### 慶應義塾大学学術情報リポジトリ

Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	比較静学・極値条件と安定条件 : 理論経済学の若干の基礎
Sub Title	Comparative statistics: extremum condition and stability condition: some fundamental problems of
	economic theory
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1949
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.42, No.5/6 (1949. 6) ,p.298(18)- 319(39)
JaLC DOI	10.14991/001.19490601-0018
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19490601-0018

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって 保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 比較靜學・極値條件と安定條件

論經濟學の若干の基礎

ときいわれわれはこのことの真質性を今日なほいさいかの躊躇もなく首背することが出來るであらう。 し、あまねく世界的共通地盤の生成と呼ばれる爾後の理論經濟學の躍進に確固不動な隅の首石を安置した貢献を顧る にとつて、レオン・ワルラスの樹立した業績は永遠に光輝を失はぬひとつの記念碑的存在とされてゐる。經濟體系が理論經濟學の進展の過程をその根底に橫はる基礎的理論様式に想ひをひそめつゝとりわけ内在的にあとづけるひと 一般均衡にあるための諸條件をはじめて定式化することによつて經濟諸量の決定性の 思想に最も 精密な 姿態を 賦與

解明されるならば、次に來るべき論理的段階は當然に、それらの所與條件の變化に伴ふ均衡的位置の變位の追及にあ することを意味するものではない。ひとたび特定の所與條件の下に一聯の均衡方程式を以てする均衡的位置の決定が 根本思想がワルラスはいたつて最美の結晶を見出したといふ事質は、未だ決して經濟理論の本來の車輪がそとに停滯 しかしながら、未知の經濟的變量をそれと同數の一聯の經濟的條件を以て決定するといふ、いはゆる「均衡分析」の

比較靜學分析への萌芽を示したものは、他ならぬワバラスの後繼者パレートであつた。通常效用函數の可測性にからmande)を問ふことを以て、方程式と未知數との數の整合に終始した舊來の靜學分析より新しき一步をするめ、後の ィ、ホテリング、アレン、ヒックス、ジョルジスク=ロージェン、サミュエルソンなどの取扱ひを俟つてはじめて充パレートによつて端緒を與へられたこの課題はやがて彼の思想の方向に沿ふョリ近代の學者ジョンソン、スルーツキ はる密則によつてのみもつばら賞揚されるのをつねとする彼の業績になほまたからる側面の存在することは、われや はじめて精緻な理論様式を確立することが出來たのである。 る取扱ひの不備とに災されて、この主題を中心とする有意義な定理を數多く樹立するにはいたらなかつた。どうして れの決して看過すべからざる一つの事質である。たじ彼の論議は、數學上の手續の非洗練性と極値の充分條件に對す の變化に伴ふ「供給および需要の一般法則」(Tois générales de l'offre et de la de-

やうに、全經濟體系の均衡は、たゞにひとりの經濟主體が所與の各個の價格體系に基いて自らの極大的地位を達成すけれども、一經濟主體の極大化行為は未だ經濟分析の一面に過ぎない。ワルラスによる理論的解法が明示してゐる おける變化の法則が所與條件たる價格の變化に伴ぶ個人的需給の變化の法則といふ形態で導出され得ることを考慮す れば、客觀的均衡の領域においてもまた嗜好、技術、制度などによつて代表される所與條件の變化は價格體系の變化 求する。これらの條件の満足におのおの主観的均衡をよび客観的均衡といふ稱呼を與へるとき、主觀的均衡の領域に べき條件のみならず、更にまたあらゆる經濟主體の極大的地位を受けならしむべき特定の價格體系の決定條件をも要 法則の演繹を可能ならしめるはずである。もとより、ことにあげられた代表的な所與條件は從來の理論經濟學者が

所與條件のあるものを可變常數として特定化する自由を許容されるのである。さて客觀的均衡の具有する性質をつぶ すめた彼のいま 二つの 寄興と相俟のて『價値と資本』 を二〇世紀の古典たらしめてゐる 强力な理由といはねばなら とを確立し、かくして比較靜學への架橋の方途を指示し得たヒックスの貢献は、「般均衡分析を豫想の世界におしす 格體系に及ぼす波及效果を究明することを以て、眞に理論のうちに如上の課題への曙光をもたらしたものはまさにヒ さに檢討することによりフルラス=マーシャルの單一市場の安定條件をはじめて多數市場に擴充し、嗜好の變化が慣 ヨリ廣汎な體系の「變數」たることを決して妨げるものではない。 界線を内と外とに相分つ規定は決して侵すべからざる神聖さを有するものといふべきではなく、「體系の「現件」は ックスであつた。主観的均衡の變化の法則が個人の極大的地位の力分條件から誘導されることを明らかにしてパレー =スルーツキィの寄興を大成するとともに、更にまた客観的均衡の變化の法則が均衡安定の條件から演繹されると 的に自己の領域外に放逐し來つたところのいはゆる「與件」ではあるけ われわれは at nand な目的に應じ好むがまゝに 經濟學のかしる境

