質を與える。即ち ϕ を夫々 n 個の要素をもつベクトルとし、點 (ξ_1, \dots, ξ_n) , (η_1, \dots, η_n) が、生産面 $\phi = U$ 上の相異なる二點とすれば、 $0 < \theta < 1$ ならば

$$\phi[(1-\theta)\xi + \theta\eta] > (1-\theta)\phi(\xi) + \theta\phi(\eta) = U$$

これは $\phi = U$ (const) がエンライメントな軌跡であることを示す。周知の無差別生産面が原點に對して凸であるという前提に等し。生産函数は(1)と代替的。

$$(2) \psi(U, X_1, X_2, \dots, X_n) = 1$$

と書ける。又は任意の U に對し X_1, \dots, X_n に關する一次の同次函数である。次に費用は

$$(3) q = \sum_{i=1}^n p_i X_i \quad (p_i \text{ は } X_i \text{ の價格})$$

で定義される。(2)の條件の下に U を所與とし(3)を極小ならしめる様な要素 ξ_i の値は均衡方程式と條件式から解かれて、 $\xi_i = \xi_i(U, p_1, \dots, p_n)$ となる。これを(3)に代入すれば、費用函数

$$(4) Q(U, p_1, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^n p_i \xi_i(U, p_1, \dots, p_n)$$

を得る。この様に特定化された Q について、次の事が證せられる。即ち簡單のため要素を X_1, X_2 とすると、單位費用等量線 $Q(U, X_1, X_2) = 1$ は、生産等量線 $\psi(U, X_1, X_2) = 1$ の切線の單位圓 $X_1^2 + X_2^2 = 1$ に關するポール(極)の軌跡である。圖に於て $\psi = 1$ と $Q = 1$ (U 一定) が畫かれてはいるが軸 X_1, X_2 は數量 (X, X) と價格 (p_1, p_2) に使ひわけける事にする。要素の

價格 p_1, p_2 が與えられ、 OR 直線の方向が決まる。 R の座標 p_1, p_2 は $p_1 = \tau p_1', p_2 = \tau p_2'$ (但し τ は $Q(U, P_1, P_2) = \tau \cdot Q(U, P_1', P_2') = 1$ なる様にとられる) である。扱て所與の p_1, p_2 の下に於て費用を極小ならしめる生産要素の量 X_1, X_2 は ψ 曲線上の點 $\rho(X_1, X_2)$ を定めるのであるがこの ρ 點は次の様に求められる。即ち OR に對して垂直にして且つ ψ に切する直線 l をひけばこの切點が ρ である。直線 l は ρ 點に於て

$$p_1' X_1 + p_2' X_2 = Q(U, p_1', p_2')$$

であるがこれを正規形と書けば、

$$\frac{p_1' X_1 + p_2' X_2}{Q(U, p_1', p_2')} = \frac{Q(U, p_1', p_2')}{Q(U, p_1', p_2')} = OM$$

ここに OM と OR の間には特別な關係がある。

$$p_1' = p_1/\tau, p_2' = p_2/\tau \text{ を右式第二項に代入して}$$

$$OM = \frac{Q(U, P_1, P_2)}{(p_1^2 + p_2^2)^{1/2}} = \frac{1}{OR} \quad (\because Q(U, P_1, P_2) = 1)$$

即ち R は單位圓に關し $X_1^2 + X_2^2 = 1$ に關して l のポールであることがわかる。

逆に、 $\psi(U, X_1, X_2) = 1$ は、 $Q(U, X_1, X_2) = 1$ の切線のポールの軌跡であることも示される。(註一)

以上の關係から明な通り、生産函数と費用函数は、費用極小原理を導入することによつて、互に他を決定しあう。これをシェパードは兩者が双對的な (dual) 關係にある又は双對性 (duality) をもつと呼んでゐる。

生産函数を特定化する事により種々の生産費に對する極小費用の組合せ X_1, X_2 が與える費用函数には又重要な性質を附與しうる事が次に示される。これに先立つてまず Homothetic production function ϕ を次の様に定義する。即ち ϕ を以て一

次の同次函数とし(1)式におけるの性質をもつものとする。又(1)式のと異なる)を連續な單調増加函数とすれば、生産量 U が、

$$(5) U = \phi[\sigma(X_1, \dots, X_n)]$$

で表わされる σ は σ は homothetic production function とよばれる。(5)は $X' = f(U) = \sigma(X_1, \dots, X_n)$ とかけるから(2)に當るものと見なす。

$$(6) \psi(U, X_1, \dots, X_n) = \frac{\sigma(X_1, \dots, X_n)}{f(U)}$$

扱て、費用函数が生産指数と要素價格の何らかの指數との積で表わされるならば指數論上の條件(要素轉逆テスト)にもかから、アグリゲイションの上に好都合である。即ち、

$$(7) Q(U, P_1, \dots, P_n) = f(U) \cdot T(p_1, \dots, p_n)$$

(但し T は p_i に關する一次同次函数)と書けるだろうか。シェパードは(7)の成立するための必要且つ十分な條件は、(5)であることを證明する。(即ち homotheticity が生産函数に於て成立つことである。四五頁以下)即ち X_k の合理的結合という條件の下で(7)式の σ と T は要素の使用と價格に關する一般的な指數であることが指摘される。この結果は次のダグラス函数の解釋に於て重要な役割を果す。

$$(8) \sigma = \sigma_0 \left[\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_i^0} \right)^{\alpha_i} \prod_{k=1}^L \left(\frac{Z_k}{Z_k^0} \right)^{\beta_k} \right]; \sum_{i=1}^N \alpha_i + \sum_{k=1}^L \beta_k = 1$$

