

Title	ロバート・ドルフマン著 線型計画論の企業理論への適用
Sub Title	Dorfman, R.: Application of the linear programming to the theory of the firm
Author	尾崎, 巖
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1953
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.46, No.10 (1953. 10) ,p.874(118)- 881(125)
JaLC DOI	10.14991/001.19531001-0118
Abstract	
Notes	書評
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19531001-0118">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19531001-0118</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

書評

ロバート・ドルフマン著

「線型計畫論の企業理論への適用」

Application of linear programming to the theory of the firm.

Robert Dorfman

尾崎 巖

一序論

一般にある特定の経済目的函数 (economic objective function) を一定制約条件の下に極大化しようとする場合の解を求める問題として發達した線型計畫論 (linear programming) は、その性格から極めて廣泛な適用範圍を有するものであり、之が利潤極大化を追求する企業行動の理論に適用可能なる事は當然の理であろう。しかし乍ら元來純然たる數學操作であり且つ物理的技術的關係のみを扱つたこの線型計畫論を個別企業という現實に利潤極大を追求して行動する主體に適用する時、直ちに一つの難問に逢着する。即ち如何にして線型計畫

論の中に市場價格體系を導入し得るかという問題である。それには二様の方法が考えられるであろう。その第一は價格體系を陽表的に導入する場合である。即ち線型計畫論をあくまで當該企業の完全に技術的な生産函数の近似的導出の爲に利用し、かくして得られた生産函数と併行的に市場價格體系を導入することに依つて、企業の均衡點を見出そうとする試みである。(註1)

(註1) この方法は、拙稿「企業生産函数の分析」三田學會誌、28、四月號に於いて、線型計畫の立場からの企業理論への接近の爲に用いられた。

第一の方法に反して、第二の方法は市場價格體系を陰伏的に、線型計畫論自体の中に導入しようとするもので、ここに紹介しようとするドルフマンの理論がそれである。即ち彼に依れば、固定された技術的な生産函数をもつ生産工程 (productive process) の定義の中に、純収益なる概念を媒介にして、商品の價格體系を結合し、一舉に利潤極大點を見出そうとするのである。以下彼の展開する所論を追いつつその理論の持つ意味を考察したい。

二 ドルフマン理論の基本的構成

本書は四つの章から構成される。ここでは線型計畫論に必要な數學的操作の煩雜性(例えば計算手續の數學的技術や、解を見つける爲の定理及び證明等)は最小限度に留め、主にドルフ

マンの構成した企業理論の經濟學的側面について述べることにする。第一章「企業理論への二つの接近」に於いては、正統的な限界分析法と線型計畫とに依る二つの接近方法を序論的に描寫し、特に前者の非現實性と同時に後者のより適切な事を強調する。次に第二章「固定要素を用いる競争的企業」及び第三章「獨占的生産物に對する生産計畫」の二章に於いて初めに述べておいた價格導入への努力が展開される。第四章「假定、制約、可能性」はゴルドン教授(R. A. Gordon)の線型計畫の條件に對する嚴密な體系的批判の再述である。従つて第二、第三章を中心論議を制限することにしよう。

利潤極大を追求する企業は三種の決定を爲さねばならない。即ち、(1)生産方法を決定する爲の技術的決定、(2)完成生産物の量の決定、(3)若し可能ならば、需要曲線の變更に關する市場決定の三者である。本書では市場決定に關しては述べられていない。(1)の技術的決定は、從來「最も有効な生産方法が存在する」という假定に依つて、經濟分野よりはむしろ技術者の扱う問題と考えられ、アプリアオリに生産函数として與えられて來たものであつた。ここでは生産函数に含まれたる商品間の連続的な代用を許容している。然し現實の近代的大規模生産に於いては、一定の産出物に對して一定比率の生産要素の組合せが存在すると考える方がより適切であろう。従つて特定の機械が利用されると同時に、それに結合される他の生産要素量を決定するものであつて、連続的な代用は許容されないのが

通常である。かくして線型計畫論の特徴は、技術的な生産係數一定なる生産工程 (productive process) の採用に始まり、企業者は多くの生産工程の間で選擇決定を行うと考へるのである。

