Title	統計的長期傾向値と理論的発展正常値
Sub Title	
Author	寺尾, 琢磨
Publisher	慶應義塾理財学会
Publication year	1935
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.29, No.4 (1935. 4) ,p.475(1)- 517(43)
JaLC DOI	10.14991/001.19350401-0001
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19350401-0001

三田學會雜誌　第二十九卷　第四號

統計的長期傾向値と理論的發展正常値

寺尾琢磨

目次

一、統計的傾向値の意義と問題
二、統計的傾向値算出の諸方法とその論理的性質(a……h)
三、經濟的平衡と統計的傾向値

（一）

時系列解析に於ける傾向線の算出は二ケの別個の目的を有する。一は一系列の長期に亘る發展傾向を知ることであり、他はこれを他の變動形態即ち季節變動及び不規則變動と共に原系列から控除し、以て循環運動形態を求むるにある、換言すれば景氣變動樣態を求むるにある。(註一) 即ち前者は傾向線そのものが目的であり、後者は別箇の目的に對する手段たるものである。併し目的は斯く異つても傾向線算出の方法は同一である。

唯だ後者にあつては、傾向線と共に季節指數を算出し、又可能ならば不規則變動をも測定する必要がある。（註二）

（註一）傾向線及び季節指數が算出せられたとして、（假に不規則變動なきものとすれば）循環運動を求める式は $y-o\times s$ である（yは原數値、oは傾向値、sは季節指數）。尤もこれによつて得られる循環運動は絶對的大さであるから、他の循環運動と比較する便宜上これを比率數に書換へる。即ち

$$\frac{y-o\times s}{o\times s} \quad \therefore \quad \frac{y}{o\times s}-1$$

となる。右はハーバード研究所を始め、一般に採用される方法であるが、これは、季節變動は傾向線と正比例して變化するとの假定に立脚する。（W. M. Persons, Korrelation von Zeitreihen—Handbuch der mathematischen Statistik, S. 210）然しこれは一切の系列について必ずしも眞なりとは認め難い。Anderson はこれを鷄卵價格の例に就て次の如く言つてゐる。鷄卵は保存に不適當な商品で、且つ冬季には産額が減少するから、當然冬季にはその價格が上昇する。然るに最近は保存の方法が發達し又冬季の産額を增加せしめる方法も講ぜられ來つたから、「從て時の經過と共に鷄卵供給は全年に益々規則的に分配され、斯くてその季節變動は增大せずして寧ろ激減せねばならぬ」Anderson, Zur Problematik der empirisch-statistischen Konjunkturforschung. S. 12. この種の現象は幾多の價格系列に於て起りうるであらう。

併し他の組合せ、例へば $\frac{y}{o\times s}$ 又は $y-o-s$ 等は考へ得られるけれども、少くも Harvard の方法とは一致しない。

（註二）Persons は不規則變動を罷業、自然の災害の如き認識しうる原因に基くものと、然らざるものと二種に分つ。前者は概して變動大にして、これを除去すべき適當な方法はなく、後者は概して小にして、蓋然率理論の援用によつて或る程度まで除去し得ると言ふ。然し一般に彼は特に不規則變動を重視せず、寧ろ不規則變動と循環運動との合成を以て直ちに循環運動と認むるが如くである。（Persons, ibid. S. 210. Gater, Die Konjunkturprognose des Harvard-Institutes SS. 44-5）

長期傾向運動（Secular Trend）なる概念は元來天文學に發せるもので、極めて悠久な時期に亘つて起る運動形態、例へば遊星軌道の變化の如きものを意味する。然るにこれが社會現象の研究に轉用さるゝ場合には、遙かに短い期間に限定されて來る。後者に於ては單に比較的長期に亘る、或ひは循環運動よりも長期に亘る、發展運動を意味するのみで、可成り漠然とした概念である。經濟系列の解析に於ては、普通循環運動は三、四年の周期を待つものとされるから、それより長い例へば十年乃至二十年の時期に亘る一般的運動形態は長期傾向運動と認められる譯けである。併し後に述ぶる如く、循環運動の特殊形態として所謂長期波動なる五十年前後に及ぶ循環運動が幾多の經濟系列に於て發見せられるに至つてからは、兩者の限界は益々曖昧となつて來たのである。

（註）日常用語としては secular なる文字は永年に亘る一定の循環を意味する。secular year（三十年又は百年に一度の新年）又は secular games（古代ローマに於て百年又は百二十年毎に行ひたる國民的大祭）の如し。

即ち長期傾向運動を示す傾向線の意義は、社會科學に於ては自然科學に於けると全く異るのである。今、一經濟系列、例へば本邦貿易額の明治初年以降の計數を見れば、絶えず景氣の動き、新市場の獲得、舊市場の喪失、技術發達の程度等々の原因の影響によつて極めて不規則な數字を示してはゐるが、併しこの間、本邦貿易額が概して異常な勢を以て向上發展し來つたことは何人も爭はないであらう。此處に概してといふのは、畢竟平均的にといふ意味である。そして平均とは元來事物の正常的狀態を指すに外ならないから、從て右貿易額の正常的發展狀態は上昇的だと言つてよい事になる。そして個々の計數は、その時々の事情によつてこの正常狀態の或ひは上に或ひは下に在る譯で、換言すれば右正常狀態はその時々の計數が高いか低いかを決定とする比較基準となるものである。この

各時についての正常狀態又は比較基準を時系列の全期について求めたもの、即ち各正常値の連續を傾向線と見るのである。統計技術の近代の目覺しい發達は、次節に述ぶるが如き幾多の算出法を齎した。本稿の目的は斯かる統計的數學的傾向線が果してよく眞の正常線たる性質を有するや否やを檢討するに在るのである。

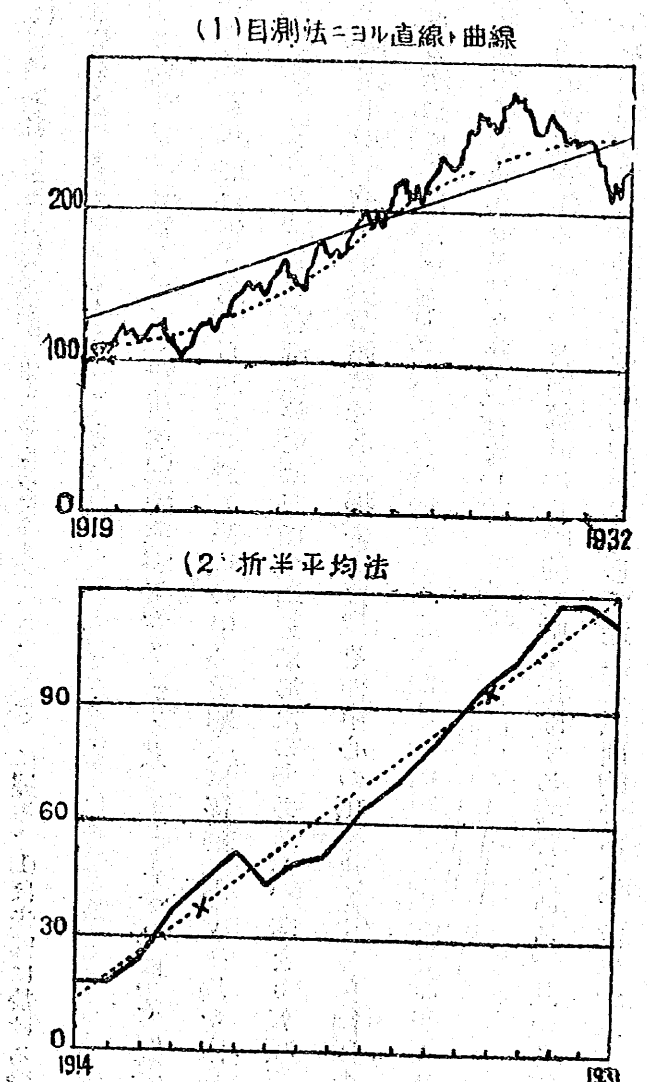
二

傾向値算出に關する統計技術は極めて複雜多岐に亘り、本稿に於ては深くこれに立入るを得ない。以下記すところのものは、最も普通に用ひらるゝ方法を、最も簡略に概述したに過ぎない。

（a）目測法（Freehand Method）　最も簡單な傾向線の求め方は、時系列グラフを一覽し、目測によつて平均線と認められる直線又は曲線を描くことである（圖一、參照）。即ちこの方法によれば、當事者の目測如何に從て多種多樣の傾向線が描かれる譯けで、一切の方法を通じて最も主觀的判斷に左右されるものである。殆ど總ての統計學教科書に於て、目測法を以て最も不完全な方法として取扱はれてゐるのは右の理由による。併しこの方法によつて巧に描かれた傾向線は複雜な數學曲線と極めて類似するのみか、時には後者よりもより合理的と思はれる場合がありうるのである。主觀的判斷が傾向線の形を決定するのは凡ての方法に共通なのであつて、目測法だけの蒙るべき非難ではない。

（b）折半平均法（Semi-average Method）　右の目測法と共に最も簡單な方法に數へられるものに折半平均法がある。これによれば與へられた全期間を二等分し、先ず前半期の各項の算術平均を求めこれを前半期の中央の坐標點とする。同樣にして後半期の中央の坐標點を求め、この二ケの坐標點を通る直線を引けばよいのである。この方法は甚だ機械的で、個人的判斷の働く餘地は全くない。故に二ケの坐標點が各半期の適當な代表値たる場合には、これによつて適當な傾向線が求められる譯けである。然るに算術平均の本質上、若し系列中に變則的に大きな又は小さな項がある場合には、適當な代表値たる資格を失ふ。即ちこの方法は不規則的變動の大なる系列については安じて適用し得られないのである。

