Title	賃銀指数の意味と算定
Sub Title	Wage index, its character and computation
Author	小尾, 恵一郎
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1952
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.45, No.2 (1952. 2) ,p.107(35)- 120(48)
JaLC DOI	10.14991/001.19520201-0035
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19520201-0035

の如き發展法則を導いてくることが無理なのである。從つて、この體系を動學化するには單に時間要素を導入したのみでは無理で、本稿の冒頭に述べた如き形に、方程式の形を變形しなければならない。けれども問題はこれだけで終つたわけではない。「動學化」と云ふ言葉は最近ハロッドが指摘した如く傾向値的發展をも含むものでなければならない。本稿の試みはピグウ・システムから景氣循環に即しての變動を導出しようとする試みで終始した。現實の發展は循環運動と傾向値的發展とが交錯して釀し出される。このためには、カレッキーやクラインが行つた如く、總資本蓄積高を未知數として方程式システムの中に加へ、これをピグウの長期流動均衡組織と結合させることによつて、一つの手掛りを得るであらう。ハロッドの理論が一つの示唆で終始してゐるのを乘越えてより精密な理論を作り出すには、この方向に進むべきであると確信する。この點については他日を期して述べることにしよう。

附記　本稿は、昭和二六年十一月に開催された昭和二六年度理論經濟學會の研究報告を發展せしめたものである。尙數式の變形等について慶應義塾大學副手尾崎巖君に多大の助力を受けたことに關し、感謝の意を表明したい。

賃銀指數の意味と算定

小尾惠一郎

勞働の價格水準測定の爲の賃銀指數の算定は一般に賃銀支拂總額を比較することによつて行はれる。

然るに勞働は他の資本材と共に生産要素の一種と考へられ、勞働賃銀の變化は他の生産要素の價格の變動と相俟つて當然その需要量を變化せしめるであらうから、勞働の價格―賃銀―の變動だけを獨立に扱つて賃銀指數を構成することは果して適當であらうか。

企業者（一般に國民經濟に於ける生産計畫者）の立場から賃銀水準の判定を行はうとする時、大規模な資本設備が比較的少數の雇用によつて一定の生産額を保證するならば、比較的高い賃銀も企業者に對して左程痛苦を與へるものではないであらうし、又極端な低賃銀も資本設備が過少であれば逆の結果を生む場合も優にありえよう。

斯樣に、賃銀指數は、他の生産要素の價格變化（延いてはその價格指數の變化）との關連に於て是を計算することが妥當であると考へられるのである。この間の消息を明にするためには更に物價指數の一般的な意味を考察せねばならない。

（一）　物價指數の意味

經濟の諸事象は貨幣單位に基いて行はれるが、周知の通りこの單位はＣＧＳ單位のやうな不變の尺度ではない。從つて經濟事象測定のためには貨幣單位といふ見掛上の尺度となる基準となるべき尺度との間の對應關係を把握する必要があり、この關係を規定するものが物價指數であると解せられる。

例えば生産國民所得の把握のために生産函數の測定を行ふ場合、該函數の決定に用ひられる資料が時系列で與へられているものとすれば、勞働量、資本財使用量をまづ貨幣單位によつて求め、これらを再び生産國民所得に關連する適度な尺度によつて計量し直さねばならない。この際に賃銀指數、資本財價格指數（一般に生産要素の價格指數）が必要となる。

そしてこの種の指數の算定は模型を通して行はれるが、この模型中に含まれる變數が經濟事象を巨視的に把えるものであるならば、この巨視的變數と各個別的經濟單位の變數との間に存する何らかの經濟理論的關係が明示されなければならない。こゝに所謂（aggregation）の問題がある。從つて、（aggregation）は各時點（又は場所）に於ける各經濟主體の行動を變

數の少い一つの體系に綜合するといふ意味に於ては一種の指數作製の問題であるともいえる。（註1）

（註1）Aggregation の問題は指數作製の問題として扱はれているが、なほ指數問題の一部にしか過ぎない。それはいはゆる巨視的體系（macro 體系）と微視的體系（micro 體系）とをつなぐものであつて、intertemporal な指數作製の立場よりすればミクロ體系を如何にして簡單な模型に反映せしめるかの問題である。一方 intertemporal な指數概念はただ一個の企業の存する場合にも存在する。aggregation の意味における指數問題と、生計費指數論における如きいはゆる函數論的指數の問題（こゝにいふ intertemporal な指數問題）との關係が、一般にはまだ明に考察されていない様である。

(二) 物價指數の定義

前項の物價指數の意味を明にするために次の様な定義を與へるのが適當であらう。

或る測定對象の測定における測定者の態度（Behavior）を A とする。測定のために構成される模型に含まれる種々の變數を x_i $(i=1,2\cdots\cdots\cdots n)$、又これら n 個のうち幾つかの結合によつて定義される量を X とかく。これらの要素 x_i 及 X に對應する何らかの經濟的測定尺度を V とする。A が變ると共に適當と見做される V も性格を異にすることは(一)に述べた通りである。要素 x_i 或は X の相等はこれらに對應する V の値が相等しい時に成立するものと定義する。x_i 又は X は或時點（又は場所）に於て貨幣單位で計ることが出來る。これを m_i 又は M と書くならば、x_i 又は X を夫々 m_i 又は M に換算する様な因子が存在するであらう。これを夫々 π_i 及 Π と書く。從つて基準となる時點又は場所（0で示す）に於ては、

$$\pi_{0i}x_{0i}=m_{0i} \quad \text{or} \quad \Pi_0X_0=M_0$$

であり、他の比較時點又は場所に於ては、

$$\pi_{ti}x_{ti}=m_{ti} \quad \text{or} \quad \Pi_tX_t=M_t$$

となることは明である。

V と x_i 又は X の對應關係を明示すれば、

（1）　$\pi_{0i}x_{0i}(V)=m_{0i}$

（1′）　$\Pi_0X_0(V)=M_0$

（2）　$\pi_{ti}x_{ti}(V)=m_{ti}$

（2′）　$\Pi_tX_t(V)=M_t$

と書ける。(1)を(2)で除し、(1′)を(2′)で除して夫々、

（3）　$\dfrac{\pi_{ti}}{\pi_{0i}}=\dfrac{x_{0i}(V)}{x_{ti}(V)}\ \dfrac{m_{ti}}{m_{0i}}$

