慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	ハンフリーズのパラドクスを巡って： 客観的な単一試行確率における時間の向きについて
Sub Title	"Humphreys' p aradox" on direction of time in objective single-case probability
Author	高村, 友也(Takamura, Tomoya)
Publisher	三田哲學會
Publication year	2013
Jtitle	哲學 No.131 (2013. 3) ,p.1- 25
JaLC DOI	
Abstract	A number of responses to Humphreys' Paradox are discussed inthis paper. Humphreys' Paradox states that the standard probabilitytheory cannot represent the nature of propensity interpretation ofprobability because of the time-asymmetric feature of the concept ofpropensity. The paradox is usually taken to be a significant fault ofthe propensity interpretation. The discussions related to the paradoxare complicated, and several versions of the propensity interpretationand paradox exist. Every version of the propensity interpretationleads us to some version of the paradox. Therefore, the paradoxstill remains. The author also suggests an answer to the paradox.The concept of propensity is closely related to a philosophical viewof the concept of time, that is, the objective interpretation of time.On the other hand, the block universe view of time leads us to anew objective single-case interpretation of probability, where difficultiesthat are similar to Humphreys' Paradox do not arise.
Notes	投稿論文
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000131-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

投稿論文

ハンフリーズのパラドクスを巡って

—客観的な単一試行確率における時間の向きについて—

高　村　友　也*

"Humphreys' Paradox" on Direction of Time in Objective Single-case Probability

Tomoya Takamura

A number of responses to Humphreys' Paradox are discussed in this paper. Humphreys' Paradox states that the standard probability theory cannot represent the nature of propensity interpretation of probability because of the time-asymmetric feature of the concept of propensity. The paradox is usually taken to be a significant fault of the propensity interpretation. The discussions related to the paradox are complicated, and several versions of the propensity interpretation and paradox exist. Every version of the propensity interpretation leads us to some version of the paradox. Therefore, the paradox still remains. The author also suggests an answer to the paradox. The concept of propensity is closely related to a philosophical view of the concept of time, that is, the objective interpretation of time. On the other hand, the block universe view of time leads us to a new objective single-case interpretation of probability, where difficulties that are similar to Humphreys' Paradox do not arise.

* 慶應義塾大学科目担当員，E-mail: takamura@y3.dion.ne.jp

1 はじめに

現代物理学（量子力学）によれば，ミクロな物体は，その物体に及ぶ全ての力を考慮しても，なお，非決定論的な変化をするとされている．この，量子力学における変化の概念的理解を主たる動機として，「客観的な単一試行確率（objective single-case probability）」という概念の哲学的研究が進められてきた．すなわち，私たちの認識の仕方や，知識・情報の不足とは無関係に，ある対象が，たった一回きりの試行において，客観的に確率論的な変化をする，ということが如何なることであるか，概念的に明らかにしようとする試みである．

「客観的な単一試行確率」の代表例は，確率の傾向性解釈（propensity interpretation of probability）である．第 2 節では，傾向性解釈の簡単な紹介を行う．傾向性の概念は「因果概念の一般化」であり，その因果的な性質に起因する時間非対称性を内包すると考えられている．そのせいで，時間対称的な通常の数学的確率論の解釈として機能しないという欠点が指摘されている．「ハンフリーズのパラドクス（Humphreys' Paradox）」と呼ばれているところのものである．第 3 節では，ハンフリーズのパラドクスの概説をおこなう．

ハンフリーズのパラドクスを巡っては，多くの議論が巻き起こってきた．本稿の目的は，ハンフリーズのパラドクスを乗り越えるために提案された数多くの解決策のうち，主要なものに関して，ハンフリーズが包括的な論文を著した 2004 年までのレビューを行うところにあり，第 4 節から第 8 節までがこれに充てられる．フェッツァー，ミラー，マッカーディらによる見解，および，それらに対するハンフリーズの再反論を概説する．

最後に，第 9 節において，ハンフリーズのパラドクスに対する筆者独自の見解を提示する．傾向性は，時間に関する特定の形而上学的立場（客観的時間）と密接な関係にあるのであって，その限り，傾向性に内在する因

果的な性質は時間非対称性を含意し，パラドクスは必然的に生じる．一方，別の形而上学的立場（ブロック宇宙）を取ることによって，パラドクスの生じない，傾向性とは異なる新たな「客観的な単一試行確率」を見出すことができる．

2　確率の傾向性解釈

「客観的な単一試行確率」の概念として最も有名なものは，「傾向性」と呼ばれる概念である．確率の傾向性解釈は，ポパー（K. Popper）[20] によって初めて明確に提唱され，その後いくつものバージョンに分化した．論者によってさまざまな定義の仕方があるが，傾向性の概念にとって最も重要な性質は，「性向的（dispositional）」と形容される側面である．ハンフリーズ [9, p. 557] の言葉を借りれば，傾向性とは，「特定の環境における系が持つ，非決定論的な性向」である．

「性向」とは，ある原因が，ある結果を引き起こそうとする性質のことであり，しばしば物理的な「力」の概念に類比される．決定論的な運動が，ある原因からある一つの結果を確実に引き起こそうとする性向を持っているのに対し，非決定論的な運動は，複数の結果のうちいずれかを，各々の生じやすさに応じて引き起こそうとする性向を持っている．ポパーの言葉を借りれば，傾向性とは「一般化された因果概念」である [21].