今や企業者のとるべき生産計畫—— $T$ で表わす——の問題は、採用さるべき生産工程  $P_i$  の選擇と、それ等各々の水準(大きさ)  $X_i$  の決定と言ふ事に歸着する。さてある任意の生産工程  $P_i$  は、それに含まれる  $n$  個の投入物の固定比例量  $(j=1, \dots, m)$  と  $m$  個の産出物の固定比例量  $(l=1, \dots, m)$  とに依つて特徴づけられる。

$$P_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{im}) \dots (1)$$

各  $P_i$  の採擇さるべき水準を  $x_i$  とすれば、生産計畫とは

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \dots (2)$$

(但し、 $k$  々の  $P_i$  が採擇するものとす)

を決定する事であるから

$$T = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \dots + \alpha_n P_n \dots (3)$$

と表わすことが出来る。(採擇されない  $P_i$  の  $\alpha_i$  は零である)

次に最初の投入物の全消費量を  $Z_1$ 、二番目の投入物の全消費量を  $Z_2$ 、以下同様にとると

$$Z_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n$$

$$Z_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \quad \text{etc.}$$

となることは明らかであろう。そこで簡約の爲に

$$A_1 = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}) \quad (\text{column vector})$$

$$A = (A_1, A_2, \dots, A_n)$$

(mrows, keolunms の K ト ャ ャ ャ)

$$Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$$

と置く。

$$Z = AX \dots \dots \dots (4)$$

となり、之は生産計畫に依つて必要と定められた投入量に他ならない。今各投入量に  $S_1, S_2, \dots, S_m$  なる資源の量しか存在しないとする。

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_m)$$

は、必要な投入量の制限条件となり

$$AX \leq S \dots \dots \dots (5)$$

$$X \geq 0 \dots \dots \dots (6)$$

が成立つ。(5)(6)を条件として、 $X$ の何等かの特定の函数  $f(X)$  を極大にすることが、線型計畫の本質である。(以上第一章、詳しくは本分又は前記拙稿「企業生産函数の分析」参照)

さて以上の論議を競争的企業に適用することが第二章で試みられる。

先ず、生産計畫期間の初頭に彼の處分し得る一定の固定要素を有し、その固定要素に必要な變化要素 (variable factor 例えば原料等) を購入し得る競争市場に直面している一企業者を想定する。彼の生産計畫はその所有する固定要素を最上に、即ち利潤極大なる如くに利用するプランを決定することである。

當該企業には、 $k$ ヶの生産工程  $P_k$  が存在しその各々は固定要素  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$  のみで特性づけられるものとする。次に各

ベクトルとする。

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \dots \dots \dots (7)$$

(5)式、(6)式、(7)式から

$$Z = AX \dots \dots \dots (8)$$

次に(4)式と(7)式から純収益  $r$  は次の如くなる。

$$r = 1'X \dots \dots \dots (9)$$

ここに  $1'$  は  $k$  エレメントからなる単位行ベクトルを表わしている。

上述の如き定式化に於いて、企業の直面する問題は次の如く要約されるであろう。

「各生産固定要素に制限量  $S_1, S_2, \dots, S_m$  が存在し

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_m)$$

とする。企業家は

$$X \geq 0, AX \leq S$$

$$r = 1'X$$

を極大にせんと試みなければならない」と。

その後ドルフマンは、定式化された問題の解を見つける爲に、ダンテヒ (George B. Pantzig) の用いた手段に依る數式的修正を加え、更に線型計畫に於ける技術的側面の展開を極めて數理的に展開するが、ここでは二つの固定要素をもつた場合の最適計畫の圖式的解を説明するに止める。第一圖に於いて  $P_1, P_2, \dots, P_5$  の各點は、純収益一弗をもたらす單位水準の生産工程を表わしている。例えば  $P_1$  が利用されているという事は第一の要

「ロバーマ・ドルフマン著「線型計畫論の企業理論への適用」

生産工程  $P_i$  に就き、その工程に必要な variable factor の費用を超える生産物の販賣からの収益の超過分を、 $P_i$  の純収益と定義する。それ故各單位生産工程は一弗の純収益を生ずる水準で達成される爲のその工程に含まれる固定要素量で、一義的に定まる譯である。記號的には、

$$P_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \quad i=1, 2, \dots, k \dots \dots (7)$$

