Title	季節変動の統計的測定に就て
Sub Title	
Author	寺尾, 琢磨
Publisher	慶應義塾理財学会
Publication year	1935
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.29, No.9 (1935. 9) ,p.1285(41)- 1325(81)
JaLC DOI	10.14991/001.19350901-0041
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19350901-0041

ある。尚ほ、人種問題の意義に關しては、
拙稿「人種問題」三田評論十月號、
「人種理論の現實性」日本評論十月號
に稍々詳論して置いた。ファッズシムの國家理論の批判的對象たる國家論に關しては、
拙著「社會思想の知識」
拙著「國際主義と國民主義」
社會發展における民族と階級理想昭和十年六月號
「近世國家論における自然法學說」三田學會雜誌二十二卷十二號、
「自由主義の國家觀」同二十三卷三號、
「マックイヴァの國家論」（拙著社會學概論附錄）
「マルクス共產社會觀の一批評」同二十卷第十一號
の諸論稿に詳論してある。

一九三五・八・一七稿

季節變動の統計的測定に就て

寺尾琢磨

一　時系列の運動形態

時と共に變化する現象を時の經過に從て數字的に把捉したものを、統計學的に時系列 Time-series といふ。そして時系列に現はるゝ變動は決して單一な運動によつて惹起されるものではなく、事實は幾多の異種的運動の綜合的結果と認められるのである。統計學の最も重要な課題の一は、與へられた時系列の示す變動をその各種の構成要素

に分析する事であつて、これを時系列の解析といふ。

時系列に於ける變動を惹起する各種運動形態として一般に採用されてゐる區別は

（一）長期間に亙る一般的方向を決定する長期傾向（Secular Trend）

（二）一年以内に循環する季節變動（Seasonal Variation）

（三）景氣の上下運動を惹起する景氣變動（Cyclical Movement）

（四）豫知し得ざる偶然的原因、例へば戰爭、地震等によつて齎される不規則變動（Irregular Movement）

の四つである。この分類はハーヴァード研究所の採つたもので（註一）、該研究所が時系列の統計的解析に於て最も秀抜な業績を示した結果として、その後の統計的研究は大部分この分類を踏襲して居る。併し該研究所に對立するベルリン景氣研究所に於ては、右の分類を餘りに形式的なものと非難し、左の如く言つてゐる。「上述の分類（ハーヴァードの分類）は主として系列を主として形式的に見るといふ點から爲されたのであるが、それはその背後に横はる整序原理が不明瞭なるが故に滿足出來ない。吾々が……構造變化（Strukturveränderung）と景氣變動とを對立せしめるといふ立場からすれば、寧ろ運動形態はこれを次の如く分類するを以つて可とする、

（一）一回限りの變化

（a）非連續的（發展挫折）――狀態變化、崩壞、分裂

（b）連續的（發展）――生長、變革、後退、等

（二）周期的變動

（a）一定のリズムをもつもの（季節變動）

（b）一定のリズムをもたざるもの（狹義の景氣變動）」（註二）

併しこの分類は實際上はハーヴァードのそれと全く同一視してよいやうに思はれる。蓋し第一の一回限りの變化のうち非連續的な變化はハーヴァードの不規則變動であり、連續的な變化は長期傾向に外ならず、又第二の周期的變動のうちの（a）及び（b）がそれぞれ季節變動及び景氣變動と同一な事は括弧のうちに既に示されてゐるからである。そして事實、ベルリン研究所に於て採用されてゐる解析法はハーヴァードのそれと全く同一である。故に分類に關する理論的論爭は別として、問題を單に時系列の統計的解析に限定するならば、寧ろ一般に普及せるハーヴァードの分類に據るを便とするのである。私は前稿「統計的長期傾向値と理論的發展正常値」（本誌第二十九卷第四號）に於て長期傾向の統計學的及び經濟理論的問題に觸れた。本稿は右の續稿とも認めらるべきもので、季節變動測定に關する統計的方法を取扱つた。

（註一）W. M. Persons, Correlation of Time-series (Handbook of Mathematical Statistics)

（註二）E. Wagemann, Konjunkturlehre, S. 45（邦譯六四―五頁）

二　季節變動の本質と原因

「限りなく循環するものは、あの天候なのだ」――ムーアはその初期の著「經濟的循環、その法則と原因」第三章の

冒頭にウヰリアム・ヂェームスの右の言葉を掲げてゐる。凡ゆる一切の運動を通じて最も規則的に繰返へされるものは、恐らく天候なる文字の中に綜括される自然現象であらう。濕度とか降雨量とか、即ち所謂天候なるものは、大體に於てその土地の自然的狀態によつて決定されたもので、現在の人力を以てしては殆ど左右されざるものである。春夏秋冬の循環、雨期と乾燥期の循環は必然每年規則正しく繰返へされる。そして是等こそ、農業漁業の如き自然的產業を根本的に決定する條件なのである。內地に於て米の收穫が年二回行はれるが如き事は不可能である。近年の著しい米穀の增收は單に耕地の擴大と農業技術の進步の結果でしかない。

每年繰返へされる斯かる自然的現象を季節 Season といふ。そして吾人の生活の基礎が農業なる季節的產業にある以上、季節そのものが吾人の經濟生活に或る一定のリズムを發生せしめる事は言ふ迄もないのであらう。

如上の自然的原因から發生する季節に對して、社會組織の上から發生する所謂人爲的季節なるものがある。時なる概念は元來無始無終の連續物であるから、生活の便宜上吾人はこれを各種の單位に分たねばならぬ。年、月、週、日、時、分、秒の如き概念は自然的に規制されたものもあるし——例へば年、日、——全く人爲的なものもある——月、週、等。更に大祭祝日の如きものは國により又は所によつて永久的又は半永久的に規定されたものであるが、これらは何れも每年循環するものであるから、これ亦季節と呼んで差支へないのである。

時の斯かる分類は必然吾人の日常生活に一定の習慣を來さしめる。月末に於てその月の取引の決濟が行はれるとか、日曜日、祭日等に勞働を休むとか之である。斯かる習慣は、上記の自然的原因と同樣に、著しい影響を與へざるを得ない。

この自然的及び人爲的の二原因は相合して季節變動を發生せしめる。吾人が一般に季節變動といふ場合には、この綜合的結果を指すのであつて、從て從來統計學の課題は、この綜合的季節變動を他の運動形態、即ち長期傾向、景氣變動及び不規則變動から如何にして遊離しうるかといふ事であつた。次に述べる各種の測定法は何れも右の意味に於ける季節變動、即ち自然的人爲的の兩原因に基く季節變動を一體として測定せんとするものである。併し解析の窮局目的は、一ケの綜合物をその不可分的分子にまで分析するに在るのであるから、季節變動は最後にはその原因に從つて自然的季節變動と人爲的季節變動とに分析されねばならぬ。現在の統計的解析法を以て果してこれを爲しうるや否やは、本稿の最後の部分に於て言及したい。

（註）季節變動とは普通は一年を以て循環する運動を指すがより短期の、例へば一ヶ月內、一週間內、又は一日內に繰返へされる循環運動を指すこともある。これに關する Grünbaum の硏究（Die Umsatzschwankung des Einzelhandels als Problem der Betriebspolitik）は Wagemann, Konjunkturlehre. SS. 53-4（邦譯、七五—八頁）に紹介されてゐる。

三　季節變動の統計的測定

季節變動を多少とも正確に測定するには、素より統計的解析に據らざるを得ない。これは他の變動の場合と全く同樣である。然るに時系列の變動を構成する各種運動形態は、系列によつて著しく組合せを異にする。上記の四形態の各々が大なる程度に存在する系列もあり、又その內の或る形態は殆ど或ひは全く存在しないものもある。自然

現象の如きに於ては、長期傾向と認むべき運動の存しない事は前稿に述べた。溫度や降雨量の如きこの例であるが、これらに於て數年を周期とする循環運動が存在するや否やは可成り問題のあるところである。Jevons 又は Moore の如きは、斯かる運動の存在を主張し、景氣變動の窮局的原因をこれに歸せしめてゐる。併しこれに對しては疑問的見解を抱く者甚だ多く、事實この質の循環運動は假令存在したところで、その程度は必ずしも大でないのである。反之、か丶る自然現象に於ける季節變動は最も規則的且つ顯著で、當然その可及的正確な測定が必要であり、且つ可能なのである。

右の如き自然的現象に關する系列に於ては、その變動を齎す要因は主として季節そのもので、他の運動要因は殆ど或ひは全く認められないとすれば、斯かる系列に於て季節變動を測定することは當然容易となる筈である。次に述べる月別平均法なる測定法は、斯かる系列については安じて適用出來るものといへる。然るに大部分の經濟系列に於ては、特殊の事例を除けば、上記四運動形態は必ず同時に存在してゐる。例外的事例とは、例へば專賣法によつて規定された商品價格の如きもので、これらは規定の存續する限り常に同一を保ち、一切の變動から免れてゐるのである。併し素より斯かる經濟系列は異例に屬し、從て大部分の經濟系列に於ては各種運動形態の解析が必要とされる。そしてその變動が幾多の要因の綜合的結果である以上、季節變動測定の方法も自然的系列に於けるのとは當然異つて來なければならない。斯くて季節指數（季節變動の數字的表現）算出の方法は可成り多數に考案され、寧ろその何れの方法を選ぶべきかに躊躇するほどである。以下に順次説明する各種の方法は、今日一般に利用されつ丶あるものゝ代表的なるものに過ぎない。

