

Title	カントの数理哲学に関する二三の問題
Sub Title	Some problems about the Kantian philosophy of mathematics
Author	山根, 申吉(Yamane, Shinkichi)
Publisher	三田哲學會
Publication year	1971
Jtitle	哲學 No.58 (1971. 12) ,p.137- 147
JaLC DOI	
Abstract	My aim in this paper is to present some problems about the axioms of geometry and of mathematics in general with special references to the Kantian philosophy of mathematics. I shall account for the following three subjects : (i) the meaning of the word "axiom!", (ii) the nature of axiom, and (iii) the applicability of axiom to the natural sciences.
Notes	名誉教授宮崎友愛先生記念論文集
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000058-0145

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

カントの数理哲学に関する 二三の問題

山 根 申 吉

この小論の目的は、カント哲学についての研究にあるのではなく、寧ろカントの思想を媒介として、数学の公理が含んでいる種々の哲学的問題を示すことにある。この目的に対してカントを取り上げた理由は、現代の数理哲学の直面している状況が、カントのそれと類似しているところから、現代の数理哲学に対する示唆を得られることが期待されたからである。現代の数理哲学は、ゲーデルの不完全性定理の内包する哲学的意味が解明されて来るに従って、ますます経験主義の色彩を強めて来つつあるように思われる⁽¹⁾。このような経験主義は、カントがライブニッツにおいて明らかに認めたところである⁽²⁾。

公理の含む諸問題を提示するために、三つの主要なテーマが取り上げられる。即ち、第一に、公理という言葉の意味、第二に公理の性格に対する考察、第三に公理の普遍妥当性に関する問題である。

1. 「公理」の意味

はじめに、カントが公理という言葉によって、何を意味しようとしたかを明確にしておかなければならない。カントにおいて、「公理」はまず幾何学の公理であり、具体的には、エウクレイデスの「^{ストイケイア}原論」の中の特定の諸命題を意味していた。ところで「原論」第一巻の冒頭には23個の定義に続いて、5個の *ἀιτήματα* (以下「公準」と呼ぶ) と5個 (或いは8個) の *κοινὰ ἐννοίαι* (以下「共通概念」と呼ぶ) が掲げられている。(ただし、*κοινὰ ἐννοίαι* という言葉は後世のものである⁽³⁾) 公準は幾何学に固有の要請

を規定するものであるが、共通概念は、幾何学に限らず、他の諸学にも共通に成立する一般的な命題である。もっとも、定義、公準、共通概念を列挙してから、定理とその証明に移るという方法は、「原論」の各巻を通じて一貫している訳ではなく、その一部を欠く巻もある。また、定義、公準、共通概念が、以下の定理の証明に必要な、すべての命題を尽している訳ではない。たとえば、よく指摘されるように、第一巻の第一定理の証明において二円が相交わることが前提になっているが、このことは公準の中に含まれていない。以上のように種々の留保をしなければならないのであるが、それにも拘らず、エウクレイデスの意図が、定義、公準、共通概念のような基本的命題から、他の命題（定理）を導出することによって、幾何学の公理体系を建設することにあつたという点は、今日広く認められている。したがって、「原論」は二重の意味をもつものである。第一に、ギリシャの幾何学を大成したということであり、第二に、諸学の方法としての公理的方法を確立したことである。この意味で、「原論」が中世において、ひとつの権威とみなされたことも不思議ではない。イスラム文化圏の中で、「原論」の多数の写本が作成され、アラビア語訳が出現したのも、「原論」が単なる幾何学の著作以上の意味をもっていたからであろう。

「原論」がヨーロッパの学界に再び登場するのは、12世紀初頭バスのアデルドウス Adelardus によるラテン語訳 (Elementa) であるが、同じ世紀の後半には、既にリールのアラヌス Alanus が、その *Ars fidei catholicae* を展開する際に、エウクレイデスの方法を用いている⁽⁴⁾。アラヌスにおいては、エウクレイデスの定義、公準、共通概念に当るものが、それぞれ *descriptiones*, *petitiones*, *maximae* (或いは *communes animi conceptiones*) の名で呼ばれており、これらの基本命題から、個々の定理び系を導き出すと言う形で、(I) 神論、(II) 天使及び人間創造論、自由及論、(III) 受肉及び贖罪論、(IV) 秘蹟論、(V) 復活論がそれぞれ展開されているが、これらの題目は、既にヨハネス・スコトウス・エリウゲナ、