但し、 $a_{ij}$  は  $i$  番目の單位工程による  $j$  番目固定要素の消費量

となる。次に  $a_i$  に依つて  $i$  番目工程の利用されるべき水準とする。即ち  $P_i$  が  $a_i$  水準で利用される時には、その工程からの収益は、 $a_i$  弗であり、一番目の要素の  $a_{i1}$  單位量、二番目の要素の  $a_{i2}$  單位量等以下同じ量を消費することになる。

一般に企業は  $P_1$  を  $x_1, P_2$  を  $x_2, \dots, P_k$  を  $x_k$  水準で利用するものとするれば、全體の純収益は

$$r = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_k a_k \dots \dots \dots (4)$$

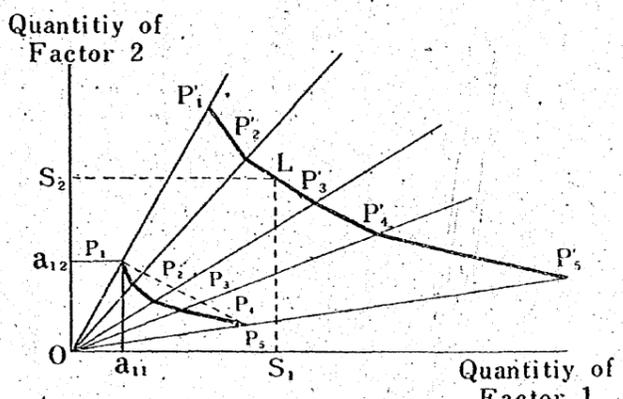
となるであろう。同様にして各要素の全體の消費量は、 $k$ ヶの工程の各々に依つて消費された量の和であり、次式の如く書かれる。

$$Z = a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + \dots + a_{1n}P_n \dots \dots \dots (5)$$

今  $P_i$  を  $n$ ヶのエレメント  $a_{ij}$  をもつ列ベクトルと考え、各  $P_i$  を行列の形で書けば

$$A = (P_1, P_2, \dots, P_n) \dots \dots \dots (6)$$

は  $n$  行  $k$  列の行列である。更に次式を  $k$  エレメントをもつ列



(第一圖) 二つの固定要素をもつ場合の最適生産計画

素  $a_{11}$  單位、第二の要素  $a_{12}$  單位を使用して、一弗の純収益を得ることを示している。さて各點を結ぶ直線を考えよう。例えば  $P_1, P_5$  なる直線をとる。今  $P_1$  と  $P_5$  のみから成る生産計畫  $T = x_1 P_1 + x_5 P_5$

に於いてはその純収益の總額は、  
 $r = x_1 a_1 + x_5 a_5$   
 であるが、ここで  $r=1$  なる計畫をとると

$$\therefore T = x_1 P_1 + (1-x_1) P_5 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{51} \\ a_{12} & a_{52} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1-x_1 \end{pmatrix}$$

となり、 $T$  を  $T = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$  で表わすと

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + (a_{11} - a_{12})x_1 \\ a_{21} + (a_{21} - a_{22})x_1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{a_1 - a_{11}}{a_2 - a_{21}} = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{21} - a_{22}}$$

となつて、純収益一弗を生ずる計畫  $(a_1, a_2)$  は  $P_1$  なる直線上に來る事が容易に見られる。この事から直ちに最も有効なる生産工程の組合せは各點を結ぶ直線の中、最下方に存在する各隣接點を結んだ折線、圖に於いては  $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$  の上に來る事がわかる。何となればそれ等の折線上の點に於いて、固定要素の量が最小となるからである。さて當該企業は、各要素に就いて  $S_1, S_2$  なる量を保有しているものとする。圖に於いて企業は矩形  $O, S_1, L, S_2$  の内部に於いて生産工程の選擇を行うであらう。L 點が最高収益を示す折線  $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$  (L 點は  $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$  に平行である) 上にある爲に企業の最適生産計畫點は L 點で定まる。圖の場合は工程  $P_2$  と  $P_3$  との組合せに依つて生産が達成される事を示している。

以上述べたところが、ドルフマンの理論の基本的な骨格である。その特徴の第一は生産工程をその企業の有する固定要素(資本資産)のみで定義し得るものと解し、企業理論への第一次近似を試みた事——之は固定要素とその他の生産要素との種々の組合せ即ち使用強度の無視であると共に、その結果生ずる生産物數量の變化及び収益の變化を無視した事になる。この爲には(7)式を次の様に定義しなければならないであらう。