（a）　月別平均法

溫度とか降雨量とかの自然現象に就ては、上述の如く發展傾向は認められず、且つ循環運動も必ずしも明瞭ではないから、斯かる現象を示す系列に於ける變動は主として季節によつて惹起されたものと見てよい。併し當然溫度の高かるべき月に比較的涼しい日の續く事があり、降雨量の多かるべき月に比較的少い事もあつて、年々の溫度や降雨量の狀態が必ずしも等しくない事は言ふ迄もない。これらは所謂不規則變動と認めらるべきものであるから、若し可成り多くの年を取つて各月を平均すれば、その影響は大部分は除去される筈である。この方法を月別平均法と稱し、季節指數算出法としては最も簡單なものである。次の第一表は紐育の月平均溫度から、右の方法によつて季節指數を算出したものである。

第一表　紐育市の溫度表

Year	Jan.	Feb.	Mar.	Apr.	May	June	July	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Annual
1917	32	28	39	47	53	68	74	75	63	52	41	25	50
1918	22	30	41	50	64	66	73	75	63	59	46	39	52
1919	35	35	42	49	61	70	74	70	66	58	44	30	52
1920	24	29	41	48	58	68	72	73	67	60	44	38	52
1921	34	35	48	55	60	70	76	71	71	56	45	34	55

1922	29	34	41	51	64	71	73	71	67	58	45	34	53
1923	31	27	37	49	59	72	72	71	67	56	45	42	52
平均	30	31	41	50	60	69	73	72	66	57	44	35	52
中位數	31	30	41	49	60	70	73	71	67	58	45	34	52
指數	58	62	78	95	114	132	139	137	126	109	84	66	100

右表に於て各年の一月平均三〇度、二月平均三一度……十二月平均三五度は算術平均であるが、年數が多ければ中位數を取つても差支へない。この各月平均を總平均五二度で割れば各月の百分率温度が得られる。換言すれば一年の平均が百とされ、それに對して各月の温度の割合が示されるのであつて、これが季節指數の一般的表し方である。

原數の代りにその百分比を用ふる方法（Method of monthly per cent of annual）もある。上例に於て一九一七年の各月の温度をその年の平均五〇にて除し、一九一八年の各月のそれをその年の平均五二にて除し、以下最後の年まで同樣の計算を行ふ。斯くすれば例へば一月については 6.40, 4.23, 6.71, 4.61, 6.18, 5.47, 6.00 の百分比にて示された數字が得られる。これを平均すれば一月について 5.65 が得られるから、これを十二倍する事によつて指數に換算すれば五九となり、前記の方法によつて得た五八と略ゝ同一の數字が得られる。この方法を各月について施せばよいのである。斯かる計算法によれば各年毎に合計が百となり、この點に於て、原數をそのまゝ使用する方法よりも理論上優れてゐる譯けである。

（ｂ）修正的月別平均法

發展傾向が顯著な系列に於ては、上記の單純な月別平均法をそのまゝ使用する事は出來ない。併し適當な修正を施して傾向値を除去するならば、大體に於て妥當な季節指數を算出する事も不可能ではない。次に掲ぐる表（二）は一九〇四年より一九一三年に至る十年間のフランクフルト市の燈火用電力使用量につき Dr. Karl Snipischski の計算したもので、フランクフルト景氣研究所刊行の「季節變動の算出と除去」（Berchnung und Ausschaltung von Saisonschwankungen, 1927）の中に收められてゐるものである。（會計年度は四月に始まる）

表　二　Frankfurt 市燈火用電力消費量

年次	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	一月	二月	三月	合計(S)	平均(m)
1904	165.5	122.2	101.7	80.1	121.2	180.9	287.7	424.2	542.0	436.7	368.3	279.8	3.110.2	259.2
1905	221.1	132.2	118.3	95.7	139.5	240.1	380.3	523.7	665.8	588.2	449.1	311.9	3.865.8	322.2
1905	280.5	209.1	162.8	157.8	216.7	339.0	435.6	590.1	754.5	640.5	524.1	397.6	4.708.3	392.4
1907	300.4	238.9	210.2	203.1	236.1	340.3	455.7	621.4	806.2	719.2	587.2	399.0	5.117.7	426.5
1908	348.4	267.5	221.7	214.1	261.0	390.4	531.4	691.3	915.3	760.3	649.8	480.7	5.731.8	477.7
1909	370.0	272.1	230.6	273.3	330.3	471.6	612.2	741.4	921.1	829.6	670.0	463.7	6.185.8	515.5
1910	390.9	307.0	264.3	245.7	295.5	453.0	583.9	845.0	1033.8	891.7	718.1	536.6	6.570.4	547.5
1911	458.1	324.1	266.2	248.4	331.3	484.4	702.2	917.0	1107.2	998.4	802.6	604.0	7.243.9	603.7
1912	464.8	379.0	301.6	369.9	404.7	559.6	785.9	1017.7	1188.2	1129.7	720.1	635.1	7.956.3	663.0

1913	573.1	368.8	338.0	312.5	418.1	581.1	842.6	1113.4	1255.9	1099.3	1106.3	633.6	8.642.7	720.2
S＝	3572.8	2620.9	2215.4	2200.6	2754.4	4040.4	5617.5	7485.2	9195.0	8093.6	6595.6	4742.0	59.132.9	$\underbrace{4927.9}_{A}$
m＝	357.3	262.1	221.5	220.1	275.4	404.0	561.8	748.5	919.5	809.4	659.6	474.2	÷ $\underbrace{492.8}_{a}$	
$\frac{m}{a}\cdot 100$	72.4	53.1	44.9	44.6	55.8	81.8	114.0	151.8	186.4	164.0	133.8	96.0		
季節指數	72	53	45	45	56	82	114	152	186	164	134	96		

右表は前述の單純月別平均法によつたものであるが、この十年間の發展傾向は極めて顯著であるから（一九〇四年の平均二五九・二は爾後毎年增加して一九一三年には七二〇・二に昇つてゐる）、會計年首、即ち四月の値から會計年末即ち三月の値までの間に右の發展傾向は矢張り殘存してゐる筈である。換言すれば四月五月附近の値は實際よりも著しく低く、二月三月附近のそれは著しく高く現はれてゐるのである。故にそれを修正する爲には發展傾向値を算出し、季節指數の一部にはこれを加へ、一部からはこれを控除する必要がある。今、最小自乘法によつて直線的傾向線を當嵌めれば、十年間を通じて毎年の增加分は四八・四となる(註)。これを年平均 492.8 にて除せば0.0984となり、從て一ヶ月の增加分はその十二分一即ち 0.0082 である。前表に於ける季節指數は四月より九月までの分は實際よりも低く、十月より三月までの分は高いから、この 0.0082 なる增加分を以て修正せねばならぬ。即ち中央の二ヶ月(九月と十月)に就ては、九月の修正分は $1-\frac{0.0082}{2}=0.9959$ 十月分のそれは $1+\frac{0.0082}{2}=1.0041$ となり、八月及び十一月のそれは $0.9959-0.0082=0.9877$ 及び $1.0041+0.0082=1.0123$ となり、この計算を全部について行へば次の表(三)が得られる。この表に於ける修正された月平均は第一欄の月平均を修正分を以て除したものである。この修正された月平均をその總平均(四八八)を以て除せば最後の欄の季節指數が得られる。この季節指數に於ては、トレンドは除去されてゐるのである。

表　三

	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	一月	二月	三月	平均
月平均	357	262	222	220	275	404	562	749	920	809	660	474	
修正分	0.955	0.963	0.971	0.979	0.988	0.996	1.004	1.012	1.021	1.029	1.037	1.045	
修正サレタ月平均	374	272	228	225	278	406	560	739	900	786	636	454	488
Trend ヲ除去セル季節指數	77	56	47	46	57	83	115	152	185	161	130	93	

(註) 幾分の不正確を覺悟すれば、最小自乘法によらずとも大體の增加分は算出される。即ち第一年目(一九〇四年)の平均(二五九・二)と最後の年(一九一三年)の平均(七二〇・二)との差を「年の數から一を引いたもの」即ち此處では九で割ればよい。$\left(\frac{720.2-259.2}{9}=51.\right)$年の數で割らずにそれよりも一だけ少い數で割る理由は、最初の年は全體の基準とされるからである。この五一と最小自乘法による四八・八との差は極めて僅かであるから、この例に於ては斯かる省略法を用ひて毫も差支へがないのである。

c、十二ヶ月移動平均法

季節變動は一年内に循環する運動であるから、若し與へられた材料が一年の合計又は平均によつて示されてゐる場合には、季節變動は該系列の中には存在しない筈である。例へば或る商店の昨年度の賣上合計が五萬圓と發表されたとすれば、この五萬圓は十二ヶ月の賣上合計であり、從てそのうちには季節的に賣上の增加する時期も、その

