

Title	価格体系の変化の法則に関する覚書
Sub Title	A note on the law of change in the price system
Author	福岡, 正夫
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1949
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.42, No.1 (1949. 1) ,p.56- 74
JaLC DOI	10.14991/001.19490101-0056
Abstract	
Notes	資料
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19490101-0056

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

價格體系の變化の法則に關する覺書

福岡 正夫

これまでの均衡分析がおのの獨立にして相矛盾せざるいくつかの經濟的關係を設定することにより、例外的な場合をのぞき、それらの關係と同數の未知の經濟諸量を決定し、經濟體系が均衡にあるための諸條件を精密に定式化し得たことは、經濟體系の秩序に對するわれわれの理解の上に劃然たる光りを投じたものといはねばならないであらう。しかしながら經濟分析の本來の目標は決してそこに盡きるものではない。けだし均衡分析が一定の嗜好と一定の障^{オタクシ}碍との下における單なる均衡條件の提示、換言するならば單なる方程式數と未知數との整合、の段階にのみとどまるかぎり、それはこれの所與條件の變化がその體系の均衡的位置にいかなる推移を與へるかといふ重要なことから對して何らの發言をもなすことを得ないからである。こゝろみに一財のみの部分均衡市場といふ最も單純な事例をとつてみよう。ここでは需要と供給といふ二つの獨立的な函數關係がそれらの交點において未知數たる價格と數量とを決定するであらう。しかるにいま、その財貨に對する嗜好が變化したものとせよ。需要の増加は價格を騰貴せしめるであらうか下落せしめるであらうか。またそれは數量を増加せしめるであらうか減少せしめるであらうか。想定

された變化の前後において、價格と數量とが需給の交點で決定されるといふ事實にはかはりがないにもかゝらず、かゝる均衡法則の提示のみを以てしては、われわれはこれらの設問について、すなはちかゝる法則のいはば眞の性質について、未だ何らの確定的な解答を得ることが出来ない。もしも均衡分析がそのような枠のうちに自己を限定せねばならぬものであるならば、サミュエルソンのいふように、經濟學者は遂に「需要供給」と叫ぶことのみを教へられた鸚鵡たるの非難を免れ得るものではないであらう。⁽¹⁾均衡分析がわれわれにとつて何らかの有意義な分析用具たり得るためには、それはまたこれらの所與條件の變化がわれわれの經濟體系における均衡諸量にいかなる方向への變化を與へるかといふことに關する明晰な認識を提供するものであらねばならぬのである。

これはいはゆる「比較靜學」(comparative statics)に屬するところの課題である。さうしていまもし比較靜學の役割が、ある所與條件をパラメーターとして特定化し、そのパラメーターの變化が一定の函數關係の下において未知の諸變數の均衡値に及ぼす質的效果を分析することにあるものとするならば、少くともその形式に關するかぎり、それは主體的均衡の領域においてもこれまでに存在してきたところの分析方法であらう。周知の如く、個々の經濟單位の極大化(もしくは極小化)の行爲を取扱ふこの領域にあつては、未知數として決定さるべきものは個々の經濟單位の需給量であり、パラメーターとおかれるものは一應それらの各單位に直面するところの價格であるから、前述の分析形式はこれらの價格が變化した場合個々の經濟單位の需給量がいかなる方向に變化するかといふ命題に適用される。このような命題はたとへば個人的需要の變化の法則といふ形態において比較的はやくから解明せられてきたところのものであり、ひとはその最も精緻なる表現としてスルーツキイの基本方程式の如きをあげることが出来るであらう。たゞわたくしがとりわけこゝに注意を喚起しておきたいのは、この基本方程式の構造を仔細に検討するとき直ち

