Title	線形論理の意味論のtruthmaker解釈に向けて
Sub Title	Towards a truthmaker interpretation of the semantics of linear logic
Author	小関, 健太郎(Ozeki, Kentarō) 岡田, 光弘(Okada, Mitsuhiro)
Publisher	三田哲學會
Publication year	2021
Jtitle	哲學 (Philosophy). No.146 (2021. 3) ,p.19- 37
JaLC DOI	
Abstract	Entities supposed to make propositions or sentences true are called truthmakers.A classification of truthmakers into exact and inexact ones is proposed by Kit Fine in his "truthmaker" semantics : the former are truthmakers "wholly relevant" to propositions in terms of truthmaking, while the latter may be not. Fine demonstrates that the exact notion of truthmaking is often useful to provide fine-grained analysis of philosophical-logical and other various issues. In this paper, we apply the exact notion of truthmaking to linear logic and outline a truthmaker interpretation of its semantics. We take states of affairs as truthmakers and interpret Girard's phase semantics, a model-theoretic (Tarskian) semantics of linear logic, in terms of states of affairs. Putting the "state space" structure in Fine's truthmaker semantics together with the "phase space" structure in phase semantics, we obtain models for classical linear logic in the style of truthmaker semantics. We put forth some truthmaker views on the models and the connectives of linear logic including exponential modalities.
Notes	特集：岡田光弘教授 退職記念号 原著研究論文
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000146-0019

線形論理の意味論の Truthmaker 解釈に向けて

小関健太郎*，岡田光弘**

Towards A Truthmaker Interpretation of The Semantics of Linear Logic

Kentaro Ozeki and Mitsuhiro Okada

Entities supposed to make propositions or sentences true are called truthmakers. A classification of truthmakers into exact and inexact ones is proposed by Kit Fine in his "truthmaker" semantics: the former are truthmakers "wholly relevant" to propositions in terms of truthmaking, while the latter may be not. Fine demonstrates that the exact notion of truthmaking is often useful to provide fine-grained analysis of philosophical-logical and other various issues.

In this paper, we apply the exact notion of truthmaking to linear logic and outline a truthmaker interpretation of its semantics. We take states of affairs as truthmakers and interpret Girard's phase semantics, a model-theoretic (Tarskian) semantics of linear logic, in terms of states of affairs. Putting the "state space" structure in Fine's truthmaker semantics together with the "phase space" structure in phase semantics, we obtain models for classical linear logic in the style of truthmaker semantics. We put forth some truthmaker views on the models and the connectives of linear logic including exponential modalities.

* 慶應義塾大学・日本学術振興会特別研究員 DC
** 慶應義塾大学名誉教授

はじめに

本稿の目的は，線形論理を truthmaker 意味論（truthmaker semantics，以下 TM 意味論）と呼ばれる種類の意味論の観点から再検討し，線形論理の意味論の哲学的解釈としての truthmaker 解釈のアウトラインを示すことである．

さまざまな論理の意味論に関して，その哲学的解釈の問題は一般にひとつの論点をなしている．意味論とその哲学的解釈の代表的な例としては，Kripke 意味論とその可能世界解釈や（直観主義論理や認識論理の場合に見られるような）知識論的解釈を挙げることができるだろう[1].

Truthmaker（真にするもの）の概念は，このような哲学的解釈のひとつの手引きになるものである．「雪は白い」や「カラスは白い」といった命題は，真であるとされたり，真でないとされたりするものである．しかしながら，それは何によってそうであることになるのだろうか？ ひとつの答えは存在論的な説明であり，ある命題の真理は，その命題を「真にする」(make true) 形而上学的な実体，すなわち truthmaker の措定によって説明される (cf. Mulligan, Simons, and Smith 1984, MacBride 2020).

Truthmaker の役割を果たす「形而上学的な実体」として具体的に何を考えるかについては複数の異なる立場が存在するが，その中でも事態 (state of affairs) を truthmaker とする見解は代表的な立場のひとつである．端的には事態は，雪や人間のような「もの的」対象に対して，〈雪が白いこと〉や〈ソクラテスが人間であること〉のような「こと的」対象であり，特にそれについて成立や不成立を問題にすることができるような実体である (cf. Textor 2020, Reicher 2009). この見解によれば，ある命題を真にする truthmaker は何らかの成立している事態である．

論理学観点からの事態への関心は，特に 20 世紀初頭のオーストリア哲学においてフッサールやマイノングとその学派によって積極的に向けられ，現代的な関心の例としては状況意味論 (situation semantics) やその諸展

開を挙げることができる (cf. Smith 1996). また，関連論理 (relevant logic) に関する研究においても truthmaker としての事態への注目が見いだされる（例として Restall (1996), cf. Jago 2013）.

