Title	限界生産力説における若干の問題点
Sub Title	Some problems in the theory of marginal productivity
Author	鈴木, 諒一
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1953
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.46, No.2 (1953. 3) ,p.179(23)- 197(41)
JaLC DOI	10.14991/001.19530301-0023
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19530301-0023

られる（「朝日新聞」「日本經濟新聞」二八年二月十六日朝刊參照）。

「經濟の軍事化」は議會における政府の答辯が空虚になればなるほど、その裏側で、現實にはどんどん進行している。財政投資が重點部門に出されるから今までの日銀貸出（オーバー・ローン）は回收されねばならぬということになり、その日銀の貸出し方針は一万田構想によれば、（一）鐵鋼・電力・石炭・肥料等を今後「重點產業」としてその助成的金融を强化すること（二）その他の「不要不急產業」に對しては融資をさらに引締めること（三）貿易商社等「優良商社」を育成しその「整理」を促進すること等に中心がおかれると傳えられる（「東京新聞」二八年二月十二日號）。

嘗ての戰爭中のように重點產業が國防基礎產業となり、民需產業を「不要不急產業」とよぶ日が近くないと誰れが斷言しえようか。獨占的系列に入り得ない中小資本のみならず大資本までが、優良ならざる企業として整理され、平和的民需生產への融資はますますたち切られるという方向がはじまりつつあるように思われる。中小金融の壓迫、中小企業の危機の深刻化は、まさにかかる政策によつて推進されはじめているのである。

（附記）中小工業危機の實態として次ぎに（二）戰後における下請關係の變化、下請支拂遲延問題等に現れている生產關係の構造的變化を述べ、さらに（三）獨占と中小工業との關係、つまり今日の全經濟構造の中における中小工業危機の特質を述べ、（四）最後にこれに對する中小企業自身の運動並びに總評の最低賃金鬪爭等にみられる勞働者階級からの危機に對する動きを述べ危機打開の方向を論ずる豫定である。

當初のプランよりも意外に第一章で紙數を費したためこれを上篇として一まず筆をおくこととし、追つて續篇を書くつもりである。

限界生產力說における若干の問題點

鈴木諒一

序

今日の微視的經濟理論の中核をなしてゐる限界效用均等の法則並びに限界生產力均等の法則は、レオン・ワルラス以來、云はゞ自明の理となつてきてゐる。所謂 Aggregation を行う際にもこの原理に對する反省は餘り見られなかつた。クヌート・ウイクセルによつて貨幣ヴェール觀の排除が主張された後においても尙、この法則の修正が試みられることは殆んどなく、實際面への適用に際しても限界生產力說を援用したダグラス函數が屢々現實の資料に適用されてゐる。しかしながら、ダグラス函數の k と j との和が1にならず、限界生產力說のそのまゝの妥當性は否定されることが少くない。しかも何故にこのやうな事態が起るかについての經濟學的考察は殆んど與へられてゐない。勿論その理由として數多くの事柄をあげることができるであらうが、本稿においては、それ等の中、二、三のものをとり上げて見たい。

本論に入るに先立つて、限界效用均等の法則が何故に現在の如き形をとるに至つたかを一瞥しよう。效用遞減法則の發見者の一人であるW・S・ジェヴォンスは、效用は財の固有の質ではなくて、人間の側から見た場合のその財の狀態であると考える。而して、ある財を所有することによつて獲得する全部效用と、ある特定の單位の有する效用（限界效用）とは區別されなければならない。一日一杯の水は人を最も苦しい死に方をすることから救うと云う高い效用を持つてゐる。併し、十分なる供給が保障された後には、それ以上の附加量はどうでもよいことになる。ジェヴォンスは、全部效用と限界效用との關係を正確に表わすため數學を使用する。ある人の獲得する總效用をu、財の保有量をxとすれば、xがΔx單位だけ變化したときの效用の變化はΔuを以て表わされる。そこで$\frac{\Delta u}{\Delta x}$を以て效用度と定義すれば、限界效用は$\frac{du}{dx}$となる。

ジェヴォンスは、限界效用遞減の法則を樹立した後に、交換價値の問題に進む。「使用價値」なる語を以て、ある財を保有することによつて得られる全部效用を意味せずして、限界效用を意味すると解釋すれば、使用價値の高い財は交換價値も亦高く、使用價値の低い財は交換價値も低いと云うことができる。この樣に考えてくれば、任意の二財間の交換比率は、交換後に利用し得るこれ等の財の限界效用の比率と反比例することになる。このことは數學的に次の樣に展開される。

第一及び第二交換團體の交換前の所有量をa b、交換に提供する量をx y、x財及びy財の限界效用をφ ψで表せば、

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\varphi_1(a-x)}{\psi_1(y)}=\frac{\varphi_2(x)}{\psi_2(b-y)}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