第一圖



（註）次の圖一は H. Arkin and R. Colton, Statistical Methods, 1934 p. 45 に據る。(1)は米國に於ける發電量（單位百萬キロワット時）(2)は同じく紙卷煙草消費量（單位十億本）を示す。

（c）移動平均法　一系列の一項を u_n、その前後の隣接項を各々 u_{n-1} 及 u_{n+1} とすれば、その算術平均 $\frac{1}{3}(u_{n-1}+u_n+u_{n+1})$ は中央項 u_n の正常値と認められる。斯く平均の中心を順次に移動しつゝ平均を求めることを平均移動法（Moving average method）と呼ぶ。右例に於ては三項平均を求めたのであるが、素より五項平均でも九項平均でも差支へはない。唯だ平均すべき項數が偶數である場合には、その中心の項を決定するに困難を感ずるが、併しそれとて適當な修正方法が無くはない（註）。

註、移動平均の隣接二項を更に平均せる値を求めればよい。

移動平均が最も有効に適用されるのは、月別統計から季節變動を排除する場合である。凡ゆる經濟的變動の內で季節變動、即ち一年を周期とする運動は他の運動形態に比して遙かに規則的である。故に十二ケ月移動平均を採れば、各計算毎に一年間の季節變動が平均され、從て結果に於てこの變動は全く或ひは大部分除去される筈である。この事は循環運動の除去に於ても原則的には同樣である。即ち循環運動が規則的であれば、その周期に等しい期間の移動平均を行へばよい事になる。例へば循環運動が三年の周期を持つならば三年移動平均を行ふべく五年の周期を持つならば、五年移動平均を行ふべきである。勿論周期の倍數ならば結果は同じである。前例に於て三年の代りに六年九年を採り、五年の代りに十年十五年を採るが如き是である。假設的例を以て示せば次の如くである（Mills. Statistical Methods, 1929 p. 264）。

年次	原系列	五年平均	十年平均
1	2		
2	9		
3	14	$12^{1}/_{5}$	
4	19	$15^{1}/_{5}$	
5	17	$18^{1}/_{5}$	
6	17	$21^{1}/_{5}$	$21^{1}/_{5}$
7	24	$24^{1}/_{5}$	$24^{1}/_{5}$
8	29	$27^{1}/_{5}$	$27^{1}/_{5}$
9	34	$30^{1}/_{5}$	$30^{1}/_{5}$
10	32	$33^{1}/_{5}$	$33^{1}/_{5}$
11	32	$36^{1}/_{5}$	$36^{1}/_{5}$
12	39	$39^{1}/_{5}$	$39^{1}/_{5}$
13	44	$42^{1}/_{5}$	$42^{1}/_{5}$
14	49	$45^{1}/_{5}$	$45^{1}/_{5}$
15	47	$48^{1}/_{5}$	$48^{1}/_{5}$
16	47	$51^{1}/_{5}$	
17	54	$54^{1}/_{5}$	
18	59	$57^{1}/_{5}$	
19	64		
20	62		

斯く循環運動が完全に除去されゝば、移動平均の結果は正常値即ち傾向値を極めて適切に現はす。右例に於ては直線傾向値が得られる。併し事實に於て斯く正規的な循環運動は、少くとも經濟的現象に關してはあり得ない。從て實際の場合には異る周期の平均（又はその倍數）に出來るだけ近い期間を選ぶ必要がある。

移動平均法は系列中の循環運動の性質からその妥當性が決定される。即ち循環運動が全く規則的なるとき、換言すれば周期も強度も常に等しく、且つその上下運動が全く對稱的なるときには、その周期に等しい項の又はその倍數の移動平均は循環運動を全然排除することが出來、從て合理的な直線的傾向運動を示すことが出來るのである（註）。

（註）Mills, ibid. p. 264. Table 64 參照。

併し經濟系列に於ける循環運動には斯かる條件は具はらないのが普通で、實際循環運動は時の經過と共に絶えずその周期、强度及び對稱性に於て多少の相違を示すものである。斯かる場合には出來る限り各周期の平均に等しい項數を取て移動平均を算出するのであるが、結果の中に多少の循環運動の殘存するを避け得ない。この場合、若し移動平均の項數を常に變化せしめ、その時々の循環運動に一致するが如き可動的方法を採れば、勿論より平滑な傾向線が得られるが、併し强度の相違は當然傾向運動を歪めざるを得ない(註一)。又時には系列の各項に異る重さ(weight)を附する事によつて平滑な移動平均を求めんとする場合がある。これは加重移動平均又は累進平均(Progressive mean)と名づけられ、重さとしては普通は二項式の展開の係數が用ひられる(註二)。例へば五項の平均には一、四、六、四、一の重みが與へられるが如き是である。併し他の重さの分配方法も無限に考へ得られる譯けで、從てこの點から丈けでも、各人の主觀が大なる役割を演ずることが判る。要するに循環運動の一定せざる限り、移動平均による傾向線は多少とも不規則な形態を示し、一定の方向を求める事は不可能である。

(註一) Kuznets, Wesen und Bedeutung des Trends, 19 S. 7.

(註二) Mills, ibid. p. 241.

傾向線算出の目的が統計的豫測に關聯せる場合には、移動平均法は一層無力となる。蓋しこの方法の本質上、全項に對する平均は求められないからである。例へば五年平均の移動平均では前後の合計四ケ年に對する平均値は現はれて來ない。故に豫測の如く、特に最近までの經濟狀態を利用せねばならぬ場合に、二年とか三年とか前までの傾向線しか求め得ないのは、明かに重大な缺陷と認められねばならぬ。移動平均に於ては、平均すべき項數を增加すればするほど平滑な結果が得られるのであるが、これと同時に右の缺陷が益々大きくなる。この矛盾は移動平均に於ける最も困難な問題である。故に例へばハーバード研究所に就て見ても、この方法は採用されてゐない(註一)。Gater は「この方法は豫測に對しては何等の價値も持たぬ。豫測を目的として統計系列を處理する場合に、この方法は使用し得べからざるものである」とまで言つてゐる。

(註一) 一九〇三年乃至十四年の五曲線バロメーター(拙稿、ハーバード・バロメーターの內容の變遷、參照)に於て十二ケ月移動平均が採用されてゐる。併し斯かる短期について傾向線を求むる事は素より不可能である。即ちこれは單なる平滑化の手段と認むべきである。

(註二) Gater, ibid. S. 21.

(d)遞差法(Difference Method)　時間的に經過する現象の消長をその直前の時期との比較に於て決定するならば、後者は前者の基準であり、從て正常値と認められる。例へば今年度の貿易額が昨年のそれよりも幾何だけ增加したか減少したかを云々する場合には、昨年度の貿易額が今年度のそれの基準となるが如き是である。この種の見方は意識的に又は無意識的に極めて擴つてゐるであらう。遞差法とはこの概念を系列の各項に連續的に援用したものである。今、5、8、10、15、23なる系列を假定する。この場合各項のその直前項との差は3、2、5、8で、これを第一差(first differences)と呼び、Δ^1なる記號を以て示される。普通に遞差法とはこの第一差を指す。時系列

の解析にこの方法を用ふる目的は、傾向線を算出するに非ずして寧ろ傾向線を排除し以て循環運動を抽出せんとするに在る。如何なる條件の下に於てこの目的が果されるか。

遞差法は前に述べた通り、變動の程度が常にその直前の時期（年、月、週等）との差によつて示されると解釋するもので、全系列の平均線を以て比較基準即ち正常値と認める他の方法とは極めて大なる相違がある。この方法の目的とするところは發展傾向の算出ではなく寧ろ排除である。然らば如何なる條件の下に於てこの目的が達せられるかといへば、當該系列の全體的發展傾向が算術的又は對數的直線の場合に限られるのである。何となれば若しその發展傾向が著しく灣局せる場合には、各時點に於ける第一差は當然その內部に多少の傾向値を殘存し、從て各自多少とも異れる性質を有するからである。換言すればこの方法を適用する場合には、常に發展傾向は直線と假定せねばならないのである。然るに事實この假定の認容せられる場合は全體の一部でしかないから、それだけこの方法の範圍は限定される譯である(註)。

（註）Kuznets, ibid. S. 12-3.

（e）數學曲線の當嵌　(1)數學的說明。傾向値算出法に於て最も重要であり從て最も廣く利用されるものは數學的曲線の當箝め（Curve-fitting）即ち數學的函數形式である。當系列の解析に於て一般に使用されるのは直線又は一次拋物線の如き單純な形態であるが、併し多少とも複雜な解析を必要とする場合には更に高次の拋物線、ロジスティック曲線又はゴムペルツ曲線の如きが當然必要となるであらう。本稿の目的は時系列解析に於ける傾向線の意義を明かにするにあり、從てその數學的意義及び手續は本稿の目的ではないが、併し一應その構成を記述することは、前者の理解をより容易ならしめる爲に必要と思はれる。

今、自變數 $X_1 X_2 \cdots\cdots X_n$ に對する可變數を $Y_1 Y_2 \cdots\cdots Y_n$ とすれば、後者に出來る限り近似的な曲線を示す式、即ち

$$y = f(x, a, b, \cdots\cdots)$$

を求むることを曲線の當箝と言ふ。この場合、第一に問題となるのは、如何なる函數の形が最も適當なるかを決定することであり、第二には $x_1 x_2 \cdots\cdots x_n$ の値に對する計算値 $y_1 y_2 \cdots\cdots y_n$ を $Y_1 Y_2 \cdots\cdots Y_n$ に最も近接せしむるやう係數 a b……を決定することである。第一の問題は要するに曲線の形を直線とすべきか、又は拋物線とすべきか、或ひはより複雜な曲線とすべきかといふ事である。以下、最も簡單な直線形から說明しやう。