本稿で扱う TM 意味論も，このような系譜と関連する仕方で，ある種の事態論的なものとみなすことができるものである．本稿では TM 意味論を手がかりとして，相意味論と呼ばれる線形論理の意味論の事態論的な truthmaker 解釈を検討する．このことを通じて特に意図されるのは，相意味論に（Kripke 意味論に対して可能世界解釈がそうであるような仕方で）truthmaker の観点から新しい直観的な哲学的解釈を与えることである．私たちは本稿で古典線形論理を中心的に考察し，必要に応じて直観主義線形論理の場合について展望を示す.

本稿の構成は次の通りである．まず，意味論における truthmaker 概念を，近年の TM 意味論の観点から具体的に整理する（1 節）．整理を踏まえて次に，線形論理の相意味論を導入し，その事態論的な truthmaker 解釈と再構成を提示する（2 節）．最後に，2 節で得られた意味論の哲学的解釈の内実を個別的に検討する（3 節）.

1.　意味論における truthmaker 概念

TM 意味論に関して私たちは本稿で Fine (2017b) の整理に従う．TM 意味論は, あるモデルの下での命題の真理条件をその命題を真にする truthmaker の（そのモデルにおける）有無によって定める意味論である．例えば可能世界意味論は，適当な世界が命題の truthmaker であるという意味で（次に述べる非的確な）TM 意味論の一種とみなすことができる.

私たちは truthmaker に加えて，命題を偽にするものとしての falsemaker を措定することができる（前者は立証するもの (verifier)，後者は反証するもの (falsifier) とも呼ばれる）．命題が偽であることは，例えば古典論理の意味論においては，ある命題に truthmaker が存在しない場合と一致する.

しかしながら，このような一致が成り立たない非古典論理の意味論への応用をはじめ，いくつかの側面で falsemaker を考えることは有用である (Fine 2017b, 561ff., 564f.).

TM 意味論においてさらに，私たちは的確に真にすること (exact truthmaking) と非的確に真にすること (inexact truthmaking) の区別を導入する (Fine 2017b, 558)[2]. ある事態が何らかの命題 A を非的確に真にするのは，その事態が命題 A を真にすることに関与しない部分を含む場合であり，その事態は命題 A の非的確な truthmaker と呼ばれる．例えば現実世界という truthmaker は「東京タワーは 333 m の高さである」という命題を真にするが，現実世界はこの命題の真偽と無関係であるような，エッフェル塔や火星といった東京タワー以外の多くのものや，それらに関連する事態を含んでいる．

これに対して，ある事態が何らかの命題 A を的確に真にするのは，その事態が命題 A の真理に関して「全体が関与する」(“wholly relevant”) 場合であり，その事態は命題 A の的確な truthmaker と呼ばれる (Fine 2017b, 558)．命題と事態の間にある程度素朴な対応関係を仮定すれば，そのような truthmaker として，例えば「東京タワーは 333 m の高さである」という命題に対しては〈東京タワーが 333 m の高さであること〉という事態を対応づけることができる．この事態は世界全体より小さいものである[3].

非的確に真にすることを意味論の真理条件として考える場合，真理は遺伝性 (heredity) を満たす．すなわち，ある事態がある命題を真にするとき，その事態を部分として含むようなより大きい事態もその命題を真にする．これに対して，的確に真にすることを真理条件として考える場合，遺伝性は一般には成り立たない．Fine の例を用いれば,「雨が降っている」という命題を〈雨が降っていること〉という事態は的確に真にするが，この事態を部分とするような〈雨が降っていて風が吹いていること〉というより大きい事態は的確には真にしない (Fine 2017, 558)．的確に真にすることを真

理条件とする意味論は特に，的確な TM 意味論 (exact truthmaker semantics) と呼ばれる．

的確な TM 意味論は哲学的論理学やその他の領域における意義や応用の観点から注目されており，例えば Fine は言語学的な応用として反事実条件法や命令法 (imperatives)，尺度含意 (scalar implicature) に関する応用を取り上げている (Fine 2017b, Pt. II, cf. Fine 2017b, 559). また，具体的な論理体系の TM 意味論として，直観主義論理や体系 **R** をはじめとする関連論理などに対しても的確な TM 意味論が提案されている (Fine 2014, Jago 2020). 本稿で提示する意味論とその解釈は事態論的かつ非遺伝的であり，この限りで的確な TM 意味論である．しかしながら同時に，ある事態が命題の的確な truthmaker であるための必要十分条件が何であるかということはそれ自体で論点になる．本稿ではこの点での積極的な正当化には立ち入らない．

私たちは以下で，TM 意味論として的確な TM 意味論を取り上げ，線形論理の意味論を的確な TM 意味論の観点から検討する[4]．的確な TM 意味論の構成において，Fine は事態の集合を完備な結び半束（= 完備束）として表現している (Fine 2014, 564, Fine 2017b, 560). すなわち，事態の集合 S は部分全体関係 $\sqsubseteq$ によって半順序をなし，任意の $T \subseteq S$ について T の元の部分全体論的な和あるいは融合 (fusion) であるような事態 $s \in S$ が存在する（T の結び）．この構造は**事態空間 (state space)** と呼ばれる．以下ではこれに加えて，事態空間が空な事態 (null state) を最小元として持つと仮定する (cf. Jago 2020, §3).

