Title	確率の意味 I
Sub Title	Meanings of probability I
Author	高野, 守正(Takano, Morimasa) 西川, 宏昌(Nishikawa, Hiroaki)
Publisher	三田哲學會
Publication year	1973
Jtitle	哲學 No.61 (1973. 10) ,p.45- 84
JaLC DOI	
Abstract	We authors intend to inquire into meanings of probability in series. We start, in the part I, with a summary of the frequency interpretation, the logical interpretation and the personal interpretation by Reichenbach, Carnap, and de Finetti respectively. In the following parts, the roles and the limits of these three interpretations of probability, and "What can we do with probability" are to be discussed.
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000061-0045

確率の意味 I

高野守正
西川宏昌

はじめに

確率についての数学理論は公理的方法によって形式化されている．しかしこの形式体系を具体的状況に適用するときには，どのような意味で確率を用いるのかが問題になる．「1つのサイコロを投げて6つの目の出る確率が 1/6 である」と「A君がK大学の入学試験に合格する確率は 1/2 である」という2つの文脈でまったく同じ意味に用いられているのかどうか．また「すべての経験的知識は蓋然的である」というときにはどのような意味なのか．さらに最近の科学の方法においてますますその重要性が認識されている統計理論においても，確率概念の異なった解釈が異なった理論構成の方法を生んでいる．ここで確率の意味を問うてみることは意義のあることと思われる．本稿では先ず確率解釈についての3つのグループ，すなわち頻度解釈，論理的解釈，主観的解釈の主張をそれぞれその代表者であるライヘンバッハ；カルナップ；そしてラムゼイ，デ・フィネッティによって要約することにした．次回以降において，それら解釈の問題点を指摘することによってその役割と限界について論じたいと思う．

I 頻度解釈

§I-1，確率計算の形式的体系．

確率はある事象に対して与えられるのではなく，2つの事象の間のある種の含意関係を表現したものである．たとえば，インフルエンザの患者が

一週後に死亡する確率は3% である．というときには，インフルエンザと診断されたという事象と，一週間後の患者の死亡という事象の間の**確率含意**として表現される．合意関係の両項となる事象はそれぞれあるクラスを形式する．そのクラスをそれぞれ A, B とし，A および B の要素はすべてある順序によって配列される．それをそれぞれ $x_1, x_2, \cdots\cdots;\ y_1, y_2, \cdots\cdots$ とすれば，これらはそれぞれ添字によって互に一対一に対応がつけられる．しかしこの順序は単に対象の同一性を保証するものであるから観察順序と考えればよい．このとき，すべての i に対して，x_i と y_i の間に確率 p が存在する．これは

(i) $$(x_i \in A \underset{p}{\Rrightarrow} y_i \in B) \tag{1}$$

と表記され，論理的含意 “$\supset$” に対して，“$\underset{p}{\Rrightarrow}$” は確率 p での含意を示す．すなわち確率は，2 つのクラスの要素が一対一に対応をもつようにある系列に順序づけられたとき，その系列をなすクラスに対して与えられる特性である．(1) 式は $(A \underset{p}{\Rrightarrow} B)$ あるいは，$P(A, B)=p$ のように略記される．

計算体系は次の 4 つの公理によって構成される．

Ax. 1.　一義性の公理

$$(p \neq q) \supset [(A \underset{p}{\Rrightarrow} B).(A \underset{q}{\Rrightarrow} B). \equiv (\bar{A})].$$

Ax. 2.　正規化の公理

a)　$(A \supset B) \supset (\exists p)[(A \underset{p}{\Rrightarrow} B)\cdot(p=1)]$,

b)　$\overline{(\bar{A})}\cdot(A \underset{p}{\Rrightarrow} B).\supset(p \geqq 0)$.

Ax. 3.　加法の公理

$$(A \underset{p}{\Rrightarrow} B).(A \underset{q}{\Rrightarrow} C).(A.B \supset \bar{C}) \supset (\exists r)[(A \underset{r}{\Rrightarrow} B \vee C).(r=p+q)].$$

Ax. 4.　乗法の公理

$$(A \underset{p}{\Rrightarrow} B).(A\cdot B \underset{u}{\Rrightarrow} C) \supset (\exists w)[(A \underset{w}{\Rrightarrow} B\cdot C).(w=f(p, u))].$$

ここで，$\overline{(\bar{A})}$ とは A が空集合，すなわち $(i)\overline{(x_i \in A)}$ の略記であり，したがって $\overline{(\bar{A})}$ は A が空集合でないことを示す．さて，Ax. 1 は A が空集合でなければ確率はただ1つだけが与えられることを保証し，Ax. 2 (a) は論理的含意が確率1の確率含意の特別な場合であること，Ax. 2 (b) と Ax. 3 は確率が0と1の間の非負の実数をとること，および任意の事象とその反対事象の確率の和が1に等しいこと，Ax. 4 は確率 $P(A, B \cdot C)$ が $P(A, B)$ と $P(A \cdot B, C)$ から決定されること，をそれぞれ示している．w の値は p と u の関数であるが，実際には両者の積になることを他の公理から証明できる．

さて，これで確率計算の体系が確立されたのであるが，次節で見るように，任意の2つのクラス A と B が与えられたときに，その間に確率含意が存在することはこの計算体系においては与えられない．計算体系の与えるものは，確率含意の存在が与えられたとき，それから新しい確率含意を演繹することである．そこで計算体系が確率含意の存在を保持することを保証しなければならない．そのため次の規則をメタ言語で述べる．

確率含意存在の規則

ある確率含意の値が，確率含意の存在している他の所与の確率含意から計算の規則によって導出されるならば，その確率含意は存在する．

§Ｉ-2. 頻　度　解　釈

前節で，確率とはすべての要素が一対一の対応関係を持って順序づけられている2つのクラス間のある種の含意関係であるにとを述べた．ここではこの含意関係を特性づける確率値の解釈を与える．

系列 (x_i) の最初の n 項のうちクラス A の要素になっているものの数を $N^n_{i=1}(x_i \in A)$ で表わし $(N^n(A)$ と略記)，$x_i \in A$ でしかも $y_i \in B$ を満足する x_i と y_i の対の数を $N^n_{i=1}[(x_i \in A) \cdot (y_i \in B)]$ で表わす $(N^n(A \cdot B)$ と略記)．このとき最初の n 項の相対頻数は

$$F^n(A, B)=\frac{N^n(A\cdot B)}{N^n(A)}$$

となる．これによって，次のような確率概念の解釈が与えられる．

頻　度　解　釈

系列の対 x_i, y_i に対して相対頻度 $F^n(A, B)$ が n を無限大にするとき極限値 p になるとき，この p をその系列の対内で A から B への確率という．すなわち，

$$P(A, B)=\lim_{n\to\infty} F^n(A, B) \tag{2}$$

この定義は事象に言及している．この解釈をライヘンバッハは *object interpretation* といっている．もう一つ，事象についての文に言及することでメタ言語での解釈が存在する．これを *logical interpretation* という．両者は言語のレベルの相違だけであるが，後者は次の2点を考慮したものである．第一には，確率は無限系列についての言明であるから二値論理の枠組の中でその真偽について主張することは出来ない．第二には，確率は系列をなすクラスの特性であるから単一事象をどう扱うかの問題がある．後者については次回に改めて論ずる．前者について，真偽は言明の特性であるに反して，確率は系列間の関係である．そこで，クラスを命題関数によって表現し，頻度をそれら命題関数の個々の値の真偽の数を数えることによって与えようとする．これが**確率論理**とよばれる連続スケールをもつ多値論理である．

前節 (1) 式を命題関数で書きかえて，$(i)(f_{x_i} \underset{p}{\ni} g_{y_i})$，$P$-記号では，$P(f_{x_i}, g_{y_i})=p$となる．これを logical interpretation に移すと，$P(``f_{x_i}", ``g_{y_i}")=p$，文 aが真であることを $V(a)=1$ で表わし，メタ言語を示す引用符号を省略して書くと，前記頻度解釈は logical interpretation で次のようになる．

$$P(f_{x_i}, g_{y_i})=\lim_{n\to\infty}\frac{N^n_{i=1}\{V[f_{x_i}, g_{x_i}]=1\}}{N^n_{i=1}\{V[f_{x_i}]=1\}} \tag{3}$$

当然両解釈の間には同型対応が存在する．

次に体算計系のすべての公理がこの頻度解釈から導けることを示す．頻度が [0, 1] 内の実数であることから Ax. 1, 2 については明らかである．Ax. 3 は，$(A \cdot B \supset \bar{C})$ の前提の下で $F^n(A, B \vee C) = F^n(A, B) + F^n(A, C)$ が成立するから，両辺の極限値をとればよい．Ax. 4 は $F^n(A, B \cdot C) = F^n(A, B) \cdot F^n(A \cdot B, C)$ の両存の極限値をとることによってえられる．確率含意存在の規則については，各公理がいずれも極限値をとる前に成立している恒真な関係であることおよび極限値に関する法則から導ける．

このようにして確率計算の体系は，確率についての頻度解釈から導けた．すなわち，頻度解釈だけを前提すれば，すべての確率計算は恒真的に含意されることになった．したがって，残る問題は確率計算にのせる前にいかにて系列の確率値を決定するかというメカニズムである．

§Ⅰ-3.　確率値の付与と帰納の規則

確率の対象となるものは無限系列である．しかしわれわれは常に有限の系列しか観察できない．この有限系列で観察された相対頻度から無限系列での極限値としての確率を与えるのであるから，帰納の方法に頼らざるを得ない．そこでライヘンッハのプログラムは次の通りである．