### 三 價格轉嫁の問題及び獨占の場合

ドルフマンは更に、固定要素の價格轉嫁の問題に注意を向ける。これ迄「あたかも固定資源を價格を有せざるもの如く扱つて來たが、その實、價格問題とその解決は、理論の中に暗黙裡に存在していた」「事實、價格及び評價(valuation)の問題は、資源配分の問題を解く事に依つて本質的には解かれていたのである。」と言ふ。然らば如何にして保有する資本設備の費用(評價)を決定するか。資本資産の價值とは一般に產出量に對するその歸屬分の價值と等値であり、従つて個々の資本資産の歸屬分を分離しなければならない。然も線型計畫に於いては、その資本の限界生産力概念を用いることは出來ないのである。さて再び、 $n$  ヶの固定要素と  $k$  ヶの工程を有する企業を考察する。一般の場合最適計畫は正の水準で丁度の  $n$  ヶの工程の組合せから成るのが普通である。そこで

$$B = (P_1 P_2 \dots P_n) \text{ なる } B \text{ を分割して}$$

$$B_1 = (P_1 P_2 \dots P_n)$$

$$B_2 = (P_{n+1} P_{n+2} \dots P_n)$$

とおく。但し初めの  $P_n$  迄が使用さるべき工程である。單位工程  $P_i$  の生ずる収益を  $v_i$  とすれば、之も二つの部分に分割して次式の様子書ける。

$$V_1 = (v_1 v_2 \dots v_n)$$

$$V_2 = (v_{n+1} v_{n+2} \dots v_n)$$

ロバート・ドルフマン著「線型計畫論の企業理論への適用」

$$P_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{i2})$$

ここに  $a_{ij}$  は固定要素,  $a_{ij}'$  は變化要素,  $b_{ij}$  は完成生産物を示す。

次に第二のより重要な特徴は市場價格體系の導入の仕方である。上述の如く、彼は市場にて購入する變化生産要素及び、各生産物の市場價格を純収益を媒介として生産工程の單位水準に含ませる。之は極めて興味深い工夫であり、從來の線型計畫論に於ける物理量の最有効點の導出を、價值量たる利潤極大點の導出に一舉に轉換した事となる。然し乍らこの場合には新しい資本設備の購入に依る企業者の投資決定を完全に無視してしまうであらう。何となればその場合購入さるべき固定要素の市場價格を陽表的に導入せざるを得なくなる爲である。従つてドルフマン自身も認める如く彼の理論はその企業の有する資本資産の最適利用という問題に制限される。新投資に對する企業理論の形成には、線型計畫を本來の技術的生產函數の導出にのみ適用し、あらゆる商品の價格體系を陽表的に導入することに依つて可能となる様に思われる。

第三の特徴は、生産量を販賣量と同一視する假定から生ずるものであり、ドルフマンの理論は生産物の需要側の制約條件を全く考慮していないと言ふ事である。企業理論としては、先ず以て決定されたる需要量に對し、費用極小ならしむる生産計畫の樹立をも可能ならしむるものでなければならないであらう。

$$V = (V_1, V_2) \quad (V \text{ の記號は、 } V \text{ を } \alpha \text{ の行と列の變換を示す})$$

$$X_1 = (x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$X_2 = (x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_n)$$

$$X = (X_1, X_2)$$

亦  $S = (S_1, S_2, \dots, S_m)$  を導入する。

さて  $j$  番目の固定要素の用いられた量の單位轉嫁費用 (unit imputed cost) を  $U_j$  とすると

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$$

今工程  $P_i$  を考えると  $P_i$  の轉嫁費用は、

$$t_i = a_{i1}u_1 + a_{i2}u_2 + \dots + a_{im}u_m = P_i U$$

で表わされる。そこで全體の純収益が固定要素間に分配されねばならないのであるから、若し  $P_i$  が最適計畫に用いられている時は、

$$t_i = v_i$$

$P_i$  が用いられていない時は、

$$t_i \geq v_i$$

なる事を要請するであらう。この條件から使用されている生産工程に就いて次式が成立つ。

$$B_1 U = V_1$$

$$\therefore U = B_1^{-1} V_1$$

この様にして、各固定要素の轉嫁費用  $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$

が決定される譯である。

最後に第三章で展開されている獨占的生産物に對する生産計畫を簡単に紹介しておく。

獨占企業に於いては今迄述べた競争的企業の場合の制約の他に更にもう一つの制限が加わる。彼の産出量の増加に伴つて價格が下落するであろう。之は産出量に對する需要の飽和現象を意味している。需要曲線下落の存在は、獨占者をして技術的に可能な制限より以下に彼の生産物を制限せしむるであろう。その場合の接近方法は以前と大部異なる。

