Title	数学線導出の簡便法
Sub Title	Expedient methods of finding mathematical lines in statistics
Author	安川, 正彬
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1949
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.42, No.2 (1949. 2) ,p.127(53)- 132(58)
JaLC DOI	10.14991/001.19490201-0053
Abstract	
Notes	資料
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19490201-0053

David Ricardos Grundgesetzen der Volkswissenschaftund Besteuerung, Leibzig 1922, II. Teil S. 23.）と述べており、その他ツヴィディネック＝ズューデンホルスト（Dr. Otto von Zwiedineck-Südenhorst, Lohnpolitik und Lohntheorie mit besonderer Berücksichtigung des Minimallohnes. Leibzig 1900 S. 91）やマリー・シュライ（Dr. Schrey, Kritische Dogmengeschichte des Eheren Lohngesetzes, Jena, 1913, S. 3）など何れもロックをその賃銀學說史敍述の筆頭に揭げている。

以下の論述はこれを次の機會に讓る。（未完）

——二三・一〇・二九——

數學線導出の簡便法

安川正彬

理論が精密化されるに從つて方法が複雜になり、必然技術的分析方法として簡便法の必要が起ることは容易に理解しうる。殊に統計學が形式的方法の學であつて、その分析手段に數學を援用する限り、これが要求されることはしばしば當然のことである。

簡便法はこれを大別して次の二つの場合に分けられる。卽ち第一に結果が理論と全く同一であつて計算が簡便である場合、これが「第一義の簡便法」であり、第二に理論とは結果を異にするが近似的に等しいか、又は計算が著しく簡單であつて實用には充分使用しうる範圍の結果が得られる場合が「第二義の簡便法」である。以下數學線導出に關する簡便法について述べてみよう。

一、一般に數學線の問題として用ひられておる最小自乘法に對して、時系列であれば時の經過を示す橫座標の中央の項を零において求めれば計算が簡單になることは改めて述べるまでもないが、回歸線の如く兩系列の interval が等しくない場合には、この方法を直ぐに使ふことはできない。そこで次のやうな方法をとるのである。

所與の二系列をX、Yとし、X系列の項をx、算術平均を$\bar{x}$、算術平均よりの偏差をx'とすれば

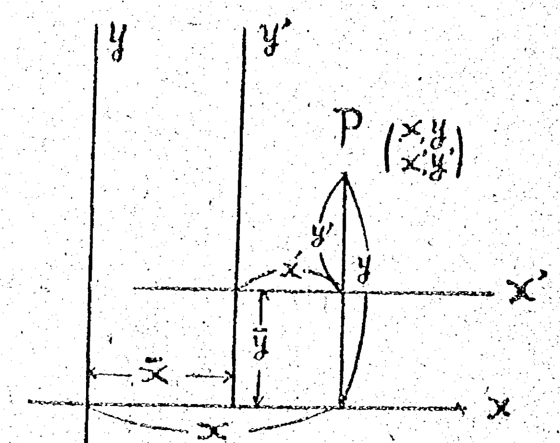
$$x'=x-\bar{x}$$

である。Y系列についても同樣に示すことができる。卽ち

$$y'=y-\bar{y}$$

これによつて原點を點$(\bar{x},\ \bar{y})$に移動することができる。第1圖に於てy軸はxの値に動かされ、x軸はyの値に動かされる。この新なる座標軸によつて各點の座標も變換される。從つて新なる座標軸に關して數學線の方程式を$y'=a+bx'$とすれば、最小自乘法による公式は