1.　系列の頻度の極限値が実際に知られていないとしても，もしその系列が極限値をもつならば，極限値の性質からして，δ をいかに小さい数に選んでもある数 n より大きい i に対して f^i が $f^n \pm \delta$ 内に入るような n が存在する筈である．したがって，この系列は $f^n \pm \delta$ 内の極限値 p に収斂すると措定する．極限値は $f^n \pm \delta$ 内に入っているとはかぎらない．極限値はわれわれに知られていないのであるから，われわれの有する知識の枠内で最良と思えるものを真であるとしてそれに基づいて行為せざるを得ない．このような言明を措定という．ライヘンバッハはすべての予測的言明は措定であるという．この措定に対して，その評価を与えるものが確率である．すなわち確率の唯一の機能は措定の評価である．したがって，この

評価に基づいて措定の選択がなされ，より確実性への階段を上って行くという試行錯誤が予測のための唯一の道具となる．これが帰納の意味するものである．

2.　しかし，この措定についての確率（これを weight という）は知られていない．新しい観察がこの措定とは異なる結果に導くかもしれない．それゆえ，一つの系列だけによって確率を与えるのではなく，より広い知識の枠の中で系列の lattice を作り cross induction によって第一次措定に対して weight を与える．この手続きを繰返すことで近似の程度を改善して行く．

3.　この措定のハイアラキーが正しい値に収斂する系であることを証明する．

第一の主張を基礎づけるものを帰納の規則としてメタ言語において定式化している．

帰納の規則

もしある系列の n 個の要素からなる最初の部分が与えられて，その頻度が f^n になるならば，そしてもし極限値が p になるということについての第二のレベルの確率が何ら知られていないならば，この系列が続いて行くとき $f^i(i>n)$ は $f^n\pm\delta$ の範囲内の極限値 p に近づくと措定する．

この規則は極限値の性質を用いているので，系列の極限値が存在することを前提している．この規則によって，われわれは観察された頻度から系列の確率を措定することができるのであるが，ライヘンバッハは次のことに注意を喚起している．この規則は観察された頻度と未来の事象との間の確率関係の存在を前提しているのではなくて，確率言明の主張の根拠を表明しているメタ規則である．すなわち，$P(A\cdot F^n_m, B)=\dfrac{m}{n}\pm\delta$ と措定せよと述べているのではなく，もし F^n_m が観察されたら

$$P(A, B)=\frac{m}{n}\pm\delta \tag{4}$$

と措定せよというのである．前者では F_m^n が対象言語の中に出てくるので世界の構造についての主張となってしまう．これに反して後者は観察された頻度から確率を求める為の一つの道具であるにすぎない．

プログラムの第二の段階は措定の修正方法である．第一次措定に対して評価を与えるために二次元 lattice; すなわち系列の系列を作る．

$$y_{11},\ y_{12},\ \cdots\cdots y_{1i}\ \cdots\cdots$$

$$y_{21},\ y_{22},\ \cdots\cdots y_{2i}\ \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y_{k1},\ y_{k2},\ \cdots\cdots y_{ki}\ \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

[0, 1] を巾 2δ をもって τ 個の区間 $\eta_1, \cdots\cdots\eta_\tau$ に分ける．区間 η_ρ の中央値を p_ρ とする．もし第 k 列の系列について，その最初の n 項の相対頻度が f^{kn} であるならば，そしてその値が区間 η_ρ に入るならば

$$\lim_{n\to\infty} f^{kn}=p_\rho\pm\delta \tag{5}$$

と措定する．この値は各列によって異なるであろうから，各列の確率の確率を構成する．したがって，lattice の与える確率含意の第二項はそれ自身確率含意となる．すなわち，

$$(k)\ (x_k\in C \underset{q_\rho}{\Rrightarrow} [(i)(x_{k_i}\in A\in \underset{p_s}{\Rrightarrow} y_{k_i}\in B)])$$

となる．もし系列 (x_k) および (x_{k_i}) がそれぞれ C および A 以外の要素をもたないときは，区間 η_ρ に入る頻度を g_ρ^{sn} とすれば，

$$g_\rho^{sn}=\frac{1}{s}N_{k=1}^{s}(f^{kn}=p_\rho\pm\delta) \tag{6}$$

この相対頻度をもとにして上と同じ手続きを繰返して，

$$g_\rho^{s}=g_\rho^{sn}\pm\delta \tag{7}$$

がえられるとき，

$$q_\rho = \lim_{s\to\infty} g_\rho^s = g_\rho^{sn} \pm \eta \tag{8}$$

であると措定する．これが第二次レベルの確率である．q_ρ はいまだ p_ρ の weight でなく，単なる antecedent probability である．そこでベイズの定理を用いて inverse probability v_n を求めなければならない．f が区間 η_ρ 内にあるならば正確な確率 p は区間 η_μ 内に入っているという inverse probability を $v_{n\rho\mu}$ とし，p が区間 η_σ 内であれば頻度 f が区間 η_ρ 内にあるという forward probability を $b_{n\sigma\rho}$ とすれば，次のように weight が決定される．

$$v_{n\rho\mu} = \frac{q_\mu b_{n\mu\rho}}{\sum_{\sigma=1}^{r} q_\sigma b_{n\sigma\mu}} \pm v \tag{9}$$

ここで q_μ も $b_{n\mu\rho}$ も措定された値であるから，$v_{n\rho\mu}$ もある区間によって措定されている．これで第一次措定は評価された措定となった．(9) によって，もし $v_{n\rho\rho}$ が最大値を示していないときにはもとの第一次措定は修正される．このようにしてより高次のレベルでの措定へと同じ手続きが繰返される．

プログラムの最後は，この手続きが正しい確率へ収斂する系を形成していることを証明することである．系列に極限値が存在するならば次のことがいえる．δ をいかに小さくとっても，N 以後のすべての n に対して，f^n が $p\pm\delta$ 内に入るような N が存在する(1)．すなわち，

$$(\delta)(\exists N)(n)\ [(n>N)\supset(f^n=p\pm\delta)] \tag{10}$$

すべての系列が極限値をもつと前提すれば，この性質を用いると，s が一定のとき，第一次措定 ((4) 式) は s 個の系列すべてに対して (10) を満足する N_1 が存在する．また第二次レベルの頻度 ((7) 式) については N_2 が存在する．そして N_1 と N_2 をこの性質を満足する最小値にとれば，$N_2 \leqq N_1$ となる．さらに s を無限大にととると，第二次措定 ((8) 式) に対しては s_3 と N_3 が存在する．しかし第一次措定については N_4 は存在しない．

もし存在すれば $N_3 \leqq N_4$ となる．以上のことから．第一次措定と第二次措定は独立であり，もしすべての系列が極限値をもてば，一様収斂か否かに関係なく，すべての第二措定は有限段階でその正しい値に到達可能である．したがって，n を十分大きくとるならば，第二次措定は第一次措定よりも早い段階で正しい値に近づいて行く．この意味で確率論理のこのような系を quaisi convergent system といっている．

以上で明らかなように，ある系列に対して最初に確率を与える手続きは帰納の規則にその根拠をおいている．cross induction によって措定を修正していく手続きは確率計算の定理（ベイズの定理など）を用いるので公理系に依存している．しかしこの公理系は頻度解釈から導出されるのであるから，ライヘンバッハの確率理論は結局，頻度解釈と帰納の規則の2つから成立しているということができる．前者は対象言語である計算体系を与え，後者は真なる確率への接近方法を示す指針としてメタ語言に属する．すなわち前者によって確率計算の公理は分析的言明となり，後者が唯一の綜合的原理なのである．

§Ｉ-4．帰納の正当化

帰納の規則は綜合的原理であるが，その原理の真理性を主張するようなものでなく，また「物理的世界の構造への先天的洞察に由来する議論に根拠を求めている」のでもない．もしそうならば，確率理論を正当化するために自然の斉合性のような前提を体系内にとり入れる必要が生ずるだろう．帰納の規則は未来の事象に言及するのではなく，確率を求めていくためにわれわれは何をすべきかという一つの指針を示しているにすぎない．しかもそれがわれわれのなしうる最善のことであると主張しているにすぎない．このような観点から帰納の規則の正当化が試みられる．

さて前節では系列に極限値が存在することだけが前提されていた．そしてこの存在証明をわれわれはもっていない．しかし存在しないことが証明

されているわけではなくて，存在するかどうかが知られていないのである．もしこれが冷厳な現実ならば，存在しているならば，確実にそれに到達できる方式を採用する以外に道はないだろう．もしもその方式を採用してもなおかつ目標に到達できなかったならば，そのときには極限値が存在していなかったのであるから．そして極限値の存在を前提するかぎりでは帰納の規則が極限値に至る道であることが前節によって証明されたのであるから．すなわち

a：　相対頻度の極限値が存在する．

b：　帰納の規則を繰返し使用する．

c：　相対頻度の極限値がえられる．

と記号化すれば，上の議論は次のように定式化される．

$$a\supset(b\supset c).$$

帰納の規則は成功の保証を与えるものではないが，極限値を求める試みとしては有用であることを上の議論は証明している．ここで措定の意味がはっきりする．ライヘンバッハは帰納的結論を真であるとして主張しているのではない．それを真として扱うことが目標達成のための最善の手段であと主張しているのである．これが帰納的結論を措定することの意味である．そしてここでライヘンバッハは綜合的自明性は存在しないし，主張しうることは分析的真理のみである．という彼の論理的経験主義を貫徹している．