2.　TM 意味論としての相意味論

2.1.　相空間とその哲学的解釈

線形論理の TM 意味論を考える上で，私たちはまず，線形論理の標準的なモデル理論的意味論（Tarski 意味論）である相意味論 (phase semantics) に注目する．相意味論は，以下のような代数的な構造（**相空間，phase space**）

に基づく意味論である (Girard 1987):

定義 2.1 (Phase space)**.** （古典）相空間 ((classical) phase space) $\mathcal{P}$ は次のように定義される 4 つ組 $(P, \cdot, \varepsilon, \perp)$ である．

(i) $(P, \cdot, \varepsilon)$ は可換モノイド．つまり，以下の条件を満たす：

- $x \cdot \varepsilon = x$ for all $x \in P$ (neutrality)
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ for all $x, y, z \in P$ (associativity)
- $x \cdot y = y \cdot x$ for all $x, y \in P$ (commutativity)

(ii) $\perp \subseteq P$.

Girard (1987) において，集合 P の元はフェーズ (phase), $\perp$ の元は特にアンチフェーズ (antiphase) と呼ばれる．相意味論の哲学的解釈を，Girard 自身は観測者 (observer) による立証 (verification) や作業 (task) といった表現を用いて次のように示唆している．

> [...] in order to verify a fact A, the observer has to do something, i.e., there are tasks p, q,... which verify A (notation: $p \vDash A$, $q \vDash A$,...). These tasks can be seen as *phases* between a fact and its verification; [...] (Girard 1987, 17)

Girard はこの解釈の下で相意味論を「物理学的な趣」 (physical flavor) のものと述べており (Girard 1987, 6f.)，ここでは物理学的な見方が念頭に置かれているとみなされている (cf. Paoli 2002, 255).

しかしながら，この解釈の枠組みは，物理学的解釈から一般化できるか，あるいは少なくともそれに限定されないように思われる．Paoli は相意味論の物理学的解釈を踏まえた上で，フェーズを命題の充足に関わる状況 (situation) のようなものであると述べているが (Paoli 2002, 255)，まさに私たちは，観測者のある作業が命題を立証すると考える代わりに，単に，

ある事態が命題を真にすると考えることができる．したがって私たちのアイディアは，端的には，モノイドの元を明示的に事態として解釈することである．TM 意味論との関係づけによって，この解釈を説得的な形で描き出すのが以下本稿の目標である．

2.2.　事態空間上の相空間

相空間を事態論的に解釈する上で，私たちは相空間を前節で述べた TM 意味論における事態空間上に構成する．つまり，事態空間，すなわち最小元を持つ完備半束 $(P, \sqsubseteq, \sqcup)$ をなす事態の集合 P に関して相空間 $(P, \cdot, \varepsilon)$ を定義する．したがって以下では，事態空間かつ相空間であるような構造を考える．

このような仕方で事態空間の観点から相空間を理解する場合に，後者のモノイド演算は事態に関するどのような操作に対応すると考えられるだろうか？ 空な事態を含む事態空間では事態の集合が融合に関して有界半束をなすと考えられているのに対して，可換モノイドは有界半束から冪等性の条件を除いたものである．したがって後者を前者と比較した場合に可能なひとつの解釈は，モノイド演算に対応する事態上の操作を部分全体論的な融合から冪等性の条件を除いたものとみなすことである．私たちはモノイド演算をこの意味で一般化融合 (generalized fusion) と呼び，事態 s と事態 t の一般化融合が事態 u であるとき $s \cdot t = u$ とする．冪等性に関して，部分全体論的な融合では任意の事態 s について $s \sqcup s = s$ であり，事態 s と事態 s の融合は元の事態 s であるのに対して，一般化融合においては必ずしもそうではない．

モノイド演算に対応する操作を一種の融合として解釈する上で，事態空間上の相空間はさらに 2 つの条件を満たすべきであるように思われる．第一に私たちは，部分全体関係による半順序の下で，任意の $x, y, z \in P$ について $x \sqsubseteq y$ のとき $x \cdot z \sqsubseteq y \cdot z$ であると仮定する．すなわち，事態の部分全体関係は，ある同じ任意の事態との融合後も保たれる．形式的には，事態空間

上の相空間 $(P,\cdot,\varepsilon,\sqsubseteq)$ はこのとき半順序モノイド (partially-ordered monoid) である[5]．第二に，モノイドの単位元 ε は任意の事態 s との一般化融合に関して $s\cdot\varepsilon=s$ であるから，モノイドの単位元は空な事態とみなすことが自然である．空な事態は事態空間において半束の最小元であるので，したがってモノイドの単位元と事態空間としての半束の最小元が一致するべきである．