反對の時期も共に包含されてゐるのであつて、從てこの單一な數字から季節變動を分析する事は出來ない譯けである。この事は與へられた數字が年平均である場合も全く同樣である。例へば昨年度東京市場金利の統計に於て商業手形の全年平均一・三二(錢)と發表されてゐれば、この數字の中には金利の高い年首も低い夏期も平均されてゐるのであるから、季節の影響は相殺されてゐる事になる。故に若し月別數字の與へられた場合でも、十二ケ月分を合計するか又は十二ケ月の平均を求めれば季節變動は當然排去される事になるのである。そして季節變動が排除されゝば、これと原數との差又は比から季節變動そのものを求める事が出來る。十二ケ月移動平均による對移動平均比率(Ratioto 12-Months Moving Average Method)は斯かる根據の上に作られたものである。

その方法は(一)相次ぐ各月の十二ケ月の平均を順次に求める。即ち一月から始まる數字であれば、先ず一月から十二月までの平均を求め、次に二月から十三月(即ち次年の一月)までの平均を求め、次には三月から次年の二月まで平均を求め、以下同樣にして最後の月までこの計算を行ふ。(二)この一月から十二月までの平均を七月に置き、二月から次の一月まで平均を八月に置き、以下同樣にする。併し正確を期すならば、斯くて求めた移動平均に更に二ケ月移動平均を行はねばならぬ。何となれば一月から十二月までの平均は六月と七月との中間に置かるべきであるから、これを七月に置けば明かに半ケ月の誤差が生ずるから、この誤差を修正する爲には斯く七月に置いた値と八月に置いた値とを平均し、これを七月に置かねばならないのである。八月以下に就ても同樣であるから、要するに一度十二ケ月移動平均によつて求めた値を更に二ケ月移動平均によつて訂正するのである。併し半ケ月の誤差は概して僅少なるを常とするから、普通の場合には斯かる修正は必ずしも必要では無いやうである。(三)移動平均が求められたならば、順次に原數をその該當する移動平均値で割つて、原數の平均に對する比を求める。例へば七月の原數をその月に置かれた平均値で割り、八月の原數をその月の平均値で割り、以下最後までこの計算を行ふのである。(四)十二ケ月移動平均はその性質上、最初の六ケ月と最後の六ケ月とに置かるべき値は得られないから、例へば與へられた原數が十年間に亘るものであつても、得られる平均値は前後の六ケ月宛を除く九年間のものでしかない。斯くて十年間の材料については九ケの一月の値、九ケの二月の値…九ケの十二月の値が得られ、從て原數の移動平均に對する比も各月につき九ケ宛である。今、一月の九ケの比率からその代表的比率を定め、同樣に二月以下十二月まで各月につき代表的比率を求める。この代表的比率は勿論その九ケの比率の平均によつて求められるが、この場合の平均は算術平均でも中位數でも又は中央數項の算術平均でもよい。(五)斯くて得られた十二箇の代表的比率は各月の季節指數と認められるが、併し便宜上この十二ケの比率をその平均で割つて、合計が千二百となるやう換算する。これが求むる季節指數である。この手續は言ふは易く、行ふは甚だ煩雜であるから、以下 Mills, Statistical Methods, p. 315 以下に掲げられた資料を借用してこれを實際に説明して見やう。

此處に掲げられた資料(表四)は一九一〇年より一九二一年に至る十二年間の米國に於ける鷄卵卸賣價格(一ダース、仙)である。

表四　鷄卵價格

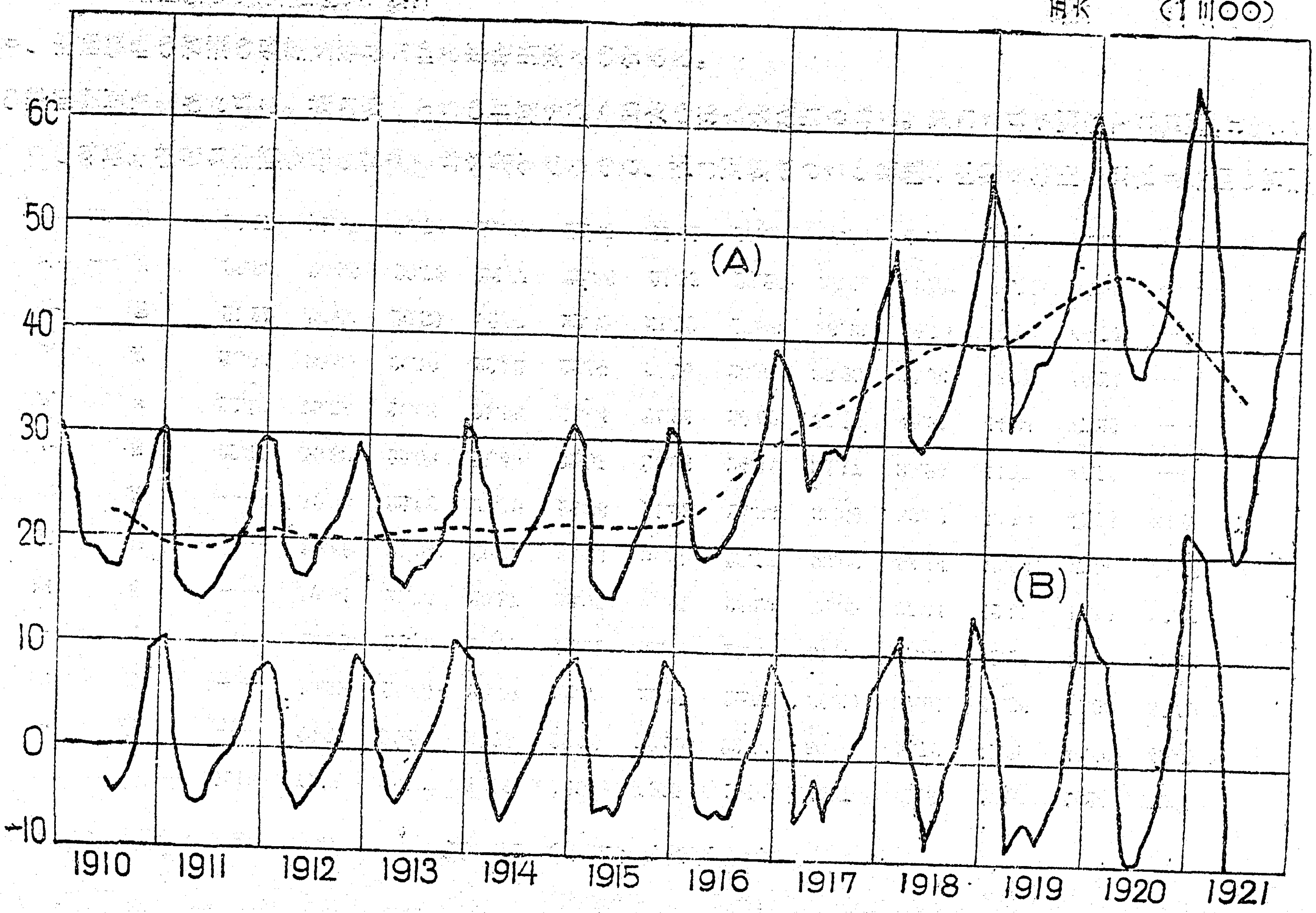
	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921
一　月	30.5	30.4	29.5	26.8	30.7	31.6	30.6	37.7	46.3	57.2	64.8	61.1
二　月	23.9	22.1	29.1	22.8	28.4	29.2	26.8	35.8	49.4	48.3	56.9	49.6
三　月	22.9	16.5	24.5	19.4	24.2	21.3	21.2	33.8	40.4	33.1	46.6	29.2
四　月	18.6	14.9	17.8	16.4	17.6	16.6	17.9	25.9	31.2	34.3	38.8	20.4
五　月	18.6	14.7	17.1	16.1	16.8	17.1	18.1	30.0	31.0	36.8	37.4	20.2
六　月	18.3	14.5	16.7	16.9	17.3	16.6	19.0	31.1	29.8	38.6	37.0	19.4
七　月	18.2	14.2	16.7	17.0	17.6	16.8	19.7	28.3	30.7	36.8	36.7	22.0
八　月	17.6	15.5	17.4	17.2	18.2	17.0	20.7	29.8	34.4	33.3	40.0	26.6
九　月	19.4	17.4	19.1	19.5	21.0	18.7	23.3	32.2	36.4	41.0	44.2	30.4
十　月	22.4	20.0	22.0	23.4	23.5	22.3	28.1	37.4	41.6	44.7	50.1	34.2
十一月	25.3	23.5	25.9	27.4	25.3	26.3	32.2	39.4	47.2	54.0	56.9	44.2
十二月	29.0	28.7	29.7	23.0	29.7	30.6	38.1	43.3	55.0	61.9	65.0	51.1
平　均	22.5	19.4	22.1	21.3	22.5	22.0	24.6	33.8	39.5	43.8	47.9	34.0

