

Title	述語論理の諸特性
Sub Title	
Author	松本, 正夫(Matsumoto, Masao)
Publisher	三田哲學會
Publication year	1935
Jtitle	哲學 No.13 (1935. 3) ,p.179- 247
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00150430-00000013-0179

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

述語論理の諸特性

松本正夫

序論

先づ主語と述語の論理的性格を明らかにしよう。一見する所、凡べてのものは主語となると同時に述語ともなりうるもので、例へば、主語Aの述語たるBは更にCと述語せられる限り、Cの主語ともなり、又逆にCの主語Bは、更にAの述語であると云ふ様なことがある。AからCに赴く各述語の系列は、アリストテレスによれば、上昇する述語と、*ana*(Organon 83^b 4)と云はれ、CからAに向ふ各主語は下降する主語と、*kata*(83^b 4)と呼ばれる。これを見ると主語と述語は結局、命題の文法的構造中の位置によつて定まる様である。しかしこれには、かゝる文法的性格以外に何の意味もないものであらうか。

主語と述語の論理的性格を知るには先ず、主語と述語の意義から出發せねばならぬ。

主語とはそれに就いて何らかの事が述べらるるものであり、述語とはあるものについて述べらるる所のものを意味する。dはeに就いて述べられたものであり、eは更にdに就いて述べられたものである。所が、この場合、dはeを前提せねば述語たりえず、eは又dを前提せねば述語たりえない。述語は常に何かに就いて述べらるるものである限り、その「何か」たる主語を前提することは當然である。かくてdはeを、eはbを前提し、この関係を溯行しゆく事が出来る。dの主語e、eの主語bも文章構造上の位置から假に主語となつたもので、これ自身矢張り何等かのものの述語である。ここに充足理由の根據として、もはや自分以外に主語を前提しない、自らに就いて述べらるる凡べての述語の完全にして一義的な主語の存在 (*completum aliorum de se praedicatum subjectum*) が必要となる。今これをaとすれば、aは明らかに「決して他のものの述語となることなき」主語 *quod de nullo alio praedicatur* であつて、かかる主語の一義的性格を始めて、論理的と稱する事が出来よう。これは文法上の位置によつて主語ともなりうる前述の相対的な主語とは明らかに區別せられる。

凡べての文法的主語、文法的述語の系列はこの究極の論理的なる主語に出ずるものであるが、次に述語の論理的性格は何處に求むべきであらうか。「凡そ論理的主語に就いて述べらるる所のもの」「他のものの述語となるもの」「*quod de alio praedicatur* は悉く論理的述語である。故に真

の主語 A に就いて B が述語せられれば、この B は論理的意味に於いて、述語であることは確かであるが、この B が文法上、主語の位置に置かれ、これに就いて C が述語せられ、更にこの C に就いて D がと云ふ如く、C D E …… の *subiecti* の系列を考へると、これらの C、D、E、…… は各々文法的には主語となることがあつても、それ自身は常に「他のものの述語となるもの」であるのは確かである。しかし同時にこれがかの「論理的主語 A に就いて述べらるる所のもの」と云ふ規定をも果して満足してゐるかは一考を要する。B が A の述語であるのは明白だが、C、D、E、…… が A の述語であるると云ふには「B に就いて述べられた C は、B が A に就いて述べられたものなる限り、矢張り A に就いて述べられたものとしての性質を有し斯くて、同様にして、C に就いて述べられた D も、D に就いて述べられた E も以下續く凡べてが等しく主語 A に就いて述語せられたと云ふ性格を持つ」と云ふ原理が必要である。この原理は後にも示す如く(第二章 a)明らかに述語の分析的性格を示すものなり。“*Nota notae est nota rei ipsius, repugnans notae repugnat rei ipsi.*” なる *Dictum de omni et nullo* の原則の中に既に前提せられて居る。かくて論理的主語 A から發する凡べての系列の項は命題構造上主語の位置に置かるることあるも、一義的には皆悉く論理的述語に他ならぬ。

與えられたる命題の主語と述語は右の様に、兩者同時に、論理的述語である場合がある。この命題の主語は論理的には述語であるから、何か他の命題の主語の述語である。更にこの他の命