たとえば，ボールを手に持って，空中で離したとすれば，その瞬間の状況設定は，ボールが地面に向かって落ちる（100％の）性向を持っていると言えるだろう．これは，決定論的な運動の例である．同様に，非決定論的な運動の例として，ある適当な量子力学的実験設定のもとでは，原子が，位置 X に移動する（50％の）性向と，位置 Y に移動する（50％の）性向とを，両方持っていると言える．これらの性向が，傾向性である．

なお，傾向性が引き起こそうとする対象によって，傾向性解釈は大きく二種類に分類される．傾向性が，ある単一の試行において，単一の事象を

引き起こそうとする場合，単発の（single-case）傾向性解釈と呼ばれる．傾向性が，反復試行において，特定の相対頻度を持った事象列を引き起こそうとする場合，長期の（long-run）傾向性解釈と呼ばれる．長期の傾向説には，ハンフリーズのパラドクスに対する一つの有力な応答がある[8]．しかしながら，傾向性解釈の意義は，確率を物理世界に実在するものと捉え，客観的で一回きりの確率的変化を扱うことができるところにこそある．それはまた，ポパーが傾向性概念を発案した動機でもあった．長期の傾向性解釈ではその長所がぼやけてしまう．本稿でも，長期の傾向性解釈は考察対象とせず，以後，傾向性解釈とは，単発の傾向性解釈のことであるとする．

「性向的」という特徴付けからわかるように，傾向性という概念には，ある種の時間的方向性が内在している．「原因」としての状況設定と，その状況設定が別の時刻に向かって可能的な「結果」を生じさせようとするところの力がまずあって，それが「傾向性」と呼ばれている．「結果」が「原因」を生じさせることは無いという常識から考えれば，傾向性は時間的に非対称な概念である．

この，確率的変化における「時間的方向性」という側面は，私たちの日常的な経験と極めて良く合致している．確定した過去と現在，および，そこから様々な可能性が広がっている，未確定の未来．しかしながら，この時間的方向性が仇となって，傾向性の概念には，「ハンフリーズのパラドクス」という，確率解釈としてのひとつの困難が指摘されている．

3　ハンフリーズのパラドクス

「確率」と呼びうる変化を実際に数値的に扱うときに，私たちは，数学的確率論，すなわちコルモゴロフの公理系を，意識的あるいは無意識的に用いている．そして，少なくとも，「確率」の大きさを測る測度としては，数学的確率論は機能を果たしているし，だからこそ，「確率論」として一

般に認められているのである．

数学的確率論は，実際には単なる測度論の一種である．「確率の解釈」は，その測度論が一体何を測っているのか，ということを問題にする．したがって，「客観的な単一試行確率」という解釈に限らず，一般に，「確率」という概念を明らかにしようとする試みには，ある一つの必要条件が存在する．すなわち，既存の数学的確率論と齟齬が無いこと，特に，そこから帰結する定理を全て整合的に解釈できること，これである．

ハンフリーズ（P. Humphreys）の指摘によれば，傾向性という確率解釈は，この必要条件を満たすことができない．というのも，数学的確率論は時間に関して対称的な理論であり，時間に関して非対称な傾向性の概念と相性が良くないからである．

A と B を何らかの事象として，A のほうが時間的に先に起こるとする．このとき，条件付確率 $P(B|A)$ は，A という事象が原因となって，B という事象を引き起こす傾向性として，自然に解釈できる．ところが，一般に，このような時間的に前向きの条件付確率が与えられれば，ベイズの定理等によって，時間的に後ろ向きの条件付確率（以後，逆条件付確率と呼ぶ）$P(A|B)$ を導くことができる．つまり，数学的確率論は時間に関して対称的である．一方，時間的に後の事象 B が，時間的に前の事象 A を引き起こすとは言えない．つまり，傾向性は時間に関して非対称である．このため，逆条件付確率 $P(A|B)$ を傾向性として解釈することはできない．

この困難は，ハンフリーズによって初めて指摘された後に，サモン（W. C. Salmon）によって公にされ[22, p. 213]，フェッツァー（J. H. Fetzer）によって「ハンフリーズのパラドクス」と名付けられた[5, p. 283]．

ハンフリーズのパラドクスは，論者によって様々な具体例を用いて表現されている．サモンが最初に用いた例はシンプルである[22, p. 213]．ある人が頭を撃たれて死んだ確率が 3/4 であると確率論的に計算できるとき，こ

れを，「この死体は頭蓋骨を弾丸で貫かれた 3/4 の傾向性を持っている」と語るのはおかしい．

サモンはまた，ベイズの定理が用いられる典型的な状況において，パラドクスを表現している [23, p. 205]．缶切りを生産する二種類の機械があって，一日の生産の過程で生じた全ての不良品のうちの一つが，一方の機械によって生産された可能性が 4/5 であると確率論的に計算できるとき，これを，「この不良品の缶切り（を取り出すこと）は一方の機械によって生産された 4/5 の傾向性を持っている」と語るのはおかしい．同様の例は，フリスビー [4, p. 70] や電球 [22, p. 214] を用いても表現されている．ギリース（D. Gillies）[8, p. 828] の指摘に従って，二つの機械で生産する製品にそれぞれ違う色を付けたとすれば，論点は明確になる．すなわち，ある不良品を取り出す前に，それはどちらかの色をしているはずであるから，取り出すという行為が色を決めるわけではないのである．

ハンフリーズは，件のパラドクスについて自身の口から初めて公にした論文 [9] において，様々な例を挙げている．喫煙者が肺癌になる確率は傾向性と呼べても，肺癌になった人が喫煙していた確率を傾向性とは呼べない．金属板に電磁波が当たったとき，ある電子が光電効果によって放出される確率は傾向性と呼べても，ある電子が放出されたときに，金属板が電磁波に曝された確率は傾向性とは呼べない [9, p. 558]．

関連する一連の文献において，最も頻繁に例として挙げられるのは，ハンフリーズが提示した半透鏡の事例である [9, p. 561]．光子が光子源から放たれて，一定の確率で半透鏡に到達するとする．半透鏡は，光子が飛んできたときに，一定の確率で光子を透過させたり反射したりする．光子が半透鏡を透過したという条件のもとで，それ以前にその光子が半透鏡に到達した逆条件付確率を計算できるが，光子が半透鏡を透過するか否かは，それ以前に光子が半透鏡に達するという事象に影響を与えないはずであるから，その逆条件付確率を傾向性とは呼べない．