收敛運動は、時間を通じての經濟的變量の運動一般からみれば、一つの特殊な型の運動であるに過ぎない。從つて自 らの乖離が自らふたたび均衡への收敛を生ぜしめるといふインプリシットな假定を見出すであらう。しかるにがいる 一必然的に單位時間内における均衡への迅速且容易な到達を想定し、そのかぎりにおいて無時間的たらざるを得ぬも であつた。しかしながら、いまもし安定均衡の意味するところを仔細に吟味するならば、われわれはそこに均衡か ととろでヒックスは多数市場の安定條件を用具として嗜好および豫想の變化に關する比較靜學を考察し得たけれど その際彼によつて使用された安定條件の理論は、經濟體系を一時的均衡の系列として把握した彼の分析方法の故

的に多數市場に擴充したが故に、動學的視點よりすればいかにも重大な弱點を包藏せざるを得なかつた。 き劣魔を全人缺如し、正しくは動學的考察からのみ導出せらるべき單一市場の安定條件をその結論のみについて機械 る動學的な關係をエクスプリシットに考慮してのみ規定さるべきはずのものである。ヒックスの安定條件はかくの如 す運動態様を決定すべき動學を営初から前提してはじめて成立つわけであり、それ故に真正の安定條件はむしろか 的化 は、安定均衡に関する論議は、所與の初期條件から出發するあらゆる經濟的變量が時 間の經過ととも

るやうにサミュエルソンの最もすぐれたパイオニア的寄興を示すものに他ならぬであらう。 およ 名今日に いた るま 聯を「安定分析」の論議を媒介として明らか何してゐるが、この後半の所論こそメッツラーのくりかべし指摘してゐ が均衡の方程式からよりもむしろ極値ならびに安定を保證する不等式から導出され得ることを一般的に論じたのち、 るかに廣汎な新展開を含み得るものであつた。彼の新著『經濟分析の基礎』 的形態における安定條件の不備を補足する程度に安んずるものではなく、 **衡的位置を論ずるけれども、需給が齟齬した場合の價格の運動については殆ど言及するところがない。これに對比** て、後者は擴脹縮小の累積的 ا الا 相違は傳統的な價格の理論と傳統的な景氣循環理論との相違によつて最もよく例示される。前者は價格や數量の均 を導出したのはサミュエルソンである。さうしてかくる安定條件の吟味を契機とする彼の論議は、たどにヒックス いる視點にウェイトを附しつく、まづ生産者および消費者の極大化行為をとりあげ、次いで比較靜學上動學との關 クスの瞬間的調整といふ假定に代へて價格の時間的變化率を需給の相對差の函數と規定し、真に正しい安定條 はゆる靜學と励學とは相互にいかなる脈絡をも共有しない分裂せる探究領域であつた。かいる二つの分析の型 髪励を時 的機起にアクセントをおいて敍述し、 理論經濟學の基礎的な分析方法に関するは は、變化の法則に關する有意義な諸定理 何らかの正常水準をめぐる體系の振動

ることを思ふならば、古き理論と新しき理論との關聯を明晰ならしむるかゝる原理をさぐり得たサミュエルソンの業 動向が静學的を様式から動學的なそれへと、恰も古典力學から量子力學への推移にも比すべき思想的革新を經つくあ 系の動學的性質の規定に際して利用され得るといふいは〝双方的な關係を明るみに出し、これを「對應原理」と名づ 績はまことに大なるものと稱すべきであらう。 けて靜學・動學を結ぶ理論的鍵鐶たらしめようと試みたのである。かのフリッシュの先驅的論文以來、理論經濟學の 動學的安定性の研究が比較靜學分析に多くの有用な定理をもたらしまた逆に比較靜學の有する既知の性質がその體 するけれども、かゝる正常水準の性質や累積過程と均衡條件との關聯については多くのことが不問に附されて まやサミュエルソンは、動學的見地からヨリ周到な「安定分析」の理論を構成することによつて、經濟體系

き比較動學の創造に見出されでであらう。初期條件、衝撃、可變常數などの變化より生する經濟的變量の時間的運動 を分析すべきとの分野は、 の安定性を通じて一定の依存關係の介在することが闡明された。考へらるべき次の前進は動學の彫琢と相俟つて新し ての經濟的變量の內生的を運動が探究されたとき動學の領域が開拓され、やがて比較靜學と動學との間にはその體系 分野を特殊として包含し、はるかに豐沃な領土を相蔽ふべきものである。今後の理論經濟學の發展がかくるラインに 深めるものもまたでの言葉の含蓄する歴史的眞質性に他ならない 沿ひつくすぐれて强力に推進され、小は單一商品の微細な作用より始めて景氣循環の重要因子の變動をも含め更には 進步とそ科學の本質であるといはれてゐる。 た。比較靜學は所與條件の變化に由來する新しき均衡的位置の方向を無時間的に確立した。 事質サミュエルソンの構想するところに從へば、比較靜學をはじめそれに先行する一切の 理論經濟學の躍進のあ占をふりかへつてみるとき、われわれの感慨を 。靜學は均衡水準における經濟的變量の決定を解決 更に時間的機起に即し