（4）　$\dfrac{\Pi_t}{\Pi_0}=\dfrac{X_0(V)}{X_t(V)}\ \dfrac{M_t}{M_0}$

を得る。(3)及(4)に於て、0及 t に於ける相等しい V をもつ様に x_i 又は X を選ぶならば、前記の定義により、

$$x_{0i}=x_{ti} \quad \text{or} \quad X_0=X_t$$

が成立し、(3)(4)は、分母分子が約せて、

（3′）　$\dfrac{\pi_{ti}}{\pi_{0i}}=\dfrac{m_{ti}}{m_{0i}}$，　（4′）　$\dfrac{\Pi_t}{\Pi_0}=\dfrac{M_t}{M_0}$

となる。(3′)及(4′)が物價指數の一般的定義と解せられる。

(三) 生產要素の價格指數

現賃銀指數は各時點に於ける賃銀支拂金額の比に他ならない。時點0の賃銀支拂金額を W_0、時點1のそれを W_1 とすれば、$\dfrac{W_1}{W_0}$ を以て賃銀指數とするのであるから、前項(二)に於ける(3)(4)式の X_t/X_0、x_{ti}/x_{0i} を考慮しないわけで、恰も生計費指數の算定に於て消費者選擇理論を閑却し、單に兩時點の支出金額の比を求めるに止まるのと同樣であるといへよう。

由來生產要素は生產のために結合されるものであるから、生產要素の相對價格の變化は生產函數の制約の下に、當然それに對する需要の變化を惹起せずにはおかないであらう。かくていわゆる賃銀指數は生產要素價格指數の一環を形成するものと考へられる。

(一)に述べた物價指數の定義に適合した賃銀指數を作るために、まず V として何を用ひるかを決めねばならぬ。さきに述べた通り、V は測定者の態度 A により決るのであるから、生產要素の價格水準測定が企業者の立場で行はれるならば、V を示すものとして利潤を、又國民經濟における生產計畫者の立場からは生產量を用ふることが考へられよう。前者を等利潤指數、後者を等生產量指數とよぶことにする。

(A) 等利潤指數（註2）

(一)に於ける定義式の V は利潤を示し、x_i は、人、トン、キロワット等により測られた、各種生產要素の物量單位を示すことになるから、例えば、一つの時點に於て生產要素 e が一〇〇〇トンで一〇萬圓の利潤を齎し、一トン當り一二〇〇圓であり、比較すべき時點では、一二〇〇トンが一〇萬圓の利潤を擧げて一トン當り一〇〇〇圓に値下りしたとすれば、

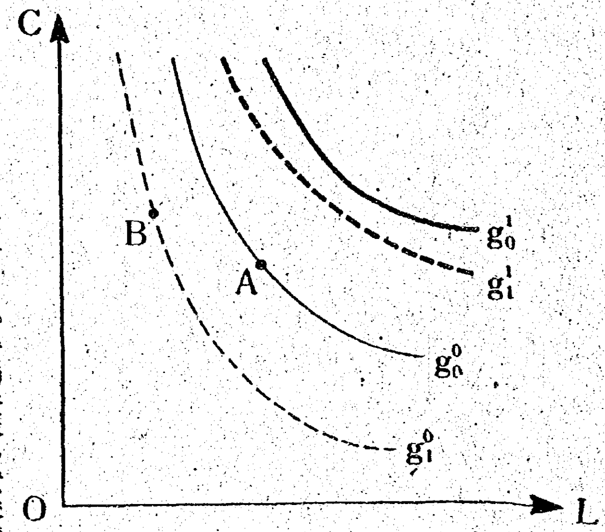
$$\pi_e=\frac{1\text{時點の}10\text{萬圓の利潤に對する}e\text{への支出}}{0\text{時點の}10\text{萬圓の利潤に對する}e\text{への支出}}$$

$$=\frac{1000\text{圓}\times1200\text{トン}}{1200\text{圓}\times1000\text{トン}}$$

となつて指數は1である。雇用された要素 e の物量單位は兩時點に於て異つても經濟尺度で測るときは相等しいと判斷されるわけである。

(三)の一般的定義の特殊形式としての、かゝる定義を圖示する

ならば次圖の様になろう。こゝでは生産要素は簡單のため勞働と資本から成るものとし、前者をL後者をCで示す。圖のC軸は資本の



使用量（こゝにいふ資本とは、實物資本の意味である。）、L軸は勞働の使用量を表はす。基準時點 $t=0$ では所與の生産函數、價格體系の下に於て、相等しい利潤を生ずる樣なLCの組合せが存するであらう。曲線$g_0^0 g_0^1$等はこの軌跡を示してゐる。これを等利潤曲線とよぶことにする。或企業又は産業部門が $t=0$ に於て所與の生産規模によつて、（即ち生産費K^0）生産を行ひ等利潤曲線g_0^0上の一點Aに於て均衡を得ているものとする。Aの座標は(L_0, C_0)である。