後の引用のために，半透鏡の例を詳述しておく．$t_1<t_2<t_3$ として，時刻 t_1 における実験設定の背景条件を B_{t_1} とし，時刻 t_2 において光子が半透鏡に到達するという事象を I_{t_2} とし，時刻 t_3 において光子が半透鏡を透過するという事象を T_{t_3} とする．実験設定 B_{t_1} のもとで放たれた光子が，半透鏡を透過する傾向性は p であるとする．すなわち，$Pr_{t_1}(T_{t_3}|I_{t_2}B_{t_1})=p>0$．ただし，$Pr_{t_1}(T_{t_3}|I_{t_2}B_{t_1})$ は，$I_{t_2}B_{t_1}$ という事象が起こったという条件のもとで，T_{t_3} が起こる，時刻 t_1 における傾向性である[1]．また，B_{t_1} のもとで放たれた光子は，ある傾向性 q で半透鏡に達するとする．すなわち，$1>Pr_{t_1}(I_{t_2}|B_{t_1})=q>0$．さらに，半透鏡に達しなかった光子が，半透鏡を透過する傾向性は0であるとする．すなわち，$Pr_{t_1}(T_{t_3}|\overline{I_{t_2}}B_{t_1})=0$．ただし，$\overline{I_{t_2}}$ は，事象 I_{t_2} の否定，つまり，時刻 t_2 に光子が半透鏡に達しないということを示す．以上の条件設定からベイズの定理を用いれば，容易に $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})=1$ と計算できる．つまり，光子が半透鏡を透過したという条件のもとで，半透鏡に到達した逆条件付傾向性は，1である．

この結果は，しかし，次の「条件的独立性（Conditional Independence, CI）」[2] と矛盾する．条件的独立性は，傾向性に特有の仮定である．

$$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})=Pr_{t_1}(I_{t_2}|\overline{T_{t_3}}B_{t_1})=Pr_{t_1}(I_{t_2}|B_{t_1}) \qquad (1)$$

すなわち，光子が半透鏡を透過するか否かは，それより以前に光子が半透鏡に到達する傾向性に影響を与えないはずであるから，式（1）の等号が成り立つ．ハンフリーズはまた，一般化した形式での条件的独立性（CI'）も示している[9]．すなわち，Y が X と因果的に独立（causally independent）であれば，全ての Z に関して，

$$Pr(Y|XZ)=Pr(Y|Z) \qquad (2)$$

条件的独立性に従えば，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})=Pr_{t_1}(I_{t_2}|B_{t_1})=p<1$ であるから，

---

1 ハンフリーズに従って，P は確率，Pr は傾向性を表す記号として用いる．

2 ハンフリーズは後の論文[10]で，CI を因果的独立性（Causal Independence）と取り違えないよう，注意を促している．

ベイズの定理の結果と矛盾する．この矛盾が「パラドクス」と呼ばれる所以である．

4　ハンフリーズによる自問自答

ハンフリーズは，1985 年の論文において，自らパラドクスに対する反論を想定し[3]，さらに再反論を行っている．

> 反論 1：議論は仮定 CI に決定的に依存している．古典的確率論の主要な部分を拒否するのは，代償が大きすぎるので，CI を放棄すべきである[9]．

反論 1 に対する再反論は以下のようなものである[4]．半透鏡を，完全に透明なものや，不透明なものに変えて，透過する傾向性を変えたとしよう．そのことが，光子が半透鏡に到達する傾向性に影響を与えるだろうか？　明らかに否である．さらに，CI を認識論的なものとして捉えないことが（CI を放棄しないためには）重要である．光子が半透鏡を透過したことは，明らかに，それ以前に光子が半透鏡に到達したことの証拠である．しかし，事象間の客観的な関係を扱う傾向性の CI は，私たちの情報の増減とは何の関係も無い．

> 反論 2：例によって示された非対称性は，時間（そのもの）の非対称性に拠っているのであり，それゆえ，傾向性そのものの性質ではない[9, p. 564]．

3　サモン[22]の論文からハンフリーズ[9]の論文までの数年間に，他の誰かによって言及された反論である可能性もあるが，記述からははっきり読み取れない．

4　原論文では反論に番号は付されていない．

反論2に対する再反論は以下のようなものである．パラドクスの議論は，時間的な順序関係の無い例でも繰り返すことができる．たとえば，暑い夏の日に亭主が妻に向かって怒鳴る傾向性，あるいは，サイコロを振って偶数の目が出るという条件の下で6の目が出る傾向性[17, p. 130][5]，などである．時間的順序関係がある場合と同様に，条件付確率と逆条件付確率（に類するもの）を定義できて，CIあるいはCI'と矛盾することになる．従って，パラドクスは，時間の性質ではなく，傾向性の性質に起因していると言える．

> 反論3：傾向性を表現するために条件付確率 $P(B|A)$ を用いているところに問題がある．代わりに，確率論的条件文 $P(A \rightarrow B)$ を用いるべきである．よく知られているように[11]，その二つは，トリビアルなケースを除いては，異なった振る舞いをするのであり，よって，欠点は表現様式にあるのであって，確率計算にあるのではない[9, p. 565]．

反論3に対する再反論は以下のようなものである．確率論的条件文によるアプローチは有望に思えるが（傾向性概念に関するニューカム問題にも対処できる），もしもこのアプローチをとるならば，それと密接な関係にあるところの，確率の主観的解釈とはっきりと手を切るよう注意すべきである．というのも，傾向性は物理的あるいは社会的システムの客観的な性質とされているからである．

5　フェッツァーの見解

ハンフリーズのパラドクスに対する，フェッツァー[5, 6, 7]の応答は，標準的なコルモゴロフの公理系を否定し，傾向性のために新しい公理系を構

[5] サイコロの例（ミルンによる）はハンフリーズによる提示ではなく，筆者による書き添えである．

築するべきだ，というものであった．実際，フェッツァーはその後，「確率的因果計算」と呼ぶ理論を提唱している．ここでは，彼が，ハンフリーズのパラドクスの成立を認め，コルモゴロフの公理系を否定することになった理由を示す．

フェッツァーの主張する傾向性解釈では，まず，問題となっている事象に関連する条件の集合を考える．そして，その条件が因果的影響によって結果の事象を生み出す傾向性を考える．半透鏡の例では，時刻 t_1 における背景条件 B_{t_1} が，関連する条件の集合にあたる．