ともに、なほ將來にゆだねられた課題の大いさを痛感せざるを得ないであらう。 的な基盤のうちに包含され構取されんとする動向を前にするとき、ひとはいつしが共通地盤そのものの成長を思ふ 經濟發展の推嚴な諸問 題にいたるまで、およそこれまでの經濟學が呈示してきた敷限りない問題と様相とが漸く統一

示す問題と様相とはきはめて複雑困難であつて、殆ど構取と理解以上のことをなし得てをらず、そのことに際してす ら敷多くの誤謬を犯してゐるであらう。御教示と御批判を仰ぐことを得るならばまととに幸福である。 主要問題を抽出して、そのそれぞれをわたくしなりに整理してゆかうとする試みである。いふまでもなくとの動向 描し來つた理論經濟學の發展励向を基軸とし、その中に起伏する諸問題のうちとりわけ根本的と思はれるいくつかの さて本稿およびとれに續いてわたくしがとの雜誌に掲載してゆかうと思ふ論稿は、 以上かなりの紙幅にわたつて素

て有するところの構造的關聯を明確ならしめることを意圖した。それはまた以後に展開される論議の序論的考察たる 役割をも有してゐる。 まづわたくしは本稿において比較靜學の基本的理論を定式化するとともに、それが極値條件および安定條件に對し

E Léon Walras, Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale, ler éd. 1. part, 1847, 2. part, 1877, 2me éd. 1889, 2me éd. 1896, 4me éd. 1900, l'edition définitive. 1926.

よそ經濟學者にしてワルラスがなせるほど。確立された真理が表明した讃頌の辭をとべに摘記しておく。 ヒックス 「おワルラス生誕百年祭にあたり現代一流のすぐれた 理論家

比較靜學、極值條件と安定條件

の恒久體に多大の寄與をな せるものは 殆ど存在しない。」の恒久體に多大の寄與をな せるものは 殆ど存在しない。」の恒久體に多大の寄與をな せるものは 殆ど存在しない。」の恒久體に多大の寄與をな せるものは 殆ど存在しない。」の何久體に多大の寄與をな せるものは 殆ど存在しない。」

――河合菜治即制『學生と先哲』 EI四七頁)。
――河合菜治即制『學生と先哲』 EI四七頁)。
といるなく、最大の經濟理論であづた。 彼の著作は過去に精神成長の出後點となりつくある。 今日源泉より距ることに精神成長の出後點となりつくある。 今日源泉より距ることに驚くべきことと言はねばならぬ。」(J.-A. Schumpeter, Econometrica, July, 1985, p. 348. 安井琢磨「ワルラス」とのでからびに業績の二つながらの點においてご彼は、る。 視野ならびに業績の二つながらの點においてご彼は、

- 図 バンーエのおりのは感じつよりは、ショルサー Vilfredo Pareto, Manuel d'économie politique, ler éd. 1909, 2me éd. 1927, pp. 579 ff. ditto; Économie mathématiques tique, Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées, Tome I. Vol. IV. 1911, pp. 628 ff. 必然量サル。
- © W. E. Johnson, The Pure Theory of Utility Curves,

  Economic Journal, December, 1918. Eugenio Slutsky, Sulla teoria del bilancio del consumatore,

  Giornale degli Economisti, 2º Semestre, 1915.

  Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Function, Journal of

- Political Economy, October, 1932. J. R. Hicks and R. G. D. Allen, A Reconsideration of the Theory of Value, Economica, February and May, 1934. N. Georgescu-Roegen, The Pure Theroy of Consumer's Behavior, Quarterly Journal of Economics, August, 1936. P. A. Samuelson, A Note on the Pure Theory of Consumer's Behavior, Economica, February, 1938.

  J. R. Hicks, Théorie mathématique de la valeur en régime de lible concurrence, 1937, ditto, Value and Capital, 1st ed. 1939, 2nd ed. 1946.
- © Paul A. Samuelson, Foundations of Economic Analysis, 1st ed. 1947. 2nd ed. 1948.
- (6) Ragnar Frisch, Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics, Economic Essays in Honour of Gustav Cassel, 1983. 同じく一九三三年九十一〇月ライデンにおいて開催された エコノメトリック 文の報告のほか、なほかくる革新の有力なる 推進者カレツ 文の報告のほか、なほかくる革新の有力なる 推進者カレツ かざるにふさはしき會合であつた。 Cf. Econometrica, April, 1934, pp. 187-194.