§I-5．ライヘンバッハの哲学点視点

経験的言明の意味はそれを検証する方法にある――シリックのこの提言が初期論理実証主義の綱領であった．すなわち，すべての文はわれわれの観察し経験しうる事物との関係を通して初めて意味を獲得する．したがって理性を綜合的真理の源泉とみる合理主義を鋭く批判する．理性による真理は分析的真理に限られなければならないとする．「すべての綜合的真理

は観察から導出されるものであり，知識に対す理性の貢献はすべて分析的なものであるという原理」を経験主義のプログラムとしている[2]．すなわち数学的分析は真理の源泉ではなく道具にすぎないのであって，分析的真理の追求に資するものでけなればない．一方，綜合的原理は経験の必然的条件ではなく，意味に関する検証可能性という基準を通してすべてを経験の中に求めて行こうとする．したがって予測のための道具である知識には演繹（数学的方式）と帰納（観察的方法）の2つの道具がある．このような彼の論理的経験主義にとって，確率理論はその出発点ともなる重要な位置を占めている．

さて確率理論の構造は「頻度解釈」と「帰納の規則」という2つの原理によって組み立てられていた．前者によって確率計算の体系は分析的となり，後者が唯一の綜合的原理である．しかし彼はこの原理を真として主張しているのではなく，未来を予測するというわれわれの知識を構成するための有用な道具であると主張しているにすぎない．枚挙による帰納が提供する知識については，それが真であるという主張は放棄しなければならない．極限値は一般にわれわれには常に不明なのであ．しかしわれわれの観察の及ぶ範囲内で得られた結論を真であるかのように扱うことが許される程度でこの原理が有用であることを示している．この原理による結論を真と主張するのでなく措定しているのである．ここでライヘンバッハは真として主張できるのは分析的真理のみであるという主張を貫いている．そしてもし極限値が存在すれば，この「帰納の規則」を繰返し適用していくことで極限値に到達する，という帰納の正当化をも分析的枠組の中で行なっている．

確率を無限系列の極限値とするなら，その極限値はわれわれの観察範囲を超える。それでは意味の検証可能性という立場からは，極限値についての言明はどのような意味をもちうるのか？　経験主義のプログラムは破綻するのではないか？　この疑問に対してライヘンバッハは答える．もし人間

に観察可能な範囲内で系列が収斂するなら，たとえそれ以後において発散したとしてもわれわれには何の影響も与えない．そこで人間に観察可能な範囲で十分収斂してその値がある区間内に留っているならその系列は実践的極限値をもっているという．われわれが出会うのは常にこの種の極限値である．そのような系列に対しては公理は厳密に成立するし，意味の検証可能性の要求をすべて満足する．計算体系内での極限値についての言明はすべて理想化であって，それは論理的意味をもっている．そして適用に際しては上述の意味での近似的言明にほん訳可能であるゆえに有意味な言明となるのである．しかしここには極限値についての言明の有限化が介入する．そこでライヘンバッハは**確率意味** probability meaning という新しい意味の範疇を設定することで意味の検証理論を拡張する．すなわち文の weight を物理的に決定可能であるときにはその文は有意味とみなそうというのである．これが確率意味である．そうすれば，系列の極限値についての措定は lattice を作ることによって weight が与えられるから有意味性を獲得できることになる．

確率を見つけるのにアプリオリな方法は一切斥けられる．antecedent probability はアポステリオリに決定されなければならない．すなわち確率は枚挙による帰納という統計的方法で直接与えられる．ある事象が他の事象よりも生起すると信ずる理由がないときにそれらの事象は等確率であると主張する「無差別の原理」は合理主義の産物であって，彼の哲学には到底受け容れられない．理由の欠如はわれわれの知識の条件であって，等確率という概念は対象の世界に成立する条件である．前者から後者を導出することは論理の法廷では許されないことであるという．サイコロのようなメカニズムにこの原理が適用可能であるように見えるのは，そのメカニズムの中に原理以上の事実が含まれているからなのである．同じような理由から antecedent probability を避けようとする「確証による推論」や「最尤法」にも反対する．

注

1. (10) 式は2つの普遍量化記号を有するために完全な検証は出来ず，また存在量化記号をも有するので完全な拒否をも不可能にしている.

2. The Rise of Scientific Philosophy P. 259.

II 論理的解釈

§II-1. カルナップの哲学的視点

カルナップの終始一貫した哲学上の主要な関心の一つはメタ言語の構成であった．それは，諸科学で用いられる言語の論理構造を明確化することによって，そこに含まれている哲学的諸問題に対する解決の方向を見出すことでできると考えたからである．これがウィーン学派の帰結でもある．

言語分析には理論を形式的体系とみるときの構文論と，その解釈を扱う意味論の二つの面があることに想到し，この両者を区分するためには論理的真と事実的真を峻別しなければならないことを提案する．そして論理的真は論理的に可能な状態を記述した状態記述に基づいて定義が与えられる．しかし分析的真はある言語系 $\mathcal{L}$ での論理的真である $\mathcal{L}$-真よりも広いことが指摘された．すなわち $\mathcal{L}$ の中の文に含まれている用語の意味を考察することによって，その文が分析的であることが判明するような文がある．このことからカルナップは $\mathcal{L}$-真のほかに分析性の基準として A-公準を導入する．$\mathcal{L}$-真でも $\mathcal{L}$-偽でもない文は可能的であり，A-公準を L-公準を含めた広い意味に解釈して，A-真でも A-偽でもない文は綜合的・事実的とよばれる．このようにして，言語 $\mathcal{L}$ での分析的言明と綜合的言明を区別する基準を設けて言語系が構成される．これは人工言語である．確率理論もこの種の対象言語系について展開されている．カルナップが具体的に与えている対象言語系は実際の科学理論を包括しうるほどには広くないが，この方向に研究を進めて行くことによって，そのような言語系に

ついての確率理論を展開することが可能であると確信していた．

同じくウィーン学派のメンバーであったライヘンバッハは有意味性の基準を観察による完全な検証可能性におくことを放棄し，文は観察によってその weight が決定できれば有意味であるとして，いわゆる確率意味を導入した．しかしカルナップは文の weight という概念を頻度解釈による確率と同一視することを拒否した．ライヘンバッハの主張するような統計的確率も存在するし，それが実際に有用であることをカルナップも認める．また，文の有意味性の基準を確率に基礎を求めることにも同意する．しかしこの意味での確率概念は科学そのものに属するのではなく，メタ科学的言明，すなわち分析的に与えられる種類のものでなければならないのに，ライヘンバッハのは対象言語に属する．この点で両者は意見を異にする．カルナップは当の言語系の中で，仮説が証拠から論理的に帰結される程度として確証 confirmation という概念を導入し，これを有意味性の経験的基準として採用した．すなこち仮説に関して収集された証拠にもとづいて，その仮説が確証される程度は論理的関係なのであるから，これは論理的確率とよばれる．したがって確率を部分含意とみてもよいといっている．このようにして論理的確率言明は分析的なのである．

§II-2．確率の論理的意味論的局面

仮説Hと関連あると思われる特定の事象をたくさん観察してえられた証拠 E によって H がどの程度確証されるかを示すものが確率である．この確率を表示するのに c-関数，$c(H|E)$ を用いる．H が確実であるとか確からしいといわれるのは，Hそのものの性格ではなくて，われわれがそのに関したもっている知識との関係の中でいえることである．したがって同じ H に対する確率もわれわれがどのような E を持っているかによって変化する．しかし，一たび E とHが与えられるならば，E と H との間の論理的関係によって H に対する確率が決定される。確率を決定するため

に E と H 以外には何ら経験的事実についての知識を必要としない．この意味で確率の概念は論理的であるといわれる．この C–関数がライヘンバッハの確率含意と異なる点は明白であろう．後者では，対象の世界について言及しているのに反して，前者では，E と H の論理的関係に言及しているにすぎず直接世界に関与しないメタ言語において表現されている．

それでは E と H の間の論理的分析はいかにして行なわれるのであろうか？ E および H は事象や事物の種類とか特性を記述したものとしてではなく，事象そのものなどを記述する文とみられる(1)．ところで「文を理解すること，すなわちその文が何を主張しているかを知ることは，その文がどのような条件で真となるかを知ることと同じである」(2) したがって，文の真理条件を述べる規則によってその文の意味が決定されてしまうと考える．そうなると，E と H の間の論理的分析は E と H の意味を分析しそれに基づいて両者の関係を捉えることになるから，意味論的体系の中で追求されることになる．

では意味論的体系とはどのようなものか？ カルナップは偶然的事実に関する事実的真理と論理的真理を区別する．そのために，世界の可能な，態がすべて記述されうるようなモデル（状態記述）を考える．状態記述とは，言語系 $\mathcal{L}$ に含まれるそれぞれの個体に対して，すべての述語が肯定的にか否定的に述語されたものの連言である．たとえば，個体として a, b, c の3つ，述語 P のみを含む言語系 $\mathcal{L}$ では $P_a \cdot P_b \cdot P_c$, $\sim P_a \cdot P_b \cdot P_c$, $P_a \cdot \sim P_b \cdot P_c$, …… $\sim P_a \cdot \sim P_b \cdot \sim P_c$ の8個の状態記述がある．このモデルの上に言語系 $\mathcal{L}$ での論理的真が定義される．E および H を表現する言語が $\mathcal{L}$ であることはもちろんである．さらに解釈の与えられた言語系 $\mathcal{L}$ について，それが含む用語間の意味関係についての分析性の基準を与える A–公準を設け，先の論理的真を与える L–公準と合わせて分析性と綜合性を峻別とする．A–公準とは，「すべての犬は動物である」のように，ある文がその文の中に現われる用語の意味にもとづいて真であることを主張するも