このような立場において，特定の事象による条件付確率は，関連する条件の集合と特定の事象との積で表される．すなわち，半透鏡の例では，特定の事象 I_{t_2} に条件付けられたときの T_{t_3} が生じる傾向性は $Pr_{t_1}(T_{t_3}|I_{t_2}B_{t_1})$，などである．

条件付傾向性 $Pr_{t_1}(T_{t_3}|I_{t_2}B_{t_1})$ は，端的に，集合積をとることで，時刻 t_2 における新しい「関連する条件の集合」によって条件付けられた傾向性 $Pr_{t_2}(T_{t_3}|B_{t_2})$ とみなすことができる．これは，問題を生じない．

しかしながら，逆条件付傾向性 $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ について，同様な操作を実行すると，時刻 t_3 における新しい「関連する条件の集合」によって条件付けられた傾向性 $Pr_{t_3}(I_{t_2}|B_{t_3})$ となり，これは時間的順序が逆であるので，因果的影響とはみなされず，従って，フェッツァーの主張する傾向性解釈にそぐわない．

結局，ハンフリーズのパラドクスは「因果的な方向性のせいで，傾向性は確率ではない」[7, p. 297] ことを含意する．また，フェッツァーは，この結果を，傾向性解釈の欠点としてではなく，標準的確率論の欠点として位置付けている．これは，ハンフリーズが「このことは，傾向性の問題として解釈されるべきではなく，むしろ，偶然性の正当な理論として現行の確率理論を拒否する理由として受け取るべきである」[9, p. 557] と表明しているところの立場と同じである．

6　ミラーの見解

ハンフリーズのパラドクスに対する，ミラー（D. W. Miller）[13, 14, 15] の応答も，彼独自の傾向性解釈に依拠している．

ミラーの傾向性解釈の特徴は，傾向性が，不完全に特定された状況の性質ではなく，完全に特定された現在の状況（completely specified present situation）の性質である [14, p. 188] とみなすところにある．別の言い方では，ミラーの傾向性解釈は，確率的変化を引き起こす原因が，ある時刻の（あるいは，ある光円錐内の）世界の完全な状態（complete situation of the universe）にあると考える．そして，傾向性の値自体は，ある世界の完全な状態以後の，何らかの事象に付与される．

このとき，傾向性の値を与えるところの確率空間の事象には，原因となる事象は含まれていない．となると，通常の条件付確率の考え方における条件付ける事象の扱い方，つまり，ある確率空間の部分集合に限定して考えるというやり方は，傾向性の原因事象の表現として機能しない．

ミラーにとって，条件付確率 $P(B|A)$ とは，事象 A が事象 B を引き起こす傾向性として解釈されるものではない．事象 A や事象 B より以前の世界の完全な状態が原因となって，世界が変化した後，事象 B が結果するような傾向性のうち，事象 A も起こるものに限定（規格化）したものである．つまり，原因となる事象が属していない未来の確率空間の部分集合なのである．ミラーは，この違いがハンフリーズのパラドクスの原因となっていると語る．

> それ（パラドクス）は，傾向性解釈における条件付確率の身分に関する，ある深刻な誤解に基づいている [14, p. 188].

ミラーの解釈においては，$P(B|A)$ を傾向性と考えたとき，その因果的

な影響は，現在の時刻 t_0 から，事象 B の時刻 t_b へと及ぶのであって，事象 A の時刻 t_a から t_b へと及ぶのではない．このとき，もしも $t_a<t_b$ であった場合は，オーソドックスな傾向性解釈のように，時刻 t_a から時刻 t_b への因果的影響と考えても，ミラーの傾向性解釈と齟齬はない．しかしながら，$t_a>t_b$ であった場合，つまり $P(B|A)$ が逆条件付確率であった場合は，事情が異なる．傾向性による因果的影響は，現在の時刻 t_0 から，時刻 t_b に及び，かつ，それらのうち，さらに時間発展して時刻 t_a に事象 A を実現するものに限る．したがって，因果的影響は，いかなる意味においても，時刻 t_a から時刻 t_b への影響，つまり，未来から過去への影響としては，捉えられないのである．

ミラーの理解に基づいて，半透鏡の例を説明すれば，次のようになる．すなわち，光子が半透鏡を透過したという条件のもとで，光子が半透鏡に到達するという，逆条件付の傾向性 $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ における因果的影響は，時刻 t_3 から時刻 t_2 への影響ではなく，あくまでも時刻 t_1 から時刻 t_2 への影響である．そのような因果的影響に付与される傾向性のうち，時刻 t_3 において事象 T_{t_3}，すなわち半透鏡の透過を実現するもののみに限定したのが，逆条件付傾向性である．したがって，その値は 1 になるが，時間的に逆行するような因果関係があるわけではない．

ハンフリーズのパラドクスに対する，以上の応答をまとめると，次のようになる．すなわち，特定の事象間の条件付確率についての傾向性は，条件付ける事象と条件付けられる事象との間の因果的関係に該当するものではない，という立場である．

ギリースも，ミラーの立場に関して，ミラー自身の見解と合致すると断った上で，以下のように述べている．

> この（ミラーの）アプローチでは，ハンフリーズのパラドクスは，事象の条件付確率がいかなる因果的連関も意味しないとすることで解

決される[8, p. 831].

