Title	ゲーム理論の銀行貸出政策への適用
Sub Title	Min-Max approach to the Banker's credit policy
Author	村井, 俊雄
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1953
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.46, No.10 (1953. 10) ,p.817(61)- 837(81)
JaLC DOI	10.14991/001.19531001-0061
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19531001-0061

（註27）δは Frisch "The New Methods of Measuring Marginal Utility" に於ける實質所得と貨幣所得の媒介因子と類似する。

（註28）f・gは次の性質をもつ不連續函數と定義される。

$$\begin{cases} 0>l^{**}>1 \text{ の範圍で } f(l^{**})=+1 \\ 0>r^{**}>1 \text{ の範圍で } g(r^{**})=+1 \\ 1\leqq l^{**} \text{ の範圍で } f(l^{**})=0 \\ 1\leqq r^{**} \text{ の範圍で } g(r^{**})=0 \end{cases}$$

前節迄の議論では遊休施設の存在を前提としていたのであるが、構造推定（Structuel estinetion）に用ひられる資料は補償費の考慮を必要としない景氣過程の部分を含むであろう。從來の均衡概念をfとgが零である場合として表はす様な一般的な構造式系を得るために右の不連續函數が導入されたのである。

（註29）CがWに眞數で比例するとおけばμ_0は1となりμ_1は0となる。

（註30）C及びr_2についての假定は前と同じ。

（註31）(2・21)からmが推定されるから、(2・20)のk・jを用いて（Δの平均値を用い）(2・18)(2・19)からδ及びεを分離出來る。

（註32）この推定方法は、均衡方程式の考慮によつて市場條件を除去せる技術體系としての生産函數を剔出するばかりでなく、補償費の同時推定機構を含むから、經濟外的（社會的）條件により影響された資料を實驗計畫的に處理出來ると信ずる。

（註）Steindl; Matuality and Stagnation of American Capitalism.

ゲーム理論の銀行貸出政策への適用

村　井　俊　雄

はしがき

しばしば利子體系といふ言葉が述べられるが利子體系とは何を指すのであるか。この問に對するある種の解答が此の論文である。普通利子體系といふと長期と短期、預金利子貸出利子、公債の利廻とかの集合を指してゐる様である。其處には其儘では何等の秩序も示されない。從來その秩序の確立に色々な試みがなされた。例へば長期と短期の問題をJ・R・ヒックス(1)、不確實性の問題をO・ランゲ(2)等があるが、その試みは一つの共通點を持つてゐる。同次化すると言ふ事である。我々は別の觀點から接近しようと思ふ。問題を銀行の貸出利率に限定し、その内部の體系の説明を試みる。その爲銀行の行爲の確定を行ふ。接近はゲーム理論により、利子體系の意義を夫々の利子率に對する貸出資金の分布に置きそれが決定されるメカニズムを示さうと考へる。第一節ではゲーム理論の經濟學的意義の説明、第二節ではゲーム理論の展開、第三節で銀行の貸出政策への適用を取扱う。

一　ゲーム理論の意義

傳統的經濟學特に數理經濟學が唯一つの公理(3)から種々の重要な歸結を演繹して來た事の功績を我々は十分に認めねばならない。然しながら、「我をして一歩前進せしめよ。」と言ふ科學の宿命的任務は絶えず確立した權威への反省として現れて來る。

然らば數理經濟學の公理とは何であるかと言へば、經濟主體は maximizing behavior を爲すと言ふ事である。若し公理といふ語が社會科學たる經濟學に不適當といふならば、假説と呼ばれてもよいであらう。

數理經濟學の定式を示すと、

$$(1\cdot1)\qquad Z=f(x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n,\ \alpha_1,\ \cdots\cdots\alpha_m)$$

Zを効用或ひは滿足とし、函數fは或領域で定義された一價函數で、少くとも二次の導函數が存在して連續であるならば、

$\boldsymbol{x}=(x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n)$, $\boldsymbol{\alpha}=(\alpha_1\cdots\cdots,\ \alpha_m)$, とべくとるで示して、$\boldsymbol{x}$は$n$個の財の組合せ、$\alpha$は$m$個のパラメータを示すならば、

$$f(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{\alpha}^\circ)\leqq f(\boldsymbol{x}^\circ,\ \boldsymbol{\alpha}^\circ)\qquad z^\circ=f(\boldsymbol{x}^\circ,\ \boldsymbol{\alpha}^\circ)$$

