慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	論理と経験
Sub Title	Logic and experience
Author	杉尾, 一(Sugio, Hajime)
Publisher	三田哲學會
Publication year	2015
Jtitle	哲學 No.134 (2015. 3) ,p.79- 88
JaLC DOI	
Abstract	This paper is written for undergraduate or graduate students who are interested in philosophy of physics and quantum logic. However, I do not explain quantum logic itself. I do explain how we construct boolean lattice, based on our experiences, which is a mathematical structure behind classical logic. This is because I often find that some philosophers argue that logic does not depend on our experiences and it gives us a priori knowledge, and thus, they claim that logic governs the real world. However, this belief is baseless. We should construct boolean lattice based on the stable and empirical foundation. For this purpose, this paper introduces two ways. First, we reconstruct the concept of physical quantity, based on outcomes of measurements. You will find that physical quantities are not properties which physical objects have, and they are such as conceptual windows through which we observe the world. Second, from an epistemological point of view, you will find why boolean lattice (or classical logic) needs distributive law.
Notes	特集 : 西脇与作君・ 樽井正義君退職記念 寄稿論文
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000134-0079

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

論理と経験

杉　尾　一*

Logic and Experience

Hajime Sugio

This paper is written for undergraduate or graduate students who are interested in philosophy of physics and quantum logic. However, I do not explain quantum logic itself. I do explain how we construct *boolean lattice*, based on our experiences, which is a mathematical structure behind classical logic. This is because I often find that some philosophers argue that logic does not depend on our experiences and it gives us a priori knowledge, and thus, they claim that logic governs *the real world*. However, this belief is baseless. We should construct boolean lattice based on the stable and empirical foundation. For this purpose, this paper introduces two ways. First, we reconstruct the concept of physical quantity, based on outcomes of measurements. You will find that physical quantities are not properties which physical objects have, and they are such as *conceptual windows* through which we observe the world. Second, from an epistemological point of view, you will find why boolean lattice (or classical logic) needs distributive law.

* 日本学術振興会特別研究員 PD/慶應義塾大学論理と感性のグローバル研究センター共同研究員 /ハーバード大学哲学科訪問研究員

1　序論

（古典）論理学を学ぶ際，どのような手法にもとづいて学んだだろうか．自然演繹やタブロー法など，様々な手法がある．恐らく，いずれかの手法をもとに学んだことだろう．これは至極もっともなことであり，このこと自体に異議を唱えたいわけではない．しかし，論理学を学ぶ際，あるいは論理学を実際に使用する際に注意しなければならないことがある．それは，古典論理だけが論理ではないということだ．

このようなことは当然だと思われる読者がほとんどだろう．実際，古典論理は真・偽という２値だけにもとづく「神の論理」と批判され，ブラウワーによって直観主義論理が提唱された．また，（最近，あまり研究されなくなったものの）ファジー論理や，量子力学に端を発した量子論理などがある．このような歴史的背景を知る読者からすれば，筆者の主張は，初学者に向けた注意に過ぎないと思われるかも知れない．

舌足らずであったものの，筆者はそのような意図をもって注意を喚起したのではない．注意すべきは，古典論理がこの世界のある特定の領域内でしか適応することのできない制約のある論理であるということである．さらに，このことに付随して注意すべきことがある．それは，私たちが経験的世界に制約を設けることによって，私たちによって構成された論理が古典論理であるということである．

このような問題，すなわち「論理が先か，経験が先か」という問題は，これまでも扱われてきた．未だ完全な解答は得られていないが，ウェイソンの選択課題やシアーズ問題などで垣間見える人間の認知機能における推論の癖を鑑みるに，人間が生まれ持っている推論能力と，形式論理における推論規則それ自体に一対一の対応があるとは思えない．しばしば，対偶を取らなければ，真偽を判定することが難しい命題がある．ところが，心理学でいうところの主題材料効果（thematic material effect）によって，実際に対偶をとらなくても真偽がただちにわかるような場合がある．私た

ちは，論理学を学ばなくても，推論を可能にするような何らかの緩やかな論理を保持しているのだ．

しかし，これだけでは，真の意味で「論理が先か，経験が先か」の問題に答えたことにはならない．論理の先行性を主張する論者は，形式論理の構造を許すように世界が存在しており，私たちは経験によって世界にあらかじめ存在していた論理構造を発見したのだと主張するだろう．確かに，世界が論理を許すようにできているのかもしれない．しかし，だからといって，論理が，私たちによらず存在しているとはならない．論理は，世界と私たちとの関係において現れているのかも知れない．