に明白であるように、かくの如き個人的需要の變化の法則が個人均衡の安定條件を不可缺の媒介として誘導せられてあるといふ一事である。(2) この點に關するわれわれの認識を明確ならしめた業績こそ一九一五年スルーツキイにはじまり一九三〇年代になつてヒックスにつらなる消費者均衡の近代的理論の卓越せる寄與の一つを形成するものといふべきである。さてこのような着眼から翻つて客體的均衡の領域を眺めるならばどうであらうか。再び周知の如く、市場において相接觸する各經濟單位の相互依存關係を取扱ふこの領域にあつては、價格はもはやパラメーターたるの地位を去つてそれ自ら決定さるべき未知數となり、パラメーターとしては嗜好、技術、制度などによつて代表される所與條件が陽表的に登場するにいたる。從來比較靜學と略稱されてきたところのものは主としてかゝるパラメーターの變化が惹起する經濟體系の變化の法則の演繹を意味してきたもののように思はれる。さうしてこのような思想はその胚種形的形態についてあるかぎりこれまた、ロビンスの指摘する如く、經濟學の流れの基底にきはめて古くから包藏され來つたところのものであり、更にはかのシュムペーターが若き日の著作のうちにかゝる方法を純化して變化法と呼びなしたこともあまねくひとの知るところであらう。(4) それにもかゝらず、その後の經濟理論の進展はこれらの思想に適確なる理論的表現を賦與し得ざるがまゝに辿られてきた。さうして理論體系の基本的構造に想ひをひそめるとき、そのような事態が存続したのもあへて理由なきことではなない。けだし、さきにもわれわれが一言したように、もしも主體的均衡の領域における個人的需要の變化の法則が個人均衡の安定條件と不可離の關係においてのみ導出され得るものであるならば、客體的均衡の領域における價格體系の變化の法則もまた市場均衡の安定條件の樹立なくしては遂に演繹不可能なことがらに屬するからである。一九三七年多數市場の安定條件をはじめて明快に定式化することによつてこの課題に解決の曙光を與へたものは、まさにヒックスであつた。(5) 彼の最大の勞作『價值と資本』(1

九三九年がもたらしたもろの貢獻のうち、もしもこれまでの均衡分析にとつて最も内在的なさうして最も本質的な業績が求められるとするならば、それは彼がこのような安定條件の論議を不可缺の媒介として價格體系の變化の法則を演繹し、そのことを通じて眞に理論のうちに比較靜學への架橋を可能ならしむる方途を示唆し得た一點に求めらるべきなのである。

本稿は、かゝる比較靜學分析の一つの標本として所與條件のうちの嗜好をパラメーターとし、その變化が價格體系にいかなる質的效果を及ぼすかといふ命題をヒックスおよびモザックの所論に沿つて考察することににより、これらの文献からわたくしの擷取し得たかぎりのことを他日の検討のために書きとめておかうとするきはめて消極的な覺書である。

(1) Paul A. Samuelson, *The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics*, *Econometrica*, April, 1941, p. 97.

(2) スルーツキイの基本方程式 $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = -x_i \frac{\mu_j}{U_j} + \mu_j \frac{U_{ij}}{U_j}$ における行列式 U のドミナントな役割を見よ。 Cf. J. R. Hicks, *Value and Capital*, p. 309.

(3) Lionel Robbins, *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, 1932, p. 67, n. 3.

(4) Joseph A. Schumpeter, *Das Wesen und der Hauptinhalt der theoretischen Nationalökonomie*, 1908, SS. 441. 中、邦譯、木村健康・安井琢磨共譯『理論經濟學の本質と主要内容』四三二頁以下参照。

(5) わたくしの讀み得たかぎりでは、ヒックスの安定條件は *Value and Capital* の出版に先立つこと二年、パリで出版された小冊子 J. R. Hicks, *Théorie mathématique de la valeur en régime de libre concurrence*, 1937, pp. 26-7. に於て、はじめに定式化された。

わたくしは本来ならば、價格體系の變化の法則の導出に不可欠な理論用具を形成するところの市場均衡の安定條件について、若干の豫備的論議を興へることから出發すべきであらう。しかしながら、わたくしがこゝに用ひようと思ふヒックスの安定條件についてはすでに海外においても日本においてもいくつかの精確な要約がなされてをり、こゝにその論議を繰返す必要はないと思はれるから、本稿においては當然先立てるべきこれらの論議を一應割愛し、直接に價格體系の變化の法則の考察にすゝまうと思ふ。(1)

いま嗜好の變化がある特定の財貨に對する少數の人々の欲望を變位せしめ、その財貨に對する需要を増加せしめたと想定しよう。そのとき價格體系にはいかなる變化が生ずるであらうか。このことの歸結を究明するのが當面の課題である。

論議に立入るまへに、この想定に附隨する二つの前提を明白にしておくことが必要である。第一に注意すべき點はそれがニュメールで表された一財のみの需要函數の變位を意味し、他のあらゆる財貨の需要函數は不變に維持されるといふことである。第二に注意すべき點は嗜好の變化が少數の人々によつて經驗され、他のあらゆる人々の嗜好は不變に維持されるといふことである。前者はたとへば一定の價格における紅茶の需要量が増加しても砂糖や珈琲の需要量は變化しないといふことを意味してゐる。かゝる前提は少しく非現實的のようにも思はれるが、ひとたび一財の需要變化に對する分析方法を確立し得るならば、後の論議に見られるごとく、それと同様の方法を數財の需要變化の事例に擴充することは容易であるから、かゝる意味においては、それは第一次的接近としてさほど重要な限定を意味するものではない。これに對して後者はヨリ重要である。嗜好の變化が少數の人々によつて經驗されるといふことは結局そのような變化によつて惹起されるさきの均衡からの離脱が小なることを意味してゐるのであるが、このことは比較靜學の分析用具をなす安定條件の論議そのものが現在の段階ではいはゆる小範圍の安定 (stability in the small) すなはち離脱が均衡點の近傍に生じた場合の安定、にのみかざられてをり、大範圍の安定 (stability in the large) すなはち任意の大いさの離脱が生じた場合の安定、を完全に取扱ひ得るに至つてゐない、といふ事情から必然的に結果する限定である。