が全ての$\boldsymbol{x}$について成立つとき、z°は最大である。(4) 此處で我々は一價函數、二次の導函數の存在、且つそれが連續と假定したが、只一つの公理に獨立であつて、單なる數學處理の便宜の爲のものである。理論の構成の上に何等根本的なものではない。所がこの假定から何が洩れたか、如何なる困難がたくみに除去されたかを考へてみる必要がある。

(1·1) で示された効用函數（註1）は一經濟主體にとつての函數である。しかもその經濟主體は他の經濟主體の行爲の影響も受けない。パラメーターα°の條件の下で自己の効用を最大に決定する爲に動かす變數は全て自己の意志或ひは選擇の中にあると云ふ事は注意に値する。此の事は孤島に於けるロビンソー・クルーソーの行動基準と選ぶ所がない。我々が個々の經濟主體を孤立せしめて考へるならば、合理的行爲の内容が普通の最大値の問題と同じである事に氣がつく。卽ち經濟主體にとつて、彼の効用は彼の選擇する財の組合せ、べくとる$\boldsymbol{x}$に對應して一意的に定る事は、極めて簡單且透明であつて、M・ヴィルト氏でさへも容易に理解出來る事柄である。

（註1）　生産函數と考へてもZを利潤とすれば形式的に何等異る所がない。

我々は此處でロビンソー・クルーソーが最大滿足を得る爲に行爲すると同樣な手續で社會交換經濟（social exchange economy）下の經濟主體が最大滿足を得るかどうか檢討して見る必要がある。彼は交換を通じて、最適な結果（optimum result）を得ようとする。所が他の經濟主體も又同樣に行爲する。その結果は幾多の經濟主體の諸行爲の函數として表明され得るであらう。我々は其處では一經濟主體の財の選擇卽ち行爲が多くの變數の中の一變數に過ぎない事を見出す。交換經濟の下では他の事情を等しからしめて、各經濟主體の合理的行爲による最大滿足の保證を得る事は出來ない。

此處に於て我々は社會交換經濟とロビンソー・クルーソーの經濟とは全く質的な相違がある事を感じる。しからば如何なる點から質的な相違が生じたかを整理する時、其の相違點は經濟主體の增加に依存する事が分る。我々が社會交換經濟に於ける經濟主體の maximizing behavior の具體的内容を見失つてしまう。其の結果は一意確定ではないし、當然の結果として、一經濟主體に maximum を保障しない。我々は理論經濟學が立つてゐる基礎、合理的行爲が

ソフィスケートな意味しか持たなくなつて來るのを認めざるを得ない。斯くして新らたな合理的行爲の內容を規定する一つの公理、min-max principle を導入したのが John von Neumann と Oskar Morgenstern である。此の理論を最初に唱へたのは von Neumann (註2) であるが、ゲーム理論として取上げられる直接の原因となつたのは二人の共著 Theory of Games and Economic Behavior 1947. Princeton である。

今ミニマツクス原理を經濟學に導入するに當つて、先づ考へねばならぬ事がある。我々にとつて如何に數學的な興味があらうとも、經濟上に此の原理が無意味ならば、經濟學とは無緣であらう。だが學問が「經驗的實在の思惟的秩序」(5) を必要とし、此の事によつて我々が何を爲し得るかを示すのみに止るならば、前判斷として、ミニマックス原理に從ふものと前提する時、我々は經濟主體が此の原理に從ふものであると證明はなし得ないが、其の妥當性の說明を了解する時、一つの意義ある公理として認めてもよいであらう。只純粹論理又は數學に於ては公理は文化意義を必要としない。實體科學たる經濟學は意義或ひは意味を必要とする。若し其の意義を認めるならば、交換經濟より一般に簡單なゲームと言ふモデルで論理の推移が行はれ得る。

(註2) Neumann, J. von.; "Zr Theorie der Gesellschaftsspiele," Mathematische Annalen, Vol. 100. 1928.

我々がゲーム理論の意圖を示すには、完全競爭――數理經濟學が最も多くの努力を拂ひ且豐かな實りを結んだ假說――を考へてみる事はゲーム理論との關係の理解の爲にも無駄ではなく有効な方法であると思はれる。完全競爭の狀態をゲーム理論に飜譯すると、一經濟主體の效用函數は無數の經濟主體の行爲の函數となり、他の經濟主體の行爲はその經濟主體の效用決定にはパラメーターとして考へられ得る樣になる。此の時、ロビンソー・クルーソーの經濟と同じ事になる。完全競爭を次の如く定義すると、その妥當性が認められる樣に思はれる。