こゝまでは當然のことであるが、所謂無差別の法則が援用される。靜態的に考へてある財の品質が完全に等質的であるとすれば、同一の瞬間においては、同一の財の凡ての部分は同じ比率を以て交換されねばならない。從つて限界部分の交換比率と平均交換比率とが相等しく、交換比率の決定は頗る簡單になる。しかし、問題は實にこゝに存在するのであつて、かゝる法則は交換によつて獲得する財の限界效用の遞減と、提供する財の效用の遞增とを考慮しないことになる。しかもこの法則はワルラスによつて一般均衡論にまで發展せしめられ、更に生産財にも適用されて限界生産力說へと發展して行つた。こゝに從來の一般均衡理論の大缺陷が考へられる。又、不完全競爭の場合をも考慮しなければならない。

一

限界生産力說に對する第一の疑問は用役購入者の立場から見て支出する貨幣の限界效用を一定としてゐる假定である。A・マーシァルはその著 Principles of Economics において、「原則として貨幣の限界效用は穀物市場における取引中餘り變動しない。しかし勞働市場では變動する。」（大塚金之助教授邦譯第三分冊三〇頁）と述べてゐる。人が自己の消費用として何物かを買う場合には、一般にその全資力の徵小部分をこれに費すに過ぎない。從つて貨幣の限界效用に大なる變化はない。しかし勞働者が飢餓に襲はれてゐる場合には、彼にとつての貨幣の限界效用は甚大である。彼が初めに不利な地位に立つて安い賃金で勞働を賣るならば、貨幣の限界效用は依然として大きく、依然安い賃金を以て勞働を賣るかも知れない。マーシャルのこの言葉は財の提供者の立場から貨幣の限界效用の可變性を說いてゐるのであるが、財の購入者の立場に立つても多量の財をまとめて購入する際には、同樣に貨幣の限界效用の可變性を考慮すべきである。ジェヴォンスも同趣旨の說明を「經濟學の理論」において與へてゐる。假に一富豪が午前に十萬

ボンドを公債に投じたとすれば、午後に同じ價格で取引が繰返されることは先づ無いと云つてよい。一定の瞬間におけるx財とy財の交換比率はdxとdyの比率によつて定まるものである。靜態的に考へて無差別の法則が成立するときにのみ、限界交換比率と平均交換比率とは一致するのである。

この樣に貨幣の限界效用の可變性は早くから注目されてゐたところであるが、無差別の法則をとり入れたためにこの理論は具體的な實を結ぶに至らなかつた。事實、消費者均衡を問題とする限り、所得の大部分を一財に費す可能性は比較的少ないから、餘りこの問題は重要ではないかも知れない。けれども、企業の場合には、その資金の相當に大きい部分を夫々數種類の生產財に投ずる可能性が少くない。從つて貨幣の限界效用の可變性を考慮しなければならない。このことは更に第二の重要な結論を導く。ワルラスの一般均衡論においては物々交換による交換比率と間接交換による交換比率とは一致する。間接交換は交換の本質に影響を與へてはならないと云う貨幣ヴェール觀はこの貨幣の限界效用不變と云う假定の中から出てくるのである。今日の經濟においては物々交換は例外であり、第i番目の財と第j番目の財の限界代替率について考へると云うことは消費者の behavior として當を得たものとは思はれない。消費者は期首において自己の購入する財の量について完全な知識を持つてゐるわけではないし、第一番目の財を購入するときの貨幣の限界效用よりも、第二番目の財を購入するときの貨幣の限界效用の方が大きい。從つて、直接交換を前提とした場合の限界效用均等の法則は重大な修正を受ける。均等になるべきものはi番目の財を購入するときのi番目の財の限界效用とそれに對應する貨幣の限界效用であつて、j番目に購入する財の限界效用はこれと等しくならない。

かくして、第i番目とか第j番目とか云うことは、從來は單に財の種類を區別するための記號に過ぎなかつたが、今や財の購入の順序を示す記號となる。從來の考え方では例へば米を購入した後に甘藷を購入しても、又之と逆の順序で購入を行つても、消費者の得る總效用は相等しいものと考へられてゐた。云はゞ、均衡理論は數學における Combination の考へ方に對應するものであつた。われ〳〵はこの考へ方を棄てゝ Permutation の考へ方に對應する一層一般的な均衡理論に接近しようとするものである。

今、財１２３……nの價格をP_1 P_2……P_n、購入量をx_1 x_2……x_nとし、貨幣所得をM、貯蓄をSとする。MはP_1x_1とS_1との合計とし、S_1はP_2x_2とS_2の合計と考へ、以下同樣に考へる。(1)式によつて購入の順序が與へられる。卽ち、

$$\left.\begin{array}{l} M=M_1=P_1y_1+S_1 \\ S_1=M_2=P_2x_2+S_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ S_{n-1}=M_n=P_nx_n+S_n \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1\cdot1)$$