ので，そのときこの文はA-真といわれる．最後に言語系$\mathcal{L}$を適用する科学理論のもつ基本的前提をB-原理として付加することによって，意味論的原理が確立される．

§II-3. 対象言語系$\mathcal{L}$とメタ言語系IL

EおよびHを表現する対象言語系$\mathcal{L}$には，非論理定項として個体，述語，関数が含まれる．各個体はそれぞれただ1つの名をもち可算集合を形成する．個体の属性を表わす述語は一座述語のみとする．この原初述語は有限個の族に分類される．$F=\{F^1, F^2, \cdots\cdots, F^n\}$, F^iに属する述語P^i_jの数は可算的である（属性は色，形のような質的属性ばかりでなく，年令，重さのような量的属性も許される．そして族はこれらの種類によってまとめたもの）．なお$\mathcal{L}$は first-order language with equality が用いられる．

EとHは事象または命題が用いられるが，それらは集合として定義されるので，集合論的諸概念が必要であり，また，$\mathcal{L}$で表現しうるすべての事象の集合$\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$，必然的事象$\boldsymbol{Z}$，空な事象$\phi$，さらに$\boldsymbol{c}$や$m$-関数などを扱う言語をメタ言語系として$IL$-言語とよぶ．$IL$の言語系は開かれており，数学のあらゆる概念が用いられる．すなわち次節で展開される公理系は$\mathcal{L}$についてILで記述されている．$\boldsymbol{Z}$を必然的事象（すべてのモデルの集合），ϕを空なる事象，$\mathcal{E}$を$\mathcal{L}$において表現しうるすべての事象のクラスとすれば，$\mathcal{E}$は$\boldsymbol{Z}$の上でのσ-field となる．そこで$(\boldsymbol{Z}, \mathcal{E})$は可測空間である．そして$\mathcal{E}$の上での確率測度として$c$-関数を定義して確率空間を構成する．

$\mathcal{L}$についてはいくつかの前提がある．先づ個体についての基本的前提に「いかなる異なった2つの個体も論理的に互に独立である」がある．次に属性と関係についての基本的前提はA-公準とB-公準に分けられる．「緑色と青色は両立不可能である」のような現象論的前提 phenomenological assuption のうちで，$\mathcal{L}$の中で表現可能な前提をB-公準，また

$\mathcal{L}$ の中で表現できない前提は B-原理という．一般に B-原理（B-公準も含めて）が分析的かどうか，あるいはアプリオリかどうかについては IL にとって問題にならない．なお A-公準，B-原理は当然のことながら解釈された言語系 $\mathcal{L}$ に与えられるものである．

確率の論理的解釈では，確率を証拠と仮説の間の論理的関係と解釈し，確率の定義が与えられるならば，それから後はその証拠の下で仮説のもつ確率が純粋に論理的に決定されると考える．したがって，ここでの問題は確証の程度を示すに最も適した c-関数をみつけることである．次節の公理系では Ax. 1-4 が確率計算体系を与えるための公理であり，Ax. 5-6 と規則によって c-関数を具体的に与えている．c-関数の与え方に対するカルナップの基本的な考え方は次の通りである．先づ世界は個体の無限系列から成り，すべての個体に対して与えられた記述が世界を特性づけると考える．世界のどのような状態もこのモデルの選言形で表現されるし，選言肢　が多ければその文が偽とされることも少ないのであるから，$c(E|\boldsymbol{Z})$ のようなアプリオリな確率は，E と $\boldsymbol{Z}$ を構成要素に還元した上で，すべての選言肢に等しい値を与えることによって定義しようとする．これが対称 c-関数である．しかし個体間には経験的特性という観点からみれば異なるところがあるだろうが，論理的観点からは同じ資格をもっているので，すべての個体を平等に扱わねばならない．そこで個体の相互変換によって同型となるモデルはすべて同じ構造を記述したものとして世界を構造記述に分類する．そしてそれぞれの構造記述に等しい値を与えるものがいわゆる c^*-関数である[3]．最後に $\mathcal{L}$ の言語系を拡張したときにも c-関数が同じ値をとるように要求する規則が設定られる．

§II-4. IL における公理および規則

可測空間 $(\boldsymbol{Z}, \mathcal{E})$ に対して確率測度としての c-関数を導入するため次の公理群をおく．

Ax. 1. $E \neq \phi$ のとき，$C(H|E) \geqq 0$.

Ax. 2. $E \neq \phi$ のとき，$C(E|E)=1$.

Ax. 3. $E \neq \phi$ のとき，$C(H|E)+C(\bar{H}|E)=1$.

Ax. 4. $E \cap H \neq 0$ ならば,

$$C(H \cap H'|H)=C(H|E) \cdot C(H'|E \cap H).$$

Ax. 5. C は正則である.

Ax. 6. C は対称である.

定　義:

D1. E と H は次の条件を満足する $\mathcal{L}$ の命題とする.

（1） $E \cap H \neq \phi$.

（2） E と H は複合命題

（3） E と H に含まれる各族は有限,

このとき，C が**正則**であるとは，$C(H|E)>0$ のことである.

D2. C が**対称**であるとは，π を $\boldsymbol{Z}$ から $\boldsymbol{Z}$ の上への一対一写像関数とし，$\mathcal{E}$ の任意の E および H に対して，$E \neq 0$, $C(H|E)=C(\pi(H)|\pi(E))$ が成立することである.

D3. $\mathcal{E}' \subset \mathcal{E}$ なる $\mathcal{E}'$ の上の C-関数について，$\mathcal{E}'$ の任意の空でない E に対して C_E を次のように定義する．任意の $A(\in \mathcal{E}')$ に対して，$C_E(A) =_{Df} C(A|E)$.

D4. $\mathcal{E}'(\subset \mathcal{E}_{\mathcal{L}})$ が filde とする．m が $\mathcal{L}$ に対する $\mathcal{E}'$ 上での m-関数とは，m が $\in'$ 上の確率関数である.

D5. C および m がそれぞれ $\mathcal{L}$ に対する $\mathcal{E}'(\subset \mathcal{E})$ 上の C-関数，m-関数とすると，C と m がき相互関連をもつとは，$\mathcal{E}'$ の任意の H と空でない E に対して,

$$m(E \cap H)=m(E) \cdot C(H|E).$$

さて，Ax. 1 と Ax. 3 から，$C(H|E) \leqq 1$；さらに Ax. 2 と Ax. 4 を

用いれば，$E \subset H$ のとき $C(H|E)=1$，また $C(\boldsymbol{Z}|E)=1$. そして $E \subset H \cap H'=\phi$ ならば，$C(H \cup H'|E)=C(H|E)+C(H'|E)$ が証明できる．したがって，D3 によって $C_E(\cup \mathcal{E}')=1$ が証明でき，Ax. 1 から C_E は非負の実数値をとることがいえ，さらに C_E は特殊加法定理を満足するので C_E は $\mathcal{E}'$ 上の確率測度であることがわかる．これで $(\boldsymbol{Z}, \mathcal{E}, m)$ は確率空間であり，もし C と m が相互関連しているならば，$m=C_{\boldsymbol{Z}}$ となるから，$(\boldsymbol{Z}, \mathcal{E}, C_{\boldsymbol{Z}})$ も，さらに E によって決ってくる $\mathcal{E}$ の部分集合 $\mathcal{E}'$ に対して $(\boldsymbol{Z}, \mathcal{E}', C_E)$ も確率空間である．前者は直接推論（母集団から標本へ）の，後者は予測的推論（一つの標本から他の標本へ）の確率空間を形成する．

これで確率の計算体系が構成された．ところで，$E(\neq\phi)$ が与えられたとき任意の H に対する C-関数が非負の値をとるという Ax. 1 の規定だけでは，複合命題 E と H が $E \cap H \neq \phi$ のとき $C(H|E)=0$ なる値をとる C-関数は Ax. 1-4 を満足する．そこで正則性の公理を必要とするのである．しかしこれでもなお，任意の E と H に対する C-関数の値の与え方を規定することはできない．$E \subset H$ でも $E \subset \bar{H}$ でもない H 対しては，C-関数は[0, 1]の任意の実数を与えることが許されて無数の正則 C-関数が存在することになる．確率の explicatum としての C-関数をただ1つだけに決定するためにはさらにある種の条件を付加しなければならない．それは正則 C-関数の値の与え方に対するある種の制限である．それはすべての個体定項が同じ論理的性格をもっている言語系 $\mathcal{L}$ に対してはすべての個体を平等に扱うことが望ましい．それが，すべての個体の有限回の相互変換に対して C-関数の値が不変であることを要求する公理，対称性の公理である．この公理によれば $\boldsymbol{Z}$ に属するすべての原初命題（根元事象）Z には同じ $C_{\boldsymbol{Z}}$ 値が与えられ，複合命題にはそれに含まれるすべての Z の $C_{\boldsymbol{Z}}$ 値の和が与えられる．