「定義」 完全競爭とは全ての經濟主體がその需要量及び供給量を增減せしめる事に依つて何等價格に影響を及ぼさない狀態を言ふ。

定義から直ちに完全競爭ならば、全ての經濟主體にとつて價格が與へられてゐる事が分る。又その對偶をとると、或る經濟主體にとつて價格が與へられたものでなければ、不完全競爭である。不完全競爭と獨占的とを同義語と解する時、ゲーム理論と完全競爭を前提とした理論との關係が明確化される。(註3) 完全競爭を假定する限りでは (1·1) 式は有力で且つ意味ある定式である。即ち完全競爭といふ仕掛けの故にこそ帽子の中から兎が飛出すのである。

(註3) 山田雄三、遊戲の理論に於ける價格分析、一橋論叢　第二七卷、第六號、p.p. 四六

二　ゲーム理論の展開

前節に於て我々は了解を理解と區別して來た。何となればゲームに於ける行動の公理と經濟に於ける主體の行動の公理との間に於ける類似性は論理の結果であるよりもむしろ前提として置かれるものだからである。だが一度、その類似性が前提されたならば、以下はすべて論理の結果であつて、何等直觀に委ねることはない。

そこで我々は一つの前提であるゲームの參加者の行動の公理と經濟主體の行爲の公理とは同じものであると假定しよう。然る時ゲームといふポピュラーなモデルで取扱つて、其處で確立したものは經濟主體の行動にその儘うつせるであらう。以上の事が認められるかどうかは我々の斷言し得ることではなく、歷史家の判斷に委せる外はない。私がこゝで歷史家といふのは抽象的一般と個との關聯を研究する人を指す。

さて我々はゲームの數學的解明の爲に若干の定義を與へよう。(6)(7)

「定義」

㈠　ゲームとは遊びを行ふ際の規則と慣習の集合をいふ。

㈡　play とは個々の一回々々の遊びをいう。

㈢　"move" とは game に於ける點をいう。

㈣　choice とは play に於ける點をいう。

次にゲームの分類を行ふ。この分け方には三つの獨立な方法による。

(1)　player の數によつて、二人のゲーム、三人のゲーム、一般に n 人のゲーム。例として將棋は二人のゲーム、マーヂャンは四人のゲーム。

(2)　得點の和が常に零になるゲームを zero-sum のゲーム、零にならないゲームを nonzero-sum のゲームといふ。例として將棋で勝てばいくら拂ふと定めておけば zero-sum のゲームとなる。

(1)と(2)を組合せると zero-sum two person game, non-zero sum n person game 等々分類出來る。

若し我々が play の終つた時に、ゲームのルールに從つて支拂ひをするものと定めておき、n 人のゲームで各人の支拂ひを p_i (for $i=1, 2, \ldots\ldots, n$) とする zero-sum ならば、

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 0$$

普通の室内ゲームは大體 zero-sum である。

(3)　最後の分類として move が有限ならば有限のゲーム、無限ならば無限のゲームとに分かれ得る。

我々はこゝでは有限のゲームで zero-sum two person game を取扱ふ。

player が二人であるから、その様なゲームについて性質を調べて見よう。player を夫々 P_1、P_2 とし夫々の choice を

$$(2\cdot1)\qquad \tau_1 = (\xi_1,\ \xi_2 \cdots\cdots \xi_p)\qquad p<\infty$$
$$\tau_2 = (\eta_1,\ \eta_2 \cdots\cdots \eta_q)\qquad q<\infty$$

で表はせる。何となれば、有限のゲームであるから有限の choice しか存在しない。その時ゲームのルールに從つて、支拂ひが行はれる。P_1 が受取る全額を

$$(2\cdot2)\qquad \gamma_1 = f(\tau_1,\ \tau_2)$$

で表はせ得る。P_2 の受取りは zero-sum だから

$$p_2 = -f(\tau_1,\ \tau_2)$$

(2·1)(2·2) を pay-off function と名付ける。

(2·1)(2·2) の如く P_1、P_2 の choice を一括して考へた、ゲームの型を normalized form と呼ぶ。τ_1、τ_2 を P_1、P_2 の手（strategy）と呼ぶことにすると、choice が異ると手も異る。そこで P_1、P_2 は夫々 m、n 箇の手を持つてゐるものとする。その時々は P_1 の受取りの表を夫々の手に對應さして上の圖の如く作成し得る。

P_1 \ P_2	$\tau_2^{(1)}$	$\tau_2^{(2)}$	……	$\tau_2^{(j)}$	……	$\tau_2^{(n)}$
$\tau_1^{(1)}$	a_{11}	a_{12}	……		……	a_{1n}
$\tau_1^{(2)}$	a_{21}	a_{22}	……		……	a_{2n}
⋮						
$\tau_1^{(i)}$	……	……	……	a_{ij}	……	……
⋮						
$\tau_m^{(m)}$	a_{m1}	a_{m2}	……		……	a_{mn}