$$\begin{cases}\sum y'=na+b\sum x' \\ \sum x'y'=a\sum x'+b\sum x'^2\end{cases}$$



第1圖

であるが、算術平均からの偏差の總和は零に等しいから、この公式より

$a=0,\ b=\sum x'y'/\sum x'^2$

となる。玆で $a=0$ は數學線が原點、卽ち二系列の平均値の座標を通ることを意味する。

點 $(\bar{x},\bar{y})$ を通り方向係數 b なる直線の方程式は

$y-\bar{y}=b(x-\bar{x})$

であるから、數學線の方程式は

$$y-\bar{y}=\frac{\sum x'y'}{\sum x'^2}(x-\bar{x})$$

によつて求めることができる。これを第1表の例について計算すれば

$$b=\frac{\sum x'y'}{\sum x'^2}=\frac{33}{114}=0.29$$

となり、直線の方程式は點 (7,3) を通り、方向係數 0.29 なる式で示されるから

$y-3=0.29(x-7)$

$\therefore y=0.29x+0.96$ （第2圖）

である。

この方法は最小距離自乘法についても同樣に誘導することができる。最小距離自乘法による公式は

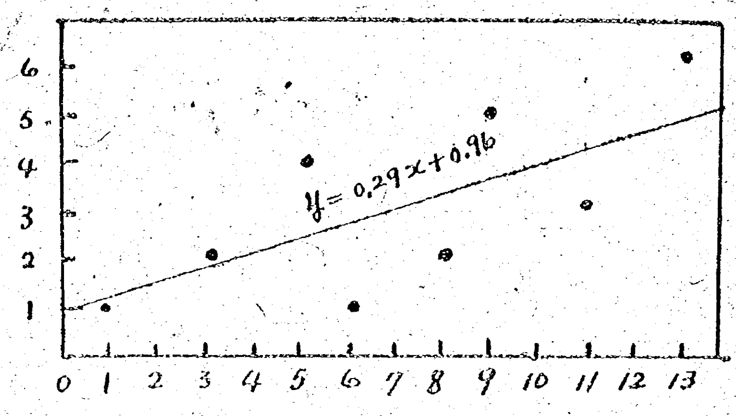
第1表

x	y	x'	y'	$x'y'$	x'^2	y'^2
3	2	−4	−1	+4	16	1
6	1	−1	−2	+2	1	4
8	2	+1	−1	−1	1	1
1	1	−6	−2	+12	36	4
9	5	+2	+2	+4	4	4
5	4	−2	+1	−2	4	1
11	3	+4	0	0	16	0
13	6	+6	+3	+18	36	9
平均7	平均3			+33	114	24

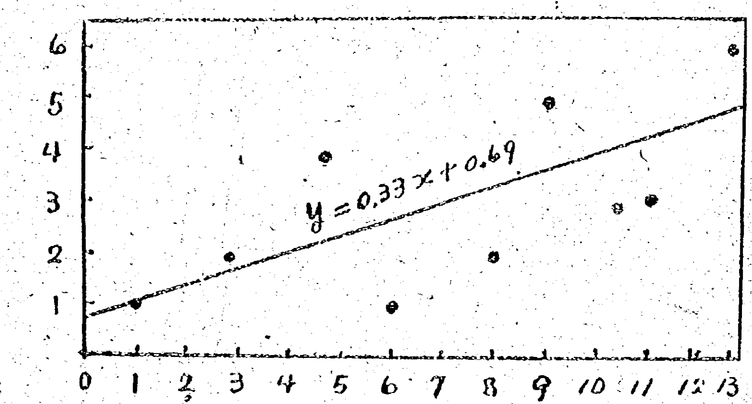
$$\begin{cases}\sum y=na+b\sum x\\(1-b^2)(a\sum x-\sum xy)+b\left(\sum x^2+a(2\sum y-na)-\sum y^2\right)=0\end{cases}$$

であるから、(1) この公式に對して先の場合と同樣に x、y に x'、y' を適用すれば

$$\begin{cases}\sum y'=na+b\sum x'\\(1-b^2)(a\sum x'-\sum x'y')+b\left(\sum x'^2+a(2\sum y'-na)-\sum y'^2\right)=0\end{cases}$$



