Title	指数の性質に関するFlaskämperの所説
Sub Title	
Author	寺尾, 琢磨
Publisher	慶應義塾理財学会
Publication year	1929
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.23, No.7 (1929. 7) ,p.1033(111)- 1051(129)
JaLC DOI	10.14991/001.19290701-0111
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19290701-0111

以降に於ける其崩壞に就て論述しなくてはならぬのであるが、姑く之を他日に期して擱筆することとしやう。（完）

（昭和四年六月十二日稿）

指數の性質に關する Flaskämper の所說

寺尾琢磨

統計的指數の利用は近來極めて進步し來り、統計の殆ど凡ゆる方面に於て使用されてゐるが、この理論的研究に關しては猶ほ可成り不備な點が殘つて居るやうに思はれる。我國に於ては最近郡菊之助氏の物價指數論（同文舘發行）がこの缺陷を充たすに甚だ大なる貢獻をなして居るが、今こゝに私の紹介する Flaskämper の新著 Theorie der Indexzahlen—Beitrag zur Logik des statistischen Vergleichs, 1928. はその副題の示すが如く、指數をば單に純理論の見地から統計的比較の論理として論述してゐる點に於て甚だ興味を唆るものがある。私はしばらく以前、Gottfried Haberler の著 Der Sinn der Indexzahlen, 1927 を讀み、從來の指數論に關する著書と甚だ構造を異にした內容（純數學的部分と純經濟學的部分より成る）に興味を感じたが、併しその場合にも指數の論理に關する說明の充分ならざるを覺えた。幸ひにして Flaskämper の新著は右の點を詳論して、この方面に新たなる境地を開拓したのである。該書は約二百頁より成り、全部を指數の論理に關する硏究に獻げてゐる。以下に於ては單に氏の所說の殆ど立發點に過ぎぬ部分、即ち指數の適用範圍、決定分子、及び特質に關する所說だけを紹介した。前後を省略した爲と、時日の少かつた爲とで、甚だ不充分なものとなつて仕舞つたが、他日稿を改めて氏の所說の全部を窺ひ、多少の批判を下して見たいと思つてゐる。猶ほ本書に散見する術語の中には私が未だ接したことのないものが大分あつた。それらの譯語は意味の上から私が任意に附したのであることをお斷りして置かねばならぬ。

(1) 指數の適用範圍

こゝで取扱ふ問題は、形式的の適用範圍についてゞある。蓋し實質的適用範圍には、如何なる種類の制限も存しないから、特に之に觸れる必要はないのである。統計學者は統計的認識に主として入り來る一切の問題について比較を試み、從つて廣義の指數を使用せねばならぬ。蓋し指數こそ比較の有力な手段だからである。即ち指數的比較は、單に種々なる經濟統計（價格・生活費・賃銀・證劵・貨物等の指數）についのみでなく、また人口統計、道德統計、並びに社會科學の範圍外に於ても、統計的方法の適用される部分について適用されるのである。

併し指數の形式的の適用範圍も亦無制限であつて、この點は他の關係數と全く異つてゐる。同種にして同格の統計的數字の系列は皆指數に書直すことが出來るのである。この事は統計數字の現はれる種々なる形態を指示することによつて、その正當なことゝその妥當なことゝが判るであらう。

統計數字は普通に絕對數、關係數及び中央値に分類されるが、その內絕對數を更に分類する必要があるのであつて、事實絕對數の種々な形態が統計的現象の種々な樣式に對應するのである。

吾人は數量的現象を二つ又は三つに分つことが出來る。二つの主形態と一つの混合形態と即ち是である。この二つの主形態を內包的 intensive 及び外延的 extensive と名づける。