Fig. 1

縱に P_1 の手、橫に P_2 の手 a_{ij} は P_1 が i 番目の手をとり P_2 が j 番目の手を取つた時の P_1 の受取り高を表はす。我々は此の表を pay-off matrix と呼ぼう。

次に我々は、P_1、P_2 の合理的な行爲といふものを考へて見よう。今 P_1 が $\tau_1^{(i)}$ の手をと

つたと假定しよう。その時P_2が取り得る手は$\tau_2^{(1)}$から$\tau_2^{(n)}$迄ある。又夫々の手に對應するP_1の受取高卽ちP_2の支拂高は、

$$a_{i1},\ a_{i2}\cdots\cdots a_{in}$$

である。そしてP_2は合理的に行爲するのであるから出來るだけ少い支拂ひをする樣に行爲する。有限だから必ず最小値は存在するからP_2が選ぶ手は

$$\min\{a_{i1},\ a_{i2}\cdots\cdots a_{in}\}=a_{ij}$$

なる手j番目の手である。そこでP_1について考へると、P_1がある手iを取るとすると、P_1が合理的に行爲する限りは、pay-off matrix のi行の中最小の受取高のみが期待され得る。そこでP_1は各行の最小の受取りの中最大の受取りを取れる樣な手を選ぶことが合理的である。このことを式で示し、v_1をその樣な値とする。

$$v_1=\underset{1\leq i\leq m}{\mathrm{Max}}\ \underset{1\leq j\leq n}{\mathrm{Min}}\ a_{ij}$$

今度P_2について考へて見ると、我々は今 Fig. 1 で考へてゐるのだから、P_2がj番目の手を取るとすると、P_1が合理的に行爲する限り、j列の中最大の受取りである樣な手をP_1が取るに違ひない。そこでP_2からいうと、最大の支拂ひになる樣な手をP_1に取られるものと覺悟しなければならない。依つて、P_2が合理的に行爲するには、各列の中最大なもの〻集りで最小な支拂ひとなる樣な手をうつとよいことになる。之を式で示し、その時のP_1の受取りをv_2とすると、

$$v_2=\underset{1\leq j\leq n}{\mathrm{Min}}\ \underset{1\leq i\leq m}{\mathrm{Max}}\ a_{ij}$$

依つて我々が得た事はP_1P_2の夫々にとつて合理的な行爲が如何なるものであるか具體的に內容を與へることが出來たということである。次には只形式的にP_1にとつては Max-Min P_2にとつては Min-Max なる opeaation を行つて出て來た手をとればよいことが分つた。その樣な手をP_1P_2にとつての optimal strrtegy と呼ぼう。理解の爲に、實際の數値を與へて、P_1P_2にとつてのオプティマルな手の見付け方を行つて見よう。

P_1 \ P_2	1	2
1	2	3
2	1	−6
3	−1	4

Fig. 2.

圖2で行についての Minimum を考へると、2、−6、−1でその Maximum は2 P_1に取つては、手1を取ればよい。P_2については、列について、Maximum をとると、2、4、その minimum は2。依つてP_2の optimal strrtegy は1である。然してP_1の受取りは2でP_2の支拂ひも2である。この時ゲームの解は2であるという。卽ち、

$$v_1=v_2=v$$

の時vをゲームの値という。此の種のゲームを strictly determined game と呼ぶ。

所が Fig. 2. の數値を少し變へると$v_1=v_2$が必ずしも保證されないことが分る。Fig. 3. で考へると、P_1の optimal strategp は1、P_2の其れは2で、$v_1=2$、P_2については$v_2=3$で$v_1\neq v_2$である。所がゲームは假定から、zero-sum である。卽ちP_1の受取りとP_2の支拂が等しくなければならない。此の場合ゲームの解は strictly determined ではないという。

一般には、

$$\underset{1\leq i\leq m}{\mathrm{Max}}\ \underset{1\leq j\leq n}{\mathrm{Min}}\ a_{ij}\leqq\underset{1\leq j\leq n}{\mathrm{Min}}\ \underset{1\leq i\leq m}{\mathrm{Max}}\ a_{ij}$$

が證明される（ノォイマン前提書九五頁）。然してマトリックスa_{ij}を$f(i,j)\begin{pmatrix}i=1\cdots\cdots m\\ j=1\cdots\cdots n\end{pmatrix}$

P_1 \ P_2	1	2
1	2	3
2	1	−6
3	5	1

Fig. 3.

2	
3	
−6	
1	

Fig. 3.