と特定化する事によりダグラスのいわゆる巨視的生產函数を経済學的に意味づけようとするのがシェパードの主要課題の一つである。(8)式の Z_k は土地とか労働のような primary factor であり X_k は固定資本の様な non-primary factor のサーヴィスの單位時間當りの適用を示す。 Y_0, Z_0 は基準時點の値である。(8)によつて、(7)式の T は(8)式の數量 X_i, Z_k を夫々價格

p_i, w_k で置きかえたものであることが容易に證明出来る。周知の極小化の手續をたより、

$$(9) a_i = \frac{p_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^N p_i \cdot X_i + \sum_{k=1}^L w_k \cdot Z_k}; \quad b_k = \frac{w_k \cdot Z_k}{\sum_{i=1}^N p_i \cdot X_i + \sum_{k=1}^L w_k \cdot Z_k} \quad (i=1 \dots N, k=1 \dots L)$$

即ち弾力性 α_i, β_k は分配率を示すという關係が得られる。次に(8)式の右邊括弧中の第一項第二項の幾何平均 X_i, Z_k をの夫々のアグリゲイト C, L と定義すると(8)式は

$$(10) \sigma = \text{const} C^{1-\nu} L^\nu; \nu = \sum_{i=1}^N \alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^N p_i X_i}{\sum_{i=1}^N p_i X_i + \sum_{k=1}^L w_k Z_k}$$

と書ける。この(10)式を以て、シェパードはダグラスの函数が意味するものを示そうとするのである。(10)式の ν を用いて

$$(11) f(U) = \text{const} \cdot C^{1-\nu} \cdot L^\nu$$

ここで特に $f(U)$ を U とおけば(11)式はダグラスが總計資料に用いた函数そのものである。シェパードはこの式を以て巨視的函数と解する。そして(11)の巨視的函数を導くアグリゲイトの資本 C 労働 L を

$$(12) C = C_0 \left[\prod_{i=1}^N X_i^{\alpha_i} \prod_{k=1}^L Z_k^{\beta_k} \right]; L = L_0 \left[\prod_{i=1}^N X_i^{\alpha_i} \prod_{k=1}^L Z_k^{\beta_k} \right]$$

として定めただけでは十分でなからと述べる。即ち w_k, p_i をもアグリゲイト C, L に $\sum_{i=1}^N p_i X_i = C \cdot P, \sum_{k=1}^L w_k Z_k = L \cdot W$ なる様に

定めねばならぬというのである。
併し乍らここに重要な疑問が起るであらう。まず(8)式の解釋である。この(8)式が一企業に關する微視的生産函数を示すものと考へよう。そうすれば一企業内部の多種の労働、資本用役を二つの項目とアグリゲイトするのが(8)式であると解せられる。この場合極小費用の組合せを與える主體は企業者であるから、均衡方程式を通じて、(10)式のUがその右邊によつて示される様な意味をもつと考へて差支えない。従つて X_k, Z_k を夫々アグリゲイトしてC及びLの項目の下に極小化する事は經濟學的意味をもつ。

次に(8)式の X_k, Z_k がシェパードの擴張解釋に従つて各企業の生産要素を示すものとしよう。(勿論同一種の要素を全企業が使うとは限らないから X_k と Z_k の項数は等しくなくてよい。)すると(8)式は各企業の(一層擴張すれば産業部門の)生産函数の幾何平均を與へることになる。依つて(9)式は如何なる生産量の幾何平均である。この様に解したときの(9)式は如何なる意味をもつかを見よう。

Qを一定にして極小化の操作により均衡方程式を得るが、(8)式は筆者が前論文(註2)に於て定義したアグリゲイトの式と本來同一のものである故其處で述べた通り、Qについて限界生産力均等式が成立する時は個別企業に於ても亦同時に限界生産力均等式が成立するといふことがわかる。即ち(前掲論文四六頁)均衡式は(9)式を與へる。注意すべきは合理的行動の主體を各企業におくことによつて(9)式が成立することである。(9)が成立すれば(10)式は(8)式を書き變えただけであるから(10)の式の各個別企業の合理的行動の結果として成立するものと解釋出来る。依つて(10)式の X_k, Z_k に關する如何なるアグリゲイションをも必要とせずに成立するのだといふことがわかる、勿論(8)式