外延的統計數字は觀察される現象の範圍を示すものである。例へば一國の住民數とか營業數とかの如き絕對數の形態である。之に反して內包的統計數字は常に性質又は性質の程度を測定するものである。例へば氣象學に於ては、溫度とか氣壓とかゞ統計的量の要素となつて居つて、是等から斯かる要素の日々の又は年々の中央値及び類型的經過曲線が算出されるのであるが、併し是等の數量は外延的數量とは論理的に全く構造が違つて居る。この場合には明かに內包的數量は常に連續的でなければならぬといふことが判る。內包的現象は單に右の如き自然科學にのみ現はれるものではなく、社會科學に於ても、例へば價格、賃銀、利率又は證劵相場の如きものに現はれてゐる。これらの各々は絕對數であり、且つ時間的變化が統計的に硏究される內包的現象なのである。

絕對數のかゝる基本的二形態の論理的性質を詳細に論述することは統計學一般理論に屬するところであるが、此處に於て一つの基本的差別を擧げて置く必要がある。蓋しこれは指數の問題について甚だ關係が深いからである。即ち外延的數量を總括した類型的種類は總和構成 Summenbildung（例へば一國住民は各地方の住民數の總和である）であり、且つ中央値は單に二次的役目を演じて居るに過ぎないが併し常に現はれゐる（例へば一大學に於ける學生平均數の如し）に反し、內包的數量の總括の類型的な種類、唯一の可能な種類は中央値構成 Mittelwertbildung——例へば平均價格又は最頻價格——である。即ち總和構成はこの場合には論理的に無味意である。

かくて絕對數の二つの種類は孰れも指數に改められうることは明かである。一大都市の人口數の變化を示す指數もあれば、また價格や賃銀の變動を示す指數もあるのである。そして興味あることは、構成比 Gliederungzahlen は當然外延的數量からのみから與へられることである。

併し指數の問題中特別の重要さを持つて居るものは、第三種の絕對數、即ち上記二種の絕對數の混合タイプである。このタイプは外延的性質を帶びて居り乍ら、而も外延的內包的の二つの構成要

素に分解されるものを指すのであつて、一切の價値總量 Wertsumme は之に屬する。例へば一年間に或る一國に輸入された穀物の價値總量は外延的數量であるが、併し之は直ちに二つの構成要素に分解される。一つは噸によつて現はされた量であつて、これは外延的現象である。他の一つは價格又は平均價格であつて、これは內包的現象である。同樣なことは賃銀總量についても言へる。即ちそれは賃銀を受ける勞働者の數又は行はれた勞働時間の數と、平均的賃銀率とに分解されるのである。この種のタイプは複雜な現象に於ては最も屢々現はれ來るもので、從つて指數の問題中甚だ重要な地位を占めて居ることは言ふ迄もなからう。

他の關係數と異つて指數の適用範圍が甚だ一般的であるといふことは、關係數の系列さへも指數に改められるといふことによつて更に明かになる。要するに指數は時間的、場所的及び事物的系列の度數々字 Häufigkeitsziffern 及び分布數字 Dichteziffern から成るのである。

併し構成比ですら指數に書き換へることが出來る。例へば總人口中の離婚者の割合の如きは、指數によつて表はした場合には、上位の總數に於ける該群の意義の增加又は減少を示すが、之と同時に該人口群の絕對數から求められた指數系列は增加又は減少の割合を示すだけである。即ち兩指數はその變化に於て異つた割合、異つた方向を示すことが出來る。一つの現象は絕對的には增加し乍ら相對的には減少することがあり、又絕對的には減少し乍ら相對的には增加する事もあるのであつて Zizek の所謂表面的矛盾 scheinbare Widersprüche が生じて來るのである。

右に於ては指數的に示される構成比の時間的變化を論じたのであるが、同一總量の部分的量に關聯せる構成比の場所的又は事物的系列も亦指數に改めることが出來るのである。乍併その結果は、絕對數から出發した計算と一致して了ふ。例へば我々は、或る大學の學生數を一〇〇と置き他の諸大學のそれを之と比較する事も出來るが、併し之に對應する構成比を適用する事も出來る。即ち全國の大學々生數を一〇〇と置いて、各々の大學の學生數の百分比を相互に比較することも出來る。この場合には、前者と全く同じ結果を來すであらう。