アンセルムス、ペトルス・ロンバルドウス以来の伝統的な順序に従っており、内容的には後のトマスの Summa Contra Gentiles につながる護教論である。即ち、アラヌスの意図は、「幾何学的な順序に従って論証された」神学であると言う事ができる。たとえば、アラヌスは、「原因」「実体」、「質料」、「形相」、「運動」等の諸概念を定義し、5個の公準と7個の共通概念を示してから、次の第一定理の証明に移る：

Quidquid est causa causae, est causa causati.

このようにアラヌスにおいては、定義、公準、共通概念の別が守られており、エウクレイデスの方法に忠実に従っている。しかるに、「原論」自身の方はどうかというと、田辺元博士の指摘されるところによれば、公準と共通概念の区別は、「原論」の編纂者の間で次第に失なわれて行って、両者が共に「公理」の名で呼ばれるようになったとのことである⁽⁶⁾。しかも、「原論」自身の変遷とは別に、「原論」的方法においても、定義、公準、共通概念の明確な区別が、次第に失われて行ったようで、たとえば、恐らくアラヌスの神学にその範を仰いだと思われるスピノザの「エチカ」の冒頭には、8個の定義の次に7個の命題が「公理」として置かれ、それに続いて直ちに第一定理とその証明に移っている。

そこでカントが「公理」と言う場合に、それが公準及び共通概念を含むものであるか否かが問題となる。カントは「原論」第一巻の第八（或いは第五）共通概念である「全体は部分より大きい。」を分析的命題であると述べているが、他方カントにおいて、幾何学の公理は、すべてアプリアリな総合判断でなければならなかった⁽⁷⁾。この事から直ちに、カントが公準のみを公理とみなして、共通概念を公理の中に入れなかったと断定することはできない。しかし、少なくとも、「原論」の公準および共通概念のすべてが、カントによって公理とはみなされていなかった事は確かである。寧ろ

カントは、アラヌスと同様エウクレイデスの伝統に忠実であり、公準と共通概念を混同することはなかったと考える方が妥当であるように思われる。

2. 公理の性格

幾何学の公理は、単に一時的な仮定 *supposition* にすぎないものか、それとも自明の真理を示すものであるか。この問題は数理哲学の歴史の中で、しばしば取り上げられてきた問題である。エウクレイデス自身は、この問題について何も述べていないが、最近の「原論」成立史の研究によると、「原論」の公準や共通概念は、論争の過程の中で、当事者間の暫定的な諒解事項として立てられたもののようである⁽⁸⁾。その一つの根拠として、*αἰτήματα* という言葉自体が、「どうか……を認めてほしい」というような意味を含むものであったということが言われている。この論争がピュタゴラス派の数学者とエレア派の哲学者の論争であり、更に「原論」の第四～第七共通概念が、ゼノンの第四パラドクスに関する論争における諒解事項であるというに至っては、にわかにその真偽を断定できないが、とにかく「原論」の公準や共通概念が絶対的で自明の真理とは見なされていなかった事は確かなようである。「原論」の公準や共通概念が、いわゆる「公理」として、絶対的な真理と考えられるようになった根拠は明らかでない。「原論」の編纂を行なったプロクロスを経てアリストテレスの論理学にまでさかのぼって、その理由を見出そうとする説にも、直ちに賛成することはできない。ただ、前節に述べたように、学問の方法に関して「原論」が一つの権威と見られていた事と、公理の自明性に対する確信とが結びついていないとは言えないであろう。