略々直線形に數ケの點が平面上に散在してゐる場合、これら諸點に最も近接せる直線 $y=a+bx$ は、最小自乘法（The theory of least squares）に從て決定される。即ち與へられた諸點と、求められた直線との偏差 $y_1-(a+bx_1)$, $y_2-(a+bx_2)$, ……$y_n-(a+bx_n)$ の自乘の總和を最も小ならしめればよいのである。即ち總和をSとすれば

$$S=y_1-[(a+bx_1)]^2+[y_2-(a+bx_2)]^2\cdots\cdots+[y_n-(a+bx_n)]^2$$

を最小ならしめるやう未知の係數 a_1 b_1 を決定する爲に $\frac{\partial s}{\partial a}=0$　$\frac{\partial s}{\partial b}=0$ ならしめればよい、然るに

$$\frac{1}{2}\frac{\partial s}{\partial a}=\Sigma[Y_i-(a+bx_i)]=\Sigma Y_i-na-b\Sigma x_i$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial s}{\partial b}=\Sigma[Y_i-(a+bx_i)]x_i=\Sigma x_iY_i-a\Sigma x_i-b\Sigma x_i^2$$

であるから

$$na+b\Sigma x_i=\Sigma Y_i$$
$$a\Sigma x_i+b\Sigma x_i^2=\Sigma x_iY_i$$

の聯立方程式を解く事によつてa及びbの値が求められる。（註）

（註）時系列に於ては $x_1\ x_2 \ldots\ x_n$ は時（年、月等）を示す。今、全期間の中央を原點とすれば $\Sigma x_i=0$ となるから、上式は

$$na=\Sigma Y_i,\qquad b\Sigma x_i^2=\Sigma x_i Y_i$$

となり、計算が甚だ簡單となる。

若し原數値を一旦對數に換算し、それに對して直線を當嵌めれば所謂「複利線」が得られる。その解方は原則的には上記の直線の場合と同様で、即ち

$$na+b\Sigma x_i^2=\Sigma(x_i\log Y_i)$$
$$a\Sigma x_i+b\Sigma x_i^2=\Sigma(x_i\log Y_i)$$

なる聯立方程式からa及びbが求められる。

二次抛物線 $y=a+bx+cx^2$ も亦最小自乘法によつて各係數 a、b、c、が決定される。その方程式は

$$na+b\Sigma x_i+c\Sigma x^2=\Sigma Y_i$$
$$a\Sigma x_i+b\Sigma x_i^2+c\Sigma x_i^3=\Sigma x_iY_i$$
$$a\Sigma x_i^2+b\Sigma x_i^3+c\Sigma x_i^4=\Sigma x_i^2Y_i$$

であり、原點を期間の中點に取れば、直線の場合に於けると同じく、可成り簡單なものになる。蓋し $\Sigma x_i=0$。$\Sigma x_i^3=0$。なるを以てゞある。

猶ほ抛物線も、原數値を對數に換算したものについて當嵌める事は勿論出來る。經濟系列について傾向値を算出する場合には、この方法は極めて効果的である（註）

（註）Brown, Laboratory Handbook of Statistical Methods, p. 160.

三次抛物線 $y=a+bx+cx^2+dx^3$ も亦右と同様に聯立方程式

$$na+b\Sigma x_i+c\Sigma x_i^2+d\Sigma x_i^3=\Sigma Y_i$$
$$a\Sigma x_i+b\Sigma x_i^2+c\Sigma x_i^3+d\Sigma x_i^4=\Sigma x_iY_i$$
$$a\Sigma x_i^2+b\Sigma x_i^3+c\Sigma x_i^4+d\Sigma x^5=\Sigma x_i^2Y_i$$
$$a\Sigma x_i^3+b\Sigma x_i^4+c\Sigma x_i^5+d\Sigma x_i^6=\Sigma x_i^3Y_i$$

を解いて得られる、（註）

（註）最小自乘法の數學的說明は Rietz-Baur, Handbook of Mathematical Statistics 第五章に詳し。

い、より高次の拋物線は少くとも時系列の解析に於ては一般には用ひられてゐない。最近では寧ろゴムペルツ曲線及びロジスティク曲線の如きものが利用されてゐる。ゴムペルツ曲線 $y=ab^{c^x}$ は對數形の曲線方程式から最も容易に取扱はれる。その方程式 $\log y=\log a+c^x\times\log b$ に於て $\log a$ は曲線の最頂點を示し、該曲線はこの點まで漸次に近づいて、この點を越えては進まないのである。c^x 及び d は個々の傾向値の算出に於て右頂點から差引かれる量を示す。即ち常に負の性質を持つものである。常數 c は各點に於て頂點より差引かれる量を支配する。c は x 驀迄引上げられ、且つ x が增加するに從て差引量は漸減するから、c は一よりも小なるべき筈である。實驗的には〇・八乃至〇、九附近の値を持つ。

この曲線を當嵌めるには先ず全項を三群に分ち、各群に對する觀察値の合計を求め順次 S_1 S_2 S_3 とすれば、a、b、c を求める聯立方程式は次の如くとなる（n は各群に含まれる項數）

$$c^n=\frac{S_3-S_2}{S_2-S_1}$$

$$\log b=(S_2-S_1)\frac{c-1}{(c^n-1)^2}$$

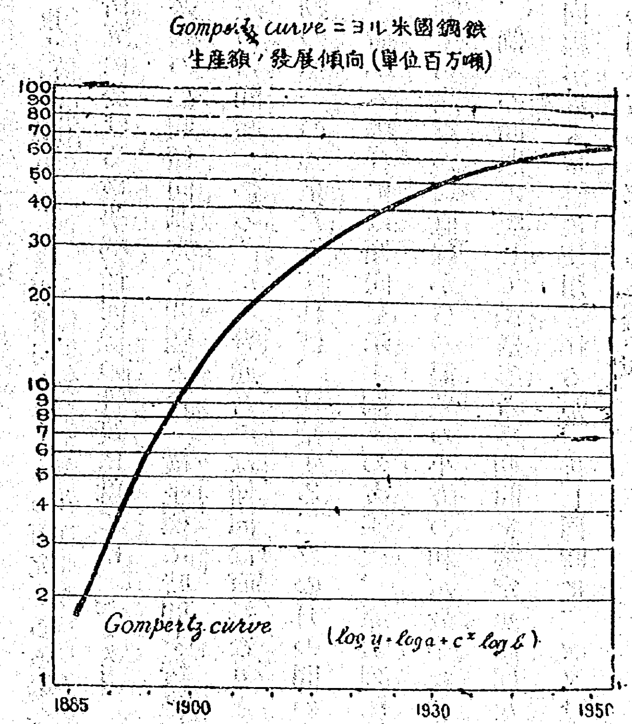
$$\log a=\frac{1}{n}\left(S_1-\frac{c^n-1}{c-1}\log b\right)$$

該曲線は元來、人口增加には一定の一般成長法則があり、同じ成長法則は或る產業の產額が人口增加と直接函數關係に立つ場合、斯かる產業に適用されると言ふのである（註）

（註）Mills, F. C.—Statistical Methods, p. 297 Brown—ibid. p. 160-161

例へば米國鋼鐵生產額について該曲線を當嵌めれば二圖の如くなる（Brown, p. 153）

第二圖



（註）ゴムペルツ曲線に似た他の一曲線が Raymond Pearl 及 Lowell Reed よつて發表されてゐる。$y=d+\frac{b}{1-ax+c}$ なる方程式を有し、將來人口の豫測に用ひられるものであるが、經濟系列にも適用される場合がある。Pearl-Reed, Predicted Growth of Population of New York and its Environs. 1923. Mills, ibid. p. 297

右のゴムペルツ曲線に於ては絕對增加分と、到達せる高さ及び極限値の乘積との比は對數的であるが、これを更に簡單に算術的にしたものが Harmonic Logistic Curve $\left(y=\frac{L}{1+e^{a-bx}}\right)$ である。（L は極限値、x は時、y は被變數

を示す）。その曲線形はゴムペルツ曲線のそれと類似せるものである（註）。

（註）Kuznets, ibid. S. 30 參照。

(2) 數學的曲線の性質。數學的曲線の當嵌には既述の如く、最も簡單な直線形から極めて複雜な曲線形まで各種の階段があるが、是等は何れも一定の條件の下に於てのみ妥當性を有するもので、決してその何れを選ぶも自由であるとは言へない。併し極めて概括的に言へば、時系列解析の目的が景氣研究にある場合には、主として簡單な曲線形に限られ、反之目的が現象の長期傾向そのものの研究にある場合には多くの場合複雜な曲線が選ばれるのである。

景氣變動研究に於ける數學的傾向線の性質に就ては、Persons の次の言がよくその一般を表明してゐるやうに思はれる。「時系列の長期傾向測定の問題とは、横坐標に時間を縱坐標に項を記す事によつて得られるグラフに直線又は曲線を當嵌める問題である。……普通吾々は傾向は直線なりと假定してよい。換言すれば、若し傾向だけが系列に於ける變動の唯一の源泉だとすれば、連續する二ツの月の間の數値の實際の差は、嚴密に恒常的 constant だと假定してよい。斯かる場合には傾向を示す個々の直線は、原數列に最もよく適合する直線であり、その適合の標準は原數列に照應する諸點の該直線からの偏差の平方の和が最小なるべしといふ事である。……將來の傾向を測定するに當つては、個々の問題に應じて函數形及び期間を選定せねばならぬ」。（註一）。事實ハーバード研究所に於ては斯かる直線的傾向線が最も頻繁に使用されるが、併し同時に二次又は三次の拋物線も用ひられる事があり、極めて稀には幾何曲線の用ひられる事もある（註二）。

（註一）Persons, Correlation of Time Series. pp. 721-2.

（註二）Anderson, ibid. S. 22.