一方 $t=1$ に於ては、生産要素の價格變化、生産函數の變化

によつて、等利潤曲線は$g_1^0 g_1^1$等の形をとつたとしよう。（$g_1^0 = g_0^0$, $g_1^1 = g_0^1$等である。）そこで $t=1$ に於て $t=0$ に於けると相等しい利潤g_1^0を確保するためには該企業又は生産部門はどの點に於て生産を行ふべきであらうか。$t=1$ に於ける價格體系、生産函數、生産費極小原理によつて、この樣な點Bを決定出來る。かくてB點の座標が決れば、定義により勞働の價格指數は、

$$\frac{P_t^L L_t \text{の一産業部門又は企業に於ける値}}{P_0^L L_0 \text{の一産業部門又は企業に於ける値}}$$

に依つて與へられる。但しP_0^Lは勞働の價格を示す。同樣に、

$$\frac{P_t^C C_t \text{の一産業部門又は企業に於ける値}}{P_0^C C_0 \text{の一産業部門又は企業に於ける値}}$$

は資本材の價格指數を與える。但しP^cは資本材の價格である。

右に述べた處では生産要素をLとCの二つに分けたが、Cを更に、原材料、動力、固定設備等に分割すれば、生産要素の詳細は價格指數を計算出來るわけである。

（註2）實質利潤といふ概念は明確でないのでこゝにいふ利潤は貨幣利潤をさすものとする。

n個の部門中の第i番目の産業部門に於ける一定期間（例えば一年間）の生産物の量をQ、同期間の勞働一單位に支拂はれる貨幣額をP^L、雇用量をL、資本一單位に支拂はれる金額P^c、その使用量をCとかく。資本は各種資本材に分割してもよいが計算の形式上一つにまとめた方が簡單であり、實際の測定に於ては何箇に分割しても、連立して解くべき式の數が增えるだけで同一形式を適用出來る故、こゝでは二項目にまとめておく。該産業部門の利潤をg、生産物一單位の價格をP^pとかくならば、基準時點に於ける利潤方程式は、

(1.1)　$g^0 = P_P^0 Q^0 - P_L^0 - P_C^0 C^0$

生産費は、

(1.2)　$P_L^0 \cdot L^0 + P_C^0 \cdot C^0 = K^0$

で表はされる。經濟性原理から所與の生産費K^0の下に於てg^0を極大ならしめる$L^0 C^0$の値は

(1.3)　$\frac{\partial Q^0}{\partial L^0} \Big/ P_{L^0} = \frac{\partial Q^0}{\partial C^0} \Big/ P_{C^0}$

を滿足する。依て(1.3)及(1.2)からg^0を極大ならしめる$L^0 C^0$の値が求められる。Qにダグラス函數を用ひれば、（註3）

$Q^0 = b^0 \cdot L^{0 k^0} \cdot C_0^{j^0}$

であるから(1.3)式は、

(1.3′)　$\frac{k^0}{L^0 P_L^0} = \frac{j^0}{C_0 P_C^0}$

となり、$C^0 = \frac{P_L^0 j^0}{P_C^0 k^0} L^0$（註4）を得るからこれを(1.2)に代入して、

(1.4)　$P_L^0 \cdot L^0 = \frac{K^0}{k^0 + j^0} \cdot k^0$

同樣にして、

(1.4′)　$P_C^0 \cdot C^0 = \frac{K^0}{k^0 + j^0} j^0$

(1.4)(1.4′)から求められた$L^0 C^0$を(1.1)に入れてg^0が決る。

もし基準時點の資料から利潤、賃銀支拂總額、資本材に對する支拂總額が直接に求められゝば、$P_L^0 \cdot L^0 \cdot P_C^0 C^0$ を計算する必要はない。

次に比較時點tに於て基準時點0に於けるg^0と相等しい利潤を齎す樣なL及Cを求める。

(2.1)　$g^0 - P_P Q + P_L \cdot L + P_C \cdot C = 0$

は、比較時點の生産函數と價格體系の下に於て利潤がg^0と決められたとき、LCのとりうる種々の組合せを示す。そこで、經濟性原理から(2.1)の制約の下に

(2.2)　$K = P_L \cdot L + P_C \cdot C$

を最小ならしめるL及Cは

(2.3)　$\frac{\partial Q}{\partial L} \Big/ P_L = \frac{\partial Q}{\partial C} \Big/ P_C$

を滿足する。（註5）(2.3)から $C = \frac{P_L j}{P_C k} L$ を得、これを(2.1)に代入すれば、

(2.4)　$g^0 = P_P b L^{k+j} \left(\frac{P_L j}{P_C k}\right)^j - P_L \left(1 + \frac{j}{k}\right) L$

となる。従つて方程式(2.4)を解けば所要のL（これを$\hat{L}_t$とかく）が求められ、$P_L^t\hat{L}^t$を計算出來る。従つて各部門について、

$$P_L^t\hat{L}_t/P_L^0L^0$$

を計算すれば、生産要素價格指數の一環としての賃銀指數を得るのである。(註6)

資本材についても全く同様の形式で、(2.3)から$L=\frac{P_Ck}{P_Lj}C$を求め、(2.1)に代入して、

$$(4.4')\qquad g^0=P_PbC^{k+j}\left(\frac{P_Ck}{P_Lj}\right)^k-P_C\left(1+\frac{k}{j}\right)C$$

を得、資本財價格指數$P_C^t\hat{C}_t/P_C^0C^0$が計算される。こゝに方程式(2.4)及(2.4')を計算によつて解くこと困難であるからグラフ解に依るのがよいであらう。即ち夫々C、Lに種々の値を入れてgを計算し、gとC及びLの關係を示すグラフを書き$g=g^0$のところで夫々L又はCの座標を求めるのである。

けれども、もし$k+j\neq1$(註7)であるならば、容易に解けて、

$$(2.5)\qquad \hat{L}_t=\frac{g^0}{\left\{P_Pb\left(\frac{P_Lj}{P_Ch}\right)^j-1\right\}\frac{P_L}{k}}$$