H と E を表現できる2つの $\mathcal{L}$ と $\mathcal{L}'$ があったとき，両者において C の値が同じでなければならないだろう．たとえば2つの述語 P と Q および

a, b, c, d の個体をもつ $\mathcal{L}$ と1つの述語 P および a, b, c, d の個体だけを含む $\mathcal{L}'$ で，同じ E と H については同じ C の値が与えられるような IL–系が望ましい．すなわち $C(H|E)$ は H と E によって表わされた命題のみに依存して決定されなければならない．そのために次のような手続きをとる．$\mathcal{L}'$ が $\mathcal{L}$ の sublanguage であるならば，$\mathcal{L}'$ のすべての命題 H' に対して，$\mathcal{L}$ の中のそれに対応する命題 $T(H')$ を与える変換 T を，個体および属性に関して H' と $T(H')$ が同じ事態を表わすような $\mathcal{L}'$ から $\mathcal{L}$ への準同型写像と定義する．そして $\mathcal{L}'$ 中の命題 $\mathcal{E}'$ に対応する $\mathcal{L}$ 中の命題のクラス $\mathcal{E}^*$ は $\mathcal{E}'$ の T による像と定義する．われわれは，E が与えられているとき H に対する C の値を計算するに際して，E と H に関連ある族，述語，個体のみを含む言語系 $\mathcal{L}'$ を用い，その後 T によって $\mathcal{L}'$ が $\mathcal{L}$ の conservative sublanguage になっている $\mathcal{L}$ に拡張する方がよい．そのためには，$\mathcal{L}'$ の E' と H' に対応する $\mathcal{L}$ での2つの命題 E と H に関して，$C'(H'|E')=C(H|E)$ になるような C' を $\mathcal{L}'$ で用いなければならない．とくに $\mathcal{L}$ が denuumerable language であるとき，その sublanguage である $\mathcal{L}$ において C の値が計算されなければならないから，$\mathcal{L}'$ での C' と $\mathcal{L}$ での C が上記の意味で対応し，しかも公理群を満足するようなCの存在が保証されなければならない．このため次の規則を設ける．

R1. 言語系 $\mathcal{L}$ に対して，すべての公理を満足するある C–関数が採択され，$\mathcal{L}'$ が変換 T に関して $\mathcal{L}$ の conservative sublanguage であるとする．そのとき $\mathcal{L}'$ に対しては，次のように定義された関数 C' が用いられなければならない．いかなる H' と E' に対しても，$\mathcal{L}'$ において，$E' \neq \phi$ のとき，

$$C'(H'|E')=_{Df}C(T(H')|T(E')).$$

R2 $\mathcal{L}$ が denumerable language で，$\mathcal{L}'$ が個体のみを有限個に制限

された $\mathcal{L}$ の sublanguage とする．そのとき，すべての公理を満足する $\mathcal{L}'$ の C-の関数のうち許容されるものは，すべての公理を満足し，R1 の意味でこの関数と対応する $\mathcal{L}$ についての C-関数が存在する場合に限られる．

$\mathcal{L}'$ が $\mathcal{L}$ の conservative sublanguage になっていない場合については，B-原理に基づいて C と C' の間の対応をつけている．これらの規則によって次の重要な帰結がえられる．

$\mathcal{L}$ が族のクラス $\mathcal{F}$ と個体のクラス IND をもつ言語で，H と $E(E \neq \phi)$ をその任意の命題とすれば，$C(H|E)$ は E や H に含まれていない IND 中の個体が存在すること，およびそれら個体の数から独立である．また述語や族に関しても同様である．

§II-5. 合理的信念の程度としての確率

以上で C-関数の論理的性格はわかった．カルナップは C-関数を意味論の領域で基礎づけたのであるが，この公理群がどのような意味をもっているか，またどのようにして選ばれたのであるかについて次のように述べている．「確率の十全な意味は，一方で確率と，他方で効用と合理的行動についての概念との関連を通して決定理論というより広い文脈の中でのみ理解されうる」(4)，したがってどのような公理を選択するかは，この決定理論の土俵の上で，**合理的な決定はいかにあるべきか**，という指針の下で追求される．すなわち，特定の事情次第で変りうるような経験的な結果に関係することなく，決定者についての想定しうる限りでの観察系列，想定しうる可能な行為の集合，世界の可能な状態，その行為からの可能な結果などに基づいた合理性の分析の上で公理が選択される．

先づ意思決定の図式を与えよう．それには次の前提をしておく．

1.　時刻 T である人 X が可能な行為 A_1, A_2 ……（有限）の中から1つだけを選択しなければならない．

2. T において世界の可能な状態は W_1, W_2 …… (有限) であることを X は知っているが，それらのうちのどれが現実の状態であるかは知らない.

3. X が A_m を実行し，W_n が現実の状態であれば，その結果が O_{mn} になることを X は知っている.

4. O_{mn} は A_m と W_n から一義的に決まり，その決まり方についても X は知っている.

5. X に対して効用関数 U_x が存在する. $U_x(O_{mn})$ とは X にとっての O_{mn} の効用である.

6. X は効用関数の値を計算できる.

以上の前提の下で，$P(W_n)$ を状態の確率とするとき，時刻 T における X にとっての可能な行為のもつ値は，

$$V_{X,T}(A_m) =_{Df} \sum_n [U_X(O_{mn}) \cdot P(W_n)]$$

と定義される. そして合理的決定とはこの $V_{X,T}$-値が最大になる A_m を選ぶことである.

時刻 T において X が H に対して現実にもっている信念の程度を信用の程度 degree of credence と名づけ $C_{rX,T}(H)$ と表記する. また E が与えられたときの H の信用の程度を条件つき信用の程度といって次のように定義する.

$$C'_{rX,T}(H|E) =_{Df} \frac{C_{rX,T}(E \cap H)}{C_{rX,T}(E)}$$

X_1 と X_2 の2人の間で，もし H が実現しなければ X_1 は U_1 を X_2 に支払い，実現すれば X_2 が U_2 を X_1 に支払うという賭けをするとき，$U_1/U_1+U_2=q$ を賭けの比率という. もし賭けの比率 q が H に対する信用の程度よりも大きくなければ，その賭けを受け入れるだろうから，$C_{rX,T}(H)$ は X が進んで H に賭ける最大の賭けの比率と解釈することも

できる．そしてもし同じ状況の下で，C_r の教えるところに従って多数回賭けのをしてどの賭けにおいても何らかの損失を伴うならば，そのような C_r は認めることができないであろう．そこで，このような賭けのシステムが存在しないときにかぎって C_r は整合であると定義する．これに関してデ・フィネッティらの次の証明がある．

C_r が確率測度であるとき，そしてそのときにかぎり，命題から実数への関数 C_r に整合である．

そこで確率理論での通常の公理を満足する C_r は整合であることが証明されたので，決定理論の立場からこれを合理的決定のための要求として提示する．

合理性の要求 1

合理的であるためには，C_r は整合でなければならない．

IL-系においては，もし C が整合であるならば，その C は Ax. 1-4 を満足しており，C がこれら公理のうちのどれか１つを犯すならば，必然的に損失を招くような $q_i=C(H_i|E_i)$ の賭けの集合が存在する，ことが証明される．しかしこれだけでは不十分であって，$q_i=C_r(H_i)$ にもとづいて多数回賭けをして，その結果どのケースでも利得がなく，少くとも１つのケースでは損失があるような C_r では困るのである．そこでこのような賭けの集合が存在しないことを C_r は強整合 strict coherent であると定義する．シモニイ，ケメニイなどによって，C_r が正則であるとき，そしてそのときにかぎって C_r は強整合である，ことが証明された．C_r が正則であるとは，決定理論においては，C_r が確率測度でしかもいかなる複合命題 H に対しても H が不可能なときにのみ $C_r(H)=0$ となることである．

合理性の要求 2

合理的であるためには，C_r は強整合でなければならない．

この要求が Ax. 5 であり，*IL*-系では，C が Ax 1-5 を満足すると

き，そしてそのときにかぎり，C は強整合である，ことが証明される．

信用の程度 C_r は時刻をパラメータとしてもっている．時刻が変化すれば当然 C_r の値も変化することが予想される．しかしこの変化も合理性に裏付けられていなければならない．C_{r_n} を時刻 T_n における信用の程度，時刻 T_{n+1} における信用の程度を $C_{r_{n+1}}$，E を T_n と T_{n+1} の間に X が得た証拠とするとき，

合理性の要求 3

a) C_r から $C_{r_{n+1}}$ への変換は E のみに依存する．

b) $C_{r_{n+1}}$ は C_{r_n} と E から次のように決定される．いかなる H に対しても，

$$C_{r_{n+1}}(H)=C_{r_n}(E\cap H)/C_{r_n}(H).$$

E_i を T_{i-1} から T_i までにえられたデータとし，K_n を $E_1, E_2, \cdots\cdots, E_n$ の連言とする．最初のデータ E_1 がえられる前の時刻 T_0 における初期信用の程度を C_{r_0} とすれば，合理性の要求 3 と条件つき信用の程度の定義を用いれば，

$$C_{r_n}(H)=C'_{r_0}(H|K_n)$$

がえられる．この C'_{r_0} を信用性関数 credibility function といって Cred と表記する．すなわち Cred $(H|K_n)$ は 2 つの命題 H と K_n から実数への関数で，K_n が X の有する全データであって空集合ではないとき，X の T における H に対する信用の程度となる．これを用いて C_{r_0} を定義すると次のようになる．すべての H に対し，

$$C_{r_0}(H)=_{Df}\ \mathrm{Cred}\ (H|\boldsymbol{Z}).$$

H と H' が全く同じ論理形式のものであるとき，それらが互に異なった個体に言及しているかどうかは，時刻 T_0 においては X は何の情報をも持っていないのであるから，それらについての C_r の値は同じであるとす