このような構造の例として私たちは，集合 P_A から生成される自由可換モノイド (free commutative monoid) を考えることができる．P_A の元を要素とする多重集合 (multiset) からなる集合を P とするとき，この自由可換モノイドは多重集合の結合をモノイド演算 $\cdot$，空な多重集合 $\emptyset$ を単位元として構成される可換モノイド $(P,\cdot,\emptyset)$ である．ここで P_A を適当な（原子的）事態の集合，モノイド演算を一般化融合として解釈するならば，P の元（多重集合）は空な事態および任意の（原子的）事態の一般化融合によって得られる事態とみなすことができ，多重集合の包含関係 $\sqsubseteq$，多重集合の結び $\sqcup$ によって構成される半束 $(P,\sqsubseteq,\sqcup)$ は P がなす事態空間である．このとき，任意の $x,y,z\in P$ は多重集合の包含関係の定義から第一の条件を満たし，またモノイドの単位元 $\emptyset$ はこの半束の最小元であり第二の条件を満たす．

2.3.　付値

私たちが扱う付値は古典線形論理の相意味論の標準的な付値であり，原子論理式と結合子に関しては次のように定義される (cf. Okada 1998, §3.1).

定義 2.2 (Phase model)**.**　相空間 $\mathcal{P}=(P,\cdot,\varepsilon,\perp)$ において，任意の $\alpha\subseteq P$ についてその双対 (dual) $\alpha^{\perp}$ を $\alpha^{\perp}:=\{s\mid\forall x\in\alpha(s\cdot x\in\perp)\}$ と定義する．また，写像 Cl（閉包演算子，closure operator）を $Cl(\alpha):=\alpha^{\perp\perp}$ と定義する．このとき，相空間 $\mathcal{P}$ と以下のように再帰的に定義される付値 $\cdot^{*}$ の組を（古典）相モデル ((classical) phase model) と呼ぶ（ただし，乗法的選言 $X\parr Y$ および

線形含意 $X \multimap Y$ に関しては後述し（3.3 節），論理定項 $1, \top, 0$ についての定義は本稿では省略する）.

$$A^* = Cl(A^*) \subseteq P \text{ for each atomic formula } A \tag{2.1}$$

$$\bot^* := \bot \subseteq P \tag{2.2}$$

$$(X^\bot)^* := (X^*)^\bot \tag{2.3}$$

$$(X \oplus Y)^* := Cl(X^* \cup Y^*) \tag{2.4}$$

$$(X \otimes Y)^* := Cl(\{x \cdot y \mid x \in X^*, y \in Y^*\}) \tag{2.5}$$

$$(X \& Y)^* := X^* \cap Y^* \tag{2.6}$$

$\varepsilon \in X^*$ のとき X は真である.

この定義は，次のように TM 意味論のスタイルに書き換えることができる．事態論的解釈の下で，事態 $s \in X^*$ を命題 X の truthmaker と呼び，$t \in X^{*\bot}$ であるような事態 t を命題 X の falsemaker と呼ぶ[6]．このとき，立証 $s \Vdash X$ は $s \in X^*$ と，反証 $s \dashv\!| X$ は $s \in X^{*\bot}$ と同値であるような関係として定義することができる．同じ X の truthmaker と falsemaker の一般化融合 $s \cdot t$ が相空間における集合 $\bot$ の元であるので，この意味で集合 $\bot$ の元は矛盾している事態（矛盾的事態）とみなすことができる.

TM 意味論としての相意味論は，的確な TM 意味論という観点からは，遺伝性が成り立たないという点で非的確な TM 意味論から区別することができる．例えば，$P = \{\varepsilon, s, t, u\}$, $\bot = \{u\}$, $s \cdot t = u$, $A^* = Cl(A^*) = \{s\}$ であるような相モデルにおいて，$s \Vdash A$, $s \sqsubseteq s \cdot t$ であるが $s \cdot t \nVdash A$ である．これに対して，例えば，線形論理を含む部分構造論理に対する Ono (1993) や Wansing (1993) のある種の Kripke 意味論は遺伝性を満たし (cf. Ono 1993, 284, Wansing 1993, 135)，線形論理の非的確な TM 意味論として，的確な TM 意味論としての相意味論と対比することができる.

2.4. 閉包演算子と矛盾的事態

古典相モデルにおいて各命題の truthmaker や falsemaker は，付値における閉包演算子の適用によって，矛盾的事態の集合 $\perp$ に対して相対的に定まる．相空間の定義から集合 $\perp \subseteq P$ は自由に取ることができるので，命題の具体的な truthmaker や falsemaker は集合 $\perp$ の取り方に依存する．

この点で，相意味論の truthmaker 解釈は，相空間において集合 $\perp$ をどのように取るかということによっても一定の仕方で特徴づけられることになる．境界的な例として，矛盾的事態がない，すなわち $\perp = \emptyset$ である場合を考えよう．このとき任意の $\alpha \subseteq P$ について $Cl(\alpha) = P$ または $Cl(\alpha) = \emptyset$ であるので，任意の命題 X についてその付値はそれぞれ $X^* = P$ または $X^* = \emptyset$ のいずれかであり，ある命題に（空な事態 ε を含め）何らかの truthmaker が存在する前者の場合を真，truthmaker が存在しない後者の場合を偽とみなせば，この付値は通常の古典二値論理の付値と実質的に等価である．