これだけの注意をまへおきとして本題に入ることにしてしよう。任意の財貨 x の需要量を X 、その價格を p で示すこととし、嗜好の變化がそのうちの特定の財貨 r への需要を増加せしめたものとする。まづ需要増加の對象となつた r 財の價格はいかなる方向に變化するであらうか。「諸價格の變化は、第一群の人々からの需要増加を充すに足る超過供給を、交換しつつかある他の人々から生ぜしめるようなものでなければならぬ。ところで安定條件は、いかなる諸價格の變化が、他の市場に均衡を維持しながら、 r 財市場に超過供給を生ぜしめるか、といふことをわれわれに告げた。……まづ第一に r 財それ自體の價格が騰貴せねばならぬ。このことはたとひ他の市場を通じてのあらゆる副次的反應を考慮しても生ずる。(2) すなはち

一財への需要増加はあらゆる副次的反應を考慮してもなほその財貨の價格を必ず騰貴せしめねばならない。それでは他の諸價格はいかなる影響を蒙るであらうか。まづ他の一財 s を視界のうちにとり入れてみよう。この場合、もし所得効果を見出し得るならば、 p の騰貴は r 財と s 財とが代用的であれば X_s を増加し、補充的であれば X_s を減少する。従つて r 財と s 財とが代用的であれば p は騰貴し、補充的であれば p は下落する。すなはち

一財への需要増加は、所得効果を無視するかぎり、その財貨の代用財の價格を騰貴せしめ、補完財の價格を下落せしめる。⁽³⁾

次に他のもう一つの財貨 t を視界のうちに含ましてみよう。いま嗜好の増大した r 財に對してたとへば s 財と t 財とがともに代用的であるとすれば、所得効果を無視するかぎり、さきに述べたところに従つて、 p_r と p_t とはともに騰貴するであらう。しかしながら r 財の他に s 財及び t 財といふ二つの財貨を考へる今度の場合にあつては、これは p_r の變化が他財の價格に及ぼす直接的效果を示すに過ぎず、未だその究極的な效果を示すものではない。今度の場合にあつては、われわれは更に s 財と t 財との間の關係から生ずる間接的效果をも考慮することが必要である。もしも s 財と t 財とが代用的であるとすれば、 p_r の騰貴は X_r を増加せしめ、従つて p_s を騰貴せしめるであらう。このときには p_r への直接的效果はかゝる間接的效果を通じて更に方向的に強補される。しかるに、もしも s 財と t 財とが補完的であるとすれば、 p_r の騰貴は X_r を減少せしめ、従つて p_s を下落せしめるであらう。このときには p_r への直接的效果はかゝる間接的效果を通じてかへつて方向的に相殺されるのである。ところでこのような分析は三財 r 、 s 、 t の間に成立する代用補完のあらゆる三角關係について適用されるであらう。これらの可能的な三角關係のおのおのについてヨリ立入つたテストを行ふ餘裕をわたくしはこゝに有してゐないけれども、要するにこれらの方法的に共通した吟味を通じて判明するところの命題は次の如きものである。もしも r 財と s 財とが代用財(補完財)であり、且 s 財と t 財とが同じく代用財(補完財)であるならば、 r 財への需要増加は p_r を騰貴せしめる。また r 財と s 財とが代用財(補完財)であり、且 s 財と t 財とが反對に補完財(代用財)であるならば、 r 財への需要増加は p_r を下落せしめる。すなはち

一財への需要が増加するとき、第三の財貨を通じての間接的效果は、需要の増加した財貨の代用財の代用財もしくは補完財の補完財の價格を騰貴せしめ、代用財の補完財もしくは補完財の代用財の價格を下落せしめねばならない。さて一財への需要増加の直接的效果と間接的效果とは前述の如く反對方向に作用し得るから、その綜合的效果の方向を一般的に確定することは不可能である。たゞわれわれは以上のようなテストから次の如き命題を得ることが出来る。もしも r 財と s 財とが代用財(補完財)であり、 t 財が s 財とのみ代用的(補完的)にして且それ自體は r 財の代用財であるならば、 p_r は p_s と同一方向に變化する。またもしも r 財と s 財とが代用財(補完財)であり、 t 財が s 財とのみ補完的(代用的)にして且それ自體は r 財の補完財であるならば、 p_r は p_s と反對方向に變化する。すなはち