となり、これを用ひて、賃銀指數は、

$$W_{01}^t=\frac{kg^0}{P_Pb\left(\frac{P_Lj}{P_Ck}\right)^j-1}\Big/P_L^0L^0$$

に依り求められる。全く同様に、資本財價格指數は、

$$R_{01}^t=\frac{jg^0}{P_Pb\left(\frac{P_Ck}{P_Lj}\right)^k-1}\Big/P_C^0C^0$$

により與へられる。

（註3）生産函數 $Q=bL_kC_j$ は夙にウィクセルによつて示唆され（K. Wicksell Lectures on Political Economy Vol. 1 p. 128）、後ダグラスがこれを採り上げるに至つて（P.H. Douglas, Theory of Wages, 1934.）ダグラス函數として知られている。明に $k=\frac{\partial Q}{\partial L}\cdot\frac{L}{Q}$, $j=\frac{\partial Q}{\partial C}\cdot\frac{C}{Q}$ であつて、この函數の妥當性は、賃銀所得と非賃銀所得とが國民所得中に占める割合をk, jと比較することによつて検證される。

（註4）方程式 $C^0=\frac{P_L^0j}{P_C^0k}L^0$ は生産費K^0を種々に變化せしめた場合、一定の價格體系の下に於て資本財と勞働量の均衡的組合せの變化の軌跡を示すもので、いわば消費者選擇理論に於ける支出擴張線（Expenditure Expansion line）に相當するものである。従つてこれを生産擴張線と名づけてもよいであらう。ダグラス函數を用ひるならばこゝに示す通り生産擴張線は直線となる。

（註5）(2.1)を條件式として(2.2)を極小にするためラグランジュの未定乘數法を用ひるのが最も簡單である。

$$W=(P_L\cdot L+P_C\cdot C)+\lambda(g^0-P_PQ+P_LL+P_C\cdot C)$$

$$dW=\frac{\partial W}{\partial L}dL+\frac{\partial W}{\partial C}dC$$

dWを最極値ならしめる條件として

$$\frac{\partial W}{\partial L}=P_L+\lambda\left(-P_P\frac{\partial Q}{\partial L}+P_L\right)=0$$

及び
$$\frac{\partial W}{\partial C}=P_C+\lambda\left(-P_P\frac{\partial Q}{\partial C}+P_C\right)=0$$

$$P_L(1-\lambda)=\lambda P_P\frac{\partial Q}{\partial L}$$

∴
$$P_C(1-\lambda)=\lambda P_P\frac{\partial Q}{\partial C}$$

∴
$$P_P\frac{1-\lambda}{\lambda}=\frac{\partial Q}{\partial L}\Big/P_L=\frac{\partial Q}{\partial C}\Big/P_C$$

（註6）この方法では全産業を包括する利潤函數を考へず各産業につき各々の利潤函數を設定した。これは、企業者のControlの對象となる利潤は自己の屬する産業に關するものであると考へられることによる。

（註7）$k+j\neq1$ なるとき $k+j=1$ とおくことによつて$\hat{L}$のうける計算誤差は次の方法により求められる。方程式(2.4)をFとおき、$\frac{\partial L}{\partial k}=-\frac{\partial F}{\partial k}\Big/\frac{\partial F}{\partial L}$, $\frac{\partial L}{\partial j}=-\frac{\partial F}{\partial j}\Big/\frac{\partial F}{\partial L}$ より

$$\frac{\partial L}{\partial k}=\frac{1}{\Delta}\left\{P_Pb\left(\frac{P_Lj}{P_Lk}\right)^j\left[\log L-\frac{j}{k}\right]L^{k+j}+\frac{j}{k^2}P_L\cdot L\right\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial j}=\frac{1}{\Delta}\left\{P_Pb\left(\frac{P_Lj}{P_Ck}\right)^j\left[\log\left(\frac{P_Lj}{P_Ck}\right)L+1\right]L^{k+j}-\frac{1}{k}P_L\cdot L\right\}$$

但し $\Delta=P_Pb(P_Lj/P_Ck)^j(k+j)L^{k+j-1}-\left(1+\frac{j}{k}\right)P_L$

$\frac{\partial L}{\partial k}$, $\frac{\partial L}{\partial j}$ を $\Delta L=\frac{\partial L}{\partial k}\Delta k+\frac{\partial L}{\partial j}\Delta j$ に代入すれば、計算誤差ΔLを求めることが出來る。

(B) 等生産量指數

生産要素價格指數の定義に於てVに生産量を用ひる場合である。産業別の生産要素價格水準を測定するためには産業別指數を計算すればよく、又全産業を包括する生産要素價格水準の測定のためには全産業に關する綜合指數を必要とすることは明である。

(a) 産業別指數

基準時點を添字0で、比較時點を添字なしで示せば、

$$P_P^0Q=P_P^0b^0L_k^0C_j^0$$

は基準時點の生産狀態を示す。該時點の生産量がQ^0であるとすれば、比較時點に於てQ^0を生産するために幾何のL及Cを要するかを計算する。

比較時點の生産狀態は、

$$P_PQ=P_PbL_kC_j$$

である。資料から求められる生産金額はP_PQであるから、右式の兩邊を$\frac{P_P}{P_P^0}$で除せば、P_P^0を1として、

$$P_P^0Q=P_P^0b'L^kC^j \quad \text{or} \quad Q=b'L^kC^j$$

となる。即ち資料を生産される財の價格指數で除しておけばよい。左邊をQ^0に等しいとおけば、

（1）　$Q^0=bL^k\cdot C^j$

この方程式により示されるLCの組合せは、V^0に對應する、比較時點のLCであるから、これらの組合せのうちで、費用を最小ならしめるものを採ればよい。即ち、(1)の條件の下に、