このようなモデルにおいては，ある命題を任意の事態が的確に真にするということが生じる．ある種の相空間では，このことは解釈上それほど奇妙なものではない．例えば，相空間における集合 P として単元集合 $\{\varepsilon\}$ を取る場合には，ある命題が真であるときには空な事態が端的にその truthmaker であり，偽であるときにはその truthmaker は存在していないと考えることができる．一方で集合 P をより一般に適当な諸事態の集合とする場合，集合 $\perp$ が空であるようなモデルからは，例えば〈雪が白いこと〉という事態が「カラスは黒い」という（一見したところ無関係な）命題を真にすることが帰結しうる．私たちの理論は，ある事態がある命題の（的確であれ非的確であれ）truthmaker であるための具体的な条件に関して中立的であるが，もし何らかの立場からこのような帰結を避けるのであれば，集合 $\perp$ の構成に関して矛盾的事態が満たすべき何らかの条件を加えることが検討されるだろう[7]．

閉包演算子と矛盾的事態によって truthmaker 解釈が特徴づけられる事例

は，意味論の完全性に関してカノニカルモデルを考える場合にも見いだされる．相意味論の（古典）線形論理のシーケント計算に対する完全性は，論理式の集合から生成される自由可換モノイドを相空間の可換モノイドとするようなカノニカルモデルを構成することで与えることができる (Okada 1998, §3.2)．同様の議論は，少なくとも例えば 2.2 節の自由可換モノイドの例を考えるならば，事態空間上の相空間の場合にも成り立つ．このカノニカルモデルにおいては，集合 $\perp$ は論理定項 $\perp$ の構文論的証明に依存する形で定まることになり，これに伴ってモデルにおける truthmaker や falsemaker も構文論的証明に依存する形で特徴づけられることになる．

以上のような事例の議論は，相意味論を TM 意味論の観点から検討する場合に，意味論の truthmaker 解釈が具体的なモデル（あるいはそのクラス）に応じてどのように異なる仕方で特徴づけられるのかを例証している．特に相意味論においては閉包演算子をどのように定義するかということによって解釈が考察に開かれており，このことは古典線形論理の相意味論の場合には矛盾的事態をどのように定義するかということに帰着する[8]．一方で， 3.1 節で論じるように，さらに直観主義線形論理の場合を考えることは，閉包演算子を矛盾的事態の集合に依存しない仕方で定義することを動機づける．

3.　意味論の哲学的解釈

本節では，Okada (2004), Okada (2008) の線形論理の事態論的解釈に基づきつつ，前節で提示したモデルとその哲学的解釈の下で，線形論理の意味論の事態論的な解釈を検討する．

3.1.　閉包

2.3 節で定義されたように，古典線形論理の相モデル（古典相モデル）では閉包演算子は $Cl(X^*) := X^{*\perp\perp}$ として X^* の双対の双対として定義することができる．この定義によって与えられる閉包は，事態論的な解釈の下

で，X の falsemaker にあたる事態が真にする命題の falsemaker の集合として字義的には理解される．

一方で，閉包の事態論的な異なる解釈として，閉包に含まれる事態を元の事態の集合の「近傍」として解釈することが考えられる (Okada 2008, 286)．このような解釈は，線形論理のトポロジー的なモデルや閉包の定義 (Sambin 1995) において特に自然である．私たちは以下で近傍の概念による閉包の解釈を前提して用いるが，本稿で与えた古典相モデルにおける閉包の解釈は，近傍という概念との直接的な対応関係を欠くように思われる．

この点に関して，相意味論を実質的に直観主義線形論理の相意味論に一般化して考える場合，閉包演算子は双対に依存しない他の仕方でも定義することができる．相モデルを含む代数的なモデルにおいて，Dedekind-MacNeille 完備化による閉包演算子の定義 (Troelstra 1992, 75) はその例であり，Sambin はトポロジー的なモデルでも Dedekind-MacNeille 完備化によってある種の近傍や閉包が定義できることを示している (Sambin 1995, 876)．しかしながら，どのようなモデルや閉包の定義が事態の集合の近傍という概念を扱う上で最も適切であるかにはなお検討の余地がある[9]．

3.2.　加法的・乗法的連言

線形論理をはじめとする部分構造論理において結合子はしばしば，その性質に基づいて加法的結合子 (additives, $\oplus, \&$) と乗法的結合子 (multiplicatives, $\otimes, ⅋$) のグループに区別される．これらはそれぞれ外延的 (extensional) および内包的 (intensional) 結合子とも呼ばれる．