7　マッカーディの見解

ハンフリーズのパラドクスに対するマッカーディ[12]の応答は，ミラーと路線を同じくし，それをさらに推し進めている．

半透鏡の例で言えば，傾向性が属するとされるのは背景条件 B_{t_1} であるが，B_{t_1} 自体は問題となっている確率空間（厳密には，事象空間，あるいはσ-代数）に含まれていない．背景条件は，必ず問題となる事象以前の時刻に存在し，未来の事象を生み出す原因とされる．

従って，ミラーと同様，$Pr_{t_1}(T_{t_3}|I_{t_2}B_{t_1})$ は，時刻 t_1 の背景条件から時刻 t_3 の事象 T_{t_3} を生み出す傾向性のうち，時刻 t_2 において事象 I_{t_2} を実現したものである．また，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ は，時刻 t_1 の背景条件から時刻 t_2 の事象 I_{t_2} を生み出す傾向性のうち，時刻 t_3 において事象 T_{t_3} を実現することになるものである．

マッカーディによれば，傾向性に内在する時間的非対称性とは，事象間の条件付傾向性に存するのではなく，確率空間に現れない背景条件と，その背景条件によって生み出されるところの傾向性の値を付与されるべき非決定論的な事象との非対称性に存するのであり，これは傾向性以外の確率解釈では見られない性質である．また，このような理解の下では，事象間の条件付傾向性は，一般的な確率論の条件付確率が時間対称的であるのと全く同様に，対称的になる．

マッカーディの議論の核心は，半透鏡の例において，ベイズの定理による結果とされていた $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})=1$ という値の付与を，ベイズの定理（あるいはそれに類する逆条件付確率に関する定理）を使わずに行っているところにある．系が，時刻 t_3 に半透鏡を透過するような光子を生成するように調整されているならば，それは同時に，時刻 t_2 に半透鏡に達す

るような光子を生成するように調整されていることを意味する．つまり，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|B_{t_1}) \neq Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1}) = 1$ である．したがって，マッカーディの解釈においては，そもそも条件的独立性の仮定が成り立たないのであるから，パラドクスは生じない．

マッカーディは，さらに考察を進め，背景条件は時間発展すると考える．背景条件が時間発展すれば，それが原因となって（responsible for）確率空間上の事象に付与されるところの傾向性もまた，時間発展する．

従って，背景条件の時刻と，それがいつの傾向性かを表す時刻とは，一致していなければおかしい．また，背景条件は，未来の事象の原因となるものであるから，条件付ける事象も条件付けられる事象も，背景条件の時刻より後でなければならない[6]．

たとえば[7]，半透鏡の例において，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_3})$ は，時刻 t_3 の背景条件を用いているので，傾向性の時刻と合わないため，意味を為さない．また，$Pr_{t_2}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_2})$ は，背景条件の時刻と条件付けられる事象の時刻とが同時刻であるために，意味を為さない．傾向性を問われているところの事象は，背景条件には含まれないのである．さらに，$Pr_{t_3}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_3})$ は，背景条件の時刻よりも条件付けられる事象の時刻のほうが先であるため，背景条件が原因となって確率空間上の事象が生じるという解釈に反して，やはり意味を為さない．

一方で，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ は，逆条件付傾向性であるが，これは先に述べたとおり，時刻 t_1 の背景条件から時刻 t_2 の事象 I_{t_2} を生み出す傾向性として意味を為す．このような類の逆条件付確率は，物理的で客観的な単一試行確率である，というのがマッカーディの答えである．ちなみに，マッカーディは，ニーニルオト（I. Niiniluoto）[19, p. 103] を挙げ，$Pr_{t_3}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_3})$

[6] ただし，条件付ける事象に関しては，背景条件を制限するという意味では同時刻となりうる．

[7] 以下の例示は，マッカーディではなく筆者による．

は，時刻 t_3 の情報から時刻 t_2 の事象を遡及予測する，認識論的確率であると述べている．

マッカーディの論点は，時刻の先後関係が問題となるのは，条件付ける事象と条件付けられる事象との間ではなく，背景条件と事象との間である，とするところにある．マッカーディは以下のようにまとめている．

> 結局，ある系において，ある時刻 t_i に定義された逆条件付傾向性は，以下のような場合にのみうまく定義される：(1) 条件付けられる事象と条件付ける事象との両方が，時刻 t_i より後に起こり，かつ，(2) その系がそれらの事象を生み出しうるとき [12, p. 113]．

8　ハンフリーズによる再反論

ハンフリーズのパラドクスが公になってから，およそ 25 年後の 2004 年に，再びハンフリーズ自身の手によって，パラドクスを巡る議論の総括が為されている [10]．その導入に，結論としていわく，

> 存在している応答はどれも，条件付の単一試行の傾向性は標準的な確率にはなりえないという，ハンフリーズのパラドクスの主要な結論を揺るがすものではない．このことは，傾向性の性質が，標準的な確率論によっては適切に捉えられないということを示している [10, p. 668]．

ハンフリーズは，ハンフリーズのパラドクスを生じさせることになる傾向性特有の仮定が，論者によって様々であることを指摘し，それを三種類に分類している．分類は，たとえば $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ などの逆条件付傾向性に値を付与する際に用いる原理の違いによって為される [10, p. 670]．

第一の原理は，条件的独立性の原理（CI）である．これは，I_{t_2} にとって

未来にある如何なる事象も，I_{t_2} の傾向性を不変のままにしておくということを主張している．つまり，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3})=Pr_{t_1}(I_{t_2})$．第二の原理は，ゼロ影響の原理（zero influence principle）である．これは，I_{t_2} にとって未来にある事象を条件としたとき，I_{t_2} の傾向性は 0 になるということを主張している．つまり，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3})=0$．第三の原理は，固定原理（fixity principle）である．これは，ある時刻の事象を条件として考えたとき，それ以前の事象は全て，起こったか起こらないかのいずれかである，ということを主張している．つまり，$Pr_{t1}(I_{t_2}|T_{t_3})=0$ か $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3})=1$ のいずれかである．

第一から第三の原理のいずれを考慮しても，ベイズの定理等の，通常の確率論における逆条件付確率に関する結果と矛盾する．

ハンフリーズは，さらに，ハンフリーズのパラドクスという問題から見たときに，確率の傾向性解釈が四種類に分類されることを示している．分類は，たとえば $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ などの逆条件付傾向性にどのような意味を与えるかの違いによって為される．どの傾向性解釈を選択したとしても，先に定義した第一から第三の原理のいずれかを含意することになり，従って，傾向性解釈は必ず，ハンフリーズのパラドクスに行き当たる．これを示すのがハンフリーズの戦略である．