なる函數と考へると、$v_1=v_2$ なる爲の必要且十分條件は、

$$\text{Max Min } f(i,\ j)=f(i^0,\ j^0)=\text{Min Max }(f(i,\ j))$$

なる $(i^0,\ j^0)$ が存在することであり、之を saddle point と呼ぶ。

然るに一般には必ずしも $(i^0,\ j^0)$ なる點が存在するとは限らないから、我々はこゝで一つの困難に遭遇してしまつた。

所が次の定理によりある種の解が得られる。

（定理）　任意の mn マトリックス

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots\cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

に對して次の條件を滿足する様な S_m、S_n 全ての元 $X=(x_1\cdots\cdots x_m)$, εS_m, $Y=(y_1\cdots\cdots y_n)$, εS_n

$$a_{1j}x_1+a_{2j}x_2+\cdots\cdots+a_{mj}x_m\geqq 0 \qquad \text{for } j=1\cdots\cdots n$$

$$a_{i1}y_1+a_{i2}y_2+\cdots\cdots+a_{in}y_n\geqq 0 \qquad \text{for } i=1\cdots\cdots m$$

に對して、次の如く定義された函數

$$E(X,\ Y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_iy_j$$

に Max Min, Min Max の operation をほどこすと、

$$\max_{x\in S_m}\ \min_{y\in S_n}\ E(X,\ Y) \qquad \left(\text{但し}\quad x_i\geqq 0\quad \Sigma x_i=1\right.$$

$$\min_{y\in S_n}\ \max_{x\in S_m}\ E(X,\ Y) \qquad \left.\qquad\quad y_j\geqq 0\quad \Sigma y_j=1\right)$$

が存在して等しい。（證明は(6)(7)參照）

此の定理により何がいへるかといふと、手に對して P_1P_2 がとる確率を掛けた數學的期望値に對して maxmin minmax の operation をほどこすならば saddle point が存在することが分るのである。この様な XY を mixed strategy と名付ける。よつて、mixed strategy に於ける saddle point を保障する様な手の出し方を good strategy というならば常に P_1P_2 に取つてゲームの値が一意的に定まることが分る。

以上に於てゲームの最も確立した部分 zero-sum two person game の理論を終る譯であるが大切な事は相手がどの手を取るか分らぬということである。P_1 が若しある特定の strategy（mixed strategy ではない）を取ることが分れば P_2 に取つては、その特定の P_1 の手に對して最も少い支拂ひで濟む様な手を出せばよいことになる。P_1 にとつては、その逆である。そこで、我々が銀行の貸出政策への適用の前に普通の有名な獨占價格決定の方式で考へて見よう。限界收入曲線と限界生産費曲線との交點でその生産量が定り、その生産量に對して需要曲線で對應されてゐる價格が定まる、という定式に從ふものとする。此の場合生産者にとつては消費者の出す手が分つてゐるのであるから單純な最大値問題となるのである。我々の關心事は相手の手が分らぬ場合である。或る人は、「我々は經驗からそれが分るのだ。」と言ふかも知れない。所が分つた場合は問題にはならないし、何の疑問もなく受入れられてゐる前の言葉こそが檢討の對象になるのである。經濟學が書變へられる時は何時も假說について改められる時である。假說の意義が常に問題となるからである。最近の例としてはケィンズの一般理論が完全雇傭の假說から拔出たものである事は周知である。我々も實際に適用する時此の假說の意義を示すとしよう。

三 銀行の貸出政策への適用

不十分な說明で、我々は合理的行爲の內容を抽象の域から脫せしめる事が出來なかつたが、猶、經濟學の分析の用具としては十分の具體性を持たし得たと信ずる。斯くして應用經濟學の一部門である金融理論、特に、其の內部で重要な經濟主體であり、且一層の說明を必要とする銀行の行動の基準としてより具體的意味を與へよう。

我々は接近の方法として公理的接近をとる。

「公理」 銀行は利潤を最大ならしめる爲にミニマックスの行動をとる。

「假說」

(一) 銀行は有限個の利子で貸出可能である。

(二) 銀行の貸出す貨幣は一定である。

(三) 借手は有限個のクラスに分ち得る。

(四) 各クラスを夫々一つとして見ると銀行の利潤は各クラスでプラスである。

(五) 借手の各クラスが借りる貨幣量はマイナスでなく和は一定とする。

以上一つの公理と、五つの假說から我々は問題を究明して行く。出發點として何故公理と假說を分けたかといふ事を說明して置く方が、此の奇妙な接近に對して無用の論爭を避け得る一助となるであらう。公理と我々が呼ぶ場合、理論の中心をなすものを指す。假說はその理論體系內で問題を限る場合に使用される。そして次に我々は論理の定石に從つて公理と諸假說間の矛盾があるかどうか檢討する必要がある。だが此等が相互に獨立である事は容易に確め得る。