まず，連言について結合子のペアの解釈を検討しよう．2.3 節の定義と本稿の意味論解釈の下で，加法的連言 $X \& Y$ の truthmaker は，命題 X の truthmaker でも命題 Y の truthmaker でもあるような事態である．これに対して乗法的連言 $X \otimes Y$ の truthmaker は，命題 X の truthmaker である事態 s と，命題 Y の truthmaker である事態 t との，一般化融合 $s \cdot t$（の集合）の近

傍であるような事態である．

後者の乗法的連言の truthmaker が事態の融合によって自然に特徴づけられるのに対して，前者の加法的連言の truthmaker の解釈はそれほど明らかではない．乗法的連言の場合と異なり，加法的連言の truthmaker は融合によって定義されず，非融合的な，いわば融合に関して単一的な事態が連言肢 X と Y のいずれもを真にすることになる．しかしながら，そのような事態は具体的にはどのようなものなのだろうか？

Jago は関連論理の TM 意味論における加法的連言（外延的連言）を，「重なり合う内容」(“overlapping content”) を持つものとして解釈している (Jago 2020, §4). 加法的連言の truthmaker であるような事態の例として Jago は，心の哲学における多重実現可能性の問題に関連して，何らかの心的言明と，それを実現する物理的状態に関する言明とを連言肢とするような命題の truthmaker であるような事態を挙げている．しかしながら，加法的連言は任意の命題を連言肢として考えることができるのであって，このような例のみから加法的連言の一般の場合を説明することは容易ではないように思われる[10].

別の解釈は可能だろうか？ 線形論理における加法的および乗法的連言（および選言）の意味に関しては，それぞれ「選択的事態」(selective state) および「重ね合わせ的事態」(superpositional state) の観点から解釈を与えることが考えられる (Okada 2008, 281). すなわち，例えば，連言「A かつ B」は，それが加法的連言であるか乗法的連言であるかに応じて，選択的事態を意味するケースと重ね合わせ的事態を意味するケースにそれぞれ区別され，前者は事態〈A〉と事態〈B〉のいずれか一方が選択可能であるという事態，後者は事態〈A〉と事態〈B〉の「重ね合わせ」であるような事態である．この解釈は，事態を命題の意味とする代わりに，命題の truthmaker とすることでも理解できる．Okada (2008) のレストランの例を TM 意味論流の表現にアレンジして用いれば，命題「赤ワインがある」と命題「白ワ

インがある」の乗法的連言の truthmaker は赤ワインと白ワインがどちらも置かれているような事態であり，加法的連言の truthmaker は赤ワインか白ワインのいずれかを選ぶことができるような事態である．

実際のところ，この例から明らかなように，乗法的連言の truthmaker として，事態の一般化融合と事態の連言的な「重ね合わせ」は特徴において共通的なものである．一方で加法的連言の truthmaker に関して，選択的事態による解釈は「重なり合う内容」に基づく Jago の解釈とは異なる解釈を与える．選択的事態による解釈は，重なり合う内容に基づく解釈の適用事例の限定性を解消して，より一般的な説明を与えることができるという点で優位性がある．

3.3. 加法的・乗法的選言

選言に関して，加法的選言 $X \oplus Y$ の truthmaker は，命題 X か命題 Y の truthmaker である事態（の集合）の近傍であるような事態である．他方で，私たちは乗法的選言 $X \parr Y$ を構文論的に定義する．すなわち，$X \parr Y := (X^{\perp} \otimes Y^{\perp})^{\perp}$ である．その上で，含意（線形含意）$X \multimap Y$ は $\parr$ を用いて同様に構文論的に $X \multimap Y := X^{\perp} \parr Y$ と定義することができる[11].

両者のうち加法的選言については，その truthmaker が特定の選言肢の truthmaker であるか，それらの近傍であるという解釈は自然なものである．加法的選言「A または B」について，事態 $\langle$A$\rangle$ と事態 $\langle$B$\rangle$ はそれぞれ「A」「B」という特定の選言肢の truthmaker であるが，これらの近傍であるような事態には選言全体を真にするが必ずしも特定の選言肢を端的に真にするわけではないような事態が含まれる．したがってこの加法的選言の truthmaker は単に事態 $\langle$A$\rangle$ または事態 $\langle$B$\rangle$ ではなく，これらを含めて一般に言えば事態 $\langle$A$\rangle$ と事態 $\langle$B$\rangle$ のいずれか一方が成り立っているという事態であり，この意味で選択的事態として特徴づけることができる (Okada 2008, 281f.).