題の主語を述語とする他の主語と云ふ様に、論理的主語を求めて、下降主語 *subjectum* の系列を辿つてゆくと遂ひには論理的主語をその主語とし、論理的述語を以てその述語となす様な命題に到達する。この系列を更に推進めれば、もはや論理的主語を主語とし、同時にもはや他の述語となることなき、この論理的主語を述語ともなすより他致し方ない所の命題を生ずる。論理的述語のみよりなる命題がある様に、この様に論理的主語のみよりなる命題もある。これは肯定命題ならば、同一命題、否定命題ならば、矛盾命題、以外のものではない。これまでの凡べての命題の述語は、論理的述語であるから、他のものの述語であつた。しかしこの命題にあつて述語は既に主語にある論理的主語そのものであるより他はない。即ち、この述語はもはや他のものの述語ではなくして、自分の述語、自體に就いて自體を述べる所のものであつて、述語の位置にあつてもはや論理的述語の定義を満足せず、他のものの述語となることなきものなる以上、論理的主語と云はざるを得ぬ。この故に *Subjectum est praedicatum sui* と云ふことが、同一矛盾命題に於いては云はれなくてはならぬ。凡ゆる論理的述語が如何にしても前提せざるを得ぬ論理的主語に於いて、始めてこの同一矛盾原理の根本命題が成立するのである。凡べての論理的命題はこの同一矛盾律に基き、この同一矛盾命題は又必然的である。何となれば、同一律の反対はその反対する主張自身をすら不可能にするからである。この故に論理的主語は「反対者の成立が不可能」

である如き、必然を含み、すべて他のものの前提する所となる意味に於いて、第一必然者と云ふべきである。同一、矛盾命題はこの第一必然者の本質規定と云ふべく、第一必然者は又この意味に於いて、同一、矛盾的主語と云ふことが出来よう。これは主語の同一、矛盾の規定(自同的规定)たる「それである所のもの」(τὸ ἐστίν) 換言すれば、本質を云ふ。第一必然的なる論理的主語はそれ自身について、何事かが述語せられる事物の本質、そのものそのものたる所、即ち、事物の實體を意味する。

次に論理的述語の本性を考究する。すべての論理的述語はこれがそれに就いて述べらるるそのものたる論理的主語の存在を前提し、加ふるに凡べての論理的述語關係を維持すべき、同一、矛盾律が既に述べた如く、論理的主語の本質的關聯にその根底を有する以上、論理的述語の本性は論理的主語との關聯に於いてのみ定めらるべきものと思はれる。つまり論理的主語の存立と本質が如何にして論理的述語を成立せしめて居るかを判定しなくてはならぬ。論理的主語と述語の關聯について先ず、綜合關係を考へよう。主語と述語の綜合關係とは、主語に於いて存せぬあるものが述語に於いてあると云ふことで、云はば、述語が主語に判斷關係を以て、何ものかを附加綜合するのである。しかしこの場合、主語になきあるものを述語が含む限りに於いて、述語成立には主語的同一性と獨立な獨存的同一性が前提されてなければ、附加綜合は成立たぬ。

これでは既に説明すべき主語、述語關聯の前提に反して居る。次に、主語、述語の上述の内容的關聯ではなく、両者が内在的に全然關聯せず、唯外在的に結合すると云ふ場合は如何。主語と述語が内在的關聯を有しないと云ふことは、両者が全然別々のものだと言ふことである。故にさう云ふ主語と別の述語の内容を成立させる同一は既に主語の同一とは獨立のもので、この點綜合と同じく、説明さるべき關聯の前提を満足して居ない。かくて主語、述語關係は如何にしても分析的關聯より他にないことになる。何となれば、主語、述語關聯に於いて可能と思はるるは、主語が述語の中にあると云ふ綜合、主語、述語相互に包攝せず、唯結合すると云ふ結合、述語が主語の中にあると云ふ分析の三つの場合しか考へられぬが、既に前二者の否認せられたる以上、最後の分析的關聯をとるより他、述語の主語に對する依存關係を保ちつつ、主語的關聯の同一矛盾を述語的關聯に媒介しうる場合を發見することは出来ない。述語が主語の中にある以上、主語の中にない何ものも述語的に規定されえないのだから、述語規定は専ら、主語的實體に依存すると共に、その同一矛盾的本質以外のものに從屬せぬ。この故に主語の中にある論理的述語とは正に實體の存立に對しては依存し、その本質に對しては從屬する所の屬性を意味して居る。

これを認識論的に解釋する。論理的主語はその「在ることの様式」*modus essendi*に於いては、事物 *res* であり、その「知ることの様式」*modus intelligendi*に於いて辨證法的規定に他ならぬ。(これは

別に詳論を要する所)却説、論理的述語は、その「在ること」の様式に於いて事物の中に在ると云ふ屬性、その「知ること」の様式に於いては形式論理で云ふ所の名目、或ひは名辭的規定に他ならぬ。しかるに屬性は事物 *res* の中にあり、それ自ら既に *res* ならざるものであるから、この述語者の「在ること」の様式を特に *esse* としての存在より區別して、名目的存在 *esse nominale* と呼ぶ。