ライプニッツは、幾何学の公理を自同的命題に還元しようとして大いに努力した。ライプニッツにおいて、公理の真理性は、無矛盾性に帰せられるべきはずであった。⁽⁹⁾ この努力は結局徒勞であったけれども、ライプニッツの意図からすれば、ユークリッド幾何学の公理及び定理は、自同的命題の帰結として絶対的に真理でなければならないはずである。言いかえれば、ユークリッド幾何学の公理と矛盾するいかなる命題も、絶対的に偽であるということである。カントが、こうしたライプニッツの立場を、そのまま受け容れなかったことは明らかであるが、しかし、カント自身この問題について、どのように考えていたかは、必ずしも容易に断定することはできない。この点があいまいであるために、カント哲学を継承した人々の間にも対立が生じた。多くの人々は、カントが、この問題に関して、ライプニッツと同じ考えであったと解釈して、非ユークリッド幾何学を認めまいとした。事実カント哲学の影響力の大きさは、非ユークリッド幾何学の考え方が、一般に受け入れられるに当って、大きな障害として現われていた。⁽¹⁰⁾

しかし、少数の人々は（たとえばナトルプ）カントが、すでに非ユークリッド幾何学を認めるに足る、或いは、認めざるを得ない段階にまで達して⁽¹¹⁾ いたと考えて、大いに非ユークリッド幾何学を擁護した。しかし、この問題に関して、カントに時代を先取る位置を与えることは、やはり無理があるようである。カントがベルリンのランベルトを通じて、ユークリッド幾何学以外の幾何学が成立する可能性を知っていたことは、恐らく事実であろう。⁽¹²⁾

しかし、「純粹理性批判」の第2版が出版された1797年にガウスは10才であり、カントが歿した1804年においてすら、ボヤイは2才、ロバチエフスキーは11才であった。リーマンはまだ生まれてもいないし、サツケリの重要な業績は、一般に知られてはいなかった。このような時代に、非ユークリッド幾何学の公理の性格に対する、正しい評価を求めるのは無理と言うものであろう。ましてマーチンの主張するように、カントにおいて現代の公理論的方法が既に考慮されていたというのは、明らかに行き過ぎ

である。⁽¹³⁾ カント自身が、公理を「直接に 確實である限りのアプリアリな総合的原則」であると規定しているからである。⁽¹⁴⁾ この点でカントが、根本的にはライプニッツと同一の立場に立っていることは明らかである。ただ、ライプニッツと比較して、カントが一步現代に近づいているのは、公理を総合判断と考えた点にある。幾何学の公理（或いは定理）が総合判断であるとすれば、「三角形」という主語に対して、「内角の和は二直角に等しい」という述語を結びつける事が可能であると同様に、「内角の和は二直角より小である」「内角の和は二直角より大である」等々の述語を結びつけることも可能である。もしライプニッツのように、幾何学の公理（或いは定理）が分析的命題であり、絶対的真理を示すものであれば、「三角形」という主語概念が与えられると同時に、「内角の和は二直角に等しい」という述語も、必然的に与えられることになり、「三角形の内角の和は二直角に等しい」という命題と矛盾する他の命題は、すべて偽であるということになってしまふであろう。

カントの公理の性格に対する規定は、ライプニッツから現代に至る過程の中であって独特の立場を有するものである。たとえば、カントが、幾何学的概念が直観によって構成されたものであると考えたことは、この事を明確に示すものである。マーチンがしたように「構成」Konstruktionという言葉が共通しているからと言って、カントをブラウアーの直観主義に直ちに結びつけることは正しくない。⁽¹⁵⁾ 寧ろ現代では、カント的な意味での直観による概念の構成の思想は、第一に非ユークリッド幾何学が一般の承認を得たことによって、第二には、幾何学がもはや何等の「直観的」図形を必要としない事が明らかになった事によって、説得力を著しく減少したと言えるであろう。ヒルベルトによれば、幾何学の公理は、何等直観的図形に訴える必要がないばかりか、「どのようにでも解釈できる単なる記号の列」にすぎない。幾何学の公理の中に「点」とか「直線」のような未定義項 undefined term があり、「点Pが直線Kの上にある」というような命

題があるとしても、われわれは「点」とはコーヒー茶碗のことであり、「直線」とは机の事であると解釈して、さきの命題は「コーヒー茶碗Pが机の上にある」と解釈しても、それが間違いであると言うことは全く意味のないことなのである。⁽¹⁶⁾