今二つの群のみを論ずるならば、再び指數の性質に觸れることになる。Winkler は構成比を計算する二つの可能性を論じてゐるが(Statistik, S. 89)、併し嚴密に言へば、その一つは指數に外ならない。例へば今日男女の出產比は女子の出生一〇〇につき男子いくらといふ計算をするが、之は素より指數である。併し之と同時に男女出生總數の中、男女各々幾プロセントといふ計算も出來るであらう。素よりかゝる二つの計算法は、一つが判れば直ちに他の計算法に換算する事は出來る。

今Mは男子出生絕對數、Wは女子出生絕對數、m及びwは各々の構成比とし、且つm'は女子一〇〇についての男子出生數(即ち指數)であるとすれば、

$$m = \frac{M}{M+W} \cdot 100$$

$$m' = \frac{M}{W} \cdot 100 = \frac{m}{w} \cdot 100 = \frac{m}{(100-m)} \cdot 100$$

この式によつて構成比は指數に換算することが出來るのである。

即ち重要なことは、平均値の各系列は何れも指數に換算する事が出來るといふことであつて、例へば一商品の平均價格、各職業群の平均賃銀の如き是である。

乍併指數々字そのもの丶系列さへも、或る程度まではより高度の新らしい指數々字に變形されうるのである。若し商品の一系列に對して、指數の形に於いてその價格の變動を示したとすれば、我々は一定の調査日に妥當するこの指數系列を研究し、一切の指數の平均か、又は最低或ひは最高の數値か、又はその他の任意の個々の數値を基準に採り、他の指數を之に齊すことが出來る。元の指數系列の個々の數値が種々なる時點に於ける商品價格の比較の結果を示してゐるとき、即ち個々の商品の價格變動の尺度であるとき、第二の指數系列は種々なる商品の變化の比較を意味して居るのである。

(2) 具體的指數系列の決定分子

上に述べ來つたところでは、指數に關する充分な定義を下してないが、此處に於て之に觸れる必要があらう。指數とは並列的、同種的な統計數量の、特に斯かる數量の時間的、場所的及び事物的全系列の、比較に用ひられる關係數であつて、この場合に、比較の基準は系列そのもの丶個々の項であり得るが、必ずしもそうでなければならぬものではない。統計學者の中には、指數概念を複雑な現象にのみ限らんとする者があるが、併し複雑な現象と簡單な現象とは、必ずしも一義的に區別しうるものではないから、斯くの如き見解を採る必要はないであらう。加之、簡單なる現象に關しても、一般に指數が用ひられて居るのである。この點から見れば、獨逸の統計局に於て用ひてゐる計數と指數の兩者も格別區別すべきものでないであらう。

一定指數の決定分子なる問題に立入る前に、指數なる語に二重の意味のあることを指摘する必要がある。第一に指數といふ言葉は具體的數値の意味に解される。例へば或る時點に於ける卸賣指數は一二〇であるといふが如き是である。第二には、指數系列全體の構成——換言すれば、一切の經驗的な個々の數値の基礎をなす論理的及び事物的決定分子の意味に解される。例へば、獨逸の統計局の卸賣指數は三十八の商品の價格を取入れてゐるといふが如き是である。

嚴密に言ふならば、指數とは後者の場合を指すべきで、之に對して前者即ち或る調査日の具體的數値は指數々字 Indexziffern と稱すべきであらう。具體的指數々字が一定の時點又は場所に當嵌まるに對して、指數なる概念を構成する決定分子は全系列に當嵌まるのである。

以下に於ては便宜上時間系列を論ずるが、併しこのことは場所的及び事物的系列にも妥當する。併しこの問題に於て最も重要なものは常に前者である。そこで一指數の決定は(一)客觀的見地、特に(a)事物的及び(b)場所的見地に於て、(二)形式的見地、特に(a)比較の基準に關し。(b)指數系列の各數値の時間的特質に關して行はれねばならぬ。