然るに時系列解析を景氣研究と關聯せしめず、該系列の長期傾向自身に關聯せしむるときは、如上の簡單な直線は極めて多くの場合に適用されず、主としてより複雜な曲線が採用される。例へば長期に亘る一國口人の發展を、從てその將來の豫測を問題とするときの如き、研究の程度の進むに從て益々複雜な曲線が當嵌められる。この事は凡ゆる經濟系列に就ても同樣だと言へるのである。

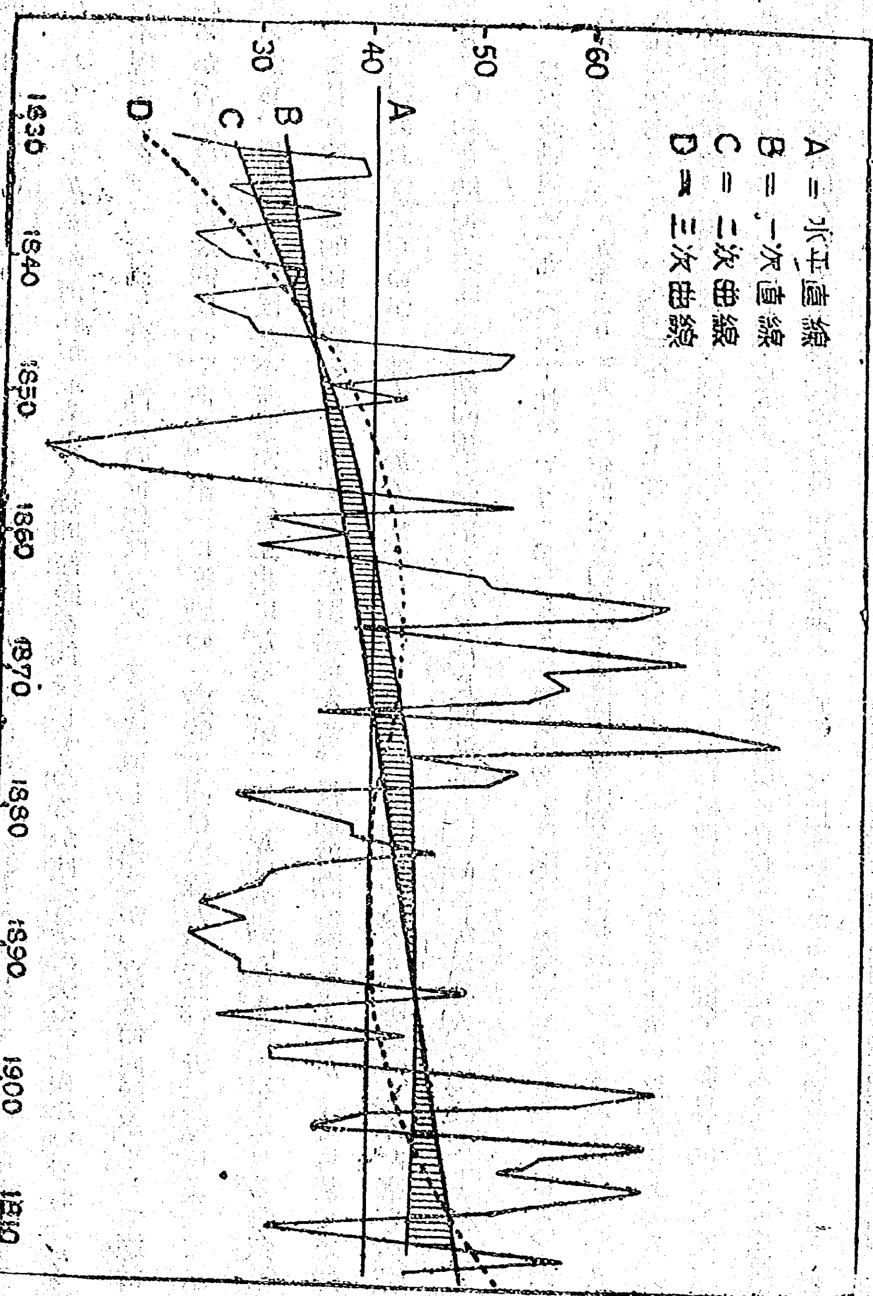
この相違は畢竟計算期間の長短に基くと思はれる。景氣研究に於ける――就中景氣豫測に於ける對象は、極めて近い過去から現在までの短期間の變動である。故に斯かる短期間内に就ては如何なる曲線形も直線と大なる相違を示さないであらう。恰も圓周の一小部を採れば直線と大差のないと同じである。即ち斯かる場合には當然曲線を用ふべき代りに直線を用ひても、その誤差は比較的に小さいのである。斯くて一般的に「連續する二ツの月の間の數値の差」は恒常的と認めてよい事になる。

然るに一系列の長期傾向そのものを求めんとする場合には、その及ぶ期間は當然遙かに長い筈である。從て假令一般的にすら、傾向線は直線なりと假定する事は許されない。蓋し當嵌められる曲線の形態如何は、直ちに結論に重大なる影響を與へるからである。例へば一國人口增加を示す系列に直線が當嵌められた場合には、當然の結論として年々の增加は原則的には絕對數に於て相等しい、換言すれば年々の增加率は遞減するといふ事になる。併し、

若しこの場合、同じ材料について複利線が當嵌められたとすれば、大體年々の増加率は相等しい、換言すれば増加の絶對數は年々増大するといふ異つた結論に到達する。同一材料について斯く異つた曲線を當嵌める事は、數學的には全く自由であるが、併しそれより生ずる結論は全く別箇のものである。前例に於て、二つの傾向線に立脚する二つの將來人口の大さは、極めて近い將來に就ては大差はないが、比較的遠い將來に就ては全く別趣の數字を示すであらう。この意味に於て、時系列に於ける傾向線の算出は、傾向そのものを對象とする場合に最も困難な問題となる譯である。併し斯く困難に多少の程度はあつても困難の種類に於ては毫も異るところはないのである。即ち問題は第一には當嵌むべき曲線の形態を如何に選ぶべきかであり、第二には更に進んで、各種の曲線當嵌の基礎たる最小自乘法そのものゝ論理的妥當性如何を檢討する事である。

第一に、統計的傾向線の當嵌は一定の理論的前提によつて行はれるものではなく、全く經驗的方法に據るべきものであるから、原料のグラフそのものゝ形態が傾向線の形態を暗示せねばならぬ。故に若しグラフに不規則的及び循環的運動少く、且つ全體的に直線を以て進んでゐる場合には、直線傾向線を當嵌める外に方法はない。然るにグラフが不規則な運動形態を示す場合には、直線を當嵌むべきか、叉曲線を當嵌むべしとしても如何なる形態の曲線を採るべきかの問題が起つて來る。嚴密に言へばこの選擇に於ては一定の原則的標準は存在しないのである。

第三圖

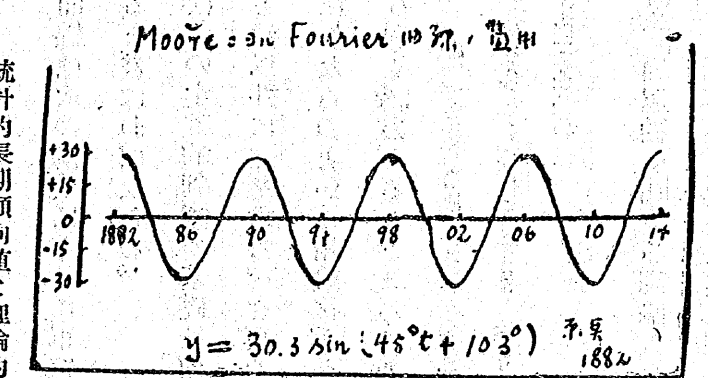


右の圖三は一八三〇年より一九一〇年に至るまでの八十年間の佛國葡萄産額に就て直線、二次及び三次の傾向線を示したものであるが、その何れが最もよく長期傾向を代表してゐるかは容易に決定し得ないであらう。言ふ迄もなく斯かる不規則なグラフに就ては、高次の曲線ほどグラフに近似して來るが、高次傾向線が果して適當な傾向値と認められるか否かは甚だ疑問なのである。第一に運動の一般的方向は直線乃至直線に近い線によつて示されるほど明瞭であるから、複雜な曲線ほど不適當だと言ふ事になる。第二に「長期波動」なる數十年に亘る景氣循環の認められる以上、これと非直線的傾向線とを區別する事が困難になる。長期波動の發見（註一）が一方に於て未知の分野を開拓した効果は認めねばならぬが、他方に於て從來吾人の有する長期傾向の概念を困惑せしめた事も亦疑へないのである。Gater の如きは「高次曲線を傾向線と認めるか又は長期波動と認めるかは各人の趣味だ」と極言してゐる（註二）

（註一）　長期波動説は一九一三年丁抹の J. van Gelderen に創り、S. de Wolff を經て Kondratieff によつて完成したと認められる。彼は一七八九年より一九二〇年に至る約百三十年間の英國卸賣物價指數につき、一七八九年—一八一四年上昇、一八四九年まで下降、一八七三年まで上昇、一八九六年まで下降、一九二〇年まで上昇の波動を發見した。彼はこれと類似の波動を幾多の系列に發見し（佛國の棉花消費高、米國の羊毛及び砂糖生産高等に就ては發見し得ず）、西半球に於ては十八世紀末以降二ヶ半の、即ち平均五十年乃至六十年に至る長期波動の存在を證明したのである。その發生原因に關しては未だ充分な説明はないが、大體に於て金供給量の變動と一致する事は認められるやうである。Kondratieff, Die langen Wellen der Konjunktur (Archiv f. Sozialw. u. Sozialp. 1926.) Woytinsky, Das Rätsel der langen Wellen. (Schmollers Jb. 1931) Mitchell, Business Cycles, Chap. III. Sec. III.