これに対して乗法的選言の解釈は再び非自明なものであるが，ひとつの

解釈は乗法的選言を（選言的な）重ね合わせ的事態によって特徴づけることである (Okada 2008, 281f.). TM 意味論流の表現で言い換えれば，$A \parr B$ の truthmaker は，A (B) の falsemaker が実現した場合に，B (A) の truthmaker に「収束」(converge) するような事態である．このような事態は，次のような例によって説明することができる (Okada 2008, 283). 例えば，食卓に 2 本のワイングラスがあるとしよう．命題「赤ワインのグラスが私のグラスである」と命題「白ワインのグラスが私のグラスである」の乗法的選言の truthmaker は，一方の命題の falsemaker（例えば，別の人物がそのワイングラスを取る，という事態）が実現した場合に，他方の命題の truthmaker になるような事態である．

3.4.　指数関数様相 (exponential modalities)

線形論理における指数関数様相 (exponential modalities, exponentials) ! および ? の存在は，証明論的観点からは，シーケント計算におけるいくつかの構造規則（縮約規則および弱化規則）を明示的かつ制御された仕方で取り扱うことを可能にする (cf. Okada 1998, §2.1, Paoli 2002, 65f.). 指数関数様相に関して，私たちはまず $J \subseteq P$ を $J := \{s \in P \mid s \cdot s = s\}$ として定義し，さらに指数関数様相と同じ記号 !,? で新しい演算子を $!\alpha := Cl(\alpha \cap Cl(\{\varepsilon\}) \cap J)$, $?\alpha := (\alpha^{\perp} \cap Cl(\{\varepsilon\}) \cap J)^{\perp}$ と定義する．このとき $!X, ?X$ の付値は $(!X)^* := !(X^*)$, $(?X)^* := ?(X^*)$ と定義される (cf. Okada 1998, 266f.).

この定義と事態論的解釈の下で，事態 $s \in !\alpha$ は $s \in J$ から一般化融合に関しても冪等性を満たし，$s \in Cl(\{\varepsilon\})$ から空な事態の近傍である．このような事態を考察の対象とする場合，α と $!\alpha$ の関係を事態の「安定化演算子」(‘stabilizer’ operator) という観点から解釈することが考えられる (Okada 2008, 281). ここで安定化演算子 σ は，任意の $s \in \alpha \subseteq P$ について $\sigma(s) \in !\alpha$ であるような写像として与えることができる（ただし $!\alpha \neq \emptyset$）.

おわりに

本稿では，意味論における truthmaker としての事態概念と，それに基づく Fine らの TM 意味論に注目し，TM 意味論における事態空間を相意味論の相空間と組み合わせることで，古典線形論理の相意味論の事態論的な解釈を与え，線形論理の意味論の truthmaker 解釈のアウトラインを示した．

近傍概念を解釈する上でより適切な閉包演算子の定義とその実際の truthmaker 解釈をはじめ，いくつかの側面での詳細の検討は，直観主義線形論理の相意味論との関係の検討も含めて線形論理の意味論の truthmaker 解釈の内在的な課題である．一方でその外在的な課題は，その他の論理，特に直観主義論理や関連論理の TM 意味論との関係を明らかにすることである．

（付記）本研究は JSPS 科研費 JP20J22514, JP17H02263, JP17H02265, JP19KK0006 の助成を受けたものである．

注

1 「可能世界」のような可能世界解釈的な表現は実際にはしばしば他の解釈の説明においても用いられるが，後者の諸解釈は「可能世界」のような表現に必ずしも実質的な仕方で依存するものではないことに注意が必要である．

2 Fine はさらに loose truthmaking も区別しているが，本稿の議論には関係しないためここでは取り上げない．

3 以下では簡単のため，命題 A によって意味される，あるいは何らかの仕方でそれに対応づけられる事態を〈A〉と表記する．

4 実際のところ，線形論理と的確な TM 意味論の関わりは Fine によっても示唆されている (Fine 2017a, 627). Restall は，truthmaker としての事態にも言及しつつ，線形論理を含めた部分構造論理の意味論の事態論的な解釈を検討している (Restall 2000, §16.2, cf. Restall 2000, §12.4).

5 この解釈の下でさらに，結びとモノイド演算が分配律 $s\cdot(t\sqcup u)=(s\cdot t)\sqcup(s\cdot u)$ を満たすと仮定する場合，$(P,\cdot,\varepsilon,\sqsubseteq)$ は半束順序モノイド (semilattice-ordered monoid) である．

6 古典線形論理においては，モデルにおける falsemaker として原子命題の false-

maker のみを考えることもできる．すなわち，$X^{\perp}$ の付値を原子命題に関してのみ定義されるものとして，任意の複合命題 $C^{\perp}$ をド・モルガン則によって原子命題の否定のみが現れる形に書き換え，元の形の $C^{\perp}$ をその省略形とみなすことで，「見かけ上の」C の falsemaker（$= C^{\perp}$ の truthmaker）を原子命題の falsemaker に還元することができる．このことは，具体的なモデルの構成に応じた異なる仕方での truthmaker 解釈の特徴づけという論点に関わる（2.4 節）．

[7] これに対して，任意の命題の真理にはあらゆる事態が的確な truthmaker として寄与するという立場を（直観的ではないとしても，例えばある種の全体論的な立場として）採ることも可能であり，その場合にはこのようなモデルもなお認容されるべきものである．

[8] 直観主義論理の TM 意味論における矛盾的事態に関しても類比的な論点が見いだされる (cf. Fine 2014, §4).