需要の増加した第一の財貨の代用財とのみ代用的な第二の財貨の代用財、および第一の財貨の補完財とのみ補完的な第一の財貨の代用財は、第一の財貨と同方向に影響されねばならない。これに對して、第一の財貨の代用財とのみ補完的な第一の財貨の補完財、および第一の財貨の補完財とのみ代用的な第一の財貨の補完財は、第一の財貨と反對方向に影響されねばならない。

従つてこの命題の系として次の如き命題が得られる。
もし全經濟體系が代用財のみから構成されてゐるならば、一財への需要増加はあらゆる財貨の價格を騰貴せしめねばならない。

(1) ヒックスの安定條件については J. R. Hicks, *Value and Capital*, 1st ed., 1939, pp. 62-67, p. 248, pp. 315-316;

J. L. Mosak, *General Equilibrium Theory in International Trade*, 1944, pp. 39-42. O. Lange, *Price Flexibility*

and *Employment*, 1944, pp. 91-94. 安井球磨「經濟理論の基本問題」(3) (經濟學講座第四卷)、七二—七六頁、同「收斂性の公準と動學的安定條件」(社會科學評論創刊號) 二〇五—二〇六頁、同「經濟的均衡の動學的安定條件」(經濟思潮第九集) 三一—六頁などを参照せよ。

(2) Hicks, op. cit., p. 73.

(3) この命題の證明は次の如くにして簡単に與へられる。Cf. Hicks, op. cit., p. 317.

いまの場合 p_r が p_s 以外の價格へ及ぼす反作用を一應無視してゐるのであるから、 p_r の變化が X_s に及ぼす効果は次のように書くことが出来る。

$$\frac{dX_s}{dp_r} = \frac{\partial X_s}{\partial p_r} + \frac{\partial X_s}{\partial p_s} \cdot \frac{dp_s}{dp_r}$$

$$\frac{dp_s}{dp_r} = - \frac{\frac{\partial X_s}{\partial p_r}}{\frac{\partial X_s}{\partial p_s}} = - \frac{X_{sr}}{X_{ss}}$$

s 財の市場に均衡が維持されること、および所得効果が無視されることを考慮すれば

こゝに X_{ss} は市場に關するスルーツキーの基本方程式における代用項である。安定條件により $X_{ss} < 0$ であるから、

$X_{sr} > 0$ であれば、すなわち r 財と s 財とが代用財であれば、 $\frac{dp_s}{dp_r} < 0$ 。故に p_r は騰貴する。反對に、もし $X_{sr} < 0$ であれば、すなわち r 財と s 財とが補完財であれば、 $\frac{dp_s}{dp_r} > 0$ 。故に p_r は下落する。

III

さてこれまでの演繹に附隨した所得効果無といふ假定は、消費者の體系にあつては、きはめて制約的な假定である。しかしながら、たとひ所得効果が全く零に等しくなくとも、もしそれが代用効果を相殺するに足るほど大でないと假定されるならば、前節の諸命題は同じく成立することが出来る。この假定は、 $\frac{\partial X_s}{\partial p_r}$ が X_{sr} と數値において必ずしも一致しなくとも、方向において一致するといふことを意味するものである。それ故にわたくしは、かくの如き假定

の緩和を媒介として、こゝにヒックスの代用財、補完財の定義を少しく擴張し、次節における敘述の錯雜化を迂回せしめる一つの豫備的考察としようと思ふ。

ヒックスによる財貨の代用、補完の定義は周知の如くスルーツキーの基本方程式における代用項 X_{sr} の符號にかゝるものである。いふまでもなく、 X_{sr} が正であれば r 財と s 財とは代用財であり、 X_{sr} が負であれば r 財と s 財とは補完財である。かゝる場合、われわれはこれらをそれぞれ眞正代用財 (true substitutes)、および眞正補完財 (true complements) と呼ぶことにしよう。しかるに、われわれは所得項をも含めた $\frac{\partial X_s}{\partial p_r}$ の符號に基いて財貨の代用、補完を定義することも出来る。そこでわれわれはモザックに倣つて、 $\frac{\partial X_s}{\partial p_r}$ が正であれば r 財は s 財の粗代用財 (gross substitutes) であり、 $\frac{\partial X_s}{\partial p_r}$ が負であれば r 財は s 財の粗補完財 (gross complement) である、と定義しようと思ふ。(1) さきに緩和された假定はこの二つの定義が方向において一致することを意味するものである。