（2）　$K=P_L\cdot L+P_C\cdot C$

を極小ならしめるやうなLCを求めるのである。(註8) 周知の未定乗數法により、一般に、かゝるLCは(1)及び

（3）　$\frac{\partial Q}{\partial L}\Big/P_L=\frac{\partial Q}{\partial C}\Big/P_C$

を連立して解いて求められる。(3)式は、ダグラス函數の性質から、$k\frac{Q}{L}\Big/P_L=j\frac{Q}{C}\Big/P_C$ となるから、

$$C=\frac{P_{Lj}}{P_{Ck}}L$$

を得、これを(1)に代入して、

(4.1)　$\hat{L}=\left[\frac{Q^0}{b\left(\frac{P_{Lj}}{P_{Ck}}\right)^j}\right]^{\frac{1}{k+j}}$

全く同様に、

(4.2)　$\hat{C}=\left[\frac{Q^0}{b\left(\frac{P_{Ck}}{P_{Lj}}\right)^k}\right]^{\frac{1}{k+j}}$

各産業部門につきこの計算を行へば、一般に部門別をiで表はして、

$$W_i=\frac{P_{Li}}{P_{Li}^0L_i^0}\left[\frac{Q_i^0}{b\left(\frac{P_{Li}j_i}{P_{Ci}k_i}\right)^{j_i}}\right]^{\frac{1}{k_i+j_i}}$$

$$R_i=\frac{P_{Ci}}{P_{Ci}^0C_i^0}\left[\frac{Q_i^0}{b\left(\frac{P_{Ci}k_i}{P_{Li}j_i}\right)^{k_i}}\right]^{\frac{1}{k_i+j_i}}$$

により、夫々賃銀指數及資本財價格指數を計算出來る。(註9)

又(4.1)(4.2)の$\hat{L}_i$及$\hat{C}_i$を用ひて、

（5）　$\frac{\sum_1^n P_{Li}\hat{L}_i}{\sum_1^n P_{Li}^0L_i^0}$,　$\frac{\sum_1^n P_{Ci}\hat{C}_i}{\sum_1^n P_{Ci}^0C_i^0}$

を計算すれば、一種の綜合指數が求められる。この種の綜合指數は、各産業部門の生産額が、夫々基準時點に於ける値と等しいといふ假定に基くものである。k_i及j_iが兩時點に亘つて變化なく、且つ勞働と資本の相對價格が不變なる場合(5)は、

$$\frac{\sum P_{Li}L_i^0}{\sum L_i^0L_i^0},\quad \frac{\sum P_{Ci}C_i^0}{\sum P_{Ci}^0C_i^0}$$

となるから、ラスパイレス式を特殊な場合として含む一般式であると考へられる。各産業の生産額の相對的大きさに變化を認める一般的な場合は次の項で考察する。

（註8）　$Q=bL^kC^j$ に於けるLCQは夫々或産業部門全體の雇用量、資本財使用量及生産量であるから、(1)(2)式等は所謂マクロ變數間の關係を示すものである。從つて(1)の制約の下に(2)を極小ならしめることによつて求めた$\hat{L}\ \hat{C}$は各個別企業の最適雇用量と如何なる關係に立つかを吟味する必要がある。即ち、この様な巨視的な手續きによつて得られた$\hat{L}\ \hat{C}$は所與の生産構造をもつ各企業に關して各生産費を極小ならしめるのに必要且つ十分な量であらうか。該産業部門に含まれる各企業の生産函數をQ_iとすれば、

（1）　$Q_i=Q_i(L_i, C_i)$　$(i=1,\cdots\cdots n)$

各個別企業における極小生産費の條件は完全競爭の下に於ては

（2）　$\frac{\partial Q_i}{\partial C_i}\Big/P_C=\frac{\partial Q_i}{\partial L_i}\Big/P_L=\frac{\partial Q_j}{\partial C_j}\Big/P_C=\frac{\partial Q_j}{\partial L_j}\Big/P_L\ (i\neq j)$

マクロ生産函數によつて、該産業部門について求められた極小生産費に對應する勞働及資本量及、生産量を$\hat{L}\ \hat{C}\ Q^0$とすれば、

（3）　$F(\{L_i\})=\hat{L}$,　$G(\{C_i\})=\hat{C}$,　$H(\{Q_i\})=Q^0$

方程式體系(1)(2)(3)に於て、未知數は$Q_iL_iC_i$計$3n$個、方程式數は(1)でn個、(2)で$(2n-1)$個、(3)で3個、計$(3n+2)$個。從つてこの方程式體系は過剩決定となる。つまり方程式(3)のうちの一つを選べばすべての$Q_iL_iC_i$は決定し、これらの値は(3)における他の二つの方程式を必ずしも滿足するものではない。これは完全競爭の假定の下に於ては、マクロ的な利潤極大の手續がミクロ經濟の活動を反映するに適當でないことを示している。マクロ生産函數が經濟政策立案者の或る實踐的意圖の下に構成されたものならば、右の過不足がなくなる樣に各企業の分布（生産構造）が修正されるべきであらう。併しこゝに設定されたマクロ生産函數は、生産活動を事後的に測定しようとする意圖に基く、生産要素價格指數測定のためのもの、即ち各時點の所與の生産構造の下における生産狀況を反映せしめることを目的とするものである。從つて先に述べた過不足の存在は過當でない。然るに右の過不足は、完全競爭といふ假定をおくことによつて生じたものである。この假定を除去すれば次の樣にならう。（記號は前と同樣）

（1′）　$Q_i=Q_i(L_i, C_i)$

（2′）　$\frac{1}{P_{Li}}\frac{\partial Q_i}{\partial L_i}=\frac{1}{P_{Ci}}\frac{\partial Q_i}{\partial C_i}$