第一の傾向性解釈は，共生成解釈（co-production interpretation）である．本稿で紹介したミラーとマッカーディの立場はこれにあたり，ハンフリーズのパラドクスという観点から見て最も有力な解釈と言える．前節で述べたとおり，共生成解釈によれば，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ は，時刻 t_1 の背景条件が，時刻 t_2 に事象 I_{t_2} を生み出す傾向性のうち，さらにその後の時刻 t_3 に事象 T_{t_3} を生み出すものに限定したものを意味する．事象の条件付傾向性においては，条件付ける事象も条件付けられる事象も，共に，背景条件によって生成される結果である，と考えるのが共生成解釈である．背景条件は，それらの事象よりも過去にあるのであり，従って，共生成解釈に

は，背景条件自体は確率空間に含まれないという特性がある．因果的影響は，確率空間内の事象どうしの間ではなく，確率空間の中にある事象と，確率空間の外にある背景条件との間に存在すると考えるのが，共生成解釈のハンフリーズのパラドクスに対する答えであった．

これに対して，ハンフリーズは，共生成解釈がゼロ影響原理や固定原理を否定することはできても[8]，条件的独立性の原理を認めることになる，と主張している．これは，第7節で述べたマッカーディの議論と相反する主張である．ベイズの定理に拠らずとも共生成解釈によって傾向性の値を付与できるとするマッカーディの議論は，光子が半透鏡に達するか否かは非決定論的であるとしたにもかかわらず，「光子が半透鏡に達する傾向性が1になるように実験設定されている」という文言が，準決定論的（quasi-deterministic）なものとして許容される恐れがあり，そうした特殊な例においてのみ成り立つ．これに対し，ハンフリーズは，非決定論的に崩壊してα粒子を放出する放射性の物質，および，それを検出する感度の悪い検出器，という例を提示して反論している．すなわち，検出器によって検出されるような結果を生成する実験設定は，放射性物質が崩壊する傾向性1を持つような実験設定であることを明らかに含意しない．よって，マッカーディの議論は一般性を持たないのであり，共生成解釈は条件的独立性の原理を認めざるを得ない．

ハンフリーズはまた，共生成解釈そのものに対する批判も行っている[9]．共生成解釈における条件付傾向性では，傾向性解釈の最たる特徴である性向的な側面が維持されない．というのも，たとえば上記のように，「時刻t_1の背景条件が，時刻t_2に事象I_{t_2}を生み出す傾向性のうち，さらにその後の時刻t_3に事象T_{t_3}を生み出すものに限定」する方法は，結局のところ，次のような定義によって，絶対傾向性（背景条件のみの条件付傾向

8　詳細はミラー[16, p. 113]を参照のこと．
9　同様の批判はギリースも行っている[8, p. 831]．

性）の比として導入するしかないからである．

$$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})=\frac{Pr_{t_1}(I_{t_2}T_{t_3}|B_{t_1})}{Pr_{t_1}(T_{t_3}|B_{t_1})} \tag{3}$$

これは，傾向性の比であって，傾向性ではない．従って，事象が事象を生み出すという性向的な側面が消失するだけでなく，最早「単一試行確率」とも呼べない．つまり，共生成解釈によって，無理に逆条件付確率を含む通常の確率算を保持しようとすれば，確率解釈として深刻な代償をこうむる，というわけである．

第二の傾向性解釈は，時間発展解釈（temporal evolution interpretation）である．時間発展解釈によれば，傾向性の値は時間発展と共に変わっていく．このとき，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ の傾向性に従って I_{t_2} が実現したりしなかったりするが，それと共に時刻 t_1 から時刻 t_2 へと変化する傾向性の値は，時刻 t_2 以降の出来事とは無関係であり，絶えず更新される現在の時刻の条件によってのみ決まることになる．従って，条件的独立性の原理を含意することになる．

第三の傾向性解釈は，再規格化解釈（renormalization interpretation）である．時間発展解釈は，刻一刻と確率空間の規格化を繰り返すと考えるのに対し，再規格化解釈では，問題としている事象の時刻以外の時間発展は考えず，条件付ける事象の時刻へ言わばジャンプして再規格化すると考える．この立場では，$Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ の傾向性の次に考えるのは，時刻 t_3 における背景条件に基づいた，時刻 t_3 の傾向性である．これは，事象 T_{t_3} が起こったという条件の下で再規格化されることによって為されるのであるから，時刻 t_3 以前の事象，特に事象 I_{t_2} は，起こったか起こらないかのいずれかに固定されてしまう．従って，固定原理を含意することになる．

第四の傾向性解釈は，因果解釈（causal interpretation）である．フェッツァーの提唱する確率的因果計算の理論はこれに該当する．「傾向性は決定論的な因果概念の一般化である」というポパー [21] の示唆にもあるとお

り，傾向性に関する最も直感的な理解であり，またハンフリーズのパラドクスが成立すると考える最も直感的な理由でもある．因果解釈によれば，条件付傾向性とは，条件付ける事象と条件付けられる事象との間の，因果的影響の度合いである．逆条件付傾向性 $Pr_{t_1}(I_{t_2}|T_{t_3}B_{t_1})$ においては，逆向き因果（backwards causation）は存在しないという常識的な理解に基づけば，条件付ける事象 T_{t_3} が原因となって条件付けられる事象 I_{t_2} が結果となることはありえないのであるから，ゼロ影響の原理を含意することになる．

以上，第一から第四までのどのような傾向性解釈を考えても，条件的独立性の原理，ゼロ影響の原理，固定原理のいずれかを含意し，したがって，ハンフリーズのパラドクスは成立する．

9　新しい客観的な単一試行確率の提案

最後に，ハンフリーズのパラドクスに対する筆者自身の考えを述べる．

まず，傾向性という概念が，量子力学における変化，つまり，客観的な単一試行確率を明確にするという目的の下で打ち出された概念であることを省みれば，フリスビーを生産する機械などの，マクロな統計的現象に関する時間的非対称性や人間の自由意志に関する時間的非対称性が混入するような例は，避けるべきであろう．存在する時間的非対称性のうち，何が何に起因しているかという問題は，別の哲学的大問題である．別種の時間的非対称性が混入してくると，ハンフリーズのパラドクスを特徴付けているところの，条件的独立性の原理や，ゼロ影響の原理，固定原理が，「傾向性の概念として自然な前提である」として受け入れる理由が分からなくなってしまう．