（註二）　Gater, ibid. S. 32.

斯くて極めて複雜な曲線、例へばサイン曲線、コサイン曲線乃至フーリエ曲線の如きは、事實時系列の解析に適用されても、その目的は少くとも長期傾向の算出ではない。Moore はフーリエ曲線の當嵌によつて景氣循環の平均的周期を求めんとしてゐるのである。彼の名著 Generating Economic Cycles, 1923 は畢竟この方法によつて各種經濟現象の循環運動の同一性を確認せんとするものである（註）



（註）　彼は經濟現象及び氣象現象に關する各系列の循環運動にフーリエ曲線を適用した結果、兩者の循環周期は八ヶ年なるを發見し、同樣八ヶ年の運動周期を有する金星の運行に景氣變動の窮極原因を見出したと信じたのである。一例として原料品生産額への適用を示せば上圖の如し。Generating Econ. Cycles. p. 33. 猶ほ斯かる曲線の詳細に就ては W. Hahn, Die statistische Analyse der Konjunkturschwingungen, 1929. S.S. 169-174 參照。

グラフに當嵌めらるゝ數學的曲線の形態に一定の正確な標準の存在しない事は、同一のグラフに同時に數ヶの曲線が當嵌められる事を意味する。この場合、その何れも數學的には合理的なるを得るのである。これは恰も同一數列について各種の平均が求められるのと類似してゐる。そして傾向線選擇の標準は、畢竟各人の主觀的判斷に外ならない。

數學的曲線はその構成は確かに正確嚴密ではあるが、その論理的妥當性は出發點たる主觀的判斷の當否によつて決定されると言はねばならぬ。

然らばこの主觀的判斷の基礎は何處に求められるか。既にグラフの形態そのものが之を決定し得ないといふ事は、經驗的方法以外に之を求むべき事を暗示するものである。換言すれば斯かる判斷の基礎は、當該系列の運動に關する理論に外ならぬといふ結論に導かれざるを得ない（註）。理論なき統計的研究の無効なきこと、否その不可能なことは、今日遍く認めらるゝところであるが、この事は單に傾向線算出だけからも容易に認められるのである。

（註）H. Peter—Grenzen der Statistik in der Konjunkturforschung, 1930
E. Altschul—Die moderne Konjunkturforschung in ihrer Beziehung zur theoretischen Nationalökonomie (Schr. d. V. f. Sozialpolitik)

然し經濟的運動に關する理論は今猶ほ極めて素朴な階段に在る。社會現象のうち人口の運動形態は最も古くから研究され、從てその發展樣態に關する理論は精致を極めてゐるけれど、而も絕對に信頼しうる人口發展の傾向線は求め難い。從來發展せしめられた最も合理的と思はれる前掲 logistic curve 就中 Pearl-Reed curve に就て之を證明しやう。

人口增加に一定の極限のあるべきこと、即ち人口は一定の飽和點を有するであらうことは容易に想像されるところである。吾國に就ても德川時代に既に人口は二千七八百萬人の附近に於て停滯狀態を續けた事は人の知るところである。森田優三氏は崇峻二年より嘉永五年に至る千二百六十一年間の人口につき logistic curve を適用し、計算人口と實際人口との非常な近似を示してゐる（註一）、然るにこの方法は明治以後の人口に就ては全く當嵌まらない。蓋し吾國は明治維新を期として新たなる發展階段に進んだからである。右の方法が合理的に適用される爲には、「人口は初め底軸（時間）に沿て徐々に增加し、次第に增加速度を增して遂に變曲點に達し、爾後は次第に速度を減じて終に飽和點に漸近する」事が前提である。然るに最近人口增加率が減少し來つたと認むべき充分の理由はない。故に如上の曲線を當嵌めて將來到達すべき飽和點を算出する爲には、今後の增加率の漸減を假定せねばならぬ。上田貞次郎氏は「本邦の婦人の出產力は減退し……人口は八千萬程度で停止するであらう」と言ひ、その時期は今後二十年前後と見てゐる（註二）。その當否は別として、少くとも此種の假定なくしては、本邦人口に對し近い將來に飽和點に到達する曲線を當嵌める事は不可能である。

（註一）森田優三、人口增加に關する Logistic Law の概要（日本人口問題研究、第三輯）
（註二）上田貞次郎、日本人口の將來（同前）
（註三）Kuznets は米、獨、英、白、佛の諸國の約五十の經濟系列（平均約六十年に亘る各種產業の發展的系列）に就き logistic curve 又は Gompertz curve の當嵌められる事を發見してゐる。この場合、人口の場合と同じく「一國內の各經濟部門は一定の限界に向て進むもので、早かれ遲かれその增加は緩慢となる」との理論的前提があるのである Wesen und Bedeutung des Trends, S. 27-29.

第二の命題たる、最小自乘法の統計的時系列解析に於ける限界の問題は畢竟數理統計學の本質そのものに關する

哲學的考案に外ならない。蓋し最小自乘法は蓋然理論に立脚するものであり、同時に數理統計そのものも亦同じ理論を基礎とするからであるが、蓋然理論は單なる數學的問題に非ずして一ケの哲學的問題である(註一)。故に最小自乘法の基本問題は概略的に記述する事甚だ困難である。併し本稿の主題に關する限りに於ては Anderson の批判を要約せる豐崎稔氏の次の一節を以て略々充分と思はれる。これはハーバード研究所の方法に對する批判としてゞあるが、「勿論經濟現象の時系列解析に於ける凡ての場合に妥當するものである。ハーバード研究所は景氣指數の算出に際し、先ず長期傾向値を算出してゐるが、これは確率論の應用に關する最小自乘法を適用してゐるのである。然るに最小自乘法は誤差の確率法則從つて又その適用せられる對象の構成が確率定理の前提即ちその對象が at random に選ばれ、それぞれ獨立事象である事を必要とする。而して……認識の客觀性の問題を考へず、技術的正確性について見るも、若し上の假定が充されざれば到底正確なる長期傾向値は算出されない事になるのである。所が景氣現象は歷史的被制限現象であり、從つて at random に選ばれた現象でなく、その現象相互間に獨立の關係のない事から、到底最小自乘法を適用しても、それは正確なる長期傾向値を示し得ない事になると考へられるのである」(註二)。氏は更に認識の客觀性の問題に言及し、與へられた統計的對象(系列値)がその對象の一般の Sample なるや否やは決定されないから、假令技術的正確性は得たところで、認識論的客觀性は得られざるを論じてゐる(註三)。

(註一) Anderson—Zur Problematik S. 24 ff.
〃 —Die Korrelationsrechnung in der Konjunkturforschung S. 47 ff.
Peter—Grenzen der Statistik, S. 25 ff.
Kühne—Exakte Nationalökonomie, 1934, S. 182 ff.
Marbe—Grundfragen der angewandten Wahrscheinlichkeitsrechnung und Theoretischen Statistik, 1934
Czuber—Die philosophischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1923.
R. v. Mises—Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit, 1928
(註二) 豐崎稔、景氣豫測法研究、一三二頁
(註三) 同、一三七頁以下

(f)景氣研究に於ける特殊の傾向線。傾向線を決定する爲には、如上の如何なる方法によるも、相當長期に亘る材料を必要とする。然るに極めて短期間の材料しか具はつて居らぬ場合に、猶ほ傾向線の算出を必要とする場合が起り得る。例へばハーバード研究所が大戰直後統計的豫測を行はんとした際の如き、戰爭によつて惹起された巨大な經濟的變動は、戰前及び戰時の計數を戰後の狀態と殆ど比較するを許さゞる程度であつたから、從て戰爭終了後の極めて僅少な時期について統計的解析を行ふ外になかつた。換言すれば戰前の傾向線を戰後にそのまゝ延長する事が出來なくなつたのである。斯かる事情の下に於て、合理的な傾向線を算出し、よつて循環運動を求めんとするのは素より困難たるを免れぬが、Persons は二三の非常手段を考案してこの困難を克服せんと試みたのである。一は關係系列の方法(related statistical series)の方法であり、他の一は水平線の方法である。

(1)關係系列の方法。一九二三年のハーバード指標の商況線(B線)の一系列は景氣に敏感な十種商品價格指數である

（註二）。然るに同じ經濟現象に關する系列に一般物價指數、即ちブラドストリート社指數がある。この兩者は當然類似の運動を示す筈であり、異るのは單に前後は後者より運動强度が大きいといふ點だけである。Persons はこの事實に着目し、前者の後者からの偏差を以て循環運動を示すもの、換言すれば後者を以て前者の正常値と考へたのである。同じ指標の金融線（C線）を構成する二系列、即ち六〇—九〇日手形利率と四—六月手形利率に就ても同樣に、十種鐵道社債利率を示す系列が正常値と認められてゐる（註二）。併しこれは素より本來の傾向値と認むべきものではない。Persons 自らこれを基線と呼び、傾向線とは言つて居らぬ。

（註一）拙稿「ハーバード・バロメーターの內容の變遷」二七頁參照。關係系列はそのまゝでは基線とならぬ。蓋し兩系列の高さが異るからである。是を修正する爲に、「ブ社物價指數」は一六・五四倍され、「十種鐵道利廻」はそれぞれ〇・五％及び〇・七五％だけ高められた。—右拙稿參照。

A系列の正常値としてB系列を採用する方法には次の如き假定が必要である。即ちB系列によつて示される變動要因は、A系列の連續的（即ち循環運動に妨げられざる）基本運動を決定するといふ事之である。この假定は價格現象に於ては可成り廣く認められるやうである。Cassel が物價水準の傾向値として相對的金供給量を適用したるが如きはこの適例である（註）。

（註）Kuznets, ibid. S. 11.