（3′）　$F(\{L_i\})=\hat{L}$

（4′）　$G(\{C_i\})=\hat{C}$

(5′)　$H(\{Q_i\})=Q^0$

こゝに未知數は $(3n)$ 個、方程式は $(2n+3)$ 個、從つて自由度は、$3n-(2n+3)=n-3$ である。

蓋し産業部門内には異質的企業が存するであらうから、ミクロ經濟組織とマクロのそれとの對應關係は、統計的平均の概念にのみよつて律し切れるものではないと考へられる。併し乍ら現實の分析に於て個々の企業の生産狀況を一々扱ふことも亦不可能に近いであらう。右に得た自由度 $n-3$ といふ結果は、$n=3$ なる時はこの方程式體系は一義的に決定されることを意味してゐる。そこで、一つの産業部門を異質的と考へられる三個のグループに分割し、その内部では平均値が意味を有するものと考へるならば、マクロ的手續によつてえられた Q^0 今 L C は各個別企業に對して經濟學的意味をもつことになるであらう。

さきに、エコノメトリカ誌上に展開された aggregation 論爭に於て、クライン (L. R. Klein; Macroeconomics and the Theory of Rational Behavior; Econometrica, 1946, Vol 14, No. 2) に對する批判としてプー (S.S. Pu; A Note on Macroeconomics. Econometrica 1946, Vol. 14, No. 4) に依つて論ぜられたマクロ生産函數の決定は、各個別企業の生産函數から綜合函數を導くもので、完全競爭を前提とするばかりでなく、未知數が個別企業の數だけあつてその數は極めて大なるために實際に計算することは困難である。又比較的小數のグループに分割して計算したとしても、求められた函數には極めて複雜な形が豫想されるのであつて、斯かる複雜な函數の經濟理論的な意味如何といふ大きな問題を別としても計量の立場から、プーの方法は適當なものとは考へられない。計量の問題に於てのみならず、能う限り簡單な形のうちに明白な理論的意味をもつ函數が望ましいことは理論一般の要請でもあらう。

ダグラス函數に直接マクロ的資料を適用するとき先きに述べた樣にして各個別企業との關係が明白に理解されるならば、プーの計算を行ふ迄もなく、又クラインのアグリゲイションを必ずしも必要としないであらう。

本節に於て扱つた諸變數は (1′)—(5′) によつて分布が決定されるものと解したい。

（註9）　こゝに求めた算式は規模別指數の性格をもつ。規模別指數の考へは生計費指數論に於て夙にフリッシュ (R. Frisch; New Methods of Measuring Marginal Utility, 1933) に依つて指摘された所である。$\dfrac{W_{0t}}{R_{0t}}$ は Q^0 に關して可變か否かを見よう。

即ち、L について いへば、V の値が變化するにつれて基準時點の勞働に對する支拂ひ $P_L{\cdot}L$ とこれと等價な (V と等しい) 比較時點におけるそれ $P_L{'}L'$ との比が變化するかどうか。

$$\frac{P_L{\cdot}L'}{P_L{\cdot}L}=\left\{\frac{Q^0}{b'\left(\dfrac{j'P_L{'}}{k'P_C{'}}\right)^{j'}}\right\}^{\frac{1}{k'+j'}}P_L{'}\Bigg/\left\{\frac{Q^0}{b\left(\dfrac{jP_L}{kP_C}\right)^{j}}\right\}^{\frac{1}{k+j}}P_L$$

であるから、分子分母の Q^0 が夫々 nQ^0 になつたとすれば、分子及分母は夫々、

$$n^{\frac{1}{k'+j'}}Q^{0\,\frac{1}{k'+j'}}\Bigg/\left[b'\left(\frac{j'P_L{'}}{k'P_C{'}}\right)^{j'}\right]^{\frac{1}{k'+j'}}$$

$$n^{\frac{1}{k+j}}Q^{0\,\frac{1}{k+j}}\Bigg/\left[b\left(\frac{jP_L}{kP_C}\right)^{j}\right]^{\frac{1}{k+j}}$$

となる。從つて、これから明な通り、$k'+j'=k+j$ である限り、P'_LL'/P_LL の値は Q^0 が何倍されようとも變らない。即ち V によつて變化せぬ。

(b)　綜合指數

綜合指數算式を作製するためには、産業別生産函數を結合してえられる綜合生産函數を必要とする。各生産部門別生産函數を φ_i で表はせば、比較時點の綜合生産函數は一般に、

(1.1)　$\Phi=\Phi[\{\varphi_i\}]$

である。

基準時點に於ける綜合生産額を Φ^0 とし、

(1.2)　$\Phi^0=\Phi[\{\varphi_i\}]$

の條件の下に於て綜合生産費 Π

(2)　$\Pi=\Sigma K_i$

を最小にする樣な $\hat{L}_i$ $\hat{C}_i$ を求める。(1.2) (2) から、

$G=\Sigma K_i+\lambda(\Phi^0-\Phi)$

とおく。

$$dW=\Sigma\left[\frac{\partial K_i}{\partial L_i}-\lambda\frac{\partial\Phi}{\partial L_i}\right]dL^i+\Sigma\left[\frac{\partial K_i}{\partial C_i}-\lambda\frac{\partial\Phi}{\partial C_i}\right]dC_i=0$$

なるためには、

$$\Sigma\left[\frac{\partial K_i}{\partial L_i}-\lambda\frac{\partial\Phi}{\partial L_i}\right]=0,\ \Sigma\left[\frac{\partial K_i}{\partial C_i}-\lambda\frac{\partial\Phi}{\partial C_i}\right]=0$$