題の骨子は畢竟するところ未知數と方程式とより成る自足體系の構成にあるのであるから、記號を以て敍述されると 定し、かつとれらの未知數の間に成立ずる經濟體系を一つの均衡體系をして構成する。この均衡體系を規定する條件 個のおのおの獨立的な、さうして相互に矛盾しない函數關係の存在を假定し、 の體系の機一能。的、決一定を理解することが出來るであらう。きて以上の如くに考へるならば、 て最も一般的に表すととにしよう。 が未知數と數にお よそ次の如くである。まづわれわれは經濟的にその決定機構を明らかにすべき所要の經濟的變量を未知數として選 近代經濟理論の傳統的基礎を形成してきた いて相一致し、所興條件とともにそれらを一義的に決定するに充分であるとき、 「均衡分析」の根本思想をいま最も複縮的に表現するならば、それは てれらの關係を次の如き陰伏函數を以 われわれは以てそ 「均衡分析」の設

## (1) $f(X)=f^{i}(x_{1},...,x_{n})=0$ (i=1,...,n)

ゆる諦學(statics)とは、以上の如き、一定の所與條件の下における經濟的數量の解法を、時間についてのエクスプ リシットな配慮なしに、取扱ふものに他ならない。 

だそれのみでは有意義な經濟的定理の母胎だるに乏しいから、われわれは次いで所與條件の變化より生ずる均衡的位 置の變化を確定する段階に進まねばならぬ。 けれども、かゝる辭學的均衡分析はあくまで一定の所與條件の下における均衡的位置の考察にとゞまつてをり、未 がくる目的を遂行するためには、變化に際してさきの 函數關係そのもの

れる。さてこれらの可變常數を加ある。

$$(2) \qquad f(X,\alpha) = f^{s}(x_{1}, \cdot \dots, x_{n}, \alpha_{1}, \cdot \dots, \alpha_{m}) = 0 \qquad (i = 1, \cdot \dots, n)$$

$$s) = g(\alpha) \neq 1 \land \exists x_j = g^*(\alpha_j, \dots, \alpha_m) \qquad (j = 1, \dots, n)$$

に、確定することが比較靜學「comparative statics)の役割である。 所與條件の變化によつて惹起される經濟的變量の均衡値の質的變化を、その調整過程における時間的機起とは無關係・ が現條件の變化に對する經濟諸量の方向的變化と用っ、 $(j=1,\dots,n)$  に動い、次の如くに示されるであらう。  $X=g(\alpha)$  もしくは  $x_j=g(\alpha)$ 、 $x_j=g(\alpha)$ 、 $x_j=g(\alpha)$  が、 $x_j=g(\alpha)$  が、が變化したときの $のの方向的變化,換言すれば偏導函數<math>\alpha | \alpha | \alpha |$ の符號、を確定することに他ならない。かくの如く、 所與條件の變化に對する經濟諸量の方向的變化を明らかにするといふわれわれの課題は、任意の可變常數たとへばない

いて微分することにより、次の如くに示される。 いま可變常數のが變化したものとすれば、かくる變化が全經濟體系に及ぼす效果は、②の方程式をそれぞれなにつ

いわれの目的な力量式化とではない。次の如くに示される。
$$\frac{\partial f^1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f^1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f^1}{\partial x_2} \frac{\partial x_3}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f^1}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_4}{\partial x_2} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_2}{\partial x_3} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_3} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} \frac{\partial x_4}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} - \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f^2}{\partial x_4} + \frac{\partial f$$

われの目的は力程式倒を飛倜の未知數長
$$(\partial x_1/\partial a_n), \dots, (\partial x_m/\partial a_n)]$$
 について

従つて均衡點においてはそれらは常數と看做されるから、例は常數係數を有するヵ個の一次方程式系である。それ故に周知の解法を用ひれば  $\left|\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_k} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial f^i}{\partial \alpha_k} - \Delta_{ij}\right|$   $\left|\frac{\partial f^1}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial f^1}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial f^2}{\partial \alpha_k}\right|$   $\left|\frac{\partial f^1}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial f^2}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial f^2}{\partial \alpha_k}\right|$ 、ところで、他の右邊の係數をなしてゐる偏導函數は諸變數が均衡值(æ²゚・・・・・・・wow。)にあるときの偏導函數であり、

(5) 
$$\frac{\partial x_j}{\partial \alpha_k} = \frac{\sum_{i=1}^n \partial f^i}{\partial \alpha_k} \mathcal{A}_{ij} \qquad (j=1,\dots,n)$$

ることを理解することが出來る。 かに反應するかを示す最も一般的な式である。さうしてこの式の右邊に注意するときたどちに明らかであるやうに、であり、AはAの第~行第~列の元素の餘因數である。⑤はある可變常數の變化に對しておのおのの經濟的變量がい

さて以上の結果をマトリックスの形式で處理しておけば、後の論議にきはめて便利 利であらう。 仏をマトリッ ックスと

切をより簡單に

(8) 
$$\left[\frac{\partial f}{\partial X}\right]\left[\frac{\partial X}{\partial \alpha}\right] = \left[-\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right]$$