また，これに関連して，私たちが普段「確率的」と呼んでいる全ての現象を，傾向性概念によって置き換える必要も無いと思われる．喫煙者が肺癌で死ぬ確率などは，統計的確率の非対称性や，あるいは生命現象に関す

る非対称性などが多く関わってくるのであるから，例として適切ではない．

このような，時間的非対称性に関する余計な要因を排除するために，単体の対象が客観的に確率的に運動しているような系を考えてみれば，そこに時間的非対称性が存在すると考える理由はただひとつであり，それは結局のところ，時間自体の非対称性，つまり，過去と未来という時間のあり方の非対称性である．

たとえば，宇宙空間を確率的にふらふらと彷徨っている単体の粒子を考えてみよう．その変化の中に，「今」という客観的な存在があって，それがどういうわけか不断に過ぎ去っては未来がやってくる，という描像があって初めて，「未来の可能性が開けている」とされるのであり，「過去や現在は確定している」とされるのである．宇宙空間を確率的に彷徨う粒子には，それ以外の非対称性は考えられない．このように時間自体の非対称性が前提とされて初めて，単体の確率的運動は，時間的に非対称となりうる．

時間自体に非対称性がある，という考え方は，時間に関する一つの哲学的な立場，客観的時間と呼びうる立場である．一方で，時間自体に非対称性は無く，過去と未来の違いは，私たち生命存在が生み出すものであるとする考え方は，主観的時間と呼びうる立場である．主観的時間の立場においては，生命存在を除いた世界そのものの時間変化には，非対称性は無く，「ブロック宇宙」と呼ばれている[10]．ブロック宇宙における単体の対象の確率的変化を，非対称的であると考える理由は，もはや存在しないであろう．

非決定論的因果関係，つまり，「因果関係の一般化である」とされるところの傾向性の概念における時間の方向性は，時間に関する哲学的な立場

[10]「ブロック宇宙」については，Davies[2] などを参照のこと．

と分かち難く結びついている．パラドクスに関する議論においては，傾向性概念における因果的な性質が時間的非対称性を含意するということについて，ほとんど自明なものとして扱われていることが多い（前節までのレビューでもそれに従ってきた）．つまり，「傾向性」とは，客観的な単一試行確率について，客観的時間という哲学的立場を前提としているのである．しかしながら，「傾向性」が，主として物理的な変化の記述を目的とし，「客観的な確率概念」と銘打っている限り，因果性に関する時間の向きに客観性があるのかどうか，そこまで遡って紐解かなければ，ハンフリーズのパラドクスに対する答えは出ない．これが，ハンフリーズのパラドクスに対する，筆者の基本的な立場である．

ちなみに，第4節の反論2で述べたとおり，ハンフリーズも「パラドクスは時間（そのもの）の非対称性に由来しているのではないか」と自問し，それを「同時的なパラドクスの例」，たとえば，単一試行のサイコロ投げにおいて，偶数の目が出るという事象と，6の目が出るという事象との間の関係においても，パラドクスは生じるのであるとして，簡単に退けている．しかしながら，時間の先後関係の無い条件付確率に傾向性という概念を当てはめるのは，因果関係の一般化として不自然であり，ハンフリーズの答えは機能していないと思われる．さらに言えば，「確率」という概念一般に関して，それを，単なる「比率」と区別するものは，時間性ではないだろうか．たとえば，当たりくじとはずれくじが箱の中に入っている状態は単なる「比率」であるが，そこから一枚取り出してみるという時間を跨ぐ行為があって初めて「確率」と呼びうるものになるのである．

時間に関する哲学的立場との関連性は，決定論的な因果関係における，時間の方向性に関する議論を省みれば，より一層明らかである．たとえば，摩擦の無い理想的なビリヤード台の上で転がるボールの運動において，原因と結果という概念の差異は，客観的時間という立場において初めて意味を為すのであり，ブロック宇宙においては，どの事象が原因であ

り，どの事象が結果であるというような区別は無い．従って，そこには時間的方向性は無いのである．全く同様に，宇宙空間を確率的に彷徨う粒子には，ブロック宇宙的に見れば，時間的方向性は無い．

以上のことを，もう少しテクニカルに考えてみれば，確率過程論の構成方法の種別と非常に相性がいいことが分かる．決定論的な因果関係に関するブロック宇宙的な捉え方は，時空間上にただ一つの経路が存在するという考え方に該当する．これを非決定論的な因果関係に一般化しようとすれば，それは，時空間上に何本もの経路があり，各々に確率測度が与えられているという考え方に該当する．どちらも，完全に時間対称的な描像である．一方で，この非決定論的なブロック宇宙を，時間的に一方の側から非対称的に構成することもできて，そのとき初めて，原因と結果の差異や，傾向性という概念，さらには「条件付確率」あるいは「逆条件付確率」といった数学的概念が出現することになる．時空間上の経路に直接確率測度を与える方法と，初期条件と条件付確率（前向き遷移確率と呼ばれる），あるいは，終期条件と逆条件付確率（後ろ向き遷移確率と呼ばれる）から確率測度を与える方法は，確率過程として同値ではあるが，別の構成方法である．

ハンフリーズのパラドクスに対する筆者の応答は，以下のようなものである．

客観的時間という立場を取ったときは，因果関係も時間的に非対称となり，逆条件付確率に傾向性の概念を当てはめることはできないのであり，ハンフリーズのパラドクスは成立する．しかしながら，客観的時間変化をする物理世界の中で，逆条件付確率が客観的ないしは物理的な身分を与えられないのは当然であり，それは単なる認識論的な遡及予測の確率に過ぎないのであるし，またそのように考えて，概念上何の齟齬も生じない．つまり，数学的確率論の結果を単一の確率解釈によって全て包含しなければならないという考え方自体が間違っているのである．