もし「知ること」の様式を以て「在ること」の様式に替え、名目を以て名目的存在と同一視するならば、「知ること」の様式に於いて知られたる屬性なるものは、もはやその「在ること」の様式たる「主語」の中にあることを要しないから、従つて、如何なる事物の屬性でもありえず、既にその屬性たることの意味を失ふ。實際、主語述語の分析的關聯は、「述語は主語の中にある」と云ふ「在ること」の様式を規定してゐるので、「知ること」の様式の問題ではない。しかしこの「在ること」の様式がなければ、前述の如く屬性を知ることゝ出來ない。屬性でないものを屬性であるかの如く、主語の中にならぬものがあるかの如く考へて見るにすぎず、これを「知ること」は既に不可能である。換言すれば、認識の客觀性は保たれぬ。「知ること」の様式に「在ること」の様式を前提して、始めて述語に於いて知らるるものは、一つとして主語に於いてあるものとはなつたものではない、そこに於いて、知らるるものは事物の屬性であると結論する事が出来る。故に「在ること」の様式は「知ること」の様式に先行し、しかも論理學はこの「在ること」の様式を論ずるものであるから、それは認識論に先行し、

これを可能ならしむる基礎を提供するものと云ふことが出来る。

「述語が主語の中にある」と云ふ主語、述語關聯は分析ではあるが、分割ではない。もし主語を分割して述語を生ずるならば、述語は主語の構成要素、換言すれば、屬性は本質成素でなくてはならぬ。何となれば、分割は全體を部分に割ることであるから。従つて主語全體は、述語部分に分割さると共に、又述語部分から主語全體が形成せられる。即ち、本質はその成素たる屬性より成ると云ふことが出来る。しかし斯くしては、述語部分は主語全體の同一性を豫想すると共に、主語全體はそれを形成する個々の述語部分の同一性を豫想する。つまり屬性は本質の同一性を前提すると同じく、本質は又屬性の同一性を前提する。主語と述語の分析的包攝を全體と部分の分割的包攝の如く見做す時、右の如く、屬性同一性が本質同一性に先行すると云ふ、或ひは、少くとも屬性が一義的に本質同一性を前提して居ないと云ふ不合理な結論を生ずる。「主語の中にある」と云ふことは既にアリストテレスも全體と部分との關係の如く解せず、これを「主語を離れて存しえぬこと」と解して居る。(Categoriae I, 20) 斯く述語が主語に依存することは既に明らかであるが、「主語の中にある」とは更に尙從屬を意味して居る。しかも分割的に含まれて居るのではなくて、分析的に含まれる爲には、全體の中の部分であつてはならない。分析的なる屬性とは本質成素ではない。であるから事物の屬性が如何に綜合せられても、その事物の實體を成す様な

ことはない。もし「*esse*」の分割的部分がありとすれば、それも亦「*esse*」であるが「*esse*」の分析的屬性たる *esse nominale* はもはやそれ自身「*esse*」ではありえない。「*esse*」ならざるものをいくら重ねても「*esse*」にはならぬ。實際、物體の重さと云ふ屬性は物體の部分ではないし、又如何に重さとか延長と云ふ屬性を合はせても、物體と云ふ實體的のものは出てこない。

次に述語は主語の分析であつて、分割ではないと云ふ右の事實を認識論的に解釋しよう。聖トーマスの「個別に關する感覺と普遍に關する知性に就いて」(*Opuscula omnia* Vol. V. S. 382. *mandonet*)と云ふ論文にもある如く、「白い人間に就いて、知性がもはや彼が白くはないと判斷する様な具合に白い人間から白と云ふものが引離されて仕舞ふならば、そう云ふ認識は誤りである」。もし白いと云ふ述語が實在的に主語から分割されるなら、成程、後にのこつた主語人間はもはや白くないのに違ひない。「在ること」の様式に於いて、述語「白」は「主語の中にある」と規定されて居る。故に主語から分割分離されるならば、既に「主語の中にある」もので述語ではなくなる。それは主語の中にある、主語に於いてあるものところが、つた何かを意味する事にならう。故に「在ること」の様式に於いて、主語と述語は分割分離しえぬ。右の如く主語の中にあると云ふ述語を主語を分割してえたる主語の部分なりと表象することは認識論的にも不可能な結論を生ずる。「しかし白を知るのではなく、その人間を知ると云ふ意味で、白い人間から白が引離されると云ふのなら