カントにおいては、直観によって構成される幾何学的概念だけが、客観的実在性をもつ概念であった。この意味では恐らくユークリッド幾何学だけが、他の幾何学と比較して、卓越した性格をもつはずである。しかし、このような形で、幾何学の諸体系間の優劣を云々することは、今日ではほとんど意味がないとすることができる。これとは反対に、相対性理論によって、時空が4次元リーマン多様体であると規定されたために、ユークリッド幾何学の「直観的な」自明性が疑われ、ひいては、カントの「直観による概念概成」の思想の客観的妥当性が問題とされたことがあつた。しかし、この形で、カントの思想を否定する事は正しいやり方ではない。時空がリーマン多様体であるという理論は、4次元連続体の中でユークリッド幾何学の諸定理が成立することを少しも妨げるものではない。この小論では時空論に立ち入って論ずることは出来ないが、4次元連続体は、本来ユークリッド的でも非ユークリッド的でもなく、一定の解釈のもとに、そのいずれをも読み込むことが出来るのである。⁽¹⁷⁾ 客観的実在性を基準とするならば、ユークリッド幾何学の概念も、非ユークリッド幾何学のそれも、全く対等の資格をもっていると言うべきであろう。

3. 公理の普遍妥当性

カントとライプニッツの立場を区別する論点の一つは、幾何学の公理が自然科学の理論（たとえばニュートン力学）に対して適用できるというこ

との根拠についてである。ライプニッツにおいて、公理は思惟の対象として、それ自身は観念的な存在であった。したがって、幾何学の公理が現実の世界に妥当することを説明するためには、思惟が神の思惟として、とらえ直されなければならなかった。⁽¹⁸⁾ これに対してカントは、どこまでも、思惟を人間の思惟として考える。「空間や、延長を有するものその他を口にし得るのは、人間の立場からだけである。」⁽¹⁹⁾ しかし、それでは、観念的存在にすぎない幾何学の公理が、どうやって現実世界に対する妥当性を獲得するのであろうか。カントによれば、それは純粹悟性の二つの総合的原則——即ち、直観の公理と知覚の予料を通じて行なわれるのである。この二つの原則が「数学を現象に適用する機能をもっている」ので、現象が「数学的综合に従ってどのように産出され得るか、ということ」を教えるものである。⁽²⁰⁾ 即ち、数学的概念が構成されるだけでなく、自然科学の対象もまた構成的に産出されるのである。従って、ユークリッド幾何学が、ニュートン力学において妥当するのは、両者の構成の方法が一致するからであると言わなければならない。⁽²¹⁾

しかし、数学の対象が構成されるものであるならば、その客観的実在性の保証はどのようにして与えられるのであろうか。数学を単なる「構想力の遊び」から区別するために、カントは、数学もまた自然科学と同様に、経験に訴えるべきであると考えた。幾何学の概念は純粹直観によって構成されるものであるが、純粹直観は経験的直観の形式にすぎず、純粹直観の客観的実在性は「経験的直観によるほかはない。」数学の原則あるいは表象は、自然科学の場合と同様に「これらのものの意義を現象（経験的对象）によって現示し得ないとすれば、……まったくなんの意義ももたないことになるだろう」。⁽²²⁾

現代においても、数学の自然科学への適用可能性を、両者の理論的構造の同型性に求めることが出来るように見える。しかし、現代では、数学の対象について「直観による構成」という思想が必ずしも維持できなくなっ