第一のヒックスの定義は、一財の價格が變化した場合、所得のいはゆる補償的變化を考慮したのちに、もう一財の需要量がいかなる方向に變化するか、といふことによつて財貨の代用、補完を判別するものである。また第二の定義は、かゝる場合、所得の補償的變化を考慮せず所得効果をも含めた全效果において、もう一財の需要量がいかなる方向に變化するか、といふことにかゝるものである。兩者は所得効果を含むか否かといふ點においては相異つてゐるが、需要函數 $X_s = X_s(p_r, p_s, \dots, p_n)$ を中心とし一財の價格の變化がもう一財の需要量に及ぼす効果を問題とするといふ點においては共通してゐる。しかしながら、われわれは更にまた、これらとは反對に逆需要函數 $p_s = p_s(X_1, X_2, \dots, X_n)$ を考へ、一財の需要量の變化がもう一財の價格に及ぼす効果の如何に基いて、財貨の代用、補完を定義することも出来るであらう。そこでわれわれは再びモザックに倣つて、さきの $\frac{\partial X_s}{\partial p_r}$ の正負は基く代用財、補完財をそれぞれ直接の意味

における代用財 (gross substitute in the direct sense) および直接の意味における粗補完財 (gross complement in the direct sense) と呼び、これとは區別して、新しく ∂p_s の符號に基く次の如き定義を導入しておかうと思ふ。すなはち、 $\frac{\partial p_s}{\partial X_i}$ が負であれば、財は s 財の反對の意味における粗代用財 (gross substitute in the inverse sense) であり、 $\frac{\partial p_s}{\partial X_i}$ が正であれば、財は s 財の反對の意味における粗補完財 (gross complement in the inverse sense) である。(2)

(1) Mosak, op. cit., p. 33, 真正代用財、真正補完財の定義が對稱的であるのに對し、粗代用財、粗補完財の定義が必ずしも對稱的ではないことに注意せよ。

(2) Mosak, op. cit., p. 46.

四

さて變化の法則に関する前々節の論議は、その命題の演繹の過程において、きはめて模索的であり且きはめて迂回である。しかしながら、われわれは數學的な分析を通ずることによつてかゝる命題の演繹にいちどるしく一般性と直截性とを賦與することが出来る。このような數學的な再述によつてさきの論議に若干の整理をほどこすことが本節の課題である。(1)

まづパラメーターとして特定化された嗜好を α で表し、これを含む社會的需要函數を次の如く示すことにしよう。

$$(4.11) \quad X_i = X_i(p_1, p_2, \dots, p_n, \alpha) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

そのとき均衡條件は、

$$(4.2) \quad X_i(p_1, p_2, \dots, p_n, \alpha) = X_i^f \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

によつて示すことが出来る。ここで X_i および X_i^f がそれぞれ i 財の全需要量および全供給量を意味することはいふまでもなす。

さて嗜好 α の變化が全價格體系にいかなる効果を及ぼすかを分析することが當面の問題であるからそのために方程式群 (4.2) を α で全微分し、且記號を簡單にするために、

$$\frac{\partial X_i}{\partial p_j} \equiv a_{ij} \quad (i, j=1, 2, \dots, n)$$

とすれば

$$a_{11} \frac{dp_1}{d\alpha} + a_{12} \frac{dp_2}{d\alpha} + \dots + a_{1n} \frac{dp_n}{d\alpha} = 0$$

$$(4.3) \quad \dots \dots \dots a_{r1} \frac{dp_1}{d\alpha} + a_{r2} \frac{dp_2}{d\alpha} + \dots + a_{rn} \frac{dp_n}{d\alpha} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha}$$

$$\dots \dots \dots a_{n1} \frac{dp_1}{d\alpha} + a_{n2} \frac{dp_2}{d\alpha} + \dots + a_{nn} \frac{dp_n}{d\alpha} = 0$$

ここで、番目の方程式を除く全方程式の右邊が零に等置されてゐるのは、 α が増加しても、 r 財以外の財貨の需要量は變化せず従つてそれらの市場には従前通りの均衡が成立してゐるといふ想定を示すものである。

さて n 次の行列式

$$(4.4) \quad J \equiv \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{matrix}$$

をつくり、元素 a_{rs} の餘因數を J_{rs} として (4.3) を解けば、クラメルの公式により⁽²⁾

$$(4.5) \quad \frac{dp_s}{d\alpha} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{J_{rs}}{J} \quad (s=1, 2, \dots, n)$$