從つて

$$M=\sum P_ix_i+S_n \cdots\cdots\cdots\cdots (1\cdot2)$$

こゝでM_iはx_iに對しては常數となるから

$$\frac{dM_i}{dx_i}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (\cdot3)$$

である。從つて

$$\frac{dS_i}{dx_i}=-P_i \cdots\cdots\cdots\cdots (1\cdot4)$$

又i財とj財の間に直接交換は行はれないから、

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_j}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(1\cdot5)$$

又、x_nを除くx_iに對しては $\frac{dS_n}{dx_i}=0\cdots\cdots(1\cdot6)$ と假定することができる。(1・2)は修正された形の收支均等方程式であり、(1・4)は財と貨幣の間の限界代替率を示す方程式である。S_nが初めに天引貯金式に計畫されてゐる量である場合には(1・6)式を擴張解釋して $\frac{dS_n}{dx_n}=0\cdots\cdots(1\cdot7)$ とおくことができる。更x_i S_iのヴェクトル量を夫々X Sで表せば、消費者の總效用は $u(X,\ S)$ とおくことができる。uを最大にする様にx_iを定めるものとすれば、Xはx_iの函數であるから、

$$\frac{du}{dx_i}=\frac{\partial u}{\partial x_i}+\frac{\partial u}{\partial S_i}\cdot\frac{dS_i}{dx_i}=\frac{\partial u}{\partial x_i}\left(1-P_i\frac{\partial u}{\partial S_i}\right)\cdots\cdots\cdots(1\cdot8)$$

(1・2)式を條件式として(1・8)式を極大にしようとするときにはラグランジの乘數をλとすれば、

$$\frac{\partial u}{\partial x_i}\left(1-P_i\frac{\partial u}{\partial S_i}\right)=\lambda P_i\cdots\cdots\cdots(1\cdot9)$$

$\frac{\partial u}{\partial x_i}=u_i,\ \frac{\partial u}{\partial S_i}=u'_i$ とおけば

$$\frac{u_1}{(\lambda+u'_1)P_1}=\frac{u_2}{(\lambda+u'_2)P_2}=\cdots\cdots=\frac{u_n}{(\lambda+u'_n)P_n}\cdots\cdots(1\cdot10)$$

特に $u'_1=u'_2=\cdots\cdots u'_n$ なるときには

$$\frac{u_1}{P_1}=\frac{u_2}{P_2}=\cdots\cdots=\frac{u_n}{P_n}\cdots\cdots\cdots(1\cdot11)$$

となる。(1・11)式は從來導かれてゐた限界效用均等の法則を示す方程式であるが、それには前述の如き條件が必要である。貨幣の限界效用の可變性を認めるならば、(1・11)式は成立せず、より一般的な(1・10)式によらねばならない。即ち間接交換は交換の本質を變化させるものである。更に財と財の限界代替率と云うものは考へられないから、$u_{ij}=u_{ji}$（uの第二次微分商）とおく均等式は成立しない。只$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial S_i}=u_{is}=\frac{\partial^2 u}{\partial S_i \partial x_i}=u_{si}$ とおくことはできよう。このことから安定の條件を求めると、

$$\begin{vmatrix} 0 & u_i & u'_i \\ u_i & u_{ii} & u_{is} \\ u'_i & u_{is} & u_{ss} \end{vmatrix}<0\cdots\cdots\cdots(1\cdot12)$$

なる條件が凡ての財について成立する必要がある。

前述の如く(1・10)式と(1・11)式の差は消費者の場合にはそれほど重要ではないが、企業の場合は一層重要である。Qを生産物、$x\ y\ z\cdots\cdots$を生産要素、$P_x\ P_y\ P_z\cdots\cdots$をその價格とし、$x\ y\ z\cdots\cdots$に對して支出される貨幣を$M_x\ M_y\ M_z\cdots\cdots$とすれば、(1・10)式に對應する式として、

$$\frac{\frac{\partial Q}{\partial x}}{\left(\lambda+\frac{\partial Q}{\partial M_x}\right)P_x}=\frac{\frac{\partial Q}{\partial y}}{\left(\lambda+\frac{\partial Q}{\partial M_y}\right)P_y}=\frac{\frac{\partial Q}{\partial z}}{\left(\lambda+\frac{\partial Q}{\partial M_z}\right)P_z}\cdots\cdots\cdots(1\cdot13)$$