[9] 順序構造と（トポロジー的な）被覆概念を組み合わせたモデルとして，cover system が提案されている (Goldblatt 2016). Goldblatt は cover system と様相論理の近傍意味論 (neighborhood semantics) における近傍との類比を示唆している (Goldblatt 2016, 1).

[10] Fine and Jago (2019) では，トリビアルな真理に関する加法的連言のもうひとつの例が挙げられているが，事情は同様である．

[11] Fine (2014) は，直観主義論理の TM 意味論において，含意を「含意的連接」(conditional connection) としての事態を導入することによって解釈している (Fine 2014, 554, cf. Fine 2017b, 572). 例えば，含意的連接としての事態 $u = s \rightarrow t$ は，事態 s との融合によって事態 t が実現するような事態であり，このような事態は単に含意的事態とも呼ぶことができるだろう．同様のアイディアは関連論理の TM 意味論に関しても用いられている (Jago 2020). 相意味論を実質的に直観主義線形論理の相意味論に一般化して考える場合，線形含意の付値は $(X \multimap Y)^* := \{z \in P \mid \forall x \in X^*(x \cdot z \in Y^*)\}$ と定義することができる．この定義は部分全体論的な融合を一般化融合に置き換えた形で関連論理の TM 意味論と共通的であり，含意的事態の観点から同様に解釈することができる．事態論の文脈では，含意的事態はマイノングが共在客態 (Mitseinsobjektiv) と呼ぶものと類似性がある (Meinong 1921, 18).

文　献　表

Fine, Kit (2014). “Truth-Maker Semantics for Intuitionistic Logic.” *Journal of Philosophical Logic*, 43, 549–577.

——— (2017a). “A Theory of Truthmaker Content I: Conjunction, Disjunction and

Negation." *Journal of Philosophical Logic*, 46, 625–674.

——— (2017b). "Truthmaker Semantics." *A Companion to the Philosophy of Language*. Ed. by Bob Hale, Crispin Wright, and Alexander Miller. 2nd ed. 2. John Wiley & Sons. Chap. 22, 556–577.

Fine, Kit and Jago, Mark (2019). "Logic for Exact Entailment." *Review of Symbolic Logic*, 12(3), 536–556.

Girard, Jean-Yves (1987). "Linear logic." *Theoretical Computer Science*, 50(1), 1–101.

Goldblatt, Robert (2016). *Cover Systems for the Modalities of Linear Logic*. arXiv: 1610.09117 `[math.LO]`.

Jago, Mark (2013). "Recent Work in Relevant Logic." *Analysis*, 73(3), 526–541.

——— (2020). "Truthmaker Semantics for Relevant Logic." *Journal of Philosophical Logic*, 49, 681–702.

MacBride, Fraser (2020). "Truthmakers." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Ed. by Edward N. Zalta. Spring 2020. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Meinong, Alexius (1921). "Selbstdarstellung." *Alexius Meinong Gesamtausgabe, VII*, 1–62.

Mulligan, Kevin, Simons, Peter, and Smith, Barry (1984). "Truth-Makers." *Philosophy and Phenomenological Research*, 44(3), 287–321.

Okada, Mitsuhiro (1998). "An Introduction to Linear Logic: Expressiveness and Phase Semantics." *MSJ Memoirs*, 2, 255–295.

——— (2004). "Linear Logic and Intuitionistic Logic." *Revue internationale de philosophie*, 203(4), 449–481.

——— (2008). "Some remarks on linear logic." *One Hundred Years of Intuitionism (1907–2007)*. Ed. by Mark van Atten et al. Birkhäuser Basel, 280–300.

Ono, Hiroakira (1993). "Semantics for Substructural Logics." *Substructural Log-*

ics. Ed. by K. Došen and P. Schroeder-Heister. Oxford University Press, 259–291.

Paoli, Francesco (2002). *Substructural Logics: A Primer*. Springer.

Reicher, Maria E. (2009). "Introduction." *States of Affairs*. Ontos, 7–37.

Restall, Greg (1996). "Truthmakers, Entailment and Necessity." *Australasian Journal of Philosophy*, 72(2), 331–340.

——— (2000). *An Introduction to Substructural Logics*. Routledge.

Sambin, Giovanni (1995). "Pretopologies and Completeness Proofs." *Journal of Symbolic Logic*, 60(3), 861–878.

Smith, Barry (1996). "Logic and the Sachverhalt." *The School of Franz Brentano*. Ed. by Liliana Albertazzi, Massimo Libardi, and Roberto Poli. Springer Netherlands, 323–341.

Textor, Mark (2020). "States of Affairs." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Ed. by Edward N. Zalta. Summer 2020. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Troelstra, Anne S. (1992). *Lectures on linear logic*. Center for the Study of Language and Information.

Wansing, Heinrich (1993). *The Logic of Information Structures*. Springer.