第2圖



第3圖

となり、$\sum x'=\sum y'=0$ であるから

$a=0,$

$b^2\sum x'y'+b\left(\sum x'^2-\sum y'^2\right)-\sum x'y'=0$

となる。この方法も $a=0$ であるから、數學線は二系列の平均値の座標を通る。

第1表をこの式に適用すれば

$33b^2+90b-33=0$

$b=0.33\ \ or\ \ b=-3.05$

となる。この系列は上昇的發展傾向を示してゐるから b の符號は正をとればよい。(2)（註）從つて求める方程式は

$y-3=0.33(x-7)$

$\therefore y=0.33x+0.69$ （第3圖）

となる。

註　實際に上昇的か、下降的かの發展傾向を示す符號は $\Sigma x'y'$ が正ならば、上昇的發展を示し、負ならば、下降的發展を示すのである。

以上が數學線に關する第一義の簡便法である。

次に數學線に關する第二義の簡便法としては折半平均法(3)、及びこれと同じ原理の最小一次法が擧げられる。

最小二次法の公式は

$$\begin{cases}\sum y_1=na+b\sum x_1\\ \sum y_2=na+b\sum x_2\end{cases}$$

であるから、第1表より求めれば

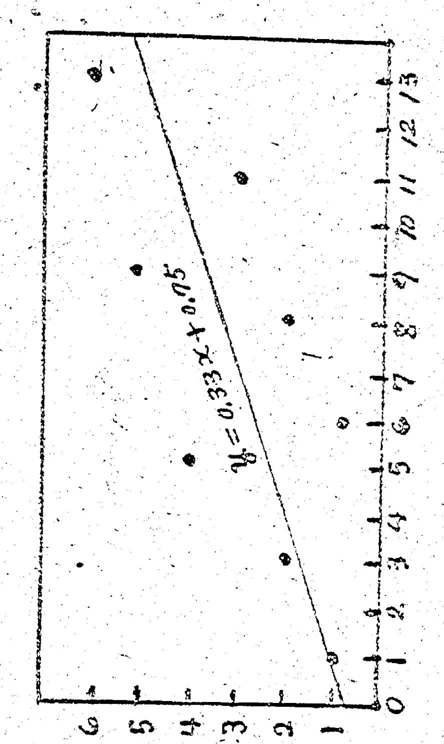
$$\begin{cases}8=4a+15b\\ 16=4a+39b\end{cases}\qquad(第2表)$$

$\therefore a=0.75,\ b=0.33$

從つて數學線の方程式は

$$y=0.33x+0.75\qquad(第4圖)$$

である。



第4圖

第2表

x		y	
1, 3, 5, 6	Σx_1	1, 2, 4, 1	Σy_1
8, 9, 11, 13	Σx_2	2, 5, 3, 6	Σy_2
$\Sigma x_1=15$, $\Sigma y_1=8$		$\Sigma x_2=39$, $\Sigma y_2=16$	

次に標準偏差に對して平均偏差が考へられたと同様に、最小距離自乘法に關しても判別式

$$x'y'b^2+(x'^2-y'^2)b-x'y'=0$$

を解いて第二義の簡便法が得られる。即ちこの式を解けば

$$-(x'b-y')(y'b+x')=0$$

$$\therefore b=\frac{y'}{x'}\quad or\quad b=-\frac{x'}{y'}$$

となる。ここで判別式をbに關して微分すれば

$$\frac{\partial^2S}{\partial b^2}=2x'y'b+x'^2-y'^2=0$$

となり、これにbの數値を代入すれば

$$b=\frac{y'}{x'}\ ノトキ\quad \frac{\partial^2S}{\partial b^2}=x'^2+y'^2>0$$

$$b=-\frac{x'}{y'}\ ノトキ\quad \frac{\partial^2S}{\partial b^2}=-(x'^2+y'^2)<0$$

となつて、第二次微分の符號が正なるときに極小であるから、$b=\frac{y'}{x'}$ が極小である。實際にこれを求めるには

$$b=\frac{\sum y'}{\sum x'}$$

より求めるのであるが、算術平均よりの偏差の總和は零であるから、偏差の正と負の總和は等しい。從つて二系列の何れも、偏差の正か又は負の總和を求めればよい。

第3表

x	y	x'	y'
3	2		
6	1		
8	3	+1	
1	1		
9	5	+2	+2
5	4		+1
11	3	+4	
13	6	+6	+3
平均7	平均3	13	6