故に r 財の價格に對する效果は

$$(4.6) \quad \frac{dp_r}{d\alpha} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{J_{rr}}{J}$$

しかるに、はじめの想定により $\frac{\partial X_r}{\partial \alpha}$ は必ず正であり且市場均衡の安定條件により J_{rr}/J は必ず負であるから、 $\frac{dp_r}{d\alpha}$ は必ず正である。こゝに r 財自體の價格が必ず騰貴するといふ命題が證明される。

他方において J_{rs}/J の符號を確定することは不可能であるから、他財の價格への效果を確言することは一般的には不可能である。しかしながら、いまもしその體系のあらゆる財貨が眞粗代用財であり且所得效果が代用效果を相殺するに足るほど大ではないとするならば、すなはちあらゆる財貨が直接の意味において粗代用財であるとすれば、さきの記號において $a_{rs} > 0$ ($r \neq s$) であり、 $a_{rs} < 0$ であるならば J_{rs}/J は必ず負となることが證明されるから、⁽³⁾ この場合にはすべての $\frac{dp_s}{d\alpha}$ ($s \neq r$) は必ず正となる。それ故にその體系が直接の意味における粗代用財のみから成立してゐるときには、 r 財への需要増加は必ず他のあらゆる價格を騰貴せしめねばならないのである。

われわれは、反對の意味における粗代用財、粗補完財の定義を導入することにより、更に論議を展開することが出

来る。いま社會的需要函數 $X_s = X_s(p_1, p_2, \dots, p_n)$ の獨立變數と從屬變數とを交換して

$$(4.7) \quad p_s = p_s(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

をつくり、かゝる函數について $\frac{\partial p_s}{\partial X_r}$ を考へることしよう。 $X_s = X_s(p_1, p_2, \dots, p_n)$ を X_r について全微分し、 $\frac{\partial p_s}{\partial X_r}$ を求めるならば

$$a_{11} \frac{\partial p_1}{\partial X_r} + a_{12} \frac{\partial p_2}{\partial X_r} + \dots + a_{1n} \frac{\partial p_n}{\partial X_r} = 0$$

$$(4.8) \quad a_{m1} \frac{\partial p_1}{\partial X_r} + a_{m2} \frac{\partial p_2}{\partial X_r} + \dots + a_{mn} \frac{\partial p_n}{\partial X_r} = 1$$

$$\dots \dots \dots a_{r1} \frac{\partial p_1}{\partial X_r} + a_{r2} \frac{\partial p_2}{\partial X_r} + \dots + a_{rn} \frac{\partial p_n}{\partial X_r} = 0$$

$$(4.9) \quad \frac{\partial p_s}{\partial X_r} = \frac{J_{rs}}{J} \quad (s=1, 2, \dots, n)$$

$$(4.10) \quad \frac{dp_s}{d\alpha} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_r} \quad (s=1, 2, \dots, n)$$

となる。

(4.10) から $\frac{\partial p_s}{\partial X_r}$ が負であれば $\frac{dp_s}{d\alpha}$ は正であり、 $\frac{\partial p_s}{\partial X_r}$ が正であれば $\frac{dp_s}{d\alpha}$ は負であることは明かである。それ故に r 財への需要増加は、もし r 財が s 財と、反對の意味において粗代用的であるならば、必ず p_s を騰貴せしめ、粗補完的であるならば、必ず p_s を下落せしめねばならない。⁽⁴⁾ このように、反對の意味における粗代用財、粗補完財の定義を用ひる

ことによつて、われわれはあらゆる副次的反應を考慮しつゝ價格體系の質的運動を確定することが出来るのである。

- (1) 以下の展開は本質的にモザックに負ふ。
- (2) クラメールの公式については、高木貞治『代數學講義』二九四—二九五頁参照。
- (3) $a_{rs} > 0$ (715) であれば J_{rs} は必ず負であるといふ命題の證明は數學的歸納法をとることにより次の如くにしてなされる。まづ安定条件と所與の想定によつて

- (1) $a_{rr} < 0$
 - (2) $a_{rs} > 0$
 - (3) $\frac{J_{rr}}{J} < 0$
 - (4) $\frac{J_{rrk}}{J} < 0$
 - (5) $\frac{J_{rrks}}{J} > 0$
- すまや財を除いた $(n-1)$ 財の體系についてこの命題が成立するとしよう。すなはち

さて J_{rs} を r 番目の列の元素について展開し、それに $1/J$ を乗ずれば

$$(6) \frac{J_{rs}}{J} = a_{ir} \frac{J_{rris}}{J} + a_{or} \frac{J_{rois}}{J} + \dots + a_{nr} \frac{J_{rnis}}{J}$$