の X_k, Z_k の項の平均を(8)式を用いて簡略化して書くことは差支えないが、合理的行動の原理が適用されるのはCではなく X_k, L ではなく Z_k であることを明にしておかねばならないであらう。シェパードはCLを用いて合理的行動によるVの意味づけをしようとし、 P_k, W_k のアグリゲイトと進むのであるがこれはrational behaviorの主體を甚だ不明なものとし、結論の經濟理論の意味を失わしめるものと考えざるをえないであらう。(10)式によりアグリゲイトされた各企業の要素は(10)式に對してよく適合する可能性があるとはいへ、これはシェパードの「巨視的變數による合理的行動」に關する解釋が正しいといふ事を裏付けるものではない。

次にシェパードは(10)式のVは(11)式のVに、いわゆる収益選増、選減や完全競争と無關係に、意味を與へると述べているが利潤極大でなく費用極小の場合當然得られる結論でこれは新しい智識を加えたものではない。
扱て企業間のアグリゲイションに於てCLを定義しこれを用いて合理的行動を論ずる事の經濟理論の意味が不明であれば、CLを用いる場合の費用函数、

$$Q(U, P, W) = f(U) \cdot \text{const} \cdot P_1 \dots P_n \cdot W_1 \dots W_m$$

はCLに關する費用極小過程を含む故に個別企業内部の問題としての(7)式と形式的に對應するに止まり、經濟學の意味は不明となる。

このようなわけから、シェパードの論行はすべて同一企業内の多種要素のアグリゲイションと解する限りに於て經濟學の意味を附與されるものと考えられる。

個別企業間のアグリゲイションと解するならば、その立場はクラインのそれ(註3)に酷似する。實際(8)式(10)式に於て $f(U)$ をUとすれば、(生産函数と費用函数に双對性(duality)を附

與しようという意圖に基く、 W_k, P_k の幾何平均によるアグリゲイトの採用を除いては)全くクラインのアグリゲイションと同一と解してよいであらう。従つてクラインに對する批判はそのまま、この場合にもあてはまると考へられる。筆者は異種の企業間のアグリゲイションの問題はクロスセクション分析を回避することによつてのみ起ると考へる故に果してそれ自體問題とするべきかを疑うものである。けれどもこの點の積極的考察は他の機會に行いたいと思ふ。

この本はなお最後にイヴアンスの生産理論を homothetic function を用いて説明してゐるのであるが省略したい。

本書の特質は結局費用函数と生産函数の間に存する美事な雙對性の發見と、一次同次性を極度に利用した一企業内の要素の頗る簡明な綜合方式の樹立に求められると考へる。この二つの成果に關する限りは生産現象の解明に當るものにとつて極めて有益な手段を提供したといへよう。

(Princeton University press, \$2.00)

(註1) Rに於ける $Q(U, X_1, X_2) = 1$ の切線 $S^1 R^1$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial X_1}\right)_R (X_1 - P_1) + \left(\frac{\partial Q}{\partial X_2}\right)_R (X_2 - P_2) = 0$$

然るに $X_1 = \left(\frac{\partial Q}{\partial X_1}\right)_R, X_2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial X_2}\right)_R$ (X_1, X_2 は價格) であることが證せられるから (十三頁) S^1 の直線は

$$X_1 X_1 + X_2 X_2 = P_1 X_1 + P_2 X_2 = Q(U, P_1, P_2) = 1$$

且つ S^2 は法線方向 ON^1 原點からの距離 $\frac{(X_1^2 + X_2^2)^{1/2}}{1}$ である。

ある。 S^2 のポールの距離 $OP = (X_1^2 + X_2^2)^{1/2} = \frac{1}{ON}$ P^1 に垂直な ON 上の點 P である。

(註2) 三田學會雜誌二十七年二月號拙稿。

(註3) L. R. Klein; Macro economics and the Theory of Rational Behavior Econometrica, No. 1946

(小尾 惠 一 郎)

アメリカ綿業史の一研究

—フォール・リッジーを中心として—
Smith, Thomas Russel, "The Cotton Textile Industry of Fall River, Massachusetts, A Study of Industrial Localization." (King's Crown Press, N. Y., 1944, 163 p.)

アメリカ綿業に於ける工場制の起原は、(一)獨立戦争前後に始まる議會の財政的援助を受ける特權企業、(二)フィラデルフィア其他の都市の小生産者が政府の補助を受けずに職場を持ち、中部諸州の織物業者及び労働者の源泉となる。(三)ニュー・イングランド商人が綿業に従事する場合。(1)プロウイデンス商人アール・ミラー・ブラウンがスレイターと共にパートナーシップによりアメリカ最初の水紡機綿工場設立(一七九〇年)。織布工程は前貸制に依存、現物賃銀制と家長的關係が見られ、「工業的封建制」(クラーク)「卸賣手工業制」(グラス)と規定される。「ロー・アイランド型」。(2)ボストン商人ローウェル等によるジョイント・ストック・カンパニー制と力織機によるウォルサム工場。全工程を含み、ウォルサム、ローウェル等綿業大中心地に見られる。「ウォルサム型」。

扱ここで問題にすべき點は多いが、先ず商業資本の範疇的轉化は、全機構的にはどの様に位置づけらるべきか。其は寧ろ投