べきである．しかし，T_n においては H と H' に関する情報をもっているであろうから C_{r_n} の値は異なるであろう．そこで次の要求が追加される．

対称性の要求

C_{r_0} は，個体のいかなる有限回の相互変換によっても不変である．

以上の要求を満足するCred-関数によって計算された $V_{X,T}(A_m)$ を最大にする Am を選ぶことが合理的決定となる．論理的関数 m は決定理論においては C_{r_0} に，C は Cred に対応している．そして Ax. 1-4 は合理性の要求1に，Ax. 5 は合理性の要求2に，Ax. 6 は対称性の要求に，さらに C-関数が与えられた証拠 E のみによって H に与えれらる確証の程度であるという点は合理性の要求3に対応している．このようにして，公理のどれに対しても決定理論における信用性関数に与えられた合理の要求が対応づけられた．いいかえれば，公理は合理的な Cred-関数を表現するために C-関数が満足していなければならない条件であったのである．もし証拠 E が与えられたなら，確率の理論によって $C(H|E)$ の値を計算し，それを E が与えられたときの H の信用性関数の値として $V_{X,T}(A_m)$ を計算し，それが最大になる A_m を選べば，たとえその結果が不利益をもたらすことがあったとしても，それでもなおその行為を選ぶことは合理的決定であったということができる．これが C-関数の意味である．

§II-6．相対頻度の推定値としての確率

カルナップは LFP において，帰納論理とは論理的意味での確率概念に対する explicatum についての理論であるといい，この論理的確率概念には次の3つの内容があるという．

A．証拠 E が仮説 H に対して与える証拠に基づいた支持の程度

B．公平な賭けの比率

C．相対頻度の推定値

A については §II-1～3 において述べた通りである．B については前

節を多少補足しておく必要がある．確率概念には二種あって，一つは頻度解釈としての確率．他は証拠に基づく仮説の確証の程度としての論理的意味論的な確率である，とうのがカルナップの一貫した主張であった．しかし STUDIES においては統計的（または客観的）確率と主観的確率 personal または subjective probability に分け，前者は頻度解釈による確率であるが，後者は個人 X が事象 H に対して与える信念の程度である．後者はさらに二分され，X が現実に H に対して抱いている信念の程度 the actual degree of belief とするものと，合理的信念の程度 the national degree of belief になる．この両者の相違については後述するが，前者が狭義の主観的確率で(5)，後者が論理的確率である．統計的概念は数学的統計学や経験科学において重要な働きをしており，また正当なものであるが，決定理論においては主観的確率が用いられており，合理的信念の程度としての主観的確率は統計的確率の推定値に一致する．この点の意味が第三の解釈 C となる．

観察されたある標本の中で求める事象が $2/3$ の割合で生起していたとしょう (E)．しかしこの値は頻度解釈による確率ではない．なぜなら，多くの標本を観察すればそれぞれ異なった割合が与えられるかもしれないし，頻度解釈による確率はそれらの極限概念としてただ１つしか存在しないはずである．すなわち頻度解釈による確率は実際に観察された相対度数とは同じものではない．C-関数の値は E に述べられている相対度数をもとにして計算され，そしてたまたま相対度数と同じ値になることがあるかもしれないが，そのことが C-関数の値が相対度数に等しいことを意味するのではない．C-関数とは頻度解釈による確率の推定値を与えるいわば estimator なのである．以下 C-関数の値がこの相対頻度の推定値に等しいことを証明しょう．

独立変項 A に対する関数 f の値が未知である場合に，その推定値として，f のとりうる可能な値のうち，それが生起することがより確からしい

値に対してはより大きな重みを与えた平均をとることが望ましい．そこでこの重みとして C-関数の値を与えようとする．$E(\neq\phi)$ に関して $f(A)$ のとりうる可能な値を $r_1, r_2 \cdots\cdots r_n$ とし，仮説 H_p を $f(A)=r_p$ とする．このとき，$E\subset H_1\vee H_2\vee\cdots\cdots\vee H_n$ で，H_i と H_j は E に関して排反であるという二条件を満足しているならば，量概念を含む任意の言語系に対して，C-平均推定値関数 $e(f, A, E)$ が次のように定義される．

$$e(f, A, E)=\sum_{p=1}^{n}[r_p\times C(H_p|E)].$$

今，命題集合中の真なる命題の頻度の推定値を計算してみよう．

K_A)： s 個の所与の命題の集合 $\{A_1, A_2, \cdots\cdots A_s\}$．

$tf(K_A)$： K_A 中の真なる命題の数，

$rtf(K_A)$： K_A 中の真なる命題の相対度数．

K^m： s 個の命題のうち s-m 個の命題を否定し，その s 個の全体の連言（全体で $\binom{s}{m}$ 個ある）．

H_m： K^m すべての結び．

H_m が真であるのは $tf(K_A)=m$ であり，1つの K^m が真であることである．今，E にもとづいて，K_A に対する真なる命題の相対頻度の推定値は．

$$e(tf, K_A, E)=\sum_{m=0}^{s}[m\times C(H_m|E)].$$

これから

$$e(tf, K_A, E)=\sum_{n=1}^{s}C(A_n|E),$$

$$e(rtf, K_A, E)=\frac{1}{s}\sum_{n=1}^{s}C(A_n|E).$$

もしすべての命題が E に関して同じ C-値をもつならば，$e(rtf, K_A, E)$ はその値に等しくなる．

同様の議論が直接推論および予測的推論についても成立する．これでC-関数は相対頻度の推定値に等しいことが証明された．

最後に付言しておこう．頻度解釈によれば，確率は無限系列事象の極限と値して現実の世界に言及している．しかしその極限値は知られることはないので人間の能力の及ぶ範囲内という有限の段階で措定せざるを得ない．したがって帰納が成功するかどうかの問題が生ずる．論理的解釈では，確率は証拠と仮説の論理的関係とみるので，確率が直接現実の世界に関係をもつことはなくなる．したがって上述の意味での成功の問題は生じないが，その代り，C-関数をどのように選ぶかの問題，換言すれば，現実の世界をどう捉えるかという総合的原理が公理系の中に侵入してくる．いわば科学の一部門となったわけである．決定理論に基礎をおく狭義の主観的解釈と異るところは，後者が特定の個人；そして個々の具体的試行に言及するのに反して，前者では規範的決定理論という文脈の中で考察される．すなわち，想定しうる観察系列，想定しうる可能な行為，そしてその結果のような合理性に根拠を求めている点である．したがって，個々の試行を対象とはしないから，同じ論理的特性をもつ個体や述語についての対称性を要求する不変性の原理が公理として明示されている．

注

1．LFP や CIM（参考文献欄を見よ）では，E と H を文としているが，文として表現できない事象も存在するとして，STUDIES では事象または命題が用いられている．しかし両者は表現の相違で考え方の基本的変化はない．

2．Rudolf Carnap: Introduction to Semantics and Formalization of Logic P. 22.

3．C^*-関数については本稿では触れないが，次回以降において登場する．C^*-関数は LFP の付録において略述されている．

4．STUDIES P. 26.

5．以後これを主観的確率と呼ぶことにする．

III 主観的解釈

§III-1. ライゼムによる信念の程度の測定

確率の経験的解釈では確率言明は我々の外の物理的世界についての主張であり，論理的解釈ではある言明と証拠を表わす他の言明との間の論理的関係を表わすものであった．これに対して確率という概念を一人一人の人間の主観との関係に於て解釈するのが，確率の主観的解釈といわれるものである．それによれば確率は人々が現実に抱いている信念の程度に関わるものであり，従ってそれは人によっても，またその人の持っている知識量の変化に応じて変わり得るものである．そこでこの解釈をとった場合，いかにして各人の信念の程度を測定するかという事が一番問題になってくる．この問題及びそれ以後の諸問題に関してこのIII章では主としてデ・フィネッティの見解を扱うつもりであるが，その前に初めて確率の主観的解釈を明らかにしたラムゼイの信念の程度測定の方法を略述する事によって，主観的解釈が基本的にどういうアイデアに基づいているかを見ておくことにする．

まず命題 p に対するある人 A の信念の程度が $1/2$ であるとは次のことを意味するものと定義される．

A は単に二つの物（事）G_1, G_2 のどちらかを好み，次の二つのどちらを選ぶかに関して好みに差が無い．

（1） p が真なら G_1, p が偽なら G_2 を得る．

（2） p が偽なら G_1, p が真なら G_2 を得る．次に G_1 と G_2 との価値の差が G_3 と G_4 の価値の差と等しいという事は次を意味するものと定義される．

p に対する A の信念の程度が $1/2$ であるとすると，A は次の二つのどちらを選ぶかに関して好みに差がない．

（1） p が真なら G_1, p が偽なら G_4 を得る．

（2） p が真なら G_2, p が偽なら G_3 を得る.

そしてこのように定義された価値間の差が等しいという概念と選択を支配する諸法則を含む諸公理[1]とによって，選択の対象となる物にそれらの価値を測るものとして実数が一対一に対応づけられる.

最後に，このような対応づけを行なう価値関数を m で表わすと，次のように一般的に信念の程度が測定される.

もし A が

（1） 確実に G_1 を得る.

（2） p が真なら G_2, p が偽なら G_3 を得る.

の二つのどちらを選ぶかに関して好みに差が無いなら,

A の p に対する信念の程度$=m(G_1)-m(G_3)/m(G_2)-m(G_3)$ と定義する[2].

これは簡単に言うと，A の p に対する信念の程度は A が p の真に対して賭ける比率によって測られるという事を意味している.