ヤコービの定理(藤原松三郎『行列及び行列式』七三一—七四頁参照)により

$$J_{rris} = \frac{1}{J} \begin{vmatrix} J_{rs} & J_{rr} \\ J_{ks} & J_{kr} \end{vmatrix} = -\frac{1}{J} \begin{vmatrix} J_{rr} & J_{rs} \\ J_{kr} & J_{ks} \end{vmatrix} = -J_{rrks}$$

であるから(3)に

$$(7) \frac{J_{rs}}{J} = -a_{ir} \frac{J_{rris}}{J} - a_{or} \frac{J_{rois}}{J} - \dots - a_{nr} \frac{J_{rnis}}{J}$$

従つて(2)と(5)により

$$(8) \frac{J_{rs}}{J} < 0$$

故にもし證明すべき命題が $(n-1)$ 位の行列式について成立すとなれば、それけまた n 位の行列式についても成立する。

次に(715)の體系を考へれば

$$J = \begin{vmatrix} a_{rr} & a_{rs} & a_{rk} \\ a_{or} & a_{os} & a_{ok} \\ a_{kr} & a_{ks} & a_{kk} \end{vmatrix} < 0, \quad J_{rr} = \begin{vmatrix} a_{ss} & a_{sk} \\ a_{ks} & a_{kk} \end{vmatrix} > 0, \quad J_{rrks} = -a_{sk} < 0$$

故に

$$\frac{J_{rrks}}{J} < 0$$

故にこの命題は最低位の行列式についても成立する。依つて證明は完了する。

- (4) 以上の論議および前節の論議に關しては次の二點が注意さるべきである。

(一) 反對の意味における粗代用財、粗補完財の定義は必ずしも對稱的ではない。このことは直接の意味におけるそれが必ずしも對稱的でないことから直ちに結果する。すなはち一般的には $a_{rs} \neq a_{or}$ であるから $\frac{J_{rs}}{J} \neq \frac{J_{or}}{J}$ である。故に(715)により

$$\frac{\partial p_1}{\partial X_1} \neq \frac{\partial p_1}{\partial X_2}$$

(二) 一般に任意の財 r, s が反對の意味において粗代用財(粗補完財)であつても直接の意味において粗補完財(粗代用財)であることは可能である。但し二財のみから成立する體系にあつてはこれらの定義は必ず一致する。このことは次の如くにして證明される。いまその體系が二つの財 1, 2 のみから成立するものとしよう。直接の意味において 2 が 1 の粗代用財であれば $a_{12} > 0$ 、 $a_{21} < 0$ なるべし

$$\frac{\partial p_1}{\partial X_2} = \frac{(-1)^{1+2} a_{12}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

であるが、分母は安定条件により正であるから $\frac{\partial p_1}{\partial X_2}$ は必ず負である。即ち 2 は反對の意味においても 1 の粗代用財である。粗補完財の場合についても同様の證明をなすことが出来るから、二財のみの體系については二つの定義はつねに一致する。しか

るに三財以上の體系については $\frac{\partial p_s}{\partial X_r}$ の分子の符號の確定が不可能であるから、二つの定義が一致する保證はない。従つて所得効果がいちぢるしく不均齊の場合には二つの定義が符號を反對にすることが可能である。

五

次に α によつて代表される嗜好の變化が、單に一財への需要を變化せしめるにとどまらず、更ニ他財への需要をも變化せしむる場合に論議を擴張することにしよう。數財への需要の變化は畢竟各財への需要の變化の綜合効果であるから、かゝる擴張は形式的には任意數の財貨について可能であるけれども、ここでは二財への需要が變化する最も簡單な事例について考察をすゝめることにする。

いま二財 r, s への需要がともに増加したものと想定する。そのときには前節の方程式群(4.3)のうち s 番目の方程式の右邊は零ではなく $-\frac{\partial X_s}{\partial \alpha}$ となるから、これを解けば

$$(5.1) \quad \begin{aligned} \frac{dp_r}{d\alpha} &= -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{J_{rs}}{J} - \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{J_{rs}}{J} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_r} - \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_s} \\ \frac{dp_s}{d\alpha} &= -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{J_{rs}}{J} - \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{J_{ss}}{J} = -\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_r} - \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_s} \end{aligned}$$

ここで安定條件により $\frac{J_{rs}}{J} < 0, \frac{J_{ss}}{J} < 0$ 、且兩財への需要がともに増加するのであるから $\frac{\partial X_r}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} > 0$ である。