(一)客觀的特質は、單獨の指數、即ち單獨の現象或ひは單獨の統計數量に關聯せる指數に於ては甚だ簡單である。例へばハンブルクの穀物卸賣價格の如き、事物的要素と場所的要素とが同時に考察される場合これである。之に反して複雑な統計的數量に於ては、指數の客觀的定義は甚だ困難であるが、併し別して重要である。先ず狹義の事物的見地に於ける定義の範圍内に於ては、卸賣價格

の水準を斷定するには不充分である。蓋し實際に取扱ふものは廣汎複雜な價格の中の一小部分に過ぎないからであつて、その價値は、部分觀察が全體を幾何の程度まで代表して居るかに比例して定まるのである。

指數のこの種の事物的決定分子が如何に重大であるかは、種々なる卸賣指數、例へば獨逸の Statistische Reichsamt 及び Frankfurter Zeitung の算出せる指數を對比すれば明瞭である。

この二つの指數は、同一時點に對する兩系列の個々の數値の實際の高さに於て相違して居り、又兩系列が殆ど同じ礎年を持ち乍らその經過に於て相違して居るが、これは先ず第一に調査する商品の組合せの相違に基くのである。（例へば前者に於ては農產物が甚だ重要な地位を占めてゐるから、その價格の變動は、後者に對するよりも一層大なる影響をその總指數に及ぼすのである）。

（二）指數の事物的決定と相竝んで形式的決定も亦存在する。即ち(a)基準。基準が判明してゐる場合には、指數々字は單に相對數として理解されることは言ふ迄もない。又同一の現象及び同一の時點に對する二つの指數々値は同じ基準を有する場合にのみ比較し得られることも勿論である。(b)指數の從つて全系列値の時間的特徵は、先ず第一にそれが調査日の數値を指してゐるか或ひは長期又は短期の平均値を指してゐるかによつて定まり、第二に指數々價の算定される期間の如何によつて定まるのである。

大多數の場合には調査日の數値を指すのであつて、之から或る期間に對する平均値が自ら算出されるが、之に反してこの反對の場合、即ち指數々値が或る期間に對する平均値を指す場合には、個々の時點に對する數値は素より後に至つて算出する事は出來ないのである。

指數算出の期間の長短には別に一定の標準はなく、一週每でも一月每でもその他如何なる期間でも差支へないが、併し槪して言へば、觀察される現象の變動が大なれば大なるほど右の期間は短くせねばならぬ。實例を示せば、Statistische Reichsamt の發表する生計費指數は、始めは每月一回であつたが、物價の變動の甚だしくなると共に半月に一回、次には每週一回となり、最近經濟狀態の安定すると共に再び每月一回となつた。

一指數の基準の時間決定（之は指數系列中の各個の數値に當嵌まる）と、各個の指數値が當嵌まる具體的時點又は期間の問題とは、混合してはならぬ。後者の味意に於ける時間の指示は、上記の事物的及び形式的基礎と結びついて始めて單獨の數値の完全な決定を可能ならしめるのである。

讀者は恐らく一指數の決定分子（少くもそれが綜合現象を取扱つた限りは）の下に於ては、依つて以つて指數を算出する型態の指示を見失ふであらう。Fisher に於ては、種々なる指數型態の討究が重要な役割を演じて居る。そして彼は、種々なる型態を適用する場合に生ずる數字的結果の偏差程度を經驗的に立證してゐる。………同一の對象が極めて多樣な指數型態によつて示されるのは、畢竟指數問題の誤認に基くものである。………

一方に於ては、種々なる指數の根底に橫はる事物的及び形式的な決定分子を知ることが必要であり、他方に於ては、（異る國々、及び一部分は同一國內に於て計算される）同一の事物範圍の極めて多種なる指數に對する右の決定分子の甚だしい多樣性を知ることが必要であることを顧れば、決定分

子を明示する指數の型錄が發表されることは極めて望ましいことでなければならない。Fisher は、實際上最も重要で且つ最も廣汎な指數即ち卸賣指數についてこの種の型錄を計畫してゐる。猶ほこれ以外に、國際聯盟が發表した Memorandum sur les monnaies, 1913-1923 の中に示されてゐる、最も重要な卸賣指數の算出對照のあることを附言すべきであらう。