ふことにあり、そのことの考察が次節以下の論議の主要内容を形成するであらう。 から與へられる。それ故にのこされた問題は左邊の係數をなすマトリックス fox がいかなる性質を具有するかとい當初の函數關係をいかなる方向に移動せしめるかを示すものであつて、それらの個々の符號は考察される變化の性質 すものであつて、それらの符號を確定することが比較静學分析の課題である。また右邊の θ θ は所興條件の變化が と書き、これを6の交代的表示とする。8の左邊のマ ックス Σ[α は所與條件の變化が諸變數に及ぼす效果を示

程式」(the fundamental equation of comparative statics)といる名を與べておからと思ふ。 比較靜學の理論構造を最も一般的に示してゐるとれら(6)もしくは(8)の式にごわれわれはことで「比較靜學の基本方

- に闘する吟味については、A. Wald, Uber einige Gleich-(1) われわれはこくでからる「義解の存在を假定する。 假定 ungssysteme der mathematischen Ükonomie, rift für Nationalökonomie, Band VII. Heft. 5. 1936. SS. 627-670 参量。 Zeitsch-
- February, 1987, p. 41. n. 1. 想とのかくる分離はすでにマーシャルの 長期および短期の **態彼述の相違にかくはる概念ではない。 從つて時間を通じ** lutionary state)といる川語に意味されるやうな軽象の状 識別を願るとき明らかであると言ふことが出來よう。 Cf である。ハイエクの指摘しているやうに、靜學分析と定常狀で定常的ではない經濟體系を靜學的に、分析することは可能 リ、定常狀態(stationary state)および變動狀態(evo-川を決定する分析形式の相違によって 對比すべき概念であ F. A. Hayek, Economics and Knowledge, Economica, 静學 (Statics) および動學 (dynamics) は經濟體系の作
- 應的なる際語を以て statical—dynamical に等限する論者 単的二、後者に「足常的」との気器語を提唱しておかうと思 味の相違を不鮮明ならしめるから、われわれは前者に「靜 の雨者に混川するととは それら二つの概念のもつ如上の意 ふ。ちなみに stationary 「靜態的」といふ慣習的な課題を statical と stationary -evolutionary 必需题的

of Economic Analysis, 1948, p. 818 必然至中共。 がこれまでわが国に多かったのは正としてひところにおけ ソンの線に消み詳細な考察をなすことは他日に期したい。 Preface, p. xi. of Economic Development (English edition), 1984, Preface, p. xi. 무면 P. A. Samuelson, Foundations シュムペータア自身のちにフリッシュの指摘に従って 自己 るシュムペークア理論の流行に歸因する ものと思はれるが සැපසුයන Cf. Joseph A. Schumpeter, The Theory のであるがらい。今日ではかくる混像はすみやかに霧散すべ の二分法がら Statical —dynamical の稱呼を撤回してゐる 静學および動學の定義について フリッシューサミュエル

- mathématique, p. 594. に見出される。 か〜の如き方程式の表示はすでに V. Pareto, Économie
- ある。 Value and Capital 1989, p. 209.) は60万特殊的表現で スのいはゆる「價値理論の基本方程式」(J. R. Hicks, たと、ば「ネルーツキィの基本方程式」すなはちヒック

### $rac{\delta x_j}{\delta p_i} = rac{-x_i \mu U_j + \mu U_{ij}}{U}$

を何と比較していただきたい。

(5) 「Eあらゆる出來事はすでに 攪亂されてゐる經濟的世界の 事に對する經濟的有機體の反應の仕方を 理解しようとすれ上に働きかけるものであるけれども、「何らかの新しい川來」

の理論である。 均衡概念はかくる變化の理論の分析川具で1989, p. 68.)「經濟理論は 本質において變化に對する適應らぬ。」(J. A. Schumpeter, Business Cycles, Vol. I, らぬ。」(

A A A CARLES (Fritz Machlup, Marginal Analysis and Empirical Research, American Economic Review, September, 1946, p. 521.)

り基本方程式を導出してその構造とりわけさきの係敷の性質を檢討してみることにしよう。 素材となった均衡方程式そのものが一般的に陰伏函數を以て表示されてをり、それが經濟的均衡條件として具有すべ 内容的な規定を 駅如してあるため、 従來の經濟理論と基本方程式との 関聯が未だ明白にされてゐない。 それ故にわ われは以上において比較節學の理論様式を最も基本的に考察した。しかしながら、そこにあつては、定式化の

公準の採擇はわれわれに次の如き均衡條件の解釋を可能ならしめる。すなはち、均衡條件が滿足されるならば所與 多數の家計が序數的效用の極大化を目ざしてコンシスタントな行動をとることを假定し得るであらう。かくしてこ 目的として行動するといふことを意味してゐる。われわれは經驗的に大部分の企業が利潤の極大化を目ざして運營さ合理性の公準とはあらゆる經濟主體が主觀的に思はれた意味からそれぞれある大いさの極大化(もしくは極小化)を れることを假定するととが出來るであらう。また消費者の選好が一つの順位表に沿つて順序づけられ得るならば、大 まづわれわれはいはゆる合理性の公準(rationality postulate)を以て均衡條件のを限定することとする。と人に おいてはい かなる家計も企業ももはや彼等の行為を變更することにより自らの地位をヨリ好轉せしめるこ 0