右例に於て、金供給量と物價との間に密接な關係のあることは、必ずしも貨幣數量說を全幅的に承認せずとも理論的に認め得るところであらう。關係系列法適用の第一要件は斯かる理論的關係の認識である。單に二系列間の循環運動の周期が同一だといふ理由だけで、一方（强度の弱きもの）を他方（强度の强きもの）の基準と爲すが如きは、全然形式的算法で、實質的な合理性は全く缺如するものである。既に述べたハーバード研究所の實例に於ても、この原則は明かに認められる。

併し假令この關係が認められても、若し正常値と爲すべきB系列にも大なる循環運動の含まれてゐる場合にはこの方法は不適當となる。換言すればこの方法が許容される爲には、B系列に對して傾向値算出の必要を認めない程度にその循環運動が微少なるを條件とする。然ざる限りは、A系列の正常値即ちB系列そのものゝ中に猶ほ可成りの循環運動が包含される譯けで、斯かる不純物を他系列の傾向値と認むることの不合理なるは言ふ迄もないのである。この點から見れば、ハーバード研究所の實例は必ずしも適當とは言ひ難い。例へば一般物價指數を以て「景氣に敏感な十種商品價格指數」の傾向値と爲す場合、前者が後者よりも微弱な循環運動を示す事は認められても、この事は必ずしも前者の循環運動が微弱だといふ證據にはならぬ。一般物價指數が、それ自身の傾向値を算出する必要ある程度の循環運動を含むことは、何人と雖も否定し難い。少くともハーバード指標に關する限り、この方法は極めて粗雜な結果しか齎し得ない事を認めざるを得ない。併し若し如上の缺陷が合理的に克服されたとすれば、この方法には意外な長所のある事を忘れてはならぬ。即ち數學的曲線當嵌は、假令曲線の種類は同一なりとしても、計算期間の多少によつて甚だ異る曲線形態を結果するものであるが、この方法に於ては、二系列の循環周期の一致が

繼續する限りは、期間の長短によつて妨害される恐れがないのである。併し循環周期が一致せざるに至れば、換言すれば兩者の間に時差（lag）を生ずるに至れば、この方法の基本原理が失はれた譯である。

(2)水平線の方法。この方法も亦前者と同じく嚴格な數學的傾向線を求むるに充分の期間のない場合の便法であつて、且つ前記の方法を用ふるに充分適當なる關係系列のない時に利用されたのである。前記指標の投機線（A線）を構成する二系列、紐育市内手形振出高及び Dow Jones 工業株價指數について見るに、其はる材料は前者に於ては一九一九年以降一九二三年三月迄、後者に於ては一九一九年以降一九二二年迄しかない。Persons はこの二系列につき各々算術平均を求め、その高さの水平線を以て各々の系列の正常値と認めたのである。この場合にも前の場合と同じく、彼は單に基線と呼び、傾向線とは呼んでゐない（註）

（註）前掲拙稿參照、一九二七年の修正指標に於てはA線の Barron 産業株價指數につき一九二〇—二六年の複利曲線が基線とされてゐる。即ちこの方法常に必ずしも水平線に非ざる事は注意を要する。

一切の時系列が必ずしも上昇的又は下降的の發展傾向を示すものでない事は特に言ふ迄もない。自然現象に於ける長期傾向なる概念は多くの場合、極めて悠久な時期についてしか云々し得ない事は始めに述べたが、これは畢竟自然現象には社會現象に於けるが如き意味に於ける發展傾向の存在しない事を意味する。例へば地球は漸次冷却しつゝあると言つても、それは數萬年或ひは數億年に亘る長年月に就てのことで、この傾向を數十年乃至數百年の短時期から認識する事は不可能であらう。東京の年平均温度は今日と德川時代との間に多少とも認識しうる程度の相違ありと認むべき理由は毫もない。斯かる自然現象は要するに常に一定の原因の作用によつて生ずるもので、この原因は長期に亘つて變化せざるものと假定される。斯かる場合の發展傾向は上昇的でも下降的でもなく、絶えず同一の高さを保つもの即ち時の經過を示す横軸に平行に進むものと言つてよい。

然るに社會現象に關しては斯かる嚴密な意味に於ける平行的傾向はあり得ない。蓋し社會現象決定要因は多大の程度に人爲的歴史的であり、自然現象に於けるが如き恒常性は認め得ないからである。併し若しその恒常性に關する解釋を緩かにするならば、社會現象に就ても亦平行的傾向を假定する事が必ずしも不合理でなくなつて來る。第一に、一定の强固な統制力下にある現象に於ては、該統制力に變動なき限り、如何なる變動をも示さないか、或ひは少くとも傾向値の變化を示さない。例へば專賣法によつて決定された煙草小賣價格は、少くもその規定の存續する限りは、長期的にも季節的にも何等の變化がない。又二國間の爲替相場は、絶えず變動しつゝあるとはいへ、兩國に完全なる本位制の行はれる限りは、現送點を超えて變動することはない。現送點の上下の限界は極めて狹小であるから、斯かる現象に就ては、長期的變動は無いと言ふのが正しいであらう。斯かる例に於ては、傾向線は上昇又は下降の方向を持たぬもの、換言すれば水平的なものと認めて差支へないのである。

是に反し大部分の經濟系列については斯かる束縛はないから、何れも上方又は下方に發展し、從て水平的傾向線は認められないのが普通である。然るに假りに極めて短期の期間を採つて見れば、事實に於ては水平ならざる發展傾向の存在する筈であるが、而もその兩端に於ける差は極めて僅かであるから、之を水平線と假定しても必ずしも

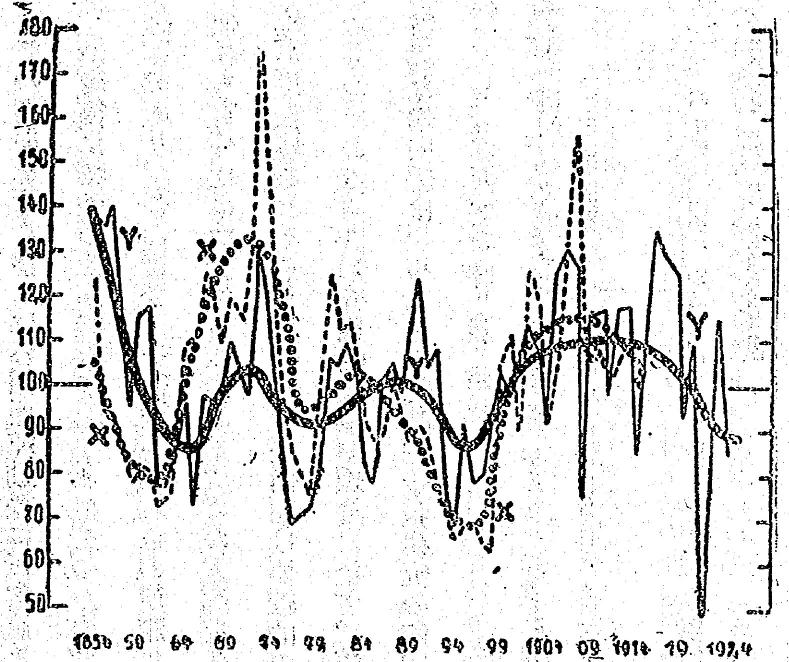
不合理ではない。この方法が他の方法と共にハーバート指標に適用されたのは、數學的傾向線を求めるには期間が不充分だつたからであるが、この期間の不充分な事が、この方法を是認する唯一の理由なのである。であるから、他の如何なる方法による傾向線も素よりその將來への妥當性には一定の限度があるが、この方法によよ水平線の妥當限界は特に狹小である。水平線は傾向線といふよりは、寧ろ傾向線の暫定的代替物と見るのが正しい。事實それが利用されるのは、特定事情の下に於ける景氣豫測の場合を措ては無いのである。

(g)正常値に關する若干の所説

(1)二次傾向線 Secondary Trend

長期に亘る時系列に發展的曲線を當嵌め、この傾向線を基準として循環運動を求めれば、一ケ乃至數ケの循環運動が時には全然傾向線の上に或ひは全然下に現はれる事がある。この場合には、傾向線は少くも如上の循環運動に就ては基準たる使命を果してゐない譯である。して見れば右の發展曲線の外に更に一ケの要素が該長期運動の中に存在しなければならぬ。Kuznets はこれを二次傾向線と呼び、一次傾向線(Primary Trend) 即ち基準的發展曲線と對比せしめてゐる。二次傾向線を求めるには、一次傾向線からの原數値の偏差(循環運動)につき、循環の周期に等しい年數の移動平均を行へばよい。彼は銑鐵生産噸數及びその卸賣價格の二系列につき、前者には Harmonic logistic curve を、後者には二次拋物線を當箝め、それによつて得られた二ケの循環運動に各々二次傾向線を求めこれを同一グラフに示してゐるが(圖四參照)、兩者の間には著しい一致が認められる(註一)。價格の上昇と生産額との間に高度の相關々係の存すべきことは、理論上からも當然期待し得るところである(註二)。併し彼の二次傾向線は Mitchell の指摘する通り、一次傾向線と循環運動との中間物で、或ひは特殊な循環運動形態とも認められるのである(註三)

第四圖



(註一) 圖に於ける點線は價格、連續線は生産額を示す(太細は共にその二次傾向線なり)

(註二) Kuznets, ibid. pp. 29-33

(註三) Mitchell, ibid. pp. 226-227

(2) Mitchell の階段的傾向線。

今迄述べた傾向線は何れも與へられた全期間に就て妥當するやう求められたものである。これがため、二次傾向線を説明する場合に指摘した通り、時には一ケ乃至數ケの循環運　が全く傾向線の上又は下に位する不便が起るのである。これは循環運動の本質から見て甚だ不合理である。蓋し循環運動とは正常値を中心として或ひは上に或ひは下に變動する運動に外ならないから、中心たるべき正常値は當然該循環運動の中央になければならぬ筈

である。この不便を除く爲には各循環運動毎に正常値を算出する外はない。斯くて Mitchell はその大著 "Business Cycles" の最後に特殊の傾向線を提唱するに至つたのである。彼に從へば、各循環運動を單位とし、階段的傾向線を求むべきであり、この場合、一循環運動（彼の所謂 reference cycle）の平均を求めてこれを百と置き、各項の原數値を何れも百分比に換算するのである。この方法を各々の循環運動に就て行へば、連續的傾向線の代りに階段形の傾向線が得られるであらう。若し發展傾向は連續的でなければならぬとすれば、右は確かに眞の傾向線とは認む可らざるものである。併し近代的景氣循環論に於て、連續性を否定する有力な論者の存在する事實を顧れば（註二）、斯かる特異な傾向線は、少くとも統計的景氣研究の範圍内では、意外な効果があるかも知れない（註三）。

（註一） Mitchell, ibid. pp. 469 ff.