一方で，主観的時間とブロック宇宙という立場を取ったときは，因果関係は時間的に対称的なものであるから，逆条件付確率は普通の条件付確率と全く同じ身分を持つ．普通の条件付確率を用いて，定まった現在から未来に可能性が広がっているように見えるのは，そのブロック宇宙の中で，何らかの確定的な事象と共にあり，時間の流れを感じている生命存在に由来する性質であり，ブロック宇宙そのものの性質ではない．このような立場では，ハンフリーズのパラドクスを生じさせているところの，条件的独立性の原理，ゼロ影響の原理，固定原理等は，すべて認められないのであって，従って，パラドクスも成立しない．しかしながら，それはもはや，「時間的に非対称な因果関係」を定義に含む「傾向性」ではなく，時間に関して無視点的な，新しい「ブロック宇宙的な客観的な単一試行確率」である．従って，この立場によって示されているのは，傾向性の立場からパラドクスを解決する方法ではなく，パラドクスによって新たな確率解釈へと導かれる道筋である．

10　さいごに

本稿では，ハンフリーズのパラドクスを巡る議論について，2004年までの議論を振り返った．ハンフリーズ自身の手による2004年の総括にあるとおり，傾向性に関するどのような考え方をとっても，条件的独立性の原理や，ゼロ影響の原理，固定原理のいずれかを認めることとなり，したがって，パラドクスは成立してしまう．

ハンフリーズのパラドクスに関する2004年以降の動向については，ベルナップ（N. Belnap）[1] らによる比率解釈（Ratio Proposal），ミルン（P. Milne）[18] らによる条件付事象解釈（Conditional Events Proposal）などが存在し，いずれもドゥルエ（I. Drouet）[3] のレビューに詳しい．前者は，絶対確率の比という定義に戻って条件付確率を捉えようとする立場であり，後者は，条件付事象の確率として条件的確率を捉えようとする立場で

ある．ドゥルエによれば，2011 年までに新たに提示された解決策を考慮しても，やはりハンフリーズのパラドクスは成立してしまう．

また，本稿の最後に，パラドクスに対する筆者の立場を示した．それは，傾向性の概念が暗黙のうちに前提としているところの「客観的時間」という哲学的立場を明るみに出すことで，別の哲学的立場，すなわち「ブロック宇宙と主観的時間」によって，傾向性の概念を放棄し，新しい無視点的な「客観的な単一試行確率」，すなわち「ブロック宇宙的な確率論的因果関係」へと移行する，というアイデアである．そこにおいては，もはや，ハンフリーズのパラドクス（に類する困難）は成立しない．

2004 年以降の動向，および，筆者の見解については，本稿では概略を示すに留まった．これらの詳述は，別の機会に改めたい．

参考文献

[1] N. Belnap. Propensities and probabilities. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, Vol. 38(3), pp. 593–625, 2007.

[2] P. Davies. That mysterious flow. *Scientific American*, Vol. 287, pp. 40–47, 2002.

[3] I. Drouet. Propensities and conditional probabilities. *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 52(2), pp. 153–165, 2011.

[4] J. Earman and W. C. Salmon. The confirmation of scientific hypotheses. In M. H. Salmon, editor, *Introduction to Philosophy of Science*, pp. 42–103. Prentice Hall, 1992.

[5] J. H. Fetzer. *Scientific Knowledge: Causation, Explanation, and Corroboration*. Reidel, Dordrecht, 1981.

[6] J. H. Fetzer. Probabilistic explanations. *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, Vol. 2, pp. 194–207, 1982.

[7] J. H. Fetzer. Critical notice; Philip Kitcher and Wesley C. Salmon, (eds.), *scientific explanation*; and Wesley C. Salmon, *four decades of scientific explanation. philosophy of science*. *Philosophy of Science*, Vol. 58, pp. 288–306, 1991.

[8] D. Gillies. Varieties of propensity. *British Journal for the Philosophy of*

Science, Vol. 51, pp. 807–835, 2000.

[9] P. Humphreys. Why propensities cannot be probabilities. *The Philosophical Review*, Vol. 94, pp. 557–570, 1985.

[10] P. Humphreys. Some considerations on conditional chances. *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 55, pp. 667–680, 2004.

[11] D. Lewis. The probability of conditionals and conditional probabilities. *The Philosophical Review*, Vol. 85, pp. 297–315, 1976.

[12] C. S. I. McCurdy. Humphrey's paradox and the interpretation of inverse conditional propensities. *Synthese*, Vol. 108, pp. 105–125, 1996.

[13] D. W. Miller. Single-case probabilities. *Foundations of Physics*, Vol. 21, pp. 1501–1516, 1991.

[14] D. W. Miller. *Critical Rationalism. A Restatement and Defence*. Open Court, 1994.

[15] D. W. Miller. Propensities and indeterminism. In *Karl Popper: Philosophy and Problems*, pp. 121–147. Cambridge University Press, 1996.

[16] D. W. Miller. Propensities may satisfy bayes' theorem. *Proceedings of the British Academy*, Vol. 113, pp. 111–116, 2002.

[17] P. Milne. Can there be a realist single-case interpretation of probability? *Erkenntnis*, Vol. 25, pp. 129–132, 1986.

[18] P. Milne. Conditional probability, conditional events, and the single-case propensities. In P. Hájek and et al., editors, *Logic, Methodology, and Philosophy of Science*. King's college publications, London, 2005.

[19] I. Niiniluoto. Probability, possibility, and plentitude. In J. H. Fetzer, editor, *Probability and Causality: Essays in Honor of Wesley C. Salmon*. Reidel, Dordrecht, 1988.

[20] K. R. Popper. The propensity interpretation of probability. *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 10, pp. 25–42, 1959.

[21] K. R. Popper. *A World of Propensities*. Thoemmes, 1990.

[22] W. C. Salmon. Propensities: a discussion review of D. H. mellor *the matter of chance*. *Erkenntnis*, Vol. 14, pp. 183–216, 1979.

[23] W. C. Salmon. *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*. Princeton University Press, 1984.