右の材料に就て上記(一)及び(二)の手續によつて十二ヶ月移動平均を求めれば次表五の如くなり、更にこれを圖示すれば次の圖(A)が得られる。

表五（十二ヶ月移動平均）

	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921
一　月	——	20.25	21.26	20.78	22.74	22.29	22.24	30.06	36.72	41.39	46.60	40.47
二　月	——	19.99	21.45	20.79	22.80	22.20	22.51	30.80	37.01	41.86	46.63	39.30
三　月	——	19.82	21.60	20.79	22.91	22.06	22.86	31.59	37.33	42.25	46.80	38.16
四　月	——	19.64	21.75	20.87	22.97	21.91	23.29	32.39	37.64	42.57	47.15	36.93
五　月	——	19.46	21.94	20.99	22.89	21.90	23.77	33.08	38.14	42.98	47.50	35.74
六　月	——	19.38	22.08	21.19	22.66	21.98	24.33	33.59	38.96	43.56	47.75	34.63
七　月	22.47	19.33	22.00	21.49	22.57	21.98	24.94	34.17	39.90	44.17	47.72	——
八　月	22.18	19.58	21.63	21.88	22.64	21.84	25.60	35.10	40.31	44.84	47.26	——
九　月	21.63	20.20	21.16	22.32	22.55	21.74	26.51	35.93	39.96	45.76	46.21	——
十　月	21.21	20.66	20.89	22.57	22.39	21.73	27.36	36.43	39.79	46.50	44.74	——
十一月	20.89	20.88	20.79	22.65	22.36	21.88	28.20	36.69	40.17	46.71	43.26	——
十二月	20.57	21.07	20.76	22.69	22.35	22.02	29.20	36.68	40.77	46.67	41.81	——

この移動平均値は季節變動の排除された値であるから、若し原數からこの移動平均値を差引けば右九年間の實際の季節變動が求められる。故に敢へてこの計算を行へば次の第六表が得られる。更にこれを圖示すれば圖(B)となり、季節變動の實際の狀態を容易に知る事が出來るのである。



表六　季節變動除去

	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921
一月	—	+10.1	+ 3.8	+ 6.0	+ 8.0	+ 9.3	+ 8.4	+ 7.6	+ 9.6	+ 5.8	+10.2	+20.6
二月	—	+ 2.1	+ 7.5	+ 2.0	+ 5.6	+ 7.0	+ 4.3	+ 5.0	+12.3	+ 6.4	+10.3	+10.3
三月	—	− 2.3	+ 2.9	− 1.4	+ 1.3	− 0.8	− 1.7	+ 2.2	+ 3.0	− 9.2	− 0.2	− 9.0
四月	—	− 3.6	− 4.0	− 4.5	− 4.4	− 5.3	− 5.3	− 6.5	− 6.4	− 8.3	− 8.4	−16.5
五月	—	− 3.8	− 4.8	− 4.9	− 6.1	− 4.8	− 5.7	− 3.1	− 8.1	− 6.2	−10.1	−15.5
六月	—	− 3.9	− 5.4	− 4.3	− 5.4	− 5.4	− 4.4	− 2.5	− 9.2	− 5.0	−10.8	−15.2
七月	−4.3	− 5.1	− 5.3	− 4.5	− 5.0	− 5.2	− 5.2	− 4.9	− 9.2	− 7.4	−11.0	—
八月	−4.6	− 4.1	− 4.2	− 4.7	− 4.4	− 4.8	− 4.9	− 5.3	− 5.9	− 4.5	− 7.3	—
九月	−2.2	− 2.8	− 2.1	− 2.8	− 1.6	− 3.0	− 3.2	− 2.7	− 2.6	− 5.8	− 4.0	—
十月	+1.2	+ 0.7	− 0.9	+ 0.8	+ 1.1	+ 0.5	+ 0.7	+ 1.0	+ 1.8	− 1.8	+ 5.4	—
十一月	+4.4	+ 2.7	+ 5.1	+ 4.7	+ 2.9	+ 4.4	+ 4.0	+ 2.7	+ 7.2	+ 7.3	+13.6	—
十二月	+9.6	+ 7.6	+ 8.9	+10.3	+ 7.3	+ 8.5	+ 8.9	+ 6.6	+14.2	+15.2	+23.2	—

但し右の表及び圖によつて示されるものは各年の實際の季節變動であつて、從つて綜合的季節變動即ち季節指數ではない。後者を求めるが爲には、右の實際の季節變動を平均したものでなくてはならぬ。然るにこれを平均するに當つて單に右の絕對數を採つたのでは、絕對數の大なる項の影響が過度に強く現はれ、適當な平均を求め難い。

斯くて(三)の手續きにより原數とその月の移動平均値との比を求める必要が起つて來るのである。次の第七表はこれを一表に纒めたもので、例へば一九一〇年七月の八一・〇は原數の一八・二をその月の移動平均値二二・四七で割り、それを百倍して百分比としたものである。

表　七

	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921
一　月	—	150.1	138.8	129.0	135.0	141.8	137.6	125.4	126.1	138.2	139.1	151.0
二　月	—	110.6	135.7	109.7	124.6	131.5	119.1	116.2	133.5	115.4	122.0	126.2
三　月	—	83.2	113.4	93.3	105.6	96.6	92.7	107.0	108.2	78.3	99.6	76.5
四　月	—	75.9	81.8	78.6	76.6	75.8	76.9	80.0	82.9	80.6	82.3	55.2
五　月	—	75.5	77.9	76.7	73.4	78.1	76.1	90.7	81.3	85.6	78.7	56.5
六　月	—	74.8	75.6	79.8	76.3	75.5	78.1	92.6	76.5	88.6	77.5	56.0
七　月	81.0	73.5	75.9	79.1	78.0	76.4	79.0	82.8	76.9	83.3	76.9	—
八　月	79.4	79.2	80.4	78.6	80.4	77.8	80.9	84.9	85.3	87.6	84.6	—
九　月	89.7	86.1	90.3	87.4	93.1	86.0	87.9	92.4	91.1	89.6	95.6	—
十　月	105.6	96.8	105.3	103.7	105.0	102.4	102.7	102.7	104.5	96.1	112.0	—
十一月	121.1	112.5	124.6	121.0	113.1	120.2	114.2	107.4	117.5	115.6	131.5	—
十二月	141.0	136.2	143.1	145.4	132.9	139.0	130.5	118.1	134.9	132.6	155.5	—

この百分比の表から(五)の手續によつて各月の代表値を求めるのであるが、この場合多くは中位數を採るやうである。即ち一月の十一ケの百分比を大さの順序に配列すれば中央の項は一三八・二となりこれを一月の代表値とする。二月以下も同様の方法によつて求めればよい。最後に(六)の手續によつてこの十二ケ月の中位數の平均を以て各月の中位數を割れば一ケ月平均一〇〇の指數に換算されるから、これを求むる季節指數とするのである。この(五)及び(六)の結果を一表に纒めれば次の通りである。

表　八

月	中位數	季節指數
一　月	138.2	138.7
二　月	122.0	122.5
三　月	96.6	97.0
四　月	78.6	78.9
五　月	77.9	78.2
六　月	76.5	76.8
七　月	78.0	78.3
八　月	80.4	80.7
九　月	89.7	90.1
十　月	103.7	104.1
十一月	117.5	118.0
十二月	136.2	136.7
	平均 99.6	100.0

d　連環比率法

季節變動は元來月から月への變動と見られるから、與へられた月別材料をそのまゝ使用する代りに、全期間に亙つて對前月比率に換算し、これに基いて季節指數を算出する方が正しいと言ふ說がある。季節指數算出に於て今日最も廣く行はれつゝある連環比率法(Link-relative method)はパーソンズ教授が右の主旨に基いて作成したものであ

る。この方法は今日經濟系列の解析に於て最も重要な地位を占め、特に精密な計算を必要とする統計的豫測に於て普遍的に採用されてゐるものである。

或る時系列があつて、yを以てその月別數字を示すものとする、（一）最初の月を除き、各月に連環比率を算出する。連環比率とはある月の値y_iをその前月の値y_{i-1}にて除したものである。これによつて各一月の値はその前月たる十二月の値の百分比として示され、同樣に二月の値は一月のそれの百分比として示され……十二月の値は十一月のそれの百分比として示される。（二）是等の連環比率を月別度數表に記入し、（三）各月の中位數を求め（四）これより連鎖比率を求める。連鎖比率（Chain-relative）とは連環比率の總ての中位數を一月を基準とした百分比に換算する事で、即ち一月の中位數を、一〇〇と置き、この一〇〇に二月の中位數（百にて除したもの）を乘じた商が二月の連鎖比率となり、この二月の連鎖比率に三月の中位數を乘じたものが三月の連鎖比率となる。以下同じ。併し十二月の連鎖比率を求めた後、更にこれに一月の中位數を乘ずる。最後に求めた一月の比率は、多くの場合、最初に求めた一月の比率と一致しない。季節變動は當然一ヶ年にして一順すべきものであるから、この二つの一月の比率は元來共に一〇〇となるべきであるが、與へられた系列の中に發展傾向の殘存する場合には、その影響によつて最後の一月の値は必ず一〇〇よりも多くなるか又は少くなるのである。即ち發展傾向が上昇的なる場合には概して一〇〇以上となり、その下降的なる場合には概して一〇〇以下となるのである。故に正しき季節指數を求める爲には、この兩者の差を零ならしめるやう修正を施さねばならぬ。（五）かくてこの差を或ひは算術的に、或ひは幾何的に（即ち複利的に）各月の連鎖比率に配分せねばならぬ。（六）最後にこの修正された連鎖比率の合計が一二〇〇となるやう、換言すれば月平均が一〇〇となるやうに書改める。この爲にはこの修正された各月の連鎖比率をその平均で除せばよい。