を得る。こゝに$\frac{\partial Q}{\partial M_i}$は當該生産要素でない別の生産要素を購入した場合に得られると考へられるQの量で、資金の

潜在的生産力とも云うべきものである。換言すれば、ある生産要素の限界生産力とその價格とが單純に比例するところに均衡が成立するのではなくて、資金の潜在的限界生産力と云う割引要素がついてゐることになる。この場合 Q は $x\ y\ z\cdots\cdots M$（保有資金の變化額）の一次の同次函數である。

$$Q=x\frac{\partial Q}{\partial x}\left(1-P_x\frac{\partial Q}{\partial M_x}\right)+y\frac{\partial Q}{\partial y}\left(1-P_y\frac{\partial Q}{\partial M_y}\right)+z\frac{\partial Q}{\partial z}\left(1-P_z\frac{\partial Q}{\partial M_z}\right)+\cdots\cdots$$

又、$PQ=P_xx+P_yy+P_zz+\cdots\cdots+M$ であるから、$\lambda(PQ-M)=Q$ となる。M が Q に比例するものとして、$M=mQ$ とおくことができれば、$\lambda=\frac{1}{P-m}$ となつて、λ は次期への繰越金（生産物一單位當りの）を價格から差引いたものの逆數となる。この値を (1・13) 式に代入すれば、各生産要素の限界生産力と價格の關係が與えられる。この關係は從來の理論において說かれてゐた歸屬の原理とは稍々異つた形のものとなる。更に、(1・11) 式を導くために假定した第 n 財に關する貨幣と財の限界代替率零と云う假定を撤去すると、(1・11) 式の各項目中特に第 n 番目の財については、$\frac{\partial u}{\partial x_n}=P_n\left(\lambda+\frac{\partial u}{\partial S_n}\right)+\lambda\frac{\partial S_n}{\partial x_n}$ なる關係が成立することになり、右邊の第二項が加はるだけ限界效用均等の法則に相當する方程式が著しく複雜になる。

限界生産力說における第二の問題點は補完財の存在である。消費者の場合にも補完財の存在が價格體系の安定性を阻碍する要因となることは屢々論ぜられてゐるが、企業の場合には特にこの補完財の要因が作用する可能性が大きい。元より、この問題は第一の問題の樣に限界生産力說の根本的修正にはならないが、一應次のやうな展開が試みられる。

生産物の價格及び數量を $P\ Q$、生産要素の價格及び雇用量を $P_x\ P_y\ P_z$、$x\ y\ z$ とし、x 財と y 財とが補完財であると假定する。この關係は、$y=mx^\eta$（m は常數）……(1・13) で表はされる。η が正なるときは補完財、負なるときには代用財の關係が成立する。今、最も簡單な $\eta=1$ の場合について考へれば、$\frac{\partial Q}{\partial y}=\frac{1}{m}\frac{\partial Q}{\partial x}$ なる關係が成立する。又、$PQ=P_xx+P_yy+P_zz=(P_x+mP_y)x+P_zz$ となる。このことから、x 及び y の限界生産力と價格の關係を求めると、

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=(P_x+mP_y)/P,\quad \frac{\partial Q}{\partial y}=\left(P_y+\frac{1}{m}P_x\right)/P,\quad \frac{\partial Q}{\partial z}=\frac{P_z}{P}$$

なる關係が成立する。

二

次の問題は不完全競爭の存在である。この問題はダグラス函數に繫る重要問題である。レオン・ワルラスの限界生産力說は、一般均衡理論を一歩進めて生産財の需要の決定にまで擴張したものである。アメリカの統計學者 P・H・ダグラスは、その著「賃金論」（一九三四年）において、ワルラスの限界生産力說を統計資料と結合することによつて、生産函數の形を具體的に確定し、且つこのことによつて、分配問題の實際的解決に一つの光明を與えようとした。これが有名な「ダグラスの生産函數」或いは「ダグラス函數」である。これは統計的に見て、勞働量を L、實物資本を C、生産量を P とした場合に、三者の間には次の樣な關係が見出される。$P=bL^kC^{1-k}$……(2・1)

この式を變形して

$$\log P=\log b+k\log L+(1-k)\log C\cdots\cdots\cdots\cdots(2\cdot2)$$

となる。この式からkと$(1-k)$を求めると、

$$k=\frac{\partial P}{\partial L}\cdot\frac{L}{P},\quad 1-k=\frac{\partial P}{\partial C}\cdot\frac{C}{P}\cdots\cdots\cdots(2\cdot3)$$