この方法も $a=0$ から誘導したのであるから、數學線は二系列の平均値の座標を通る。從つて數學線の方程式は次式より求めることができる。

$$y-\bar{y}=\frac{\sum y'}{\sum x'}(x-\bar{x})$$

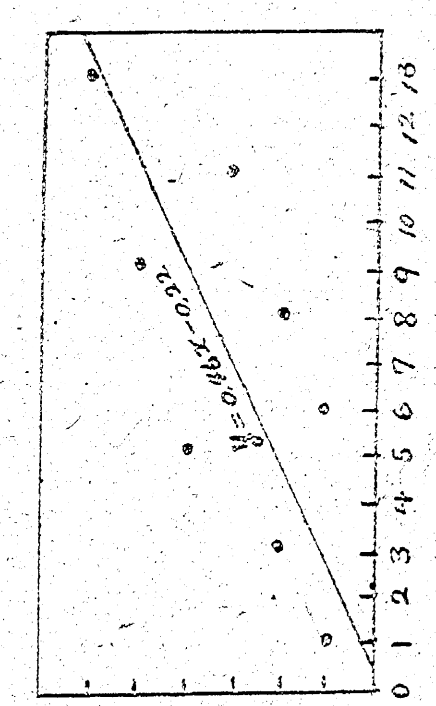
第1表よりこれを求めれば

$$b=\frac{\sum y'}{\sum x'}=\frac{6}{13}=0.46\qquad(第3表)$$

となる。これより數學線の方程式は

$$y-3=0.46(x-7)$$

$$\therefore y=0.46x-0.22\qquad(第5圖)$$



第5圖

である。

この簡便法の方向係數の符號は一義的に決定されず、傾向を判斷して決めなければならないが、實際に符號を決めることが困難であるやうな場合は、二系列の相關度が極めて低い場合であるから、そのやうな系列に對して數學線を引くことは意義をもたない。從つて數學線を求める必要のある多くの場合は、直ちに符號を決めることができる（ここで述べた例では $r=+0.63$）。この方法が最小一次法に比して計算が遙かに簡便であるばかりでなく、系列を二分する必要がないからより合理的である。而して最小距離自乘法の法簡便であるから、趨勢變動を除去するためにも、又傾向を判斷する上にも實用的であつて、適用範圍も廣く用ひることができる。（註）

（1）、（2）、（3）拙稿「數學線に就いて」三田學會雜誌、第四十一卷、第十一、十二合併號參照

註　この簡便法は所得不平等度の測度として、パレイト常數の測定に宗藤圭三博士が「統計學原理」（昭和五年）、及び「統計學通論」（昭和十四年）に於て既に述べられてゐるのであるが、この方法が最小距離自乘法の第二義の簡便法であることには觸れてをられないやうである。

尙、最小一次法は Mills, Statistical Methods 1929 及宗藤博士「統計學原理」にみられる。

（一九四八・一二・二五）

アダム・スミス研究の展開

——スミス理解とマルクス——

島崎隆夫

一

「地球は二つの生產樣式の二つの支配領域に、激しい鬪ひに於て相對立してゐる二つの世界に分たれて」戰後の新らしい經濟の步みをつゞけてゐる。一方「社會主義の新世界」に於ては社會主義社會の建設のため、經濟科學は一つの有力なる武器として重要なる役割を果しつゝある。他方「資本主義の舊世界」に於ては、戰後に於ける資本主義社會の危機と克服、新らしき秩序の建設の努力がなされつゝあるが、然し、資本主義社會の危機の激化につれて、資本主義社會それ自體に對する不信と、資本主義社會の限界の認識とが愈々深められ、今や資本主義社會變革の課題が實踐的課題として全面的に現はれて來たのであつた。この事實と共に、資本主義社會の土壤の上に成立し、發展し、而も、資本主義に奉仕するを以て任とするが如き、經濟學そのものに反省が要請せられて來たのは當然なことであつた。これは、經濟學の與へる理論的體系と日々發展して止まない經濟社會の現實それ自身との喰ひ違ひが益々激しくなつたことを示すものである。卽、經濟學の發生せる青年時代に於ては、「絕對主義に對する向上的ブルジョアジーの一武器」として、經濟學は新らしき時代の誕生に生々と奉仕し、それは進步的意義を有してゐたものであつたが、今日に於て、一部の經濟學が眞に現實の要請に對して力强き武器たり得るか、眞に進步的意義を持ち得るか、が反省せしめられるに至つたのである。かくて、我々は經濟學を反省し、資本主義社會それ自體を全機構的に、全體系的に