第一に r 財と s 財とが反對の意味におゝて粗代用財であるならば、 $\frac{\partial p_r}{\partial X_r} < 0, \frac{\partial p_r}{\partial X_s} < 0$ であるから $\frac{dp_r}{d\alpha} > 0, \frac{dp_s}{d\alpha} > 0$ である。

第二に r 財と s 財とが反對の意味におゝて粗補完財であるならば、 $\frac{\partial p_r}{\partial X_r} > 0, \frac{\partial p_r}{\partial X_s} > 0$ であるから、このときには次

の如き場合を區別して考へねばならぬ。

- a) (i) $\left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_r} \right| > \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_s} \right|, \left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_r} \right| > \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_s} \right|$ であるば $\frac{dp_r}{d\alpha} > 0, \frac{dp_s}{d\alpha} > 0$ である。
- (ii) $\left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_r} \right| < \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_s} \right|, \left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_r} \right| > \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_s} \right|$ であるば $\frac{dp_r}{d\alpha} < 0, \frac{dp_s}{d\alpha} > 0$ である。
- (iii) $\left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_r} \right| > \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_r}{\partial X_s} \right|, \left| \frac{\partial X_r}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_r} \right| < \left| \frac{\partial X_s}{\partial \alpha} \frac{\partial p_s}{\partial X_s} \right|$ であるば $\frac{dp_r}{d\alpha} > 0, \frac{dp_s}{d\alpha} < 0$ である。

しかしながら、安定條件が満足せしめられるかぎり、この最後の場合は排除されねばならない。けだし安定條件よ

$$b) \quad \frac{J_{rr}J_{ss} - J_{rs}J_{sr}}{J^2} > 0 \text{ 故に } \frac{J_{rr}J_{ss}}{J^2} > \frac{J_{rs}J_{sr}}{J^2} \text{ であるので、この事例は } \frac{J_{rr}J_{ss}}{J^2} < \frac{J_{rs}J_{sr}}{J^2} \text{ を意味するからである。}$$

依つて以上の事例に關して得られる命題は次の如くである。

二財への需要がともに増加した場合、もしもその二財が反對の意味において粗代用財であるならば、二財の價格はいづれも必ず騰貴せねばならない。しかしながらその二財が反對の意味において粗補完財であるならば、いづれか一方の價格が下落する可能性が存在する。安定條件が満足せしめられるかぎり、二財の價格がともに下落することはなし。

いま二財 r, s への需要の一方が増加し他方が減少したとしても、われわれは類似の分析を用ひることによりかゝ

る事例に關して次の如き命題を得ることが出来る。

一財への需要が増加し他財への需要が減少した場合、もしもその二財が反對の意味において粗補完財であるならば、需要の増加した財貨の價格は必ず騰貴し需要の減少した財貨の價格は必ず下落せねばならない。しかしながら、もしもその二財が反對の意味において粗代用財であるならば、二財の價格がともに騰貴し、もしくはともに下落する可能性が存在する。安定條件が満足せしめられるかぎり、需要の増加した財貨の價格が下落し需要の減少した財貨の價格が騰貴することはない。

右の二つの命題に含まれたアノマリイの可能的存在は、二財への需要變化の間接的效果が、第一の事例にあつては粗補完財の場合に、第二の事例にあつては粗代用財の場合に、それぞれ直接的效果と逆行することを意味するものである。

一九四八・一〇・二五

前 號 (第十四卷) 目 次

論 文

貨幣利率と資本の限界効率.....千種 義人

資 料

享保期を中心とする幕府徴租様式の變質について.....新 保 博
米穀商業の性格.....宇治 順 一 郎

書 評

山中篤太郎教授「中小工業の本質と展開」.....黒川 俊 雄

禁 轉 載

本號定價 金五拾圓 送料 四圓
發行所 東京都港区芝三田三丁目慶大経済学部内
編輯者 高 村 象 平
印刷者 東京都港区芝三田三丁目慶大
印刷所 東京都港区芝三田三丁目慶大
圖書印刷株式会社

昭和二十三年十二月二十五日印刷 第四十二卷
昭和二十四年一月一日發行 第一號

豫約購讀料一年分 金五五〇圓(送料共)
半ケ年 金二八〇圓

◎豫約購讀料は發賣所宛お拂込み下さい。
◎誌代變更の場合は精算決済致します。
◎編輯に關する用件は發行所へ。
◎營業に關する用件、購讀申込は發賣所へ願ひます。

發行所 東京都港区芝三田三丁目慶大経済学部内
慶應義塾經濟學會
日本出版協會員(一)〇一六
東京部港区芝三田二ノ一
發賣所 慶應出版社
日本出版協會員(一)〇一九