この實際の計算は可成り煩雜であるから、次に實例を以て示さう。その數字（表九）はベルリン取引所市場割引率を示し、期間は一九〇〇年より一九一四年一月迄の十四年間である。

表九　Berlin 取引所市場割引率

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	年平均
1900	4.42	4.21	5.21	4.43	4.56	4.86	4.06	4.03	4.41	4.03	4.16	4.49	4.41
1901	3.57	3.22	3.79	3.37	3.19	3.20	2.81	2.26	2.68	2.83	2.84	2.96	3.06
1902	2.11	1.85	1.79	1.65	1.98	2.17	1.59	1.73	2.14	2.73	3.11	3.38	2.19
1903	2.26	1.90	2.69	2.61	3.09	3.29	2.96	3.30	3.68	3.32	3.46	3.54	3.01
1904	2.58	2.77	3.44	2.83	3.10	2.98	2.60	2.62	3.09	3.69	3.99	3.94	3.14
1905	2.56	1.93	2.22	1.91	2.30	2.34	2.12	2.23	2.99	4.00	4.62	4.99	2.85
1906	3.81	3.35	4.02	3.44	3.39	3.68	3.49	3.43	4.23	4.83	5.27	5.58	4.04
1907	4.90	4.68	5.40	4.65	4.44	4.66	4.44	4.62	5.08	4.91	6.61	7.07	5.12
1908	4.98	4.48	4.49	4.11	3.91	3.33	2.76	2.82	3.14	2.79	2.54	2.92	3.52
1909	2.24	2.17	2.66	1.98	2.32	2.91	2.28	2.13	3.06	3.83	4.47	4.34	2.87

1910	3.09	2.94	3.52	3.14	3.19	3.23	3.03	3.33	3.85	4.15	4.50	4.53	3.54
1911	3.50	3.07	3.34	2.96	2.84	3.38	2.46	3.03	4.16	4.32	4.51	4.86	3.54
1912	3.33	3.79	4.72	3.75	3.91	4.14	3.36	3.93	4.38	4.19	5.23	5.94	4.22
1913	4.68	5.15	5.90	4.56	5.31	5.53	4.65	4.88	5.35	4.71	4.45	4.57	4.98
1914	3.11												3.61

右の材料に前記の方法を適用すれば、（一）一九〇〇年二月の 4.21 を一月の 4.42 で割つた 0.95 が一九〇〇年二月の連環比率となり、同年三月の 5.21 を二月の 4.21 で割つた 1.24 が三月の比率となる。同樣の計算を一九一四年一月までの各月に就て行ふ。これを表示すれば次の第十表となる。

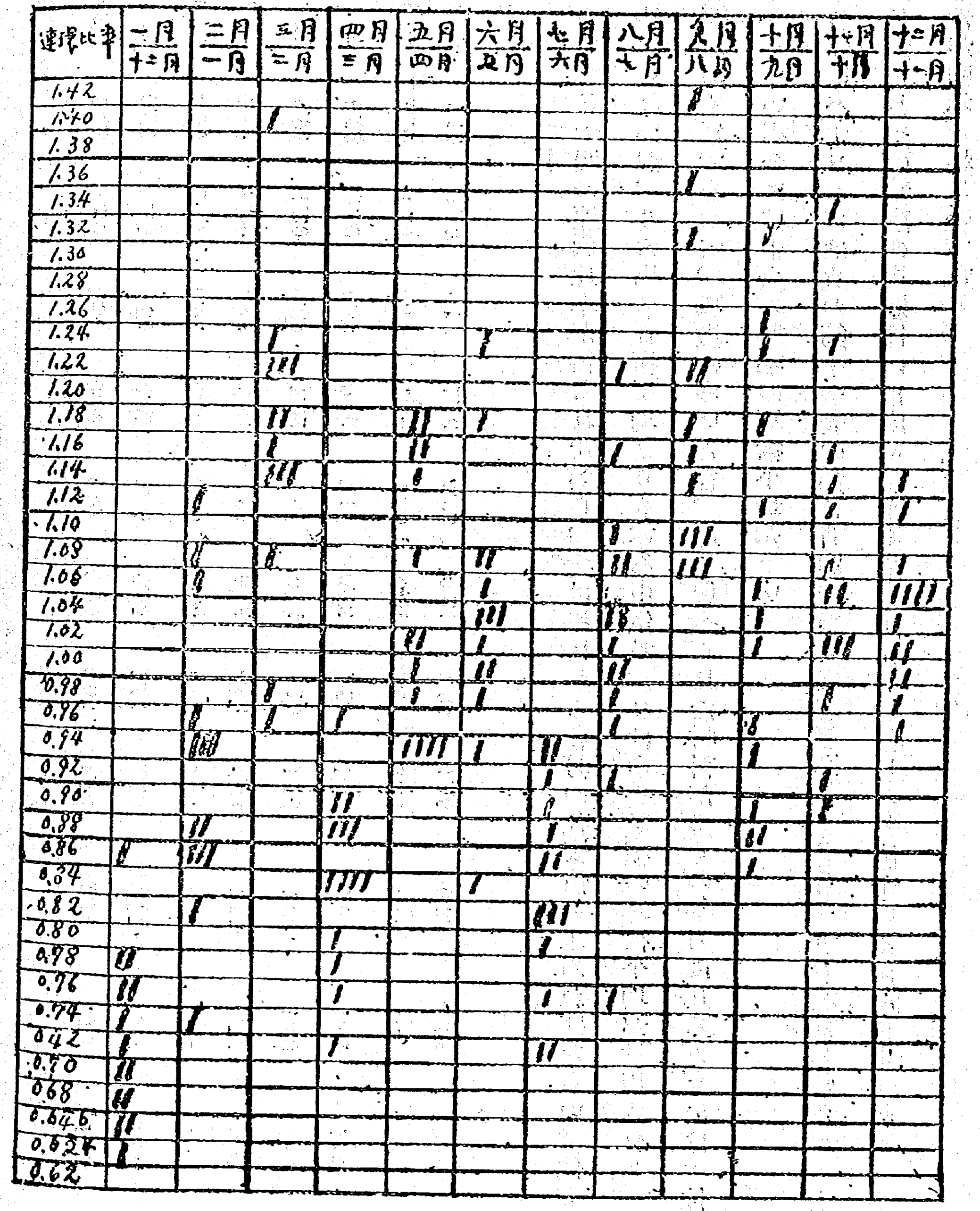
表十　連環比率

	一月/十二月	二月/一月	三月/二月	四月/三月	五月/四月	六月/五月	七月/六月	八月/七月	九月/八月	十月/九月	十一月/十月	十二月/十一月
1900		0.95	1.24	0.85	1.03	1.07	0.84	0.99	1.09	0.91	1.03	1.08
1901	0.80	0.90	1.18	0.89	0.95	1.00	0.88	0.80	1.19	1.06	1.00	1.04
1902	0.71	0.88	0.97	0.92	1.20	1.10	0.73	1.09	1.24	1.28	1.14	1.09
1903	0.67	0.84	1.42	0.97	1.18	1.06	0.90	1.11	1.12	0.90	1.04	1.02
1904	0.73	1.07	1.24	0.82	1.10	0.96	0.87	1.01	1.18	1.19	1.08	0.99
1905	0.65	0.75	1.15	0.86	1.20	1.02	0.91	1.05	1.34	1.34	1.16	1.08
1906	0.76	0.88	1.20	0.86	0.99	1.09	0.95	0.98	1.23	1.14	1.09	1.06
1907	0.88	0.96	1.15	0.86	0.95	1.05	0.95	1.04	1.10	0.97	1.35	1.07
1908	0.70	0.90	1.00	0.92	0.95	0.85	0.83	1.02	1.11	0.89	0.91	1.15
1909	0.77	0.97	1.23	0.74	1.17	1.25	0.78	0.93	1.44	1.25	1.17	0.97
1910	0.71	0.95	1.20	0.89	1.02	1.01	0.94	1.10	1.16	1.08	1.08	1.01
1911	0.77	0.88	1.09	0.89	0.96	1.19	0.73	1.23	1.37	1.04	1.04	1.08
1912	0.69	1.14	1.25	0.79	1.04	1.06	0.81	1.17	1.11	0.96	1.25	1.14
1913	0.79	1.10	1.15	0.77	1.16	1.04	0.84	1.05	1.10	0.88	0.94	1.03
1914	0.68											