でなければならないから、

(3)　$\dfrac{\partial\Phi}{\partial L_i}\Big/P_{Li}=\dfrac{\partial\Phi}{\partial C_i}\Big/P_{Ci}=\dfrac{1}{\lambda}$　$(i=1,2,\cdots\cdots n)$

を得る。(3) の $(2n-1)$ 個の方程式及(1)から $\hat{L}_i$ $\hat{C}_i$ が求められる。(3)式が經濟的意味をもつためには、(3)式の成立が同時に各生産部門の内部に於ける限界生産力の均等をも保證する必要があらう。即ち、

$$\frac{\partial\Phi}{\partial L_i}=\frac{\partial\Phi}{\partial C_i}$$

が成立つ時には同時に、

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial L_i}=\frac{\partial\varphi_i}{\partial C_i}$$

をも滿足せねばならないであらう。φ_iにダグラス函數を用ひるのであるから、右の條件を充たすものとして、

(1.3)　$$\Phi=\prod_{i=1}^{n}\varphi_i$$

が考へられる。これはφ_iの幾何平均と類似のものである。（註10）(1.3)に基いて指數算式を求める。まづ指數の定義により、Φを基準時點のΦ^0と等しくおく。（この際比較時點の生産函數Φの常數係數b_iの修正による還元法は（42頁）(a)項に於けると同樣である。）

(1.4)　$$\Phi^0=B\prod_{i=1}^{n}\varphi_i \quad 但し \begin{cases} B=\prod_{i=1}^{n} b_i \\ \varphi_i=L_i^{k_i}C_i^{j_i} \end{cases}$$

(1.3)の制約の下に(2)を極小ならしめる$L_i C_i$は、

(4)　$$\frac{\partial\Phi}{\partial L_i}=\frac{\partial\Phi}{\partial C_i}=\frac{\partial\Phi}{\partial L_j}=\frac{\partial\Phi}{\partial C_j} \quad (i\neq j) \quad \begin{matrix} i=1,\cdots\cdots,n \\ j=1,\cdots\cdots,n \end{matrix}$$

及(1.3)より求められる。

(4)式は$(2n-1)$の獨立な方程式を與へるからこれと(1.4)を連立すれば、$L_i C_i$は解けて、

$$\hat{L}_i=\left[\frac{\Phi^0}{B\prod\limits_{S=1,2,\cdots,i-1}^{i+1,\cdots,n}\left(\frac{k_S P_{Li}}{k_i P_{LS}}\right)^{k_S}\prod\limits_{r=1}^{n}\left(\frac{j_r P_{Li}}{k_i P_{Cr}}\right)^{j_r}}\right]^{\frac{1}{\sum_{r=1}^{n}(k_r+j_r)}}$$

$$\hat{C}_i=\left[\frac{\Phi^0}{B\prod\limits_{S=1,2,\cdots,i-1}^{i+1,\cdots,n}\left(\frac{j_S P_{Ci}}{j_i P_{CS}}\right)^{j_S}\prod\limits_{r=1}^{n}\left(\frac{k_r P_{Ci}}{j_i P_{Cr}}\right)^{j_r}}\right]^{\frac{1}{\sum_{r=1}^{n}(k_r+j_r)}}$$

となる。この値を用ひて、綜合指數、

$$\hat{W}_{01}=\frac{\sum P_{Li}\hat{L}_i}{\sum L_i^0 L_i^0}, \qquad R_{01}=\frac{\sum P_{Ci}\hat{C}_i}{\sum P_{Ci}^0 C_i^0}$$

を求めれば、夫々綜合賃銀指數綜合資本財價格指數の算式

$$W_{01}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{\Phi^0}{B\prod\limits_{S=1,\cdots,i-1}^{i+1,\cdots,n}\left(\frac{k_S P_{Li}}{k_i P_{LS}}\right)^{k_S}\prod\limits_{r=1}^{n}\left(\frac{j_r P_{Li}}{k_i P_{Cr}}\right)^{j_r}}\right]^{\frac{1}{\sum_{r=1}^{n}(k_r+j_r)}} P_{Li}\right\}\Bigg/\sum P_{Li}^0 L_i^0$$

$$R_{01}=\sum_{i=1}^{s}\left\{\left[\frac{\Phi^0}{B\prod\limits_{S=1,\cdots,i-1}^{i+1,\cdots,n}\left(\frac{j_S P_{Ci}}{j_i P_{CS}}\right)^{j_S}\prod\limits_{r=1}^{n}\left(\frac{k_r P_{Ci}}{j_i P_{Cr}}\right)^{j_r}}\right]^{\frac{1}{\sum^{n}(k_r+j_r)}} P_{Ci}\right\}\Bigg/\sum P_{Ci}^0$$

を得る。

（註10）　クラインの綜合函數（前掲、Econometrica, 1946, Vol. 14. No. 2）はL_i及C_iをも aggregate しているのであ

るが本節ではその必要がない。$L_i C_i$自身既に巨視的變數を示しているからである。

（四）　計　算　例

(B)項(a)の等生産量指數の計算を昭和九年と十一年の工場統計表所載の資料について例示しよう。ダグラス函數のパラメーター k, j, b を計算すると、第一表の様になる。これらの値及Q^0を用ひて、第二表の如き所要の數値を得、W_{01}の各産業に關する値（第三表に示す）が計算される。單に支拂賃銀の比を採つた場合は右側の欄に示してある。なほ、Lは勞働延人員で測り、一年分の賃銀P_Lは勞働時間により修正したものを用ひた。Cとして用ひた實動馬力數の價格P_Cは資料から把えにくい。そこで第一次の接近として、動力はすべて電力によるものとした（操業原動機中九八・四%迄が電動機である）。電力料金は使用電動機の大きさや契約會社の別によつて多少異るが、東京電灯の $3/4$—5 馬力電動機の契約料金の平均を採つて近似的に年一〇〇圓（一馬力當り）と推算した。他に適當な方法が見出されゝばP_Cの値は修正されねばならない。