以上の事で論理の推移に誤りがなければ我々の理論は一應 consistency を保持し得る。所が我々の諸前提が定めるものの內容が空であるならば、實體科學としては意義を持たない。よつて、此等を前提として採る妥當性を說明する義務がある。

先づ公理から始めよう。

經濟學の重要な部分である經濟主體の行動の基準がなくしては根據の薄弱性を攻擊されても、全く理論體系としての辯護はなされ得ない。斯くして我々は銀行（こゝで銀行とは私銀行 (private fank) を指す）は利潤を最大にするものとするといふ公理を置いた。此れは銀行のオペレーションの理論體系內での形式を規定することに對應してゐる。此の例は數理經濟學の全てに見られることである。例へば一般均衡理論に於ける主體的均衡の條件を出す場合の微分演算による一連の數學的處理がさうである。この公理を置くことに依り我々は、銀行が愛國心や、國民經濟の發展の爲に、或ひは經濟的厚生の爲に自己の利潤を犧牲にはしない事を意味する。だから直ちに銀行家は全てシャイロックであると斷定するのではない。資本主義の經濟體制の中で銀行の行動の意義はこゝにある事を示すのである。所が單にそれだけで終るならば、即ち、單に最大行爲を採ると云ふだけで銀行の行爲を確定せしめ得るならば、我々の理論は不必要である。モデルゲームでいふならば打つ手は極く簡單明瞭である。事實はさうではない。合理的行爲をもつと規定する必要がある。前節で述べたミニマックス行爲を採ると假定すれば、借手がどの樣に行爲しようとも、少くとも銀行が得る利潤はそれ以下ではないことが保證される。銀行の政策といふのは大體に於て、石橋を叩いて渡るといふやり口であるから、この公理は認められてもよいであらう。

次いで我々は假説の説明に移らう。

(一)について考へて見ると從來の傳統的經濟學にあつては "the" rate of interest(1)――即ち只一つの利子率――について考察がなされて來た。即ち一物一價の法則に從つてゐた。勿論この法則は完全競爭といふ假説からの必然の結果である。今我々はこの便利な假説を脱落さして考へようといふのである。市場には多くの利子率が存在して、銀行は任意の利子率で貸出しが出來ると假定する。この事は一見不可能に見えるかも知れない。所が事實は可能なのである。むしろ當然なのである。銀行が他の企業にも増して信用を重要視する。或る意味では信用が商品である。そこで貸倒れに對する態度は他の如何なる企業よりも神經質なのである。依つて信用を與へる場合に、同じ利子で異つた危險を持つ企業に貸す方がむしろ變な位である。(8) 或る人は次の如く反問するかも知れない。「今は日歩一錢六厘が公定相場である。」と。所が銀行のやり口を見よう。Aなる人に一千萬圓を日歩一錢六厘で貸したとしよう。Aには銀行は何等條件を附さなかつた。確かに日歩一錢六厘である。Bも又一千萬圓を借りた。今度は銀行はBに次の條件を與へた。「當座の中に振替へませう。しかし當座勘定の殘高は百萬圓を割らない樣にして下さい。」借手は次の資金の入用の時を考慮して、その約束を必ず守る。Bが借りた金額は確かに一千萬圓である。利子も一千萬圓に對して支拂はれる。だが實際に借りたのは九百萬圓である。すると猶日歩は一錢六厘だらうか？　Cの場合はもつとひどい。一千萬圓を借りた。銀行は更に條件を强める。「日歩一錢六厘で公定です。しかし中百萬圓は定期預金にして下さい。勿論利子は拂います。（所が預金利子はもつと安い。）猶當座勘定の殘高は百萬圓を割らないで下さい。」一體Cは實際には幾ら借りてその日歩は公定の一錢六厘なのだらうか。更にもつとおかしな事さへある。Dは非常に儲けた。稅金が恐ろしい。そこで一策を考へた。銀行から一千萬圓借りた事にし、儲けた金一千萬圓を無記名定期で預けた。銀行には日歩一錢六厘を拂ひ、無記名定期の福徳くぢの利子を貰ふ。一體Dは銀行に幾ら借りて利子は幾らなのであらうか。