斯かる指數型錄に於ては、上記の如き論理的說明の外に、その基礎に横はる絕對値を如何にして求めたか、並びにその他に關する技術的說明を添へねばならぬ。

指數として示される一切のものが、この嚴密な意味に於て斯かるものを表はして居るとは限らない。指數といはれる數量の多くは、各個の指數の平均として計算される。それは一部は、正しい指數の算出に必要な基底の不備に基き、一部は、その形式的論理的性質を知らざるに基くのである。

斯かる指數型錄の總括に結びついてゐる他の一問題は、完全な比較の前提たる、指數計算の可及的單一的構成を求めることであらう。國際的統計が完全に求められるためには、先ず右の點から出發せねばならない。

(3) 指數の基礎的性質

指數を、そが對象とする現象が簡單であるか複雜であるかの點から區別すれば、單獨的指數と一般的・總括的・集合的指數との二つとなす事が出來る。前者は例へば一定の商品の價格、一定の職業群の賃銀の如き簡單なる統計的現象の比較に用ひられ、反之、後者は物價、生活費の水準の如き複雜なる統計的現象の比較に適用されるものである。指數論に於て論議されるのはこの後者であるが、此處では凡ゆる指數に共通せる特性――統計的比較の本質より、從つて結數の定義より、必然的に求められる特性――を擧げやう。

上に於て既に述べた所から、一切の指數に共通せる次の三つの特性を發見し得る。

一、對相性 Relativität　二、變基法 Interkalierbarkeit　三、轉逆性 Umkehrbarkeit

の三つ即ち是である。併し吾人は之に更に第四の特性として四、相乘率 Multiplikationssatz を附加する事が出來る。尤も最後の特性は、內包的と外延的との二合素に分解される絕對數に依つて示される現象の指數々字にのみ適用されるに過ぎない。

(一)相對性。指數は關係數としても、構成比としても、その基礎をなす絕對數に就いては說明を與へない。一定の數量が他の數量の二倍以上である場合には、前者の五%は勿論後者の一〇%以上である。

吾人が構成比から右に該當する部分的大さの絕對量を云々しうるのは、關係量の役目を演じてゐる總量を知つてゐる場合に限られるが、之と同樣に、一つの指數値からその基礎をなす絕對數を云々しうるのは、比較の關係量の役目を持つてゐるところの基準を知つてゐる場合に限られるのである。

この事は統計的比較及び比較一般の論理から容易に判ることであるが、而も之を看過してゐる人々が少くない。例へば一定時にAなる場所の生計費指數がBなる場所に於けるそれよりも大であるとしても、(假令この兩者に於て、同一の基準時點を有する、同一の方法に依つて求められた指數を

取扱つたときですら)、AはBよりも生活費が高いと云ふ意味にはならぬ。之を判定する爲には、兩地の基礎値の大さを知らねばならぬ。例へば基準時點にBはAよりも高價であるとすれば、Aの價格騰貴指數がBよりも大であつても、換言すれば、Aに於ける生活費がBに於けるよりもより上昇したとしても、Bの方がAよりも猶ほ高いと云ふ場合があり得るであらう。

故に時期は同じでも場所を異にする指數系列は、生活費の高さを測定する絶對數の系列とは同じではないのである。

A及びBに於ける價格騰貴統計に立脚する生活費を、基準時點のそれをa及びbとし、比較すべき時期のそれをα及びBとすれば、$\alpha > B$は單にAに於ける生活費はBに於けるよりも甚だしく上昇したことを意味し、$a\alpha > bB$に至つて始めて、Aに於ける生活費そのものがBに於けるよりも高いことを意味するのである。

賃銀指數に就ても亦同樣である。一定時の比較の際に最高の賃銀指數を有する一群は、必ずしも最高の賃銀を受けて居るものでない。大戰直後には、最低賃銀を受けてゐた職業群の名目賃銀が最も上昇し、之に反して最高賃銀を受けてゐた職業群のそれは最も上昇しなかつた。即ち最高及び最低の賃銀の差がそれだけ減少したのである。