（註二） A. B. Adams, Economics of Business Cycles, 1925.「It is a mistake to think that cyclical movements are continuous ..... Each business cycle is, in a large measure, separate and distinct from the one preceding it and the other succeeding it.」 p. 213.

（註三） Kuznets, ibid. S. 19「Soweit die Resultate schon jetzt, im Beginn der Arbeit, sichtbar werden, scheint das neue Verfahren viel zu versprechen」

（h）傾向線の抽象性

傾向線算出に極めて多くの方法があり、その孰れを選ぶべきかは殆ど計算者の主觀によつて決定される事は、以上述べ來つたところによつて明かであらう。同一系列につき、異る幾多の傾向線が求められ、その各々が何れも技術的には正しいとすれば、選擇の最終的決定者は個人的判斷或ひは趣味と言はざるを得ない。然らば如何に複雜な數學的曲線の當嵌も、根本に於ては、最も素朴な目測法と大差はないといふ結論に到達する。目測法は通例、結果が主觀的だといふ理由で輕視されるが、併しこの非難は決して目測法だけの蒙るべきものではない。目測法の缺陥は單に傾向線の位置が數量的に精確に決定されないといふ事だけであるが、併し數量的に精確に決定されたもの必ずしも論理的に精確だとは限らない。例へば學生の同一答案に對し、甲の教師は八十點、乙の教師は七十五點と採點するかも知れない。同一の答案に斯く異る採點の行はれるのは、畢竟教師の主觀が決定的役割を演ずるからである。數學的傾向線の當嵌も原理的にはこれと毫も異るところはないのである。

何れにしても傾向線は主觀的に抽象せられたる發展運動に外ならない。素より抽象性そのものが充分の存在理由を持つ事は特に指摘する迄もない。個體より全體へ進むのは凡ゆる科學の本領であるが、これは具體より抽象へ進む事を意味する。この事は、統計的研究そのものに就ても亦同樣である。即ち統計的研究は箇々の事實の觀察より出發するが、次の階段に於ては是等の事實は例へば度數分布表とか平均とかに縮小されて爾後の研究の材料となるのであつて、斯かる度數分布又は平均の如きものは既に具體物に非ずして抽象物である。一般に統計學の論理的基礎は蓋然的理論にある。換言すれば統計學は本質的に抽象的なのである。

即ち傾向線の抽象性それ自體は毫も矛盾しない。問題は第一、この抽象性がいつの間にか忘れられて、恰も具體物の如く取扱はれてゐる事である。例へば景氣循環算出に於ける傾向線を見よ。原系列より傾向値を除去し、殘餘

を以て現實的循環運動、少くともバロメーターと認むる場合には、傾向値は抽象たる性質を失つてゐるのである。この點は Anderson の指摘する通り、統計的景氣研究に於ける最大な方法論的缺陷の一つと認めねばならぬ(註)

(註) Anderson, Zur Problematik, S. 29.

第二には、抽象性にも一定の客觀性の內在せねばならぬ事である。單に形式的に決定された傾向線は、如何に elaborate されたものであつても、實質的內容に乏しい事は既に說明したところである。そして私は數學曲線選定に於て、當該系列の運動に關する理論が指導原理たるべきを述べたが、この事は統計的傾向線の全部に就てそのまゝ當嵌まるのである。

（三）

統計的傾向線が全く形式的數學的範疇に屬する事は既に繰返し說明した。併しこれが傾向線一般の有すべき唯一の性質でない事も亦說明した筈である。今假りに統計的數學的見地を棄てゝ傾向値なるものを觀察するならば、それが現象の正常狀態、即ち理論的平衡狀態に外ならぬ事が判るであらう。惟ふに傾向値なるものゝ眞の意義は、單なる統計的平均値に非ずして、事實は斯かる平衡狀態の精確な表現に存するのである。統計的傾向値は表面的なるものであり、平衡狀態を反映する傾向値こそ內容的實質的なるものと認められる。

然るに靜態の下に於ける平衡と、動態の下に於けるそれとは內容的に異る(註一)。後者は平衡點の前進（Gleichgewichtsverschiebung）、即ち經濟發展を意味する。從て理論的意味に於ける傾向線とは、かゝる平衡前進を示す諸點の連續でなければならぬ。Moore が經驗的統計的景氣研究に於ける傾向線を經濟理論に於ける moving equilibrium と同一視せんとしたのは之が爲であるが(註二) 併しこの見解には論理の飛躍が含まれてゐる。蓋し統計的傾向線は各系列につき箇別的遊離的に求められたものであり、反之經濟的平衡は各種要素の綜合に就て始めて觀念しうるものであるからである。換言すれば合理的な平衡前進は經濟的諸要素間に於ける相關的數量關係の組織的研究によつてのみ求めらるゝ性質のものなのである。經濟的平衡が統計的研究の對象とさるべき理由は此處にある。然るにこれに關する研究は未だ極めて乏しく、僅かに Oskar Lange がその「經濟的平衡破壞の統計的測定用具としての價格散布」Die Preisdispersion als Mittel zur statistischen Messung der wirtschaftlichen Gleichgewichtsstörungen, 1932 に於て、この問題の中心に觸れてゐるのみである。以下の記述は彼の所說の大要である。

（註一） Siegfried Budge は靜態と動態との差を、平衡狀態と、斯かる狀態を齎らさんとする經濟諸力との差に求めてゐる Grundzüge der theoretschen Nationalökonomie, 1925, S. 8 ff.

（註二） H. Moore, Synthetic Economics, p. 93 ff.

從來、價格變動の研究對象は殆ど常に一般物價水準の動きであつた。この物價水準を數字的に反映する物價指數は、個々の價格の平均値であり、從て一ケの抽象に過ぎない。故に抽象的な貨幣價値の研究に於ては不可缺としても、これによつて經濟生活の內部的經過を知る事は不可能である。この目的の爲には、個々の價格の變動を知る必要がある。蓋し個々の價格變動が相互に相違するのが價格現象の本質であつて、若しこれなくんば、一般價格水準

と個々の價格の動きは常に一致し、從て特に物價指數を測定する必要はない筈である。事實に於ては各商品に對する需給關係は何れも一率に變化しないから、各價格は平行に動かず、從てその平均値たる物價水準と多少の差を示すのである。

一般に平均値とは一系列の代表値を指す。即ち平均値の正確度は、それが幾何の程度まで該系列を代表してゐるかの程度によつて決定される。3,4,5 及び 1,2,9 なる二つの數列の算術平均は何れも四であるが、その正確度に相違ある事は一見して明かであらう。この正確度は平均と各項との開き（偏差d）の大小即ち散布度によつて決定されるのであり、數學的には普通、標準偏差$\left(\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fa^2}{N}}\right)$平均偏差$\left(S=\frac{\Sigma d}{N}\right)$等によつて現される（Nは項數）。物價水準は上述の如く各種價格の平均であり、從てその正常値或ひは傾向値と認めらるべきものであるから、一定時點に於けるその正確度はその時の散布度によつて測定される譯けである。（散布度の小さいほど平均の正確度は大きい）。

今n年間に亘るmヶ商品の價格が與へられたとし、これを次の記號にて現はす

第一商品價格　$_1p_1 \quad _1p_2 \cdots\cdots\cdots\cdots {}_1p_n$

第二　〃　$_2p_1 \quad _2p_2 \cdots\cdots\cdots\cdots {}_2p_n$

第m　〃　$_mp_1 \quad _mp_2 \cdots\cdots\cdots\cdots {}_mp_n$

∴ 一般に　$_jp_i(i=1,2,\cdots\cdots n,\ j=1,2,\cdots\cdots m)$

各價格につき對前年の連環比率（link relative）を求めれば

第一商品＝ツキテハ　$\frac{_1p_2}{_1p_1},\ \frac{_1p_3}{_1p_2} \cdots\cdots\cdots \frac{_1p_n}{_1p_{n-1}}$

第m　〃　$\frac{_mp_2}{_mp_1},\ \frac{_mp_3}{_mp_2} \cdots\cdots\cdots \frac{_mp_n}{_mp_{n-1}}$

∴ 一般に　$\frac{_jp_i}{_jp_{i-1}}$　（之を簡單に $_j\gamma_i$ とす）

物價水準値をMとすれば、その散布の程度は次の標準偏差によつて示される

$$\sigma_i=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(_j\gamma_i-M_i)^2}$$

（註）散布度は、前述の如く、標準偏差によつてばかりでなく、平均偏差によつても、又はそれ以外の各種の方法によつても測定される。本稿に於ては單に標準偏差のみを取扱つた。