多數商品を結合的に生産する一つの企業を考える。企業は幾つかの生産工程 $P_i$ を有し、 $P_i$ の各々はその生産工程で費された一弗あたりの生産物の各々 $y_i$ に依つて特性づけられるものとする。更にその生産物の市場に出される價格がその數量に依存する——簡單の爲一次函数であると假定すると、企業は生産の爲の直接費用を超過する粗収入の超過分を極大にしようとするのである。 $P_i$ に依り $y_i$ 番目商品の價格、 $y_i$ をその産出量、 $b_j$ と $c_j$ をその商品の需要曲線を記述する固定係數とすると

$$p_i = b_i - c_i y_i$$

なる式が成立つ。前の場合と同様にその工程で一弗だけの消費がもたらす種々の産出量に依つてその工程は特性づけられる。その時は $b_i$ と工程の支出額を示し、企業が $n$ ヶの工程を持つものとすれば、その生産状態は次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$\therefore Y = AX$$

更に價格關係は次式で示されよう。

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - c_1 y_1 \\ b_2 - c_2 y_2 \\ \vdots \\ b_n - c_n y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1n} \\ c_{20} & c_{21} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n0} & c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\therefore P = B - CY$$

さて販賣からの粗収入を $g$ で表わせば

$$g = Y'P$$

となり、故に粗収益は次式で定義される。

$$r = Y'P - IX$$

この $r$ が最大になる様に最適計畫を設定するのである。ドルフマンはこの考え方を更に獨占需要(monopsony)の場合に迄適用している。何れも、獨占供給の場合には生産要求需要價格を、獨占需要の場合には生産物價格を、以前と同様に陰伏的に導入している事に變りはない。従つて前述の批判はこの場合にも適用されるであろう。

#### 四 結 語

以上でドルフマンの理論の大部分を批判しつつ概括し終え

た。彼が冒頭で述べている通り本書は「線型計畫論の企業理論への適用の最初の試みである。」且つ價格體系との結合を獨自の方法で線型計畫に結合し、競争的企業から獨占的企業の場合に至る迄體系的な展開を爲している。更に本稿では觸れ得なかつた數理的側面に於いても嚴密な理論を構成し何等の批判を加うべき餘地を残していない。企業理論の線型計畫論からの接近に於ける一分野を開拓したものと云えるであらう。しかし乍ら、既に述べて来た如くドルフマン理論の適用範圍に於ける新投資決定理論の缺如、保有の固定要素のみで生産工程を特性づける不完全性——即ち變化要素との組合せに依る使用強度の無視等を考慮する時はやはり技術的な關係を示す生産函数を導入し、その生産函数に線型計畫を適用すると共に市場價格體系の陽表的な導入に依つて企業均衡點を見出す方法が必要となつて来るのではなからうかと考えられるのである。

#### 經濟學會報告 (昭和二十八年四月—九月)

四月十六日	我國における勞務管理の發達と特質	森 五郎
四月三十日	「プロコピウス」アネクドット「ウエーバー」方法論における自然主義批判の問題	宇尾野 久 服部成三郎
五月七日	生産における一假設について——配率の新投資需要などについての考察	小尾惠一郎
五月十四日	M・ウエーバーの没價值性理論に於ける主観性(客観性)について	富田重夫
五月廿一日	貸借對照表上の純利益	高橋吉之助
五月廿八日	臨時工の實態とその特質	黒川俊雄
六月四日	近世における漁業經營の一形態	速水 融
六月十一日	「リチャード・ジョーズ」のリアカア下地代論批判	平野絢子
六月十八日	アメリカ植民地工業の發展	中村勝己
六月廿五日	植民地の獨立と新植民政策の展開について——インドネシアの場合——	矢内原 勝
七月九日	資本需要理論の分析——投資函数の測定	尾崎 巖
九月十七日	フランス産業資本家の性格について	渡邊國廣