（二）各月について各十四の連環比率が得られたから、次にそれから各月の代表値を求めねばならぬ。代表値とは勿論平均値に外ならないが、この場合算術平均よりも寧ろ中位數或ひは中央數項の算術平均が採用される。これは極端な値の影響を除く爲であつて、項數の多いとき、即ち與へられた材料が多くの年月に亙るときには中位數で差支へなく、そうでない場合には中央の數項の算術平均がよい。

これを求める爲にパーソンズは次の第十一表の如き月別度數表(Multiple frequency table)なる特殊の表を使用する。この表は月から月への變動の規則性の程度を判斷するに便利で、各月の各値が或る値に集中すればするほど季節變動の規則性が明示されるのである。

表十一　月別度數表



（三）右の月別度數表から中位數と中央八項平均とを求めれば次表十二の如くなる。この兩者は極めて類似してゐるから、この場合何れを用ふるも差支へない。

表　十　二

	一月/十二月	二月/一月	三月/二月	四月/三月	五月/四月	六月/五月	七月/六月	八月/七月	九月/八月	十月/九月	十一月/十月	十二月/十一月
中位數	0.72	0.92	1.19	0.86	1.04	1.05	0.86	1.04	1.17	1.05	1.08	1.06
中央八項の平均	0.73	0.92	1.19	0.86	1.06	1.05	0.86	1.04	1.17	1.04	1.08	1.06

勿論單に中位數を見出す爲には斯かる月別度數表は必ずしも必要ではない。單に大さの順に配列して中央項を採ればよいのであつて、例へば一月に就て言へば 0.86 0.78 0.78 0.76 0.76 0.74 0.72 0.70 0.70 0.68 0.68 0.66 0.66 0.64 と配列すれば中位數が 0.72 なる事は明かである（この場合項數は十四であるから、中位數は第七項と第八項の平均である。然るに第七項の 0.72 は 0.72-0.74 を、第八項の 0.70 は 0.70-0.72 を意味するから、その平均は當然 0.72 となる）。併し月別度數表によれば、求めた中位數が適當の平均値なるか否かゞ容易に判斷されるのである。

（四）今中位數の代りに中央八項の算術平均を採つたとして、その連鎖比率を求めれば次の通りである（一月の連鎖比率は〇・七三を直ちに一〇〇と置いたに過ぎぬ。二月の比率九二は一月の一〇〇に二月の〇・九二を乗じたものである。以下同樣。最後の一月の比率九五は十二月の比率一三〇に一月の平均〇・七三を乗じたのである）。

表　十　三

	中央八項の平均	連鎖比率
一　月	0.73	100
二　月	0.92	92
三　月	1.19	109
四　月	0.86	94
五　月	1.06	100
六　月	1.05	105
七　月	0.86	90
八　月	1.04	93
九　月	1.17	109
十　月	1.04	114
十一月	1.08	123
十二月	1.06	130
一　月		95

（五）斯くて得られた連鎖比率は一〇〇に始まつて九五に終つてゐるが、元來は一〇〇に終るべき性質のものであるから、その差の五は二月から最後の一月までの間に於て順時修正さるべき分である。これが最も簡單な修正方法はこの差を十二分し、得たる〇・四一六を二月の九二に加へ、その二倍の〇・八三二を三月の一〇九に加へ……その十二倍の五を最後の九五に加へればよい。斯くすれば一〇〇に始まつたものが一〇〇に終るわけで、これによつて季節變動の本質に合致した連鎖比率が得られる。最後にこの修正された連鎖比率の平均一〇七にて各比率を割れば總和が一二〇〇となるところの季節指數が求められるのである。

併し最初の一月と最後の一月の値の差が算術的に十二ケ月に均分される修正法は理論的には缺陷がある。差が僅少なる場合にはこの方法で充分であるが、大なる差の生じた場合には寧ろ複利的に配分するのが正しいであらう。今、一月から次の一月までの連鎖比率を 100, C_2, C_3……C_{12}, $C_{12}r_1$ とすれば

$$100(1+d)^{12}=C_{12}r_1=95$$

dが計算されゝば、修正された各月の連鎖比率は

$$100,\ \frac{C_2}{(1+d)},\ \frac{C_3}{(1+d)^2}\cdots\cdots\frac{C_{12}}{(1+d)^{11}},\ \frac{C_{12}r_1}{(1+d)^{12}}$$

實際にこれを計算するには、當然對數に書改めねばならぬ。次表はその手續を示したもので、例へば三月の修正連鎖比率 $\frac{C_3}{(1+d)^2}$ は、對數では $\log C_3-2\log(1+d)$ となるから、一般に $\log C-(n-1)\log(1+d)$ によつて表はさるる事は説明する迄もないであらう。

表　十　四

	修正された連鎖比率	季節指數
一　月	100	93
二　月	92	86
三　月	110	103
四　月	95	88
五　月	102	95
六　月	107	99
七　月	93	87
八　月	96	90
九　月	112	104
十　月	118	110
十一月	127	118
十二月	135	127

表　十　五

	C	log C	$(n-1)\times\log(1+d)$	$\log C-(n-1)\times\log(1+d)$	修正された連鎖比率	指數
一　月	100	2.00000	0.00000	2.00000	100	93

二　月	92	1.96379	0.99814—1	1.96565	92	86
三　月	109	2.03743	0.99628—1	2.04115	110	103
四　月	94	1.97313	0.99442—1	1.97871	95	88
五　月	100	2.00000	0.99256—1	2.00744	101	94
六　月	105	2.02119	0.99070—1	2.03049	107	99
七　月	90	1.95424	0.98884—1	1.96540	92	86
八　月	93	1.96848	0.98698—1	1.98150	96	90
九　月	109	2.03743	0.98512—1	2.05231	113	105
十　月	114	2.05690	0.98326—1	2.07364	118	110
十一月	123	2.08991	0.98140—1	2.10851	128	119
十二月	130	2.11394	0.97954—1	2.13440	136	127
一　月	95	1.97772	0.97772—1	2.00000		

平均＝107

斯くて得た修正された連鎖比率をその平均 107 で割れば十二ヶ月の合計が 1200 になるところの季節指數が得られる。この指數を前の算術的配分法によつて得た指數と比較すれば、兩者の甚だ類似せるを見るであらう。これは始めの一月と終りの一月との差が僅少なるが爲であつて、總ての場合にかうなるとは限らないのである。

右の如くにして得られた季節指數は月の値と月平均値との比を示すもの、即ち典型的月値と典型的月平均値との比を示すものである。この典型的月平均値の中には季節の影響は全く排除されてゐると見てよい、蓋し平均する事によつて各十二ヶ月の各種季節變動は除去されてゐるからである。指數が百よりも大なるか、等しきか、又は小さいかによつて、典型的月値が典型的月平均値よりも小さいか、等しいか、又は大きいかが判るのである。即ち季節指數は季節變動に影響されぬ平均値から典型的月値が幾何の偏差を有するかを數字的に表すものであるから、吾人はこれを利用して一經濟系列を季節變動曲線と、季節變動に影響されざる曲線とに分解する事が出來るのである。即ち或る月の原數をその月の季節指數にて割つた商が、季節變動に影響されざる値となるのである。

表十六　季節變動を除去せるもの

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
1900	4.75	4.90	5.06	5.03	4.85	4.91	4.72	4.48	4.20	3.66	3.50	3.54
1901	3.84	3.74	3.68	3.83	3.39	3.23	3.27	2.51	2.55	2.57	2.39	2.33
1902	2.27	2.15	1.74	1.88	2.11	2.19	1.85	1.95	2.04	2.48	2.61	2.66
1903	2.43	2.21	2.61	2.97	3.29	3.32	3.44	3.67	3.50	3.02	2.91	2.79
1904	2.77	3.22	3.34	3.22	3.30	3.01	3.02	2.91	2.94	3.35	3.35	3.10
1905	2.75	2.24	2.16	2.17	2.45	2.36	2.47	2.48	2.85	3.64	3.88	3.93

1906	4.10	3.90	3.90	3.91	3.61	3.72	4.06	3.81	4.03	4.39	4.43	4.39
1907	5.27	5.44	5.24	5.28	4.72	4.71	5.16	5.13	4.84	4.46	5.55	5.57
1908	5.35	5.21	4.36	4.67	4.16	3.36	3.21	3.13	2.99	2.54	2.13	2.30
1909	2.41	2.52	2.58	2.25	2.47	2.94	2.65	2.37	2.91	3.48	3.76	3.42
1910	3.32	3.42	3.42	3.57	3.39	3.26	3.52	3.70	3.67	3.77	3.78	3.57
1911	3.76	3.57	3.24	3.36	3.02	3.41	2.86	3.37	3.96	3.93	3.79	3.83
1912	3.58	4.41	4.58	4.26	4.16	4.18	3.91	4.37	4.17	3.81	4.39	4.68
1913	5.03	5.99	5.73	5.18	5.65	5.59	5.41	5.42	5.10	4.28	3.74	3.60