れが均衡方程式に對してわれわれの與へる第一の規定である。 ひ得ること、従つてわれわれの變數の均衡値を極大値(もしくは極小値)として取扱ひ得ること、を示してゐる。 分析的には、このことはわれわれがさぎの均衡條件を極値條件 (extremum condition)へとして取扱 

いまある經濟主體が變數としての財貨の數量(※, ……, ※」ならび に可變常數としての それら の價格

の一價函數

### 

はそれぞれ 函數を有し、 を以て表示されるある大いさ々を極大ならしめようとして行動するものと假定する。よが少く かつ  $f_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ ,  $f_{ij} = \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_j}$  とすれば、その主體が極大的 地位にあるための必要條件ならびに充分條件 とも第二階までの偏導

(10)  $dz = \sum_{i=1}^{n} f_i dx_i = 0$ 

## (11) $d^{2}z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{ij} dx_{i} dx_{j} < 0$

に加へて、子の第二階偏導函數を係數とする二次形式が負の定符號形式とならねばならない。 / として與へられる。すなはち眞正の極大條件が滿足されるためには子のあらゆる第一階偏導函數が零にひとしいてと

計の制約のない語給の理論」の如き事例を考へられるばよいであら われわれは論議を簡單にずゝめるためでゝでは均衡點において満足さるべきいかなる附帶條件をも 、、たゞちに可變常數の變化による均衡値の變化の問題を取扱ふことにしよう。讀者ほたとへばホテリ う。 (11) を 考へる てとな

比較靜學,極值條件と安定條件

$$(13) \qquad f_i(x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n) = 0 \qquad (i=1, \dots, n)$$

$$(j=1,\dots,n)$$

開したところに従つて容易に求めることが出來る。すなはち均衡條件側をひてついて微分すれば -さて一つの可變常製 pxが變化するものとしよう。からる變化がすべての均衡値に及ぼす效果はわれわれが前節に展

$$\frac{\partial f_{t}}{\partial x_{1}} \frac{\partial x_{1}}{\partial p_{k}} + \frac{\partial f_{t}}{\partial x_{2}} \frac{\partial x_{2}}{\partial p_{k}} + \cdots + \frac{\partial f_{t}}{\partial x_{m}} \frac{\partial x_{m}}{\partial p_{k}} + \frac{\partial f_{t}}{\partial p_{k}} = 0 \qquad (i=1, \dots, n)$$

ヨリ倫單に表現すれば

(5) 
$$\sum_{j=1}^{n} f_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial p_k} = -\frac{\partial f_i}{\partial p_k} \quad (i=1, \dots, n)^{r}$$

さきの(6)と同様の手續によつでとれを解けば

(16) 
$$\frac{\partial x_j}{\partial p_k} = \frac{-\sum_{i=1}^{j} \frac{\partial p_i}{\partial p_k} H_{i,j}}{H} \qquad (j=1,\dots,n)$$

、いるまでも なくこくで

(17) 
$$H = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ f_{n} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{vmatrix} = |f_{ij}|$$

スで處理すれば かつ出はこのヘッシェンの第1行第1列の元素の餘因數である。いまざきと同様に以上の分析をマト

(18) 
$$\left[ f_{ij} \right] \left[ \frac{\partial x_j}{\partial p_k} \right] = \left[ -\frac{\partial f_i}{\partial p_k} \right]$$

アン局に依存する。しかる医極大の充分条件のより。 個から明らかなやうに、可變常數の變化に對する函數關係のの變位が規定されさべすれば、なった。はもつばらヘッショのののののではない。

 $(19) \quad f_{ii} < 0, \quad \left| \frac{f_{ii}}{f_{ji}} \frac{f_{ij}}{f_{ij}} \right| > 0,$ In Justik

Jose For Just 60,....

以上の分析は主觀的均衡の領域においても個人的需給の比較靜學が安定條件と緊密な構造的關聯にあることを示すも を有することを看取することが出來る。いまヒックスのようにかいる極値の充分條件をも安定條件と看做すならば、 といふ規定が與へられるから、とくにわれわれは、3/20の符號の確定にあたり極値の充分條件がきはめて重要な役割

- Review of Economic Studies, 1945-46. Vol. XIII. p. Oscar Lange, The Scope and Method of Economics,
- Appendix p, 306. P. A. Samuelson, Foundations of J. R. Hicks, Value and Capital, Mathematical

比較靜學・極低條件と安定條件

Economic Analysis, Mathematical Appendix A. p.

of Political Economy, October, 1932. pp. 590-598. the Nature of Demand and Supply Function, Journal Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox and

といふョリ特殊な形で與へられてゐる。 プリングにおいては、10式は、

高术貞治『代數學誹義』)三八二頁參順。 Hicks, op. cit., p. 21. p. 25.