たために、数学的对象の客観的实在性が保証されず、数学の概念と、空虚な観念的可能性との区別が不明確になっている点は問題である。この事は、公理の普遍妥当性あるいは数学の自然科学への適用可能性の根拠を、数学と自然科学とが同一の根本的作用による構成であるという点に求めたり、或いは両者の理論的構造の同型性に求めることを困難にするものである。われわれは数学の理論をも、自然科学の理論と同様、实在に対する近似的なモデルとして、経験によって検証さるべきであるとしなければならないのであろうか。あるいは数学の自然科学への適用可能性について全く異なった見方を取らなければならないのであろうか。もし前者の考え方を採るべきであるならば、われわれは再びカントの「直観による概念の構成」の思想を受け入れざるを得ないであろう。もしこの道を進むことが出来ないとするならば、残されているのは、公理をすべて「規約」とする考え方ぐら⁽²³⁾いのものであろうか。しかし「規約」という概念は、そこに、規約を守る人間（主体）および、主体間に成り立つ一定の社会的歴史的関係を予想している。この考え方は、公理の普遍妥当性の要請と矛盾しているので、問題の解決にはほど遠いものと言わなければならないであろう。

注

- (1) Delong, H., A Profile of Mathematical Logic, 1970, §30 及びその巻末に紹介されている Bernays, Mostowski, 等の論文参照.
- (2) 「可感界と可想界との形式と原理」15節 D参照. ここでカントは、ライプニッツが空間を秩序即ち関係と考えたために、「幾何学的公理には、帰納によって獲得されるような比較的な普遍性……しか」内在しないことになり、幾何学が経験科学の一部にすぎなくなったことを指摘している。カント自身は、幾何学と経験科学に共通の根拠を求めて行き、「感性のアプリオリな形式」の概念とに至るのである。
- (3) プロクロスによって初めて用いられたと言われる。村田全，茂木勇「数学の思想」第I部 II参照.
- (4) 「原論」の方法が、中世においてどのように継承されたかについては、DeLong,

カントの数理哲学に関する二三の問題

op. cit., Kneale, W. and Kneale, M., The Development of Logic., ヒルシュベルガー「西洋哲学史 II」等は記述が欠けているか或いは極めて不完全である。以下の所論は次の文献によった: Fraile, O. P., Historia de la filosofía, II, Biblioteca de Autores Cristianos, segunda edición, Madrid, 1966.

- (5) 田辺博士の「数理哲学研究」は見る事が出来なかった。この部分は岩波文庫本「单子論」246頁, 河野与一氏による同書からの引用に従った。
- (6) 「純粹理性批判」B17 (以下単に「批判」と略称する) なお, 訳文は篠田英雄訳岩波文庫版による。
- (7) たとえば, 「批判」B760 において, 公理を “synthetische Grundsätze a priori” と規定している。
- (8) 以下の所論は, 村田・・茂木, 前掲書第 I 部 II による。
- (9) たとえば, 「形而上学敍説」13, 「单子論」25 参照。
- (10) DeLong, op. cit. § 9 参照。
- (11) Martin, G., Immanuel Kant, 1951 門脇訳「カント——存在論および科学論」23頁。
- (12) 同上
- (13) 同上
- (14) 「批判」 B760
- (15) Martin, 門脇訳, 前掲書 29頁。
- (16) Hilbert, D., Grundlagen der Geometrie, 1899 ヒルベルトの意図については, Kneale, W & Kneale, M., op. cit. XI, 4 参照。
- (17) 大森荘蔵「空間について」科学時代の哲学 3, 54~60頁参照,
- (18) 「形而上学敍説」2
- (19) 「批判」B42
- (20) 「批判」B221 ただし原典には “.....nach Regeln einer mathematischen Synthesis” とあり, 正しくは「数学的綜合の規則に従って.....」と言うべきであろう。
- (21) Martin, 門脇訳, 前掲書 49頁。
- (22) 「批判」B298-299
- (23) Poincaré, H., La science et l'hypothèse, 1902, §3 ただし, ポアンカレは, 幾何学の公理に限って, 「規約」とみなそうと言うのである。たとえば数学的帰納法の命題などは, その根拠を直観に求めている。なおこの点については, Science et Méthode, 1908, II, §3 参照。

Some Problems about the Kantian Philosophy of Mathematics

Shinkichi Yamane

Résumé

My aim in this paper is to present some problems about the axioms of geometry and of mathematics in general with special references to the Kantian philosophy of mathematics.

I shall account for the following three subjects: (i) the meaning of the word "axiom", (ii) the nature of axiom, and (iii) the applicability of axiom to the natural sciences.