ところで (1) と (2) に関して好みに差が無いとはどういうことかと考えてみると，それは (1) による利得の価値と (2) による利得の価値が等しいということであろう. しかし (2) による利得は p の真偽によって異なるから，p の真偽が決定される以前に (2) による利得の価値を算定するにはいわゆる数学的期待値という概念に頼らざるを得ない. そうすると A が (1) と (2) に関して好みに差がないという事は，p が真である確率を q とすると次の式で表わされる.

$$m(G_1)=q\times m(G_2)+(1-q)\times m(G_3)$$

そしてこれを変形することによって上述の定義式が得られる. このようにラムゼイの信念の程度測定の方法は基本的に賭けと数学的期待値のアイデアに基づくものなのである。

次に，命題 q が与えられた場合の p に対する信念の程度が次のように

定義される．

もし A が

（1） q が真なら G_1 q が偽なら G_2 を得る．

（2） p, q が共に真なら G_3, p が偽で q が真なら G_4, q が偽なら G_2 を得る．

の二つのどちらを選ぶかに関して好みに差がないなら，q が与えられた場合の A の p に対する信念の程度$=m(G_1)-m(G_4)/m(G_3)-m(G_4)$.

そしてこのような定義と諸公理（特に選択を支配する諸法則）から確率の計算体系の基本的な諸法則（排反事象に関する加法の規則に相当するものや乗法の規則等）が証明される[3]．したがって計算体系の法則に従わない信念の程度のいかなる集合も，「より好ましい」という関係は推移的，反対称的であるとか，G_1 が G_2 より好ましいなら，確実に G_2 を得ることの方が，p なら G_1, $\sim p$ なら G_2 を得ることより好ましいということはあり得ない，というような選好に関する諸法則をおかすという意味で不整合となる．

さらに引続きラムゼイは部分的信念と頻度との関係等の重要な問題について論じているが，この問題に関しては後述のデ・フィネッティの議論と重複するのでここでは扱わないことにする．また，ラムゼイの手法そのものについても，そこで暗黙の内に当然の事として仮定されているいくつかの前提を洗い出していくことによって，いろいろな問題が生じてくるものと思われるが，その点については別の機会に譲ることとし，ここでは彼の理論の基本的な骨組みを紹介するに留めておくことにする．

注

1. [Truth] pp. 178～179.
2. この定義は部分的信念にのみ適用され，確実な信念を含まぬ．p に対する信念の程度1の場合は，確実に G_1 を得ることと，もし p なら G_1, $\sim p$ なら任意の G_2 を得ることとの間に好みの差が無い．
3. [Truth] pp. 181～182.

§Ⅲ-2. デ・フィネッティの主観的確率

1937年ブルーノ・デ・フィネッティはラムゼイとは独立に確率の主観的解釈を提唱し，それが統計学に関して極めて重要なものであることを強調した．そこでの彼の主観的確率測定の方法もラムゼイと同様基本的には賭けに基づくものであるが，ラムゼイが賭けの単位として金銭をとる事は金銭の減少限界効用という性質から考えて不適当であるとし，選好の対象となる物（事）の価値評価と確率（信念の程度）の測定の両方が一度に行われるようなテクニックを工夫したのに対し，デ・フィネッティは金銭による賭けに基づいて主観的確率を測定することに伴なう種々の難点を認めながらも，効用を扱う理論の構成の複雑さを考慮し，十分少額の賭けを考える事によりその困難を回避しようとしている(1)．

主観的確率の定義の前に事象という基本的術語に関するデ・フィネッティの規定を述べておく必要がある。彼は事象という語を常に単一の事実を意味するものとして用いる．したがって幾つかの試行を考える時，「同じ事象の諸試行」とは言わず，「同じ現象の諸試行」と言う．各々の試行は一つの事象であり，しばしば「同じ事象の諸試行」と言われるものは彼にとっては異なった諸事象を意味する．このような規定の理由は，もし「事象」が上で「現象」と呼ばれたものと同じと解されるなら，我々は「一つの事象の確率」について語る事が出来ないという事にある．頻度解釈では単一事象に関する確率言明の意味が十分に解釈出来ないことを考えると，この規定の重要性が明らかとなるであろう．

ではデ・フィネッティの主観的確率とはどのようなものであろうか．まず，A, B の二人がある事象 E の生起に関して次のような賭けを行なうと仮定する．B は任意の金額 S を賞金として提示し，A は賭けの係数 p を定めて B に pS を支払う．そして E が生起した場合には A は B から S を受取るものとする．ただし，B は A が p の値を決めた後で S の正

負を決定出来るものとする．(S が負の場合，支払いは受取る事を，受取りは支払う事を意味する)．この時 p を(A にとっての) E の(主観的)確率といい，$P(E)$ で表わす(2)．

さらに条件つき確率が次のように定義される．二つの事象 E_1, E_2 がある場合，われわれは次のように E_2 に条件づけられた E_1 に対する賭けを行なうことができる．もし E_2 が生起しなかったら賭けは取り消される．E_2 が生起すれば，その時に E_1 が生起すれば勝ち，生起しなければ負けとなる．このような条件つきの賭けに対するわれわれの賭けの係数 p を条件つき確率といい，$p(E_1|E_2)$ で表わす．この場合賭けの結果は次の三つになる．

（1） E_2 が生起した上に E_1 が生起した場合は pS 払って S 受取るから，結局 $(1-p)S$ を得る．

（2） E_2 は生起したが E_1 が生起しなかった場合は pS を失う．

（3） E_2 が生起しなかった場合は pS を返して貰えるから損得なし．

ところで以上のような主観的確率 p の値の決め方は全く任意であり，したがって主観的確率は頻度解釈や論理的解釈に於ける確率のように一意的に決定されるものではない．とはいえそのような任意性に全く制限がなければ，任意の賭けの係数が幾つか集まった時，非常に具合の悪い事態が生じる可能性がある．たとえば，今，A, B の二人があるサイコロを振って6の目で出るか否かについて賭けを行ない，B が $S=6$ ドルと決めたとする．その時 A が6が出る確率を $1/6$，6が出ない確率を $2/3$ ととったとしよう．すると B は両方の賭けを一度に受けて S を負ととることによって必らずAに勝つことができる．なぜなら，6が出た場合 A は一方の賭けで5ドル負け，他方の賭けで4ドル勝つ，また6が出ない場合は一方で1ドル勝って他方で2ドル負ける．いずれにしろ B は常に必らず損をするわけである．

この場合のように B が A に必ず勝てるようにすることを A に対して

Dutch book を作るというが，B が A に対して Dutch book を作ることが不可能な場合，A の賭けの係数は整合であるという．勿論特殊な事情のない限り，まともな人間なら誰しも彼の賭けの係数を整合なものにすべきだと考えるに違いない．その意味でこの整合という条件は主観的確率論に於ける最も基本的な要請となる．しかもしばしばラムゼイーデフィネッティの定理と呼ばれる定理により，整合な賭けの係数は確率の計算体系の諸公理を満たすということが証明されることによってその要請は唯一の要請となる．またケメニイ，シモニイ等によりこの定理の逆も証明されているので，賭けの係数が整合であるための必要十分条件は，それらが計算体系の諸公理を満たすことであるということになる．ところでこの要請はカルナップのように確率の論理的解釈をとる人々によってもなされている．しかしそこではそれは幾つかの要請の内の一つであり，主観的確率論に於けるように唯一の要請ではないことに注目すべきである．

さて以上のような主観的確率の定義と整合性の要請が唯一の要請であることから，次のような主観的確率論特有の帰結が得られる．すなわち，E_1, E_2, ……, E_n を有限個の排反的で，かつその内の一つが必らず生起するような事象とすると，われわれはそれらの確率として p_1, p_2, ……, p_n にどんな値を与えようとそれらが非負でその和が 1 になりさえすればかまわないし，また，p_1, p_2, ……, p_n が不整合の場合にはわれわれはその内のどれかを修正しなければならないが，どれをどう修正すべきかについては理論は何も指示しない，したがってわれわれはどんな特殊な p_i をもその他のものを適当に修正する事によって保持し得ることになる．主観的確率論はまさにこのような意味で主観的なのである．

注

1. [Foresight] P. 102. 脚注 (a).
2. この定義は [Foresight] P. 102. の定義を若干変形したものである．

§Ⅲ-3. 独立性と交換可能性

デ·フィネッティの主観的確率論の最も重要な概念に「交換可能な事象」というのがある．これは客観主義者（確率の頻度解釈をとる人を主観的解釈をとる人と対照させてこう呼ぶことにする.）のいわゆる「一定であるが未知である確率 p を持つ独立な事象」という概念に対応するものであり，この概念の導入によって主観的確率の概念が統計的推論の古典的手法と関係づけられるようになる．では一体交換可能な事象とはどんなものであろうか．次のような例を考えてみよう．色のついた球の入った箱から一個ずつ，元へ戻しながら球を取り出してその色を観察する．この時客観主義者は次のように言うであろう．「二番目の球が白である確率は最初の球が白であるという事実と独立である．なぜなら最初の球の色と二番目の球の色との間には何の因果関係もないからである.」 つまり観察された色の系列は独立な事象から成ると考えられているわけで，彼にとって最初の球が白かった時二番目の球が白いという条件つき確率は二番目の球が白い確率と等しく，また最初の球が白い確率とも等しい．しかしこれは主観主義者にとっては認め難い．なぜなら彼にとって確率すなわち信念の程度は彼の持つ知識の量と無関係ではあり得ないからである．したがって最初の i 個の球の色についての知識が与えられた場合に $i+1$ 番目の球が白い確率として彼が付与する値は最初の i 個の球の中で白い球の占める比率に依存してくるであろう．このように主観主義者にとってはこの場合の諸事象は独立ではない．しかしもし球の取り出し方が公正なら，上の条件つき確率は最初の i 回の抽出で白い球の現われた特殊な順序には依存しないであろう．これが交換可能性という概念の核心となるものである．ではそれをデ・フィネッティはどのように定義しているかを硬貨投げを例にとって示してみよう．勿論それでもデ・フィネッティが断っているように何ら一般性は失われないであろう．さて硬貨を投げて表が出るか裏が出るかを観察すると