位の主視的均衡から全經濟單位の客觀的均衡にするみ、均衡條件の對稱性が候如される場合には、われわればもはや、 二次形式の規定を以て均衡條件を制約する可能性を失はねばならないから前節におけるとアナロガスな分析を行ふた 小化)の假定からのみ導出され得るものでないととはわれわれの日常經驗に徴して明らかである?ひとたび一經濟單 いま變數たる價格(p, ----, p, と可變常數(a, ....., a, とを含む需給の均衡條件をの近傍において安定性を滿足せしめることを假定して次のやうに論議をすゝめることにしよう。 (stability postulate) が重要な役割を擔つて登場する。われわれはわれわれの均衡條件がそれの決定する均衡的位置 めには極値の充分條件に代はる何らかの新しい規定が設けられねばならないであらう。とこにいはゆる安定性の公準 分條件が多大の意義をもち得ることを示すものである。しかしながら、經濟的命題のことごとくが極大化(もしくは極 節の分析は、均衡條件を極値條件として取扱おととにより、個人的行為の比較靜學を處理するに際して極値の充

0) 
$$X_i(p_1, \dots, p_n, \alpha_1, \dots, \alpha_n) = D_i - S_i = 0$$
  $(i=1, \dots, m)$ 

$$(21) p_j = G^j(\alpha_1, \dots, \alpha_n) (j=1, \dots, n)$$

すなはち所興條件にして一定なるかぎり價格のは需給均衡 Dill Si の水準に決定される。

ある可變常數なが變化するならば倒より

$$(22) \quad \frac{\partial X_i}{\partial p_1} \frac{\partial p_1}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial X_i}{\partial p_2} \frac{\partial p_2}{\partial \alpha_k} + \dots + \frac{\partial X_i}{\partial p_m} \frac{\partial p_m}{\partial \alpha_k} = \frac{-\partial X_i}{\partial \alpha_k} \quad (i=1,\dots,n)$$

そとで

$$(22) \qquad \frac{\partial X_i}{\partial p_j} \equiv a_{ij} \qquad (i,j=1,\dots,n)$$

$$J = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{ij} \\ a_{ij} \end{vmatrix}$$

とし、かつヤコービァンJの第~行第・7列の元素の餘因數を石として22を解けば 

(25) 
$$\frac{\partial p_j - \sum_{i=1}^n \frac{\partial X_i}{\partial \alpha_k} J_{ij}}{\partial \alpha_k} \quad (i=1,\dots,n)$$

スの形式で表示すると

(26) 
$$\left[ a_{ij} \right] \left[ \frac{\partial p_{ij}}{\partial \alpha_k} \right] = \left[ -\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_k} \right]$$

しかるに安定性の公準を認容するとき、われわれは「ゐ」に明確な符號的規定を與へる一つの便益を得る。いま「ゐ」の ▼ さきと同様はみの變化に對する光の變位が規定されさへすれば、ののならならやコービァン」のに依存する。 様はよの観出らせ、  $\begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ij}}{\partial \alpha_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_k} \end{bmatrix}$ 

奇數次の首座小行列式が負、偶數次の首座小行列式が正、の符號をとるとすれば

比較靜學・極値條件と安定條件

・ 造的開聯を有することが理解せられるであらう。 がかりとして利用する。とが出來るのである。とこに價格體系の比較靜學が市場均衡の安定條件ときはめて緊密な構 がいはゆるヒッグシアシとしての性質を具有するならは、かれわれはかくる性質を β[α の符號決定への有力なる手がいはゆるヒッグシアシとしての性質を具有するならば、かれわれはかくる性質を β[α の符號決定への有力なる手 とれてそヒックタの完全安定條件に他ならない。すなはち、 ヒック不の完全安定條件が滿足され、ヤコービァン

- 系は大範圍の安定性(stability in the large)を有すると「かふた」が均衡への復歸運動著生世上めるならばいるの體 後者は前者の必要條件であるに 過ぎない。しかしながら、園の安定條件が小範圍の安定條件の充分條件であるに對し、 定性(Stability in the small)を有するといほれる。大値 Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics, Econometrica, April, 1941. p. 101. (Foundations of われわれの論説はさしあたり後者にのみ關聯する。なほこ 生ずる場合にのみかくる復歸運動を示す。體系は小範圍の安いはれる。一方、均衡からの 乘雕が均衡點の近傍に おいて Economic Analysis, pp. 261-262 安井琢磨「收敛性 の點については、P. A. Samuelson, The Stability of 均衡からの乖離がいかなる大いさをとる 場合にも一體系
  - the small) と呼んでゐる。 完全な第一種安定性(perfect stability of the first kind) 授に從ふものである。サミュエルツンは それらをそれぞれ一九二頁を見よ。右に與へた 二種の安定性の稱呼は安井教 の公準と動學的安定條件」(社會科學評論第一、第二合件集) 小範圍の第一種安定性(stability of the first kind in
- | は前節のヘッション fo と同様の形式をとり、主觀的均衡の[3] 更に aij=aju が假定される場合には、ヤコービアン [4] 3. J. R. Hicks, Value and Capital, pp. 315-316. Jacob bility and Employment, 1944, p. 94. national Trade, 1944, p. 41. O. Lange, 理論の基本問題」 (3) (経済學講座第四卷) 七六頁など参照。 L. Mosak, General- Equilibrium Theory in Inter-安井琢磨「經濟 Price Flexi-