上に算出した季節指數は平均を百として示してあるが（Ａ）、これ以外に平均を一として示す事もあるし、（Ｂ）又百分比偏差として示すこともある（Ｃ）。即ち三月の指數一〇三を一・〇三としても又は＋3としてもよく、一月の指數九三を〇・九三としても又は－7としてもよい。これを表示すれば

表　十　七

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	平均
A	93	86	103	88	94	99	86	90	105	110	119	127	100
B	0.93	0.86	1.03	0.88	0.94	0.99	0.86	0.90	1.05	1.10	1.19	1.27	1
C	−7	−14	+3	−12	−6	−1	−14	−10	+5	+10	+19	+27	0

Ａ及びＢは單に單位を異にするに過ぎないから、Ｂによつて季節變動を除去する方法はＡによる方法と全く同じである。然るにＣはＡ及びＢと全く構成が異るから、これによつて季節變動を除去する方法も異つて來る譯けである。Ｃは上述の如く百分比偏差を示すものであるから、これによつて關係數曲線を季節變動曲線と季節變動に影響されざる曲線とに分解しうるので、この點に於てＡ及びＢが與へられた系列そのものを分解しうるのとは趣きを異にする。

四　季節變動に於ける自然的及人爲的要素の分解

季節變動を生ぜしむる原因は、既述の如く、時には天候の如き自然的現象であり、又時には制度及び習慣の如き人爲的現象である。これら二ケの原因は素より單獨に作用する事がありうる。例へば降雨量や濕度の如きものは全く自然的原因に基くもので、毫も人爲的原因に右左されないし、又これに反して毎月末に於ける貨幣需要の增加の如きは明かに人爲的原因のみに基くものと言へるであらう。

然るにこの自然的及び人爲的の二原因は幾多の經濟現象に於ては、大なる程度に協働してゐるのである。即ち或る現象に就て測定された季節變動指數は右二要素の合成と認められるのである。例へば二月の交通量の減少は、一部は氣候寒冷の結果であり、一部は暦日の少い結果であるから、畢竟自然的原因と人爲的原因との合成的結果と認めざるを得ない。この種の現象は枚擧に遑なきほど多數存在するから、問題は求められた季節指數を更に分解し、幾何が自然的原因に幾何が人爲的原因に歸せられるかを測定しうるや否やといふ事になる。言ふ迄もなくこの二要

素の結合は大部分の場合に毎年同一條件の下に行はれる。前述の二月の交通量に就て見ても、二月は毎年必ず氣候上最も寒冷な月に屬し、同時に毎年必ず暦日上最も日數の少い月である。中元直前の賣上の增加は素より贈答なる習慣即ち人爲的要素にも歸せしめられるが、同時にその頃は夏の必要品を準備する時期であり、從つて一部は自然的要素にも歸せしめられるのである。これらは毎年規則正しく繰返へされるのであるから、季節指數は假令事實は右二要素の合成であつても、實際の目的からすれば、これを一ケの總體として認めて差支へなく、必ずしもこれを更に分解する必要はないとも言へるのである。

併し季節變動を生ぜしめる二原因は元來その性質を異にするもので、一方の自然的原因の全く不變的なるに對し他方の人爲的原因は多大の程度に可變的なるものである。二月の氣候の寒冷なる事は不變的事實と認められるが、その暦日の少い點に至つては、若し新たに十三ケ月制その他の新暦が採用され、毎月の日數が均等化されゝば忽ち消滅する。斯かる習慣や制度は可成り動搖的であるから、統計的に求めた季節指數をその異る合成要素に分解する事は、現象の眞の認識の上から極めて重要なのである。然るにこの分析の方法は高度の數學的操作を必要とし、これを試みた者は極めて僅く、我國に於てはその方法の紹介すら殆ど行はれてゐないやうである。筆者の知る限りでは、この方面に於て最も優れた結果を齎した者は Wagemann の協力者 Paul Lorenz である。彼の Die Bestimmungsgründe für die Saisonschwankungen des Berliner Marktdickonts in der Vorkriegszeit (Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung, 1928, Heft 4. Teil A) は主としてこの問題を取扱つたもので、又彼の「經濟學徒の爲の高等數學」(Höhere Mathematik, 1929) も可成りの頁をこれに割いてゐる。

パーソンズの季節指數算出法を説明する爲に利用したベルリン市場割引利率の季節變動表を再考されたい。パーソンズ法によつて求めた該指數は既述の如く

一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
93	86	103	88	94	99	86	90	105	110	119	127

である。右表から、年末の指數の大なる事は一見して明かであるが、同時に各四半期末即ち三月、六月、九月及び十二月の指數の概して大なる事も認められる。斯く各四半期末に割引率の高まるのは、畢竟ベルリン市場に於ける決濟上の習慣に基くもので、從て人爲的原因に基く季節變動と見てよいのである。反之、年末に特に高まるのは、農產物の收穫に隨伴する一般的結果であり、從て自然的原因に基く季節變動と認められるのである。Lorenz はこの材料からこの兩者の分離を行はんとする。

氏の考案した測定法は二つある。一は殆ど數學的操作を必要とせざる素朴な方法であり、他は調和解析法に據る複雜な方法である。今、その簡單な方法に就て見るに、季節指數の高まる各四半期末、三月、六月、九月及び十二月の各指數とその各々の隣接せる月の指數の差は平均十三である。依てこの十三を以て直ちに人爲的季節指數と見做すのであつて、これを表示すれば

一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月

0	0	13	0	0	13	0	0	13	0	0	13

となる。斯くて自然的季節指數は原指數から右の人爲的指數を控除した殘餘によつて示される事となり、これを表示すれば

一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
93	86	90	88	94	86	86	90	92	110	119	114

となるのである。併しこの方法に於ては各四半期末の月の指數とその隣接月の指數との差を平均したのみであるから、平均なるもの丶本質上、時には著しく實際と異つた結果に到達する憂ひがある。故にヽヽより嚴密な結果を求めんとせば、次の第二の方法に據らざるを得ないのである。

パーソンズの方法によつて求めた如上の季節指數は各月の中央について求められたものであるから、これをグラフに描けば十二の點を連結した直線圖となる。併し季節變動は元來連續的なるべきものであるから、事實はか丶る直線圖の代りに曲線圖を以て示さるべきである。故に上記の直線に最も接近せる曲線を當嵌めゐのがヽヽより妥當だといふ事になる。素よりか丶る直線圖はかなり不規則な形をとるのが常であるから、求むる曲線は簡單な方程式では表はされない筈である。Lorenz は斯くて右の材料について

$$y=100+12,14\sin(117,5°+x)+9,27\sin(151°+2x)+8,68\sin(101,5°+4x)$$

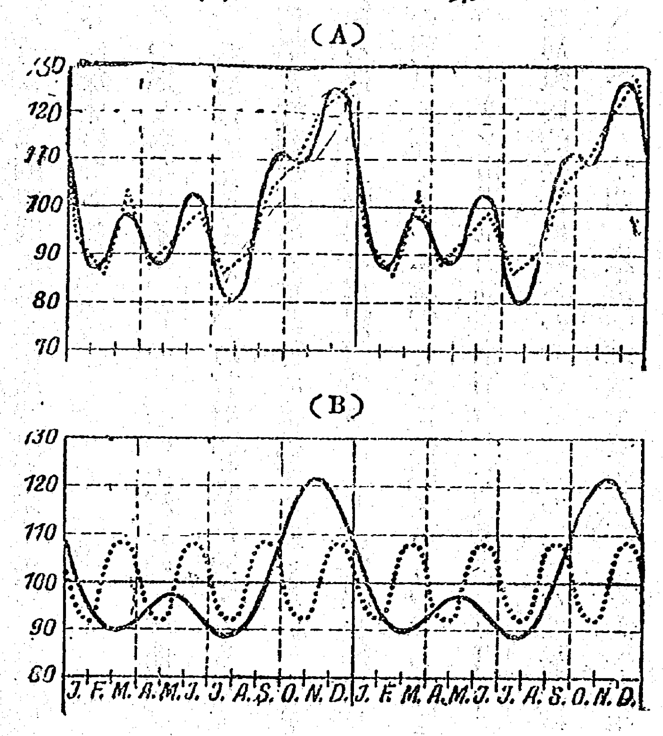
なるフーリヱ曲線を當嵌めた。次の第二圖Aの點線は季節指數を、實線はそれに當嵌められた右のフーリヱ曲線を示すが、この曲線が甚だよく季節指數に接近して居る事は容易に窺へるであらう。