また英、獨、米の卸賣價格の水準がその各々の卸賣價格指數と正比例しないことも明かであらう。基準時點の價格水準の比が矢張り働いて居るのである。

而もこの種の平行的指數系列の並列は素より一ヶの重要な意味を含んで居るのである。假令絶對數の比較上の大さについては何等斷定し得ないとしても、而もこれから當該數量の（一定の時點に對する）變化の程度を知ることは出來るのである。故に一つの指數々字をば、或る確定的基礎値を有する一現象の絶對値と比較するに當つて、吾人は、——若し變化せる現象、同一の時點、及び言ふ迄もなく同一の基準時點に就いて、而も異る範圍に就て、二つの指數を對立せしめる場合には——相互に變化を比較するのである。

この種の統計の利用に慣れぬ人々に對しては、この限定された比較可能性について充分說明して置く必要があらう。經濟統計雜誌 Wirtschaft und Statistik の中の國際卸賣指數には、「斯かる指數はその變化を測定する場合の外は相互に比較し得ない」との註が附してある。

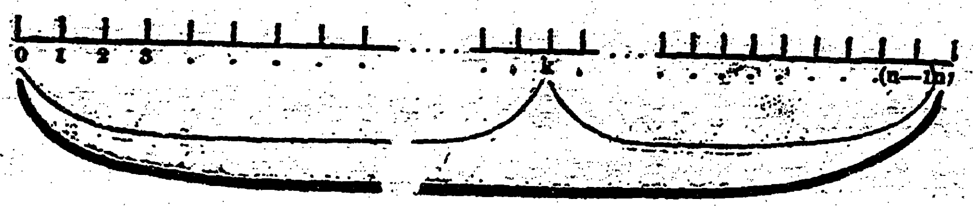
併し現象の同一の事物系列に於ても指數の相對性は現はれてゐる。それは特に、指數値の高は基礎値の高に倚賴するといふことで、事實吾人は基礎値は或る程度までは任意に選擇する事が出來るのである。以上を約言すれば、基準の種々なる選擇に於て、指數の數値は種々なる結果を示すが、その値の相互の關係は變化することなく、即ち斯くして得た指數系列の曲線は平行線を書くのである。

（一）右に述べた最後の思想の特殊な應用が指數系列の變基法である。この名稱は Bortkiewicz の採つたところである（Zweck und Struktur einer Preisindexzahl in Nordisk Statistik Tidskrift, Bd. 2 u. 3, 1923 u. 1924）。これに於て取扱ふのは、從來の基準の代りに指數系列の一定の時點を將來の基準となすといふ方法で、基準を變更する事である。變基法と名付けた理由は、新らしい基準を設

けて系列を截斷しても指數の相互の比に影響を及ぼさないからである。これは相對性の特質に基くものである。その基本的論據は極めて簡單なもので、要するにCがBよりも二倍大であり、BがAよりも三倍大であれば、CはAよりも六倍大だといふことに過ぎない。

複雜な數量の測定數字の系列は總べてが必ずしも變基しうるものではない。

變基法を圖示すれば左の如くである。



右圖の直線は時の經過を、各々の垂直線は或は現象の觀察された時點を、o は始めの基準を、1、2、……k……n は爾後の時點を示すものとする。變基法の原理に從へば、基準 o から他の基準 k まで移る場合に、新舊の基準の上に計算された指數の間に次の關係が成立する。