と呼ぶことが出來るであらう。「スルーツキュの。基本方程る便益を與へられる?われわれはかさる場合を對稱の場合分析と客觀的均衡の分析とは、同様の方法を以て取扱は礼得

住 るであらう。 からっこのとど える。こう 一式」において所得項が無視され得るとき 體系は對稱となる からっこのととは企業家のみから、成る體系について妥當す

dwind過需要量で正比例するといふ假定から出發する。すなはち、 は更に動學的安定分析の立場からとの問題を眺めてみるととが必要であらう。周知のようにこの立場は、價格の時間 さきに述べたどほり、安定條件の論議は動學的分析に基礎づけられてのみ有意義たり得るのであるから、おれわれ

$$(29) \qquad \frac{d\underline{p}_i}{dt} = k_i X_i \qquad (i=1,\dots,n)$$

程式系が成立する。 いまぶを均衡價格の組(タ゚,・・・・・,タッ゚)」の近傍で展開するならば、常數係數を有する次の如き齊次線形いまぶを均衡價格の組(タ゚,・・・・・,タッ゚)」の近傍で展開するならば、常數係數を有する次の如き齊次線形

$$\begin{array}{c} a_{i} p_{i} = k_{i} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(p_{i} - p_{j}^{\circ}) & (i=1, \dots, m) \\ 0 & \text{if } i = 1, \dots, m \end{array}$$

(30)を入念に書けば

$$\frac{dp_1}{dt} = k_1 a_{11}(p_1 - p_1^0) + k_1 a_{12}(p_2 - p_2^0) + \dots + k_1 a_{1n}(p_n - p_n^0)$$

$$(31) - \frac{dp_2}{dt} = k_2 a_{21} (p_1 - p_1^0) + k_2 a_{22} (p_2 - p_2^0) + \dots + k_2 a_{2n} (p_n - p_n^0)$$

比較静學・極値條件と安定條件

 $\frac{dp_{x}}{dt} = k_{n}a_{m1}(p_{1} - p_{1}^{0}) + k_{n}a_{n2}(p_{x} - p_{x}^{0}) + \dots + k_{n}a_{mn}(p_{n} - p_{n}^{0})$ 

さきと同様に3をマトリックスとして表せば

$$\frac{dp_{1}}{dt} = \begin{pmatrix} k_{1} & 0 & \cdots & 0 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \frac{dp_{2}}{dt} & 0 & k_{2} & \cdots & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \frac{dp_{n}}{dt} & 0 & k_{2} & \cdots & a_{2n} & a_{2n} & a_{2n} & a_{2n} \\ \frac{dp_{n}}{dt} & 0 & 0 & \cdots & a_{n} & a_{n} & a_{n} & a_{n} & a_{n} \\ \frac{dp_{n}}{dt} & 0 & 0 & \cdots & a_{n} & a_{n} & a_{n} & a_{n} \\ \end{pmatrix}$$

そこで(3をヨリ簡單に次の(3の如く示し、さきの(3)と對應せしめるならば

(38) 
$$\left[\frac{dp_i}{dt}\right] = \left[k_i \, \delta_{ij}\right] \left[a_{ij}\right] \left[p_{\bar{j}} - p_j^0\right]$$

(26) 
$$\left[\alpha_{ij}\right] \left[\frac{\partial p_j}{\partial \alpha_k}\right] = \left[-\frac{\partial X_i}{\partial \alpha_k}\right] -$$

ちそサミュエルソンが「對應原理」(Correspondence Principle) と名づけたものに他ならないのである。析と比較靜學分析との緊密な双方依存の關係を容易に理解するととが出來る。さうして兩者の間のとの形式的依存性 **とゝに兩式が [a] を連環として相互に關聯することはきはめて明白であり、われわれはかゝる表示から動學的安定分** 

- (1) 詳細な展開については P. A. Samuelson, The Stability of Equilibrium: Comparative Statics, and Dynamics, Econometrica, April, 1941. pp. 109-110. (Foundations of Economic Analysis, pp. 270-271.), O. Lange, Price Flexibility and Employment, Appendix, pp. 94-96. 安非琢磨「收斂性の公準と動學的安定條件」(社會科學評論第一・第二合併集)「九八一二〇一頁、 同一經會科學評論第一・第二合併集)「九八一二〇一頁、 同一經會科學評論第一・第二合併集)「九八一二〇一頁、 同一經會科學評論第一・第二合併集)」。
- @ Cf. P. A. Samuelson, The Stability of Equilibrium:
  Linear and Nonlinear Systems, Econometrica, January, 1942. p.1. (Foundations of Economic Analysis, p. 284.)

油 沪

校正のとき記

本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して本稿擱筆より校正にいたるまでにかなりの目時が經過して