となり、この兩邊を加へると歸屬の原理を示す方程式が得られる。kは勞働に關する資本の偏彈力性と云う意味での生産力を示す。

それでは、この公式が何故分配の法則となり得るのであるか。$\frac{\partial P}{\partial L}$は、資本設備を固定しておいて、勞働人員だけを増加したときの生産の増加を示すわけであるから、勞働の限界生産力を示す。限界生産力説によれば、これは勞賃Wに等しい。從つて、$k=\frac{L}{P}\cdot W$となる。この分子は勞働者に支拂われる賃金の總額を示す。分母は純生産額であるから、kは國民所得の中の何割が勤勞所得となるかの割合を示す。同様にして$\frac{\partial P}{\partial C}$は資本の限界生産力を示すので$(1-k)$は國民所得の中で事業所得の占める割合を示す。かくして、ダグラスの生産函數は、分配問題に對する一つの法則ともなるのである。實際に計算を行う際には、(2)式を變形して、

$$\log\frac{P}{C}=\log b+k\log\frac{L}{C}\cdots\cdots(2\cdot4)$$

とおいて計算する方が便利である。更に(4)式から近似値として、

$$k=\sum\Delta\log\frac{P}{C}\div\sum\Delta\log\frac{L}{C}\cdots\cdots(2\cdot5)$$

としてkを求めることができる。ここに、$\sum\Delta\log\frac{P}{C}$は、$\log\frac{P}{C}$に對する平均偏差に項の數を掛けたものである。

しかし實際問題として、PがLとCの一次の同次函數にならないことが多い。そのため勞働の生産力と資本の生産力をkと$(1-k)$で表はし得ず、一般には、

$$P=bL^kC^j\cdots\cdots(2\cdot6)$$

なる關係が成立する$(k+j\neq1)$と云うことが論ぜられてゐる。この場合(2·6)式に最小自乘法の公式を適用すれば、

$$\sum\log P=n\log b+k\sum\log L+j\sum\log C$$

$$\sum\log P\cdot\log L=\log b\sum\log L+k\sum(\log L)^2+j\sum\log L\cdot\log C$$

$$\sum\log P\cdot\log C=\log b\sum\log C+k\sum\log L\cdot\log C+j\sum(\log C)^2$$

なる公式からkとjを求めることができる。但し最小自乘法の性質上、$P\,C\,L$の各對數値の間に高度の相關々係が存在しない場合にはこの公式を使用できない。經營合理化が推し進められてCとLの使用される割合が著しく異なつてゐる場合とか、收益の遞減又は遞增の度合が著しく大きい場合には、この計算法を適用することは困難である。經營規模別の資料を使用する際には、大工場と小工場ではCとLを使用する割合が著しく異なるので、一律に公式の當篏めを行つてk・jの値を算出して見ても大して意味の無いことが多い。次に資料の使用法であるが、Lについては最も簡單である。通常は雇用人員を使用するが、實勞働時間の資料を使用する方が、より正確である。Pについては若干の問題がある。時系列の資料においては通例は生産指數が使用されるが、この理論で云うところのPは純生産額であつて總生産額ではないから、所得率が一定なる場合にのみ生産指數を使用することが許される。Cについては、企業の拂込資本を生産財物價指數で除したものをとるべきだと云う意見がある。けれども、この中には勞働者を雇用するための資本が含まれてゐるから適當でない（Pの場合と同樣、拂込資本總額に對する賃金支拂總額の比率が一定なるときにのみ、拂込資本額を使用することも認められる。）ダグラスが計算を行つた際には、合衆國の工業については固定資本額を推計して使用し、オーストラリヤの場合には生産高、純輸入高、並びに機械から物價變動を除去して減價償却高を差引いたものを使用してゐる。元來kやjを計算する際には、勞働や資本の增加率が問題となるのであるから、その產業に使用されてゐる凡ての種類の資本をとる必要はない。この意味でその産業で使用してゐる生産資本の中で主要な役割を果してゐるものをとればよい。例えば纖維工業においては錘の數をとり、製造工業においては馬

力數をとる如くである。

前述の如く、ダグラス函數を當嵌めるためには、$\log L$, $\log C$, $\log P$ の相關度が相當に高くなることが必要である。戰後の日本經濟の樣に、勞働者が多數雇用されてゐても、原料が入手し難いために生産實績があがらない場合には、ダグラス函數をそのまゝ當嵌めることには無理がある。併し、三者の間の相關度が相當に高くても好結果が出るとは限らない。こゝに掲げた大正十一年より十五年までの日本工業の資料を見ると、

年度	P	C 萬馬力	L
大正11	61.2	294	90.0
12	65.0	341	94.0
13	71.2	364	95.5
14	72.2	380	96.5
15	85.5	465	100.0
	（名古屋高商指數）		（日銀指數）