以上の如く銀行は任意に利子を定め得る。

(二)については、私が展開する上の未熟さを示すものである。この假説から傳統的利子への接近、即ち利子率は貨幣に對する需要と供給により定るといふ定立的な命題が完全に脱けてゐる。即ち靜態に問題を限つてゐる。所が從來の經濟學(9)だと靜態に於ては利子率は存在しないが、我々の場合には靜態の利子率が、銀行が獨占的（假説(一)から明らか）である爲に、存在し得る。

(三)について、銀行は借手を危險の度合によつて有限個のクラスに分類し得る。此の事は特定の借手が第何番のクラスに入ると云ふ事が分つてゐると云ふのではない。

(四)或クラスが銀行に對して與へた利潤が單位當り正であるといふ假定である。此の假定は可成り嚴しい條件であるが、必ずしも非現實的であるとは考へられない。何となれば、假説(三)からクラスを分類し得て、最終のクラスが存在する。若し其の最終のクラスの單位當りの利潤が負であるならば、そのクラスは銀行の貸出の對象から除外される。この事は中小企業金融が常に問題になる事を思出せば十分であらう。

(五)(二)及び(三)と經濟學的意味では關係があるが論理的には獨立である。前半は自明であるが、假説(二)と後半は恒等的成立を意味する。

猶此處で銀行と云ふ場合獨占的であることは勿論であるが、銀行相互間の競爭は考へないものとする。

有限個の利子率を、$r_1 r_2 \cdots\cdots r_m$ なる m 個とする。借手の有限個のクラスを $C_1 C_2 \cdots\cdots C_m$ なる n 個のクラスに分かれ

得るものとする。今銀行が r_1 の利子を採用したと假定すると、クラス全體が單位當り金額に對する銀行への支拂ひを a_{1j}、（j はクラス1から n 迄變化する）とすると、銀行が利子率 r_1 で得る利潤は次の式で示される。

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=P_1$$

x_1 x_2……x_n は各クラスが銀行から借りる貨幣量とする。此れをすべての利子率で考へて見よう。

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=P_1$$
$$a_{21}x_2+a_{22}x_2+\cdots\cdots+a_{2n}x_n=P_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{m1}x_2+a_{m2}x_2+\cdots\cdots+a_{mn}x_n=P_m$$

一般に、a_{ij} は銀行が i 番目の利子率を採つた際に於けるクラス C_j が銀行に對して單位當り金額に支拂ふ金額である。然るとき銀行が i 番目の利子率のみを採用した際に於ける利潤は、

$$P_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j \qquad \text{for all } i.\quad i=1,\ 2,\cdots\cdots,\ m.$$

所で我々はゲームの理論として之を見るとき、（x_1, x_2, ……, x_n）の選び方は借手の行爲に依存すると考へねばならない。此處で我々は銀行の最も合理的な利潤に對する期待を規定するのにミニマックス行爲を選ぶ譯である。即ち銀行にとつて、借手は銀行に對して最も少い様な組合せ、（x_1, x_2, ……, x_n）を採るものと考へた際の利潤額だけは保證出來る譯である。此の考へ方について、異論があるかも知れない。即ち借手全體がその様な行爲を一致して採るとは考へられない、と云ふ事である。所が我々は何も借手がその様な行爲をするといふ事を要求するのではない。只銀行から見て、借手が一致して、最も銀行に不利の如く行爲した場合を考へただけである。若し借手がその様に、全體として考へた場合、合理的に行爲しなかつたとしたら、銀行の受取りは更に多いであらう。或ひは、その場合銀行は損をするであらうと考へるかも知れないが、今全貸出額を M とすると、

$$x_1/M,\ x_2/M,\cdots\cdots x_n/M$$

を夫々 $\bar{x}_1$、$\bar{x}_2$……$\bar{x}_n$ とすると、假說㈠から

$$\bar{x}_j\geqq 0,\quad \sum_{j=1}^{n}x_j=1 \qquad \text{for all } j$$

且、假說㈢から

$$a_{ij}>0 \qquad \text{for all } j$$

依つて全ての　$x=(\bar{x}_1,\ \bar{x}_2\cdots\cdots\bar{x}_n)$ に對して

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j>0 \qquad i=1,\ 2,\cdots\cdots m$$

そこで、$\bar{x}_j=x_j$ と書くと、

$$\mathrm{Min}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=P_i>0$$

我々はミニマムの存在を假定するとプラスであることが云へた譯である。所がこの存在は直ちに分るであらう。即ち x_j の一次の多項式だから連續函數、x_j の變動領域は有界閉區間だから必ず最大最小が存在する。