第一表

	k	j	b(千円)	Q^0(千円)
紡織工業	0.811	0.267	1084	2,917,633
金屬工業	0.347	0.618	4952	1,463,618
窯　業	0.472	0.277	32980	250,859
化學工業	0.276	0.381	1186	1,550,494

第二表

	P_{L0}(円)	L_0(千人)	P_L(円)	$\hat{L}$(千人)
紡織工業	213	970	229	970
金屬工業	621	185	588	91
窯　業	397	82	428	80
化學工業	412	192	383	157

第三表

W_i	支拂賃銀比
1.08	1.14
0.47	1.32
1.05	1.31
0.76	1.34

添字0は昭和9年，添字のないものは同11年に關するもの

第二表のL_0及$\hat{L}$の値を比較すると、昭和九年及十一年の兩時點間に於て金屬工業、化業工業、窯業の順に生產能率（延いて生產構造）の向上が明に認められる樣に思はれる一方紡績業に於ては生產構造の變化は殆ど見られない。

(五)　結　　語

本稿は生產要素價格指數特に經濟理論的な賃銀指數算式に關する一試論であるが、なほ解決せねばならない問題を含んでいる。生產要素價格指數計算に際して特に考慮すべきはkとjの値についてゞあらう。これらの値は計算される指數に對して大きな影響を與へるものである。kとjの決定に最小自乘法を用ひる時最小ならしめる誤差の方向をQLCの何れにとるかによつてこれらの値は變化する場合が多いことはよく知られている所である。QとL、QとC、LとCの間に高度の相關のある場合回歸面は特に不安定となる。實際產業別に求めるとk或はjに負の値といふ不合理な結果を得ることのあるのは資料が異質的な產業規模を含む問題の他に右の事情の影響によることも大であると考へられる。

これらはすべて統計的檢證に伴つ問題であるが本稿は算式の展開に止め、殘された諸問題は次稿に於て考察したいと思ふ。

（廿六・九）

紹　介

貿易政策の効果分析を中心として

――特にJ・E・ミード「國際經濟政策論」を主題に――

白　石　　孝

一

本誌第四十四卷第十號において貿易政策の効果分析に關する諸文献を整理しておいたが、更に本稿ではJ・E・ミードの好著「國際收支」――國際經濟政策論第一卷――The Balance of Payment. The Theory of International Economic Policy, Vol. I. 1951 を主題として展望を續けたいと思ふ。

本書の骨子は既に National Income, National Expenditure and the Balance of Payment として Economic Journal Dec. 1948, Mar. 1949 に所載されており、その乘數分析に關して種々の檢討がなされて來てゐる。例えば直接このミードの論文にむけられたものにR.G. Hawtrey, Multiplier Analysis and the Balance of Payment, E.J. March. 1950.

價などの現在における國際收支の特殊問題に適用しようとするにあるから、彼自身が認めるように分析方法それ自體は近時の進歩を含んでゐない。彼の本書を通じてなされてゐるものは、一つの均衡水準より他の均衡水準に移動する過程においてこの究極的に成立する均衡水準を初期のそれと量的に比較することであり、具體的には、まず諸國が少なくとも對內的にもまた國際的にも均衡にあると考え、次でこの均衡に或種の攪亂要因を挿入し、この攪亂要因の直接、間接効果が充分に作用した結果としての新な均衡を考察し、これを以前の舊均衡狀態と比較することであつた。即ち比較靜態論である。これは乘數そのものの領域からする必然的な結果であり、變動の動態過程が窮極に到達する靜態的位置に重要な影響をもつとして、「嚴密な繼起分析を課するならば」乘數はもはや實現された諸結果の回顧的集積にすぎなくなり、單純な乘數による分析を不可能にするに相異ない。（Hawtrey, op. cit. pp. 7-8. 早川泰正氏「乘數について」理論經濟學二ノ一參照）ミードはこれを充分意識した上でひとまずそこにとゞまる。從つてここでとりあげられるのは、その接近法の理論的價値よりも、これが如何に政策の部面に適用されてゐるか、或は內外バランス間の調整効果が如何に畫かれてゐるかという點にある。われわれは以下、彼の說論をたどりつつ、實踐的課題に對する解答の手がかりを見出したい

前稿から

(1)中立經濟を假定する所得接近法の國際收支調整機構への適用は、消極的にも積極的にも一應その任を終え、その假定を改變して効果分析の適用範圍を擴張する理論的發展の段階をむかえたこと。

(2)國際收支の不均衡改善が貿易政策の中心問題であるとしても、この改善自體が一層廣範な政策基調によつて判斷され、高次の安定的經濟活動水準及至完全雇傭政策の視點から、國際經濟政策という廣い場面で扱うことが求められ、特にそれが現實の情勢下における諸障碍を考慮して國民經濟を主體とし、國內均衡とその對外均衡との人爲的＝政策的調整の綜合効果へ問題を展開してゆく必要のあること。

(3)從つて當然これまで比較的に等閑視されがちであつた貿易政策の固有な問題領域に分析の歩をすゝめ、國際收支の不均衡改善のための種々の政策手段を體系的に解明し、その効果の測定、比較檢討を試みること、などが指摘され得る。

ミードの前掲論文の集大成である「國際收支論」はまさにかかる方向への前進を意味するものであり、劃期的とまではゆかなくとも時機に適した勞作として注目に値いする。勿論、彼の意圖は乘數理論を武器とする所得接近法の經濟政策部面への適用、就中それをドル不足・歐州間支拂計畫・スターリングの減