夫々對數値をとつて計算すると、PとLは〇・九五、PとCは〇・九八、LとCは〇・九三の相關度を得るが、最小自乘法を適用するとk又はjの何れかゞ非常に大きな値をとると云う矛盾が起る。これは最小自乘法の缺陷によるものであるから、この場合には、

$$\sum \varDelta\log L\cdot\varDelta\log P = k\sum(\varDelta\log L)^2 + j\sum\varDelta\log L\cdot\varDelta\log C$$

$$\sum\varDelta\log C\cdot\varDelta\log P = k\sum\varDelta\log L\ \varDelta\log C + j\sum(\varDelta\log C)^2$$

なる二式から計算を行えば、$k=0.61$, $j=0.51$ と好結果を得る。但し$\varDelta$記號は、前述の如く、夫々平均値からの偏差を示すものである。bについては後に、

$$\sum\log P = \log b + k\sum\log L + j\sum\log C$$

から求めればよい。併し、kとjの和が1以外の値をとるときには、古典的限界生産力説は成り立たない。しかもその經濟學的な意味は、未だ十分に追求されてゐるとは云ひ難いのであつて、今後の生産函數の問題として殘されてゐる。われ〳〵は更にこの函數に動態的な意味を賦與しなければならない。

三

kとjの和が1にならないことの理由の一つとして考へられるのは不完全競爭の存在である。限界生産力説は完全競爭を前提としてゐるが、現實の統計資料として與へられるPとLは共に不完全競爭の中から得られるものである。それ故にkとjの和が1にならない場合の經濟學的解釋を不完全競爭の中に求める可能性は十分に存在するものと考へられる。需要の彈力性をη、生産費をC'とすれば、ピグウによれば、次の關係式が成立する。（註1）

$$\left(1-\frac{1}{\eta}\right)P = C' \cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot1)\qquad 但し\ \eta>1$$

ηは需要の彈力性と定義されてゐるが、こゝでは競爭の程度を示す指標と考へられる。これはカレツキーの所謂獨占度μと結びつく。即ち、$\mu=1-\dfrac{1}{\eta}$である。C'は本來は限界生産費であるが、第一段階として平均生産費について考へて見る。

$$\mu PQ = C'Q = P_x x + P_y y + P_z z \cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot2)$$

PQは生産物の價格と生産量、$x\ y\ z$は夫々の生産要素を示す。もし獨占度μがQの函數でないとすれば

$$\mu P\frac{\partial Q}{\partial x} = P_x,\quad \mu P\frac{\partial Q}{\partial y} = P_y,\quad \mu P\frac{\partial Q}{\partial z} = P_z \cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot3)$$

$\eta>1$であるから、$\mu<1$　即ち各生産要素の價格はその限界生産力よりも低い。又、(3・3)式と(3・2)式とを組合せると、

$$x\frac{\partial Q}{\partial x} + y\frac{\partial Q}{\partial y} + z\frac{\partial Q}{\partial z} = Q \cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot4)$$

となつて歸屬の原理が得られる。生産要素一單位當りの價格は完全競爭の場合よりも相對的に低いが、雇用量の增加によつてそれを相殺し歸屬の原理が成立することになる。

次にμがQの函數でないと云う特殊の假定を捨て、需要曲線はQの値如何によつてその傾斜を異にすると云う一層一般的な場合について考へて見よう。この場合、(3・3)式は次の如く改められる。

$$P\frac{\partial Q}{\partial x}\left(\mu+Q\frac{\partial \mu}{\partial Q}\right)=P_x$$

或ひは　$\dfrac{Q}{\mu}\dfrac{\partial \mu}{\partial Q}=\alpha$　とおけば

$$\mu P\frac{\partial Q}{\partial x}(1+\alpha)=P_x \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot5)$$

マーシャルによれば價格が高くなるほど需要の彈力性は大きくなる。このことから、Qが大きくなるに從つてηは小さくなると考へることができるであろう。然るにηが小さくなればμは小さくなる。それ故に$Q\to$大となるに從つて$\mu\to$小と考へられるから、$\dfrac{d\mu}{dQ}$從つてαは負となり、μがQの函數でない場合に比べて、生産要素の價格は更に相對的に低くなる。又、

$$x\frac{\partial Q}{\partial x}+y\frac{\partial Q}{\partial y}+z\frac{\partial Q}{\partial z}=\frac{1}{1+\alpha}Q \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot6)$$

なる歸屬の原理の修正式が得られる。右邊はQより大きく、αの値如何で歸屬の原理の修正される度合が定まる。

ところでこの問題はダグラス函數といかなる關係があるか、xを勞働、、yを資本とすれば、

$$k=\frac{\partial Q}{\partial x}\cdot\frac{x}{Q},\quad j=\frac{\partial Q}{\partial y}\cdot\frac{y}{Q}\quad \text{であるから、}$$

$$x\frac{\partial Q}{\partial x}+y\frac{\partial Q}{\partial y}=(k+j)Q \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot7)$$