いう試行を続けて行なった場合，最初の n 回の試行のすべての可能な結果を考えるとその数は 2^n であり，その内 r 回表で $n-r$ 回裏であるケースは $\binom{n}{r}$ 通りである．また $\omega_r^{(n)}$ によって硬貨を n 回投げて，順序に関係なく r 回表，$n-r$ 回裏が出る確率を表わすと $\omega_r^{(n)}$ はこの結果が出るそれぞれの確率 $\left(\text{全部で}\binom{n}{r}\text{個の確率値がある}\right)$ をすべてたしたものになる．この時，n 回の試行に関して，同じ頻度 r/n を持つすべての結果が同じ確率，すなわち $\omega_r^{(n)}\Big/\binom{n}{r}$ を持つなら，それらの事象（n 回の試行）は（われわれの確率判断に関して．）交換可能であるという．また証明は省略するが，次の条件はこの定義の条件と等値である．すなわち，n 回の試行の内 r 回好都合で s 回不都合であったという仮定 A に条件づけられた任意の試行 E の確率 $p(E|A)$ は選ばれた事象には依存せず，単に r と s（あるいは r と n）にのみ依存する．

このような交換可能性の概念を導入することによってデ・フィネッティは多くの統計的推論がそのより所としている古典的な諸定理が独立かつ等確率な事象の系列に対してと同様，交換可能な事象の系列に対しても成り立つこと，したがって主観的確率論では独立性の概念が不用であることを証明した．そしてこれは客観主義者の「一定だが未知の確率 p を持つ独立な事象」という概念が，われわれの判断に対応する確率分布のかなたに他の未知の何かあるリアルなものに対応する確率分布の存在を要求するという意味で極めて形而上学的な性格を持つと非難するデ・フィネッティの立場を強化し，客観主義者との対立を深めることになるのである．

§III-4.　主観的確率と帰納の問題

前に述べたように，確率の主観的解釈をとればある事象の確率としてわれわれは無数に多くの値を許容できる．しかしわれわれの信念の程度は過去の観察された証拠，すなわち頻度の観察に強く影響されるに違いない．とすると許容され得る無数の確率値の中にそれが客観的に正しいとか他の

値より良いと言えるようなある特定の値が存在するのではないか，換言すれば，過去の頻度の観察と主観的確率との間に何らかの密接な関係があるのではないかと考えられるだろう．ここで決定的な役割を演じるのが次のベイズの定理である．

$$P(E_{n+1}|A)=\frac{P(A\cdot E_{n+1})}{P(A)}$$

(A は $E_1, E_2, \cdots\cdots, E_n$ の結果を表わす.) デ・フィネッティは実際，整合性の要請とこの定理からわれわれの事前判断（事前の賭けの係数）がある完全に明らかで自然な条件，すなわち交換可能な事象を定義する条件を満たす場合には，確率は観察された頻度に近い値をとるべきであるという帰納の原理が妥当なものであることを示した．それによると，前述の硬貨投げの場合の定義を用いると，まず交換可能な事象の定義から次の式が得られる．

$$\frac{\omega_r^{(n)}}{\binom{n}{r}}=\frac{\omega_r^{(n+1)}}{\binom{n+1}{r}}+\frac{\omega_{r+1}^{(n+1)}}{\binom{n+1}{r+1}}$$

故に $s=n-r$ とすると

$$\omega_r^{(n)}=\frac{s+1}{n+1}\omega_r^{(n+1)}+\frac{r+1}{n+1}\omega_{r+1}^{(n+1)}$$

したがって，n 回の試行で r 回好都合であったという仮定の下で $n+1$ 回目に好都合な結果が得られる確率はこの等式とベイスの定理により次のような式で表わされる．

$$P(E_{n+1}|A)=\frac{\dfrac{\omega_{r+1}^{(n+1)}}{\binom{n+1}{r+1}}}{\dfrac{\omega_r^{(n)}}{\binom{n}{r}}}=\frac{r+1}{n+1}\,\frac{\omega_{r+1}^{(n+1)}}{\omega_r^{(n)}}$$

$$=\frac{(r+1)\omega_{r+1}^{(n+1)}}{(r+1)\omega_r^{(n+1)}+(r+1)\omega_{r+1}^{(n+1)}}$$

$$=\frac{r+1}{n+2+(s+1)\left(\frac{\omega_r^{(n+1)}}{\omega_{r+1}^{(n+1)}}-1\right)}$$

この式は特にいわゆるラプラスのケースに於て重要な意味を持つ．たとえば硬貨投げのゲームを行なう際に，私はその硬貨が公正なものでないことを知っているが，その偏りがどの方向にどの程度のものであるかを知らないとする．したがって私にとって最初の n 回の試行で，$0, 1, \cdots\cdots, n$ 回表の出る確率はそれぞれすべて等しいと判断されるかもしれない．すると，この場合 $\omega_r^{(n)}$ は r に依存せず，$\omega_r^{(n)}=1/n+1$ になるととって良いだろう．この等式を上の式に適用することによって周知の $P(E_{n+1}|A)=r+1/n+2$ という結果が得られる．また $P(E_{n+1}|A)$ は $\omega_{r+1}^{(n+1)}$ が $\omega_r^{(n+1)}$ より大きいか小さいかによって，それぞれラプラスのケースより大きいか小さくなるが，いずれにしろ $P(E_{n+1}|A)$ は $r+1/n+2$ に近い値をとる．したがってそれは n と r が十分大きい時には頻度 r/n に近い値をとる．

以上のような結論から次のような帰結が得られる．すなわち，われわれの事前確率がどんなものであろうと事後確率はますます観察された頻度に近づく傾向を持つ．したがって異なった程度の信念を抱いて出発した二人の人も整合性と交換可能性という条件に強制されて次第に観察された頻度に近い信念の程度を持つようになる．これは最初からあからさまに外に出ている主観的要素も観察が数多く行われ経験的証拠が増大するにつれて統計的推論の結果に重要な影響力を持たなくなるということを意味している．

ところでこれまでの議論は事象の順序が確率に影響を与えないようなケースを扱ったものであり，順序の影響を考慮した場合にはいろいろと困難な問題が生じてくるであろう．しかしデ・フィネッティはそのような順序

の影響も交換可能性のケースで無視された種々の状況，たとえば観察によって明らかとなる規則性あるいはある種の規則性への傾向といったものを考慮することによって，これまでと同じように問題を主観的概念に基づいて解決できるであろうという見通しを立てている．とはいえこの問題の一般的な解決は極めて困難であり，今後の研究に待たねばならない．

最後に一言つけ加えると，これまで見て来たように主観主義者にとって最も重要な定理はベイズの定理である．ベイズ流の統計学が統計学者にとって魅力のある理由は前にも述べたように，最も主観的な要素である事前確率が観察と共にその重要性を失うことにある．しかしその定理の実際的な適用にはいろいろと問題のあることも事実である．そこで次回はその適用範囲を検討することによって確率の主観的解釈の有効性や限界を探って行きたいと思う．

参 考 文 献

Hans Reichenbach:

The Logical Foundations of the Concept of Probability; in Feigle and Broadbeck ed., Reading in the Philosophy of Science, New York, 1953, pp. 456～474.

The Theory of Probability, Univ. of California Press 1949.

The Rise of Scientific Philosophy, Univ. of California Press 1951.

Rudolf Carnap:

Remarks on Induction and Truth, Phil. Phen. Res. Vol. 6, No. 4 (1946) pp. 590～602.

On the Application of Inductive Logic, Phil. Phen. Res. Vol. 8, No. 1 (1947) pp. 133～148.

Logical Fonndations of Probability, The Univ. of Chicago Press 1950 [本文中では LFP と略記].

The Continuum of Inductive Methods, The Univ. of Chicago Press 1952 [本文中では CIM と略記].

Introduction to Semantics and Formalization of Logic, Harvard Univ. Press 1961.

The Aim of Inductive Logic, in Nagel, Suppes and Tarski: Logic, Methodology and Philosophy of Science, Stanford University Press 1962.
Rudolf Carnap and Richard C. Jeffrey:
Studies in Inductiv Logic and Probability Vol. 1, Univ. of California Press 1971 [本文中で STUDIES と略記].
Paul Arthur Schilpp ed.:
The Philosophy of Rudolf Carnap; The Library of Living Philosophers. 1963.
Frank P. Ramsey:
Truth aud Probability in Ramsey, The Foundations of Mathematics, ed. by Braithwaite, London, Routledge & Kegan Paul, 1950 [本文中で Truth と略記].
Bruno de Finetti:
Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources, in Kyburg & Smokler eds., Studies in Subjective Probability, New York, John Wiley & Sons, 1964. [本文中で Foresight と略記]. これは次の論文の英訳である. La Prevision: ses lois logiques, ses sources subjectives, Annales de l'Institut Henri Poincaré, 7, 1937, pp. 1～68.

Meanings of Probability I

Morimasa Takano
Hiroaki Nishikawa

Résumé

We authors intend to inquire into meanings of probability in series.

We start, in the part I, with a summary of the frequency interpretation, the logical interpretation and the personal interpretation by Reichenbach, Carnap, and de Finetti respectively.

In the following parts, the roles and the limits of these three interpretations of probability, and "What can we do with probability" are to be discussed.