本稿でも，この問題に決着をつけることはできないが，むしろ，決着をつけることができないのは，私たちが経験から逃れることができないためではないだろうか．かつて，マッハは，右目を閉じ，左目だけによる知覚をもとに室内の様子を描いた．そして，私たちがこの光景から逃れることができないと主張した．また，現象学の創始者であるフッサールは，「事象そのものへ」という彼の有名な言葉によって象徴されるように，諸学を経験的基礎へと引き戻そうとした．このようなことからも，私たちの経験の範囲の内から形式論理の構造が組み立てられていくという過程を経験することは，私たちにとって重要なことである．

そこで，本稿では，私たちが経験に制限を設けることによって，論理が構築されていく過程を概観する．その意味で，本稿が，論理学それ自身に何か新しい知見をもたらすわけではない．本稿は，論理学に対する態度を認識論的な態度へと誘う哲学的論考であると同時に，この分野に関心のある哲学専攻の学部生や大学院生に向けた論文でもある．

2　物理量概念の構成

ジョン・ロックは，性質を第一性質と第二性質に分けた．第一性質は延長や運動などであり，第二性質は色や味などである．第一性質はモノの属

性としての客観的性質（物理量）とされ，第二性質は感覚にもとづく主観的性質とされた．しかし，近年になり，第二性質に含まれる色などもまたモノの属性に含めようとする哲学的論考がしばしばみられる．

量子力学の哲学においては，第一性質でさえモノの属性とみなしてよいのかということが議論になる，そのような議論を無視して，第二性質をモノの属性とみなすような思弁的な論考は受け入れ難い．実際，本稿では，第一性質と第二性質を区別することなく，統一的に扱うことができる方法について考える．そして，第一性質も第二性質も，私たちから独立に存在しているわけではないということを主張することからはじめる．

そのために，本稿では，目や耳といった感覚器も測定器とみなし，すべての測定器からなる集合 $\mathcal{A}$ を考える．そして，物理的対象からなる集合を物理的世界 W と呼ぶことにする．ここで，以下のような命題を考えたい．

命題 p：ある測定器 $a_j \in \mathcal{A}$ を用いて，ある物理的対象 $s \in W$ を測定したとき，測定値 v が，ある一定の範囲 Δ に収まる．

この命題の真偽を確率をもとに定めたい．なぜならば，仮に 1 回目の測定で $v \in \Delta$ となったとしても，2 回目以降の測定で $v \notin \Delta$ となるかもしれないからだ．つまり，真偽を判定するにあたり，偶然性（たまたま測定値が Δ 内に入った場合）を排除する必要があるのだ．

そこで，頻度主義にもとづく確率を導入しておこう．ある測定器 a で，ある物理的対象 s を N 回測定したところ，ある一定の範囲 Δ に収まる測定値を n 回得たとする．このとき，測定値が Δ 内に収まる確率 $\mathrm{Prob}_s^{a_j}(\Delta)$ を，

$$\mathrm{Prob}_s^{a_j}(\Delta):=\lim_{N\to\infty}\frac{n}{N} \tag{1}$$

と定義する．この定義をもとに，Δの範囲を

$$\mathrm{Prob}_s^{a_j}(\Delta)=\begin{cases}1 & (v\in\Delta)\\ 0 & (v\notin\Delta)\end{cases} \tag{2}$$

となるように調整する．すなわち，$\mathrm{P}_s^{a_j}(\Delta)=1$ のとき，命題 p_j が真であるように，他方，$\mathrm{P}_s^{a_j}(\Delta)=0$ のとき，命題 p_j が偽であるようにΔを調整する．

次に，$\mathrm{Prob}_s^{a_1}(\Delta)=1$ ならば $\mathrm{Prob}_s^{a_2}(\Delta)=1$ となる場合，すなわち，命題 p_1 が真であるように，命題 p_2 も真である場合について考える．このとき，$p_1\leq p_2$ と表すことにする．このとき，関係≤が，

$$p_1\leq p_1 \tag{3}$$

$$(p_1\leq p_2)\wedge(p_2\leq p_3)\Rightarrow p_1\leq p_3 \tag{4}$$

満たすのは自明だろう．さらに，

$$(p_1\leq p_2)\wedge(p_2\leq p_1)\Rightarrow p_1=p_2 \tag{5}$$

とする．すなわち，このとき，命題 p_1, p_2 は同値であるとする．

さて，添字を見れば明らかなように，$p_1=p_2$ のとき，物理的対象 s を測定する測定器 a_1, a_2 もまた同値関係で結ぶことができる．さらに，命題の集合 $\mathcal{P}$ を命題間の同値関係をもとに類別するという操作は，測定器の集合 $\mathcal{A}$ を測定器間の同値関係をもとに類別するという操作に対応づけられることも明らかである．すなわち，

$$P_1:=\{p_l\in\mathcal{P}\,|\,p_l=p_1\}\Leftrightarrow A_1:=\{a_l\in\mathcal{A}\,|\,a_l=a_1\} \tag{6}$$