一方、銀行は公理からマクシマムな利潤を追求するにはどうしたらよいか。此の間に對して、ゲームの mixed strategy を援用しよう。銀行が利子率 r_1……r_m に對して、その貸出す貨幣量を y_1 y_2……y_m とすると

$$\sum_{i=1}^{m} y_i = M(=\text{定數}) \qquad y_i \geqq 0 \qquad \text{for all } i$$

こゝで我々は銀行の貸出政策にとつて最もよい方法を定めるすべての道具は揃へた譯である。ゲームの理論と全く對應がつくといふ假定——即ち銀行がミニマックス行爲を採るとすると次の如く示せる。

銀行の貸出す單位當りの貨幣に對し次のマトリックスが得られると、

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad a_{ij} > 0 \qquad \text{for all } i, j$$

借手が最も銀行に支拂ひを少くなくする如くする爲の各クラスの貨幣の比を列べくとる、

$$(x_1, \cdots\cdots, x_n)$$

銀行の各利子率に對する貨幣の分布を行べくとる、

$$(y_1, \cdots\cdots, y_m)$$

で示すと、夫々の mixed strategy が定まる。

$$(y_1 \cdots\cdots y_m) \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ & \vdots & \\ a_{m1} & \cdots\cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j y_i$$

$$\text{Max Min } E(X,\ Y) = \text{Min Max } E(X,\ Y)$$

である。

我々は何が分つたかと云ふと、銀行及び借手の最もよい手である。銀行にとつては利子率に對する貨幣の分布、借手にとつてはクラスに對する貨幣分布の比が定まる。

$$\text{Min Max } E(X,\ Y)$$

は銀行が借手がどの様にしようとも得られるであらう最低の利潤を示す。

若し銀行がその手を採らなければ上の利潤以下になる事があり、その手を採つておけば若し借手が銀行から見て合理的に行爲しなかつたら利潤はそれ以上である。

我々はこの或る種の解が存在することは、ゲーム理論で證明されてゐる。解が幾らであるか、利潤が幾許かについては何等述べなかつた。此の計算は決して容易なものではない。最近流行の linear programming と zero-sum two person game の mixed strategy とは等値であることが既に、Dantzig、Kuhn、Gale、Tucker(9) 等によつて證明されてゐて、その數値計算の問題も簡單ではないが解かれてゐる。

猶、假説㈠及び㈣は必ずしも有限個でなくても、連續で有界變動に迄緩められることは連續のゲームで證明されてゐる事を附記して置かう。單純化の爲であつて理論の意味は全く害されてゐないが、經濟的な意味では連續とし取扱ふ方がより妥當であらう。

四　結　論

以上に於てゲーム理論の貸出政策への適用の理論的部分は終つたのであるが、此れは單なる一つの試みである。ゲ

ーム理論は元來經濟學への適用といふ著者の意圖にも拘らず、現在數理統計學の分野で非常な發展を遂げ、經濟學の分野では未だ試みの域を脫してはゐない様に考へられる。私の述べた所も、全くの解釋であつて、上の範圍を出るものではない。又此の理論は一つの大きな弱點を有してゐる。卽ち、その缺陥は公理の中に存してゐる。經濟主體がミニマックス行爲を採ることは極めて消極的であつて、シュムペーターの云ふ「フロンティア」の精神が溢ふるばかり旺盛の場合や、ケインズの「强氣」に對しては全く逆の場合を示す。然し學問は或る意味では一面性の强調である。此の公理の選擇が歷史的に意義ある段階に迄資本主義は到達してゐると云ふ見方もあるかも知れない。だが其の事は此の論文の領域を出るものと考へられる。しかし現在企業と云へば獨占的でない者は殆んどない。ちなみに我々が一つの商品を考へるならば、必ずそれに關連して、其の商品を製造してゐる若干の企業の名を思ひ出すであらう。その事は完全競爭の經濟學の意義が次第に薄れつゝあることを示すと考へてよいであらう。我々はゲームの理論の中簡單な zero-sum two person game のみを取扱つたが、少數獨占の問題も此の理論で解かれ得るのも近い將來であらう。

参考書

(1) J. Hicks; Value and Capital.
(2) O, Lange; Price Flexibility and Employment. 1944.
(3) クールノー富の理論の數學的原理に關する研究、岩波文庫。
(4) Sammuelson P; Foundation of Economic Analysis 1948.
(5) マックスウェバー社會科學方法論、岩波文庫。
(6) J.C.C. McKinpey; Introduction to tho Theory of Gemes 1952.
(7) Neumann and Morgenstern; Theory of Games and Economic Behavior 1948.
(8) F.A. Lutz; The Structure of interest rates; Quaterly Journal of Economics 1940—1941. p. 36—63.
(9) Koopmans; Activity Analysis of Production and Allocation 1951.