である。(3・7)と(3・6)から

$$k+j=\frac{1}{1+\alpha} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot8)$$

となる。αが負ならばkとjの和は1を越へることになり、しかもkそのものは賃金所得の占めるべき割合を示す指標とはならず、$(1+\alpha)k$がその指標となる。かくして、(一)獨占の存在そのものは歸屬の原理に影響を與へることなく、Qはx y等の一次の同次函數となつて、ダグラスの$k+j=1$と云う結論を亂すものではない。—(二)獨占の度合と生産量の間に密接な相關々係が存在する場合に、始めてQはx y等の一次の同次函數でなくなり、$k+j\neq 1$と云う結論を生むべき經濟學的說明が得られる。Pが大、從つてQが小となるにつれてμ、從つてαは大きくなるから、αについても亦その値が大きくなる。卽ち限界生産力と生産要素の價格との乖離が大きくなる。

けれども、上述の結論は生産係數を平均的に定義してゐて限界的に定義してゐない。限界生産費は一般に次式によつて與へられる。

從つて總生産費は最適生産量をQ_0とすれば、

$$\mu P=C'=P_x\frac{\partial x}{\partial Q}+P_y\frac{\partial y}{\partial Q}+P_z\frac{\partial z}{\partial Q}$$

$$\mu PQ = P_x\int_0^{\infty}\frac{\partial x}{\partial Q}dQ + P_y\int_0^{\infty}\frac{\partial y}{\partial Q}dQ + \int_0^{\infty}\frac{\partial z}{\partial Q}dQ$$

しかし生産係數をこのやうに定義しても最終的結論として到達するところは先の結論と同じである。即ち

$$\mu P\frac{\partial Q}{\partial x} = P_x\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\infty}\frac{\partial x}{\partial Q}dQ = P_x\frac{\partial Q}{\partial x}\ \frac{\partial}{\partial Q}\int_0^{\infty}\frac{\partial x}{\partial Q}dQ = P_x$$

となつて、(3·3)式と同一の式が得られるからである。

註　A. C. Pigou, Employment and Equilibrium, 2nd edition 1949, P. 40.

四

今まで述べたところは多くの應用面を持つが、その一例として物價指數論におけるフリッシュの理論に對する適用を考へて見よう。先づ彼の理論を要約して見る。彼は Measuring of marginal utility なる著書において、貨幣の限界效用の測定を試みた。任意の一商品の價格をP、購入量をxその限界效用を$u(x)$とすれば、限界效用均等の法則に從つて、貨幣の限界效用Wは次式によつて與へられる。

$$W=\frac{u(x)}{P}\cdots\cdots(4\cdot1)$$

次に消費者の貨幣所得及び生計費を夫々Y qで示すと、實質所得rは次式によつて示される。

$$r=\frac{Y}{q}\cdots\cdots(4\cdot2)$$

(4·1)のPの代りにqを置いても一財の限界效用を問題とする代りに凡ての財の平均的な限界效用を置きかえただけであるから、限界效用均等の法則が成立している限り、以上の代置は許される筈である。

$$W=\frac{u(r)}{q}\cdots\cdots(4\cdot3)$$

(4·1)(4·3)から、

$$u(r)=\frac{q}{P}u(x)=\alpha u(x)\cdots\cdots(4\cdot4)$$

を得る。xは一定であるから$u(x)$も一定であり、　$\alpha=\mathrm{const.}\times u(r)$　となる。この常數値は個人々々によつて異なるから、個人間の貨幣の限界效用を比較することは不可能である。かゝる要素の影響を受けない形に引直すには、貨幣效用の彈力性の形にすればよい。即ち、

$$W=\frac{du}{dr}\cdot\frac{r}{u}\cdots\cdots(4\cdot5)$$

である。但し、彈力性の形にすれば效用曲線の個人差を消去できるとする推論の背後には各人の效用曲線の曲率が同じで、その高さだけが異なると云う前提がなければならぬが、xが、必需品である場合にはこの前提はある程度まで充されてゐると考へ得るであらう。

以上の考え方から出發して、フリッシュは、Isoquant method なる方法によつて、一九二〇年七月から一九二二年十二月に至るパリの協同組合の統計課が發表した數字に從つて、貨幣の限界效用の測定を試みてゐる。利用できる統計資料は、㈠組合商店で販賣する砂糖の總量、㈡砂糖の價格P、㈢總賣上金額Y、㈣組合加入人員、㈤生計費指數qである。㈣で㈠を割れば、一商店あたりの砂糖販賣量xが求められるし、㈤を㈡で割れば相對價格係數αが得られる。更に㈢を㈤で割れば實質所得が得られる。かくして第一表に掲げる樣な資料が得られる。この資料についてx α及びrの各系列に亙つて、三ケ月移動平均を適用した後に$x=1550$, $x=1750$