$$i_{o,n} = i_{o,k} \times i_{k,n}$$

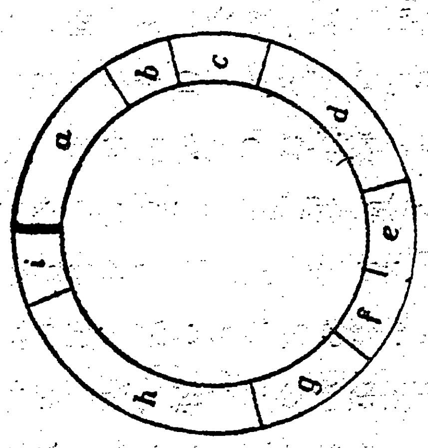
$$i_{k,n} = \frac{i_{o,n}}{i_{o,k}}$$

連鎖指數は變基諸應用の一つに過ぎない。この場合には、基準は時間の經過と共に絕えず變化し、且つ多くは直前の値が基準とされるのである。

若し圓形をなす有限の指數系列（即ち、最終の數値に於て再び基準と相合する系列）を造れば、特別の結果が得られるであらう。

この場合には、この最後の項の指數値は言ふ迄もなく一である。この場合には變基試驗は Fisher の循環試驗 circular test の形態を採るであらう。

今この重要な事情を圖形によつて明示する爲に次の如き圓形を書いて見やう。この圓輪は a、b、c……i の各部分から成るものとする。



この圓輪の各項の大さを順次に次の項と比較すれば

$$\frac{b}{a},\ \frac{c}{b},\ \frac{d}{c}\cdots\cdots\frac{i}{h},\ \frac{a}{i}$$ となり、

且つこの一切の比を相乘すれば

$$\frac{b}{a}\times\frac{c}{b}\times\frac{d}{c}\times\cdots\cdots\frac{i}{h}=\frac{i}{a}$$ となり、

最後の比即ち $\frac{a}{i}$ は右の相乘積の逆數であり、兩者の相乘積即ち $\frac{i}{a}\times\frac{a}{i}$ は一に等しくなることは明かである。之は元來自明の理であるから、Fisher が指數は必ず循環試驗に（或ひは之と關聯せる變基試驗に）合致せねばならぬと論じたことは驚くべきことゝ言はねばならぬ。素よりこの場合には單に一般指數のゝを取扱ふのであつて、その多くは——嚴密に言へば正しい指數とは言へぬが——この試驗に合致しないのである。蓋し單獨の指數が之に合致せねばならぬといふことは、Fisher に取つても自明の理であるからであ

る。複雜な統計數量の指數に對する試驗の意味については別の機會に論ずることゝしても、Fisher が指數はこの試驗に合致せねばならぬと論じた點は、こゝで述べて置く必要があらう。彼は、純論理の立場からでも、循環試驗或ひは變基試驗が充分だとは期待し得ないと論じ、之を次の如く説明してゐる。即ち二人の人間は相互に似て居らないのに第三者に似てゐることがある。之は疑ひもなく論理上興味ある點である。若しも二つの數量が第三の數量に相等しいときには、この二つは互ひに相等しいが、併し二つが第三の數量に似てゐるに過ぎないときは、この二つは必ずしも同じ程度で相互に似て居るとは言へないであらう、と。

Bortkiewicz は彼の Zweck und Struktur einer Preisindexzahl と題する論文に於て、次の如く言つてゐる。「Fisher の説は言葉で言へば次の如きものとなる。即ち異る色の三つの組合せがあり、Aは黒白、Bは白赤、Cは赤綠であるとする。そして類似性の程度を、最も多いものを一、最も少いものを零とすれば、右の三つの內で隣り合つてゐる二つ即ちAとBの間、及びBとCの間の類似性の程度は何れも二分の一だと訂へるが、併し隣り合つて居らないAとCとの間の類似性は四分の一だとは言へなくて、實は零に等しいのである」と。

この説明はそれ自身は正しいが、併しこの論理を指數に當嵌めやうとすれば不都合が起つて來る。蓋しこの場合には全く異つた論理的狀態を取扱ふからである。即ち

(a)指數に於ては、一現象或ひはその全系列は、他の同種のものと、單に一つの性質についてのみ比較されるに過ぎないに反し、類似性は出來うる限り全體的な性質について二つの現象間の一致を表はしたものである。理論的には幾多の場合に於て、全現象の類似性に對する計數を求める事が出來るであらう。そして普通には二つの現象間に共通せる性質の各々の類似性を示す數字の中央値を採つて之を當該二現象間の類似性を示す數字とするであらう。尤も實際には、類似性の測定は多くは直感的に行はれるものである。