然るに右式に於ては、算術平均からの偏差の絕對的大さが同一ならば常に同一の重要さを持つものとして取扱はれる。併し偏差の同一の大さも、それが正なるか負なるかによつてその重要さは大に違つて來るのである。故に如上の算術的方法に代ふるに「幾何平均からの連環比率の相對的偏差」を基礎とせねばならぬ、即ちi年目の連環比率を

$$_1\gamma_i,\ _2\gamma_i,\cdots\cdots\cdots {}_m\gamma_i$$

とすれば、その幾何平均は $G_i=\sqrt[m]{_1\gamma_i\ _2\gamma_i\cdots\cdots {}_m\gamma_i}$ であり、その對數は

$$\log G_i=\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\log {}_j\gamma_i$$

である。これより

$$\log \sigma'_i=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(\log {}_j\gamma_i-\log G_i)^2}$$

かゝる對數的標準偏差が、價格變動散布度の表現として最も適當なことは Fisher, Crump, Mills 等の代表的統計學者の裏書きするところで、Oskar Lange はこれによつて物價水準が果して經濟的平衡を示すか否かを推さんとするのである。從來、價格變動に於ける散布度の問題は主として一般物價水準即ち物價指數の正確度測定の問題、從て最も理想的な平均の選擇の問題と關聯せしめられ、それ自身の問題としては殆ど研究されるところがなかつた。然るに靜態の下に於ては、相互關係に變化なきが故に價格散布は考へられず、反之、動態の下に於ては相互關係の變化に基き、多かれ少かれ散布の現象が起つて來る。然らば價格變動の散布の大小は經濟に於ける動態過程の强度の尺度であり、靜的平衡狀態からの隔りの尺度である事が判る。散布度の小なる事は、各數量が相互に略々同一の割合を以て變動せること、換言すれば單に平衡點の前進せる事を意味し、反之散布度の大なる事は、平衡の破壞された事を意味する。

如上の理論的推論は Mills 及び L. March の統計的研究によつて實證的にも證明されてゐる。併し今問題となるのは、散布の大小によつて平衡の前進と破壞とが區別されるとしても、その大小の限界を何處に求むべきかといふ事である。換言すれば、平衡前進に對應する散布の理想的尺度は如何にして求められるか。この要求に應ぜんが爲に Lange は各價格の傾向線より平衡前進指數（Gleichgewichtsverschiebungsindices）なるものを算出しやうとする。その方法は前記の散布度測定方法と類似せるものであるが、第一に實際の各價格の傾向線を算出せねばならぬ。この場合、各價格變動の强度は各々異るから、假りに傾向線を直線とすれば、立發點を中心として扇形の放射線が得られるであらう。故にmケ商品につき、各時點の傾向値は

第一商品　${}_1y_1$　${}_1y_2$ ……… ${}_1y_n$

第二商品　${}_2y_1$　${}_2y_2$ ……… ${}_2y_n$

⋮

第m商品　${}_my_1$　${}_my_2$ ……… ${}_my_n$

これら傾向値の連環比率は，

第一商品　$\frac{{}_1y_2}{{}_1y_1},\ \frac{{}_1y_3}{{}_1y_2}\cdots\cdots\cdots\frac{{}_1y_n}{{}_1y_{n-1}}$

第二商品　$\frac{{}_2y_2}{{}_2y_1},\ \frac{{}_2y_3}{{}_2y_2}\cdots\cdots\cdots\frac{{}_2y_n}{{}_2y_{n-1}}$

⋮

第m商品　$\frac{{}_my_2}{{}_my_1},\ \frac{{}_my_3}{{}_my_2}\cdots\cdots\cdots\frac{{}_my_n}{{}_my_{n-1}}$

一般に　$\frac{{}_jy_i}{{}_jy_{i-1}}$　$(i=1,\ 2,\cdots n,\ \ j=1,\ 2,\cdots m)$

各傾向線は相互に平行に非ざるが故に當然散布を示す、その測定は以前の場合と同じく

$$\frac{{}_jy_i}{{}_jy_{i-1}}={}_j\overline{r}_i$$

その算術平均は

$$\overline{M}_i=\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}{}_j\overline{r}_i$$

故に

$$\overline{\sigma}_i=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}({}_j\overline{r}_i-\overline{M}_i)^2}\cdots\cdots\cdots(1)$$

然るに斯かる場合、算術平均よりも幾何平均のより妥當な事は既に述べた通りであるから、右の式よりは寧ろ次の式によるを可とする。

$$\log\overline{G}_i=\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\log{}_j\overline{r}_i$$

これより

$$\log\overline{\sigma}_i=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(\log{}_j\overline{r}_i-\log\overline{G}_i)^2}\cdots\cdots\cdots(2)$$

各價格の傾向値比の散布を示すこの（一）又は（二）の式は經濟的數量關係の緩慢且つ連續的變化を反映するもので、從てこれを平衡前進の表現、即ち平衡前進指數と認められるのである。この指數は、その算出の基礎たる傾向線の本質から、單なる一ケの假想物に過ぎぬ事は言ふ迄もないが、平衡前進なる概念そのものが同じく一ケの假想物たる以上、その表現として充分の經濟的意義を有するものである。

然るに資本制經濟の發展は、事實に於ては平衡破壞によつて行はれる。前述の如く、平衡破壞の概念なくしては景氣變動の實在を認識するを得ないのである。然らばこの平衡破壞は如何にして測定されるか。Lange 曰く「經濟的平衡破壞は、實際の價格變動の散布と、それに對應する傾向値比の散布との比較によつて測定される」と。何となれば彼は價格傾向値比の散布の中に經濟的平衡前進指數を求め、同時にその中に、實際の價格變動の「與へられた散布」が平衡前進の徵候か又は平衡破壞の徵候かを判斷する標準を求めたからである。故に實際の價格運動の散布が同じ價格の傾向値比の散布に等しければ、これは財貨の交換關係の變化が、且つ他の一切の經濟的數量關係の變化が、緩慢に行はれる事、即ち經濟的平衡前進を意味し、反之、實際の價格變動の散布がそれに對應する傾向値比の散布よりも大なれば、それは經濟的平衡破壞を意味するのである。

これを記號にて表はせば（σ'_i は實際の價格變動の散布、$\overline{\sigma}_i$ はそれに對應する傾向値比の散布）

$$Q_i=\frac{\sigma'_i}{\overline{\sigma}_i}$$

Lange はこれを平衡破壞係數（Gleichgewichtsstörungskoeffizient）と名づく。然るに

$$\log Q_i=\log\sigma'_i-\log\overline{\sigma}_i$$

$$\therefore\ \log Q_i=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(\log{}_jr_i-\log G_i)^2}-\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(\log{}_j\overline{r}_i-\log\overline{G}_i)^2}$$

實際の計算の結果、右の係數が一（%とすれば 100×○L）又は一よりも小なるときは、平衡破壞の存在せざるを意味し、一よりも大ならば大なるだけより多くの平衡破壞の存在するを意味する。併し、平衡前進は單なる理論的假想物で事實上存在しないとすれば、實際には右係數は必ず一よりも大となつて現はれる筈である。

Lange は以上の如く、單に價格現象のみから經濟的平衡、即ち經濟的正常値の問題を取扱つてゐる。併し經濟現象が價格現象よりも遙かに廣汎なる事實を顧れば、右の試みは未だ以て完全とは認め難い。彼自身も、同樣の方法を他の幾多の經濟現象、例へば年々の財貨生産量、賃銀、利潤率等について施し、これらの綜合によつて始めて全經濟組織に適用さるゝ係數を求めうるであらうと述べてゐる。併し今日の貧弱な經濟統計の下に於ては、これは素より不可能であり、且又價格現象の優越性を顧れば、彼の案出した係數は大體に於てその目的を達しうるものと認めてよいであらう。斯かる係數の實際的効果は、有效な景氣政策の基礎を決定せんとする場合に現はれる。蓋し景氣政策の目的は景氣の急激な上昇又は下降を防止するに在る、換言すれば平衡破壞を伴はざる經濟發展を實現するに在るからである。

× × × ×

私は以上に於て傾向値測定に關する基本問題を概述した。即ち統計的傾向線を論ずるに當つては、その窮局の決定は精細なる理論に俟つべきを明かにし、最後に經濟的平衡を論ずるに當つては、斯かる理論の完成が統計的方法の援助を通じて行はるべきを語つたつもりである。そしてこの事は素より單に傾向値なる特殊問題に就てのみ妥當するのではない。程度に多少の差はあつても、凡ゆる社會現象の研究に於て、否、自然現象の研究に於てさへも、事實と理論の相互的扶助の必要な事は特に言ふ迄もないのである。唯だ最近、實證的研究の旺盛となるに伴つて恰も經濟的統計的研究法を以て唯一無二の方法と見做すが如き風潮がないでもない。その一部の責が理論の無力にある事は否めないとしても、同時に斯かる人々の認識の根本に重大な缺陷ある事も亦否めないのである。蓋し無力な理論を有力化せしむるのが實證的研究の重大な任務であると同時に、斯かる有力な理論なくしては實證的研究そのものゝ方法論的基礎も確立されないからである。

この種の研究は最近有力な經濟學者及び統計學者の間に漸時行はれ始めた。例へば需要及び供給曲線の統計的研究の如き是である（註）。單に「一物の價格はその需要と供給との關係によつて決定される」といふが如き理論は自明以外の何物でもない。又この命題を抽象的な需要供給の曲線を以て示したところで結果は同じ事である。若しも經濟理論がいつ迄もこの種の素朴な形態を脱し得られないとするならば、全然無用の長物と言はざるを得ないのである。

（註）例へば H. Working, The statistical Determination of Demand Curves, Q. J. of Econ. 1925. H. Schultz, Statistical Laws of Demand and Supply, 1928. Warren and Pearson, Interrelationships of Supply and Price, H. Staehle, Die Analyse von Nachfragekurven in ihrer Bedeutung für die Konjunkturforschung, 1929. M.Ezekiel, Statistical Analysis and the "Laws" of Price (Q. J. E. Feb. 1928) etc. etc.

（一九三五・三・一四）