等に對應すべき彈力性の値を求めることができる。例えば、$x=1550$ に對應するαとrの値を求め、このrとαの關係を直角座標の上に目盛つて行けば、砂糖の消費量が一定なるときに、その價格の變化によつて、實質所得がどの様な變化を受けるかを示すことができる。前述の如くαは貨幣の限界效用に一定の常數を掛けたものであるから、横軸にrを縦軸にαをとつたグラフを描けば、それが貨幣の限界效用を常數倍した曲線を描き出すことは明らかである。この様な構想によつて、夫々 $x=1550$ に對する效用曲線、$x=1750$ に對する效用曲線、等が$r\alpha$平面上に描かれる。後の問題はこれを彈力性の形に換算するだけである。（フリッシュにおいては、xの種々の値に對應して何本もの效用曲線が描かれるが、これ等の效用曲線の形は全く同一で、只α軸に對する距離が異なるのみであると考えられてゐる。從つて彈力性の値はいかなる曲線に對しても等しくなる。）かくして結果表に掲げた貨幣の限界效用が定められ、實質所得の増加とともにW及びW'の値が減少することが解る。

第1表　Frisch の原資料の一部

年	月	α	x	r
1920	6	756	2710	376
	7	749	1750	374
	8	742	2976	385
	9	794	2015	307
	10	837	1115	273
	11	1018	1164	252
	12	1266	928	226
1921	1	1223	940	232
	2	1162	710	226
	3	1100	850	240
	4	978	1223	253
	5	975	1181	277

結　果　表

r	W	$-W'$
90%	181%	2.96
100	100	2.25
110	82.3	1.85
120	70.8	1.59
130	62.7	1.41
140	56.8	1.28

併し、上述の様に販賣數量の統計が何時でも得られるとは限らない。われ〱が最も利用することのできる統計は家計調査の資料であるが、この資料から貨幣の限界效用を測定する方法が考えられた。この場合、消費乃至販賣量の統計は無いのであるから、xを一定としておいてWを測定しようとする先の方法を使用することはできない。そこでフリッシュは、Quantity variation method なる方法を案出する。實質所得rは、αとxの函數であると考えられる。從つて(4・4)式を書き直せば、$u\{r,(\alpha,x)\}=\alpha u(x)$ 時點1においてはαがα_1なる値をとり、時點2においてはα_2なる値をとるとすれば、$\log u\{r,(\alpha_1,x)\}-\log u\{r(\alpha_2,x)\}=\log\alpha_1-\log\alpha_2$ となる。左邊は時點から時點2にかけての實質所得の限界效用の（對數値の）變化を示す。これを實質所得の對數値の變化 $\log r_1-\log r_2$ で割れば、貨幣の限界效用の彈力性、$W=\dfrac{d\log u}{d\log r}=\dfrac{\log\alpha_1-\log\alpha_2}{\log r_1-\log r_2}$ を求めることができる。フリッシュは、この彈力性の値は、$r=\sqrt{r_1r_2}$ なる所得に對應する値だとするのである。彼はこの方法を基礎として合衆國内の各都市における貨幣の限界效用を測定してゐる。

この様な知識を前提としてフリッシュは物價水準の長期比較又は國際比較を行うのであるが、こゝまでの推論で問題となるところは、(4・3)式を導いたところにある。假令平均財と云うものを考へ得るとしても、平均財に對應する貨幣の限界效用と財に關する貨幣の限界效用は全く均等ではなく、x財がその期間に第何番目に購入される財であるかによつて、その乖離の度合が定まる。實際にW'を計算するに際してフリッシュが生活必需品をx財として選んだのは、前述の如く效用曲線の曲率一定と云う假定を生かすためであつた。けれども本稿の第一節で述べたところによれば、同じ必需品でも、いかなる財をx財として選ぶかによつて、平均財の限界效用との乖離の度合は異なるから、W'の値も當然異なる筈である。更に、フリッシュの方法を修正して使用するとしても、財の效用曲線の曲率が各個人間において相等しいと假定するだけでなく、貨幣の效用曲線の曲率にも個人差がないと云う假定が必要になる。かくして問題はフリッシュの方法よりも一層進歩した取扱い方を要することになり、彼の方法によつて導き出された物價水準の長期比較及び國際比較の意味もそれだけの修正を必要とするに至るであらう。しかし、本稿における限界生産力説及び限界效用均等の法則に對する批判は、あくまでこれ等の法則の擴充を意圖するもので、それ等の法則の否定のためのものでないことを附言しておく。