である．ここで，測定器の同値類 A_1 に属する任意の測定器を代表測定器と呼ぶことにし，代表測定器を同値類の代表元 a_1 で表す．

代表測定器 a_1 を用いて物理的対象 s を測定する．そして，確率 $\mathrm{Prob}_s^{a_1}(\Delta)$ が，

$$\mathrm{Prob}_s^{a_1}(\Delta)=1 \tag{7}$$

であったとする．これは，代表測定器 a_1 を用いて物理的対象 s を測定した際，測定に成功し，同じ結果を引き出すことに成功したことを意味する．これによって，私たちは，物理的対象が a_1 によって測定される性質を保持していると考えて，a_1 によってある物理量を測定したと考える．そして，代表測定器 a_1 を用いて，物理的対象 s の属性としての物理量 a_1 を測定したとみなす．私たちは，このようにして，物理量という概念を観測結果をもとに構成しているのである．このように考えると，物理量をはじめ，あらゆる諸性質は，私たちの視点を抜きにして語ることができない概念であり，それらを私たちから独立した性質とみなすことはできない．

3　束

前節で，測定器を類別したが，同値関係を適用した以上，同値類に含まれる個々の測定器を区別する必要はない．同様に，命題を類別した場合，同値関係を適用した以上，同値類に含まれる個々の命題を区別する必要はない．そこで，便宜的に同値類そのものを一つの命題とみなすことにする．

同値類 P_1 の代表元 p_1 と，同値類 P_2 の代表元 p_2 の間に（3）の関係がある場合，同値類そのものにも

$$P_1 \subseteq P_2 \tag{8}$$

と順序をつけることができる．$P_1 \subseteq P_2$ かつ $P_1 \neq P_2$ のとき，$P_1 \subsetneq P_2$ と表す．このとき，関係 $\subseteq$ が，

$$P_1 \subseteq P_1 \tag{9}$$

$$(P_1 \subseteq P_2) \wedge (P_2 \subseteq P_3) \Rightarrow P_1 \subseteq P_3 \tag{10}$$

という性質をもっていることは，（3），（4）から明らかである．さらに，

$$(P_1 \subseteq P_2) \wedge (P_2 \subseteq P_1) \Rightarrow P_1 = P_2 \tag{11}$$

とする．すなわち，このとき，命題 P_1, P_2 は同値であるとする．

次に，以下の命題について考えたい．

$$P := \{p_i \in \mathcal{P} \mid p_l = p_i\}, \quad Q := \{q_j \in \mathcal{P} \mid q_k = q_j\} \tag{12}$$

ここで，重要なことは，一般に $q_j \cdot p_i \neq p_i \cdot q_j$ ということだ．

たとえば，測定器を用いて血糖値を計る次の二つの場合について考えよう．

- はじめに，ご飯を食べて血糖値を測る（p_i）．その後，甘いものを食べて血糖値を計る（q_j）．
- はじめに，甘いものを食べて血糖値を計り（q_j）．その後，ご飯を食べて血糖値を計る（p_i）．

このような場合，食事の順序にともない，測定結果は，その順序に依存した結果になることを私たちは知っている[1]．

しばしば，古典物理学が巨視的な経験的世界を記述するというが，厳密には，$q_j \cdot p_i = p_i \cdot q_j$ となるような測定結果をもたらす限られた世界を記述したものが古典物理学ということになるだろう．つまり，古典物理学によって記述される世界（以後，古典的世界）は，巨視的な経験的世界の部分的な世界なのである．