斯くて問題はこのフーリヱ曲線を更に分解する事となるのであるが、Lorenz はこれを次の二つの方程式を以て示してゐる。

(1) $y=100+8,68\ \sin(101,5°+4x)$

(2) $y=100+12,14\ \sin(117,5°+x)+9,27\ \sin(151°\ 2x)$

第二圖



（一）の方程式$y=100+8,68\sin(101,5°+4x)$即ち上圖(B)に於て點線を以て示された曲線は、一年の各四半期末の直前（三月、六月、九月、十二月の直前）に於て高まり、各四半期中央直前（二月、五月、八月、十一月の直前）に於て低い規則正しい四ケの波狀を作る。この波狀はベルリン金融市場の慣習に合致する。換言すれば右の方程式は人爲的原因に基く季節變動を反映するものと認められるのである。（二）の方程式即ちB圖の實線を以て示された曲線は勿論最初の季節指數に當嵌められたフーリヱ曲線から（一）の方程式を控除した殘餘である。然るに（一）

の方程式は人爲的原因に基く季節變動を示すから、(二)の方程式は當然自然的原因に基く季節變動を示すものと考へる外はないのである。

今この點を考察するに、この(二)の方程式の示す曲線は聯邦鐵道貨車運轉數の季節指數の曲線に酷似して居るが(註一) 後者は言ふ迄もなく、財貨取引量を反映するものである。そして財貨取引量が當然金融市場に影響を與へて割引利率を變動せしめる事は特に指摘する迄もない。Lorenz 曰く「故にこの二つの曲線の酷似は毫も不思議ではなく、寧ろ吾人の主張する事實、即ちフーリヱ曲線を援用して季節指數を分析することは經濟的に解釋しうべき合成要素の發見に導くといふ事實を更に確認するものである」と(註二)

このベルリン市場割引利率季節指數の「自然的」要素が上記の如き經過を示す原因は、貨車運轉數の季節指數と同じく結局氣候的條件に在るのである。この二ケの曲線が秋季に高まるのは、穀物、甜菜及び馬鈴薯の如き主要農産物の收穫がこの時期に鐵道輸送量や資金に對する需要を增加せしめるからであり、年首の低下、春期の若干の上昇及び夏期の低下等も同樣の自然的條件から充分に說明がつくのである。

季節變動を生ぜしめる自然的及び人爲的の二原因は、上揭第二圖Bの示す通り、或る時期には同一の方向に働いて季節指數を大ならしめるが、又或る時期には反對の方向に働いて或る程度まで相殺され從て季節指數を小ならしめるのである。斯く季節指數は異る二ケの要素の合成物である事が、季節指數をこの要素に分解する必要の科學的根據をなすのである。

素より如上の方法によつては各月の內部の變動樣態は知るを得ない。蓋し與へられた季節指數は月から月への變動を示すのみだからである。Lorenz はその "Bestimmungsgründe für die Saisonschwankungen des Berliner Markdiskonts" に於ては一九〇六年五月一日より一九一四年八月三十日までの每日の割引利率を用ひ、この八年間の全部に亙つて各四半月についての平均を求めこれよりパーソンズ法によつて季節指數を算出し、この指數をば上記のフーリヱ曲線によつて全年、半年、三分一年…二十三分一年、二十四分一年等の變動に分解してゐる。併しこれは單に計算の可能性を示すに留まり、實際的見地からは無意味のものが多い。

フーリヱ曲線の適用による Lorenz の如上の方法がその他の經濟系列に幾何の程度まで應用せられるかは今後の硏究に俟つ外はない。併しその可能性は右の試みに於て可成り明瞭に示されたと言へる。この方面の今後の發達は充分期待してよいであらう。

(註一) Lorenz-Höhere Mathematik, S. 46. abb. 17 を參照せよ。
　　〃　Saisonschwankungen des Berliner Marktdiskonts, S. 34. abb. 2

(註二) Lorenz-Höhere Mathematik, S. 46.

五　結　論

季節指數測定に關する方法は、今迄述べた通り甚だ多種に亙り、その何れを採るべきかは可成り困難な問題である。併し經濟系列に關する限りに於ては、パーソンズの連環比率法が大體に於て最も妥當と思はれる。この事は、

最も精微な解析を必要とする景氣豫測に於て、殆ど普遍的にこの方法の採用されてゐる事實からも窺へるのである、その計算方法が煩雜な事は重大な缺陷と思はれるが、他の方法と雖も必ずしも容易だとは言へない。季節指數を多少とも正確に算出せんとするならば、如何なる方法によるとも、計算の困難は初めから覺悟せねばならないのである。野村證券調査部では、與へられた原數を各年一月を百とする指數に換算し、各月を平均する簡便法を採つたが、斯かる方法は長期傾向の大なる系列に於てはその影響は可成りの程度に殘存すべき筈で、從て該調査部の言明するが如く「斯くすれば進歩變動（長期傾向）を無視する事が出來」るとは言へないのである。該調査部の發表した「經濟界季節的變動の研究」が、その豐富な材料に拘らず、科學的正確さに於て聊か缺くる所あるのはこれが爲である。これに反し、National Bureau of Economic Research の叢書第二十二卷 Kuznets, Seasonal Variations in Industry and Trade は十二ケ月移動平均からの相對的偏差を基礎とせるもので、この方法の妥當な事は既に上に述べた通りである。併しパーソンズの連環比率法のより一般に應用されてゐる事は上に述べた通りである。

如何なる方法によるを問はず、季節指數の算出は、一切の統計的解析の本質上、相等長期に互る材料に據るべき事は言ふ迄もない。併し同時に忘れてならぬ事は、材料が長期間に亙れば亙るほど、季節變動の振幅は小さくなる傾きあるといふ事である。これは季節變動即ち月から月への變動は決して常に同一の狀態を示すものでなく、年によつて多少の差あるを免れないから、多年に亙る材料に於ては、各月の變動振幅が多少とも相殺される傾きがあるからである。故に同一現象に關する二つの異る時期の季節指數を比較する場合、例へばA商品の戰前及び戰後の二つの季節指數を比較する場合、若し材料の期間が兩者に於て大いに相違すれば、正確な比較は不可能となるかも知れないのである。

一度び算出された季節指數が幾何の妥當範圍を有するかは、勿論一般的に云々するを得ない。單に自然的原因のみによつて齎される季節變動、例へば溫度、降雨量の如きものは、その原因が大體に於て不變的なものであるから、その季節指數は必然永久的妥當範圍を有する譯けである。反之、人爲的原因の多く作用する現象に於ては、その原因が著しく可變的である關係から、その季節指數は比較的短期間しか妥當しない。經濟現象は最も著しく人爲的原因に左右されるから、經濟系列に就ての季節指數は絕えず新らしく計算されねばならない。そして經濟系列に於ける季節指數が時と共に增加するか減少するかは、その各々の系列について研究する外にこれを知る途はないのである。單に各種商品價格の季節變動のみを見ても、これを戰前と戰後と比較すれば、概して戰後の指數の增加が認められるとはいへ、寧ろ減少した商品も少くない（註）。變動の振幅について言ひうる事は、同時に或る程度まではその時相（指數の上昇及び下降の時期）についても言ひうる。併し大部分の系列に於て、その時相は振幅に比すれば著しく固定的である。これらの事情は凡て實證的研究によつてのみ明かとなるもので、本稿の直接の問題ではない。

（註）森田優三、本邦重要商品價格季節變動の研究、參照
拙稿、統計的長期傾向値と理論的發展正常値、二頁、註一

（附記）

本稿執筆に當つて參考としたものは

Hermann Hennig Die Ausschaltung von saisonmässigen und säkularen Schwankungen aus Wirtschaftskurven (Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung, 1. Jahrgang. 1926. Ergänzungsheft 1)

〃 —Die Analyse von Wirtschaftskurven (V, z. K. 1927. Sonderheft 4)

Otto Donner Die Saisonschwankungen der wichtigsten Wirtschaftsvorgänge in Deutschland seit 1924 (V. z. K. 1928. Sonderheft 11)

Saisonschwankungen des Berliner Marktdiskonts. (V. z. K. 3. Jahrgang. 1928. Heft 4)

Monatsberichte des österreichischen Institutes für Konjunkturforschung. 1927 Einleitungsheft.

Simon Kuznets—Seasonal Variations in Industry and Trade, 1933.

R. W. Burgess—The Mathematics of Statistics, 1927.

Paul. Lorenz—Höhere Mathematik für Volkswirte und Naturwissenschaftler, 1929.

E. Wagemann—Konjunkturlehre, 1928.

Rietz-Baur—Handbuch der mathematischen Statistik, 1930.

F. R. Macaulay—The Smoothing of Time Series, 1931

F. Mills—Statistical Methods.

Berechnung und Ausschaltung von Saisonschwankungen. (Merkblatt 2-3 der Frankfurter Gesellschaft für Konjunkturforschung, 1927.

經濟界季節變動の研究（野村證劵調査部）

本邦重要商品價格季節變動の研究（森田優三—日本統計學會年報第三年）

猶、本稿は元來講義の參考として書かゝれたものである。最後に、貴重な材料を提供せられた學友武村忠雄君に感謝する。