(b)併し指數は、單に一つの性質についても本來その類似性を示す計數ではないのである。蓋しそれは、上に述べた通り、僅かに零から一までの間を動きうるに過ぎないからである。

右の説明を形式論理學の範圍に於て試みた理由は、變基試驗の必要さと緊急さとが準論理的觀察によつて亂されない爲である。何等か任意の複雜な組織の類似性との類比は全く缺けてゐる。この點に於て Fisher は救ふべからざる矛盾に陷つてゐると言はねばならぬ。

三、轉逆性。Fisher 及び Bortkiewicz に於ては時間轉逆試驗 time reversal test が大なる役割を演じて居る。その應用は所謂一般指數に於て始めて大なる意義を帶びて來る。併し變基法が甚だ簡單な原理に立脚すると同樣に、この轉逆性も亦、統計的比較の概念から當然現はれて來る頗る簡單な論理に立脚するものであつて、BがAよりも二倍大であれば、AはBの二分の一倍大であると云ふに過ぎない。此處で統計的比較の本質を縷述する暇はないが、併し注意すべきは、若し單に時間系列のみならず、場所系列、事物系列をも眼中に置くならば、時間轉逆性は轉逆性一般になるといふことである。この取扱ふものは單に比較方向の轉逆性のみであつて、その式は $i_{h,k} = \frac{1}{i_{k,h}}$ に依つて示される。

複雜な數量の指數は、多くはこの轉逆性の要求に合致しないものである。(例へば獨乙の統計局の從來の卸賣指數の如し)。かゝる數字は其の指數と言ふよりは、寧ろ準指數 Pseudoindexziffern と言ふべきであらう。

四、相乘率。指數の本質及び比較一般の本質に當然結びついてゐる第四の特質は、特殊なる場合に於てのみ考慮に入り來るもので、その場合とは、內包的及び外延的の合成要素に分解される上記の混合形態を取扱ふときである。之は例を以て說明するのが便利であらう。一定期間內に輸入された穀物の價値總量(外延的絕對數)は、噸によつて現はされた重量(卽ち外延的絕對數)と、價格(內包的絕對數)とに分解される。今その價値總量が增加すれば、これは數量の增加、又は價格の上進、又は兩者の增進に歸せられるし、又一が減少して他がそれだけ增加したことにも歸せられるであらう。併し價値總量の變化は、常に數量の變化と價格の變化との相乘積である。

この相乘率に於ても、その取扱ふ內容は極めて簡單であつて、A'がAよりも二倍大であり、B'がBよりも三倍大であり、且つ $A \times B = P$, 及び $A' \times B' = P'$ であるとすればP'は言ふ迄もなくPよりも六倍大であるといふことである。

記號を以つて言へば、若しpを價格、qを數量、$(i)^p$を價格指數、$(i)^q$を數量指數、$(i)^w$を價格總量の指數とすれば、

$$(i)_p = \frac{p_n}{p_o} \quad 及び \quad (i)_q = \frac{q_n}{q_o} \quad 及び \quad (i)_w = \frac{w_n}{w_o}$$

或ひは

$$(i)_w = (i)_p \times (i)_q$$

p及びqは必ずしも價格及び重量を意味するものではなく、類似の方法で結びついてゐる或る他の內包的及び外延的數量を示しうるのである。

この論理的關係は Fisher によつて彼の要素轉逆試驗 Factor reversal test に應用されてゐる。

斯くの如く論じ來るならば、統計的比較の一般的論理、並びに(之に立脚する)一切の指數の一般的性質の討究は、啻に一般指數に關する紛糾せる問題の根底をなすのみでなく、同時に、比較的容易に之を解明する手段となるものであるから、斯かる討究を輕視する事は出來ないといふ事になるのである。