以下では，古典的世界における命題の関係について考える．すなわち，$q_j \cdot p_i = p_i \cdot q_j$ となる場合を考える．そして，このような可換な場合を $r_{ij} := q_j \cdot p_i$ と表すことにする．このような特殊な結果を表す命題をもとに，

$$R := \{r_{ij} \mid r_{kl} = r_{ij}, p_i \in P, q_j \in Q\} \tag{13}$$

を定義する．これは，P と Q の積，

$$R = P \cap Q \tag{14}$$

で表すことができる．なお，私たちは，$q_j \cdot p_i \neq p_i \cdot q_j$ の場合を考慮しないと決めた．そこで，このような場合において，P と Q の積は，

$$0 = P \cap Q \tag{15}$$

であると要請する．以上より，

$$P \cap Q \subseteq P, \quad \text{かつ} \quad P \cap Q \subseteq Q \tag{16}$$

は明らか．したがって，$P \cap Q$ は P, Q の最大下界である．

次に，任意の命題 A に対して，

$$A \cup I = I \tag{17}$$

となる命題 I を考える．すなわち，

$$A \subseteq I \tag{18}$$

であることが導かれる．この命題 I を 1 と表記することにする．

これらの命題からなる集合は，(9)，(10)，(11) による順序関係が定められていることから，順序集合（または半順序集合）という．また，特に最小上界と最大下界が定義されているとき，その順序集合を束という．さらに，この集合の任意の部分集合に対しても，最小上界と最大下界が存在するとき，その集合を完備束という．

次に，補元を定義しておこう．以下の性質，

$$A \cap A' = 0, \quad A \cup A' = 1 \tag{19}$$

を満たすとき，A' を A の補元という．すべての元が補元をもつとき，可補束（または，相補束）と呼ばれる．

4　ブール束

数学や論理学の教科書を読むと，可補束に分配律

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \tag{20}$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \tag{21}$$

を要請することで，古典論理の背後にある束構造としてのブール束になると書かれている．しかし，なぜ分配律を要請したのだろうか．ここにも，私たちの経験が関わっている．そこで，以下のような命題を考えてみよう．

A：猫がある箱の中にいる．

B：猫は生きている．

C：猫は死んでいる．

私たちは，経験的に $B \cup C = 1$ であり，かつ $B \cap C = 0$ であることを知っ

ている．そして，

$$A=A\cap 1=A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \tag{22}$$

$$A=A\cup 0=A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \tag{23}$$

であることは，経験に合致する．そして，この結果を一般化して，

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \tag{24}$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \tag{25}$$

を要請しているのだ．

しかし，思い出してみよう．特に後者は，観測の順序によらず命題の真偽を決定できるような要請（経験世界において可換性のみを扱うという制約）を設けたことで成り立つ．しかし，そのような可換性は，巨視的世界において常に成り立っていない．巨視的世界の中の部分的世界が，可換性をもっているのである．測定の順序によらない可換な命題のみを扱うからこそ，分配律が成り立つ論理を構成できるのである．

5　結語

通常，私たちは，古典論理がはじめに存在し，その論理の背後にブール束が，数学的構造として存在していると教えられる．しかし，この方法では，私たちによらず世界が古典論理を構造的に保持していたかのような錯覚に陥りやすい．そこで，本稿では，私たちが経験的世界からブール束がなりたつ領域を恣意的に引き出した結果，古典論理が現れたというように，論理が経験をもとに構築されていく過程を示した．

かつて，古典論理は「神の論理」と批判された．しかし，実際は，私たちが可換な世界を選択したことによって得られた論理であり，むしろ，「人間の論理」といってよいだろう．私たちが論理を用いる際，私たちが選択した何らかの制約のもとで論理が構成されていることを忘れてはいけない．

謝辞：

本稿は，西脇与作先生の退職記念号への寄稿論文である．哲学・倫理学専攻の諸先生方，何より恩師である西脇先生にこのような機会を設けて頂いたことに，この場を借りて感謝の意を伝えたい．また，筆者が慶應義塾大学で主催していた『束論と量子論理』の勉強会に参加してくださっていた方々にもこの場を借りて感謝したい．

注

[1] 食後に甘いものを食べることができるが，食前に甘いものを食べるとご飯が食べられなくなる経験はあるだろう．

参考文献

[1] Hughes, R. I. G.（1989），The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics, Harvard University Press.

[2] Isham, C. J.（1995），Lectures on Quantum Theory, Imperial College Press.（『量子論』，佐藤文隆・森川雅弘訳，吉岡書店，2003 年）

[3] 安西裕一郎（1985）『問題解決への心理学』，中央公論新社.

[4] 市川伸一（1997）『考えることの科学：推論の認知心理学への招待』，中央公論新社.

[5] 岩村聯（1966）『束論』，共立出版.

[6] エルンスト・マッハ（須藤吾之助，廣松渉訳）（1971）『感覚の分析』，法政大学出版局.

[7] 竹内外史（1982）『数学的世界観』，紀伊國屋書店.

[8] 前田周一郎（1980）『束論と量子論理』，槇書店.

[9] 湯川秀樹，江沢洋，他（1978）『量子力学 II』，岩波書店.