その認識は誤りではなからう。(Op. cit.) 「人間」なる主語からの「白い」と云ふ述語の分析抽象が何らかの分離を意味するとするなら、それは「知る」ことの様式に於いてであらう。述語は主語に於けるとちがつたもの *divisum* を知るのではなく、正に主語の中にあるそのものを言わけて、辨別的 *divisum* に知るのである。依つてもつて述語の何たるか *quod* を知らんとする所の「知る」ことの様式「*quod*」に於ける分離を直ちに何であるか *quod* と云ふ「在ること」の様式に類推してはならぬ。それは *quod* と *quod* を混同することである。知ることに於ける分離を以て在ることに於ける變化を推定することは出来ぬ。「人間が白い」ことを如何に判断(言分け)した所で、白い人間が白くなくなる譯ではない。主語述語の論理的關聯は「在ること」の様式に於いて成立するものであるから、これを分割と同一視することは出来ない。

次に、この分析的關聯によつて、論理的主語に於ける同一矛盾の第一必然性は論理的述語に如何に媒介せられるか、換言すれば、論理的述語を規定する分析判断の様式如何を考へよう。論理的主語を規定する同一矛盾の根本命題の必然性は既に述べた通りであるが、この同一的主語 *S* に就いて何らかの述語が分析的に規定せられたとすれば、その述語の様式は必然的である。何となれば、この述語を *A* とすれば、*A* は主語の中にある以上、主語の同一性の保證の下にのみ必然的に規定せられる。即ち、主語の中に在ることが *A* を *A* たらしめる以上、その *A* の反對なる *A* な

らざるものは既に「主語の中にないものであるから、述語としてこれを規定するのは不可能である。Aの反対が不可能であれば、A述語の必然性は當然である。しかし述語Aは更に述語せられるものである。例へば、Aは B_1 か B_2 か B_3 の何れかと撰言的に述語せられる。今Aが B_1 なりと述語せらるるならば、 B_2 と B_3 がこの場合述語として不可能でなくてはならぬ。少くとも B_1 ならざるものの不可能が證明されねばならぬ。しかしこの證明はAと云ふ述語規定に屬するものではなく、Bの述語規定の必然性に屬する。Aの規定だけなら、Aが B_1 か B_2 か B_3 、或ひは、少くともAは或か non-B かと云ふ未だ不決定な撰言關係の存在を規定するに過ぎぬ。換言すれば、それだけならば、Aが B_1 でも B_2 でも或ひは B_3 でもその何れかでありうる。こと、又或でも non-B でも何れかでありうると云ふ可能性を規定して居るに過ぎぬ。この意味で述語Aは一定の可能性を必然的に規定するものと云ふことが出来る。主語的關聯の同一矛盾が規定するものは凡べての述語の必然性を含むものであつて、この故にこそ前者は第一必然者と呼ばれるが、述語の規定は同一矛盾の必然性により自身としては必然的に規定せられては居るが、その規定する所は常に右の如き B_1, B_2, B_3 と云ふ様な可能性の規定に他ならぬ。この故に論理的な主語述語(S-A)の關聯の様式は常に必然的であるが、一度論理的述語(A-B)相互の諸關聯に到れば、その様式は必然的と同時に可能性を含むこととなる。例へば、この場合、A述語の様式は必然性 B_1, B_2, B_3 等の述語様式は

可能性となる。そしてこの必然性と可能性の様式に關して、始めて普遍特殊の類、種屬性、全稱特稱の判斷が論ぜらるることとなる。何となれば、普遍特殊等の一般者を規定する全稱は必然性に於いて、特稱は可能性に於いてのみ完全に規定せられるからである。例へば、「凡べてAはBなり」は「Aなるものは何れもBならざるべからず」と云ふ必然性を以て、「或るAはBなり」は「AにしてBなるものが存在しうる」と云ふ可能性を以て始めて如何なる場合にも完全に規定することが出来る。全稱も特稱も表面の様式は實然性にて構はぬ様であるが、これに由來する不完全性は後に詳述する。斯くの如く、その有する「様式」に全稱特稱が對應することに依り、論理的述語が示す屬性とは實は普遍特殊の一般者であることが明らかとなる。本論文の標題たる「述語論理學」とは正に斯様な論理的述語相互の關聯たる諸命題を扱ふものなのである。

以上に依つて論理的、主語述語を概括したが今、ここにもう一つの大切な場合、既に述べた主語、述語の綜合關係をもう一度考察する。これは既に拒斥せられた關係であるが、尙吟味を要する。「主語が述語の中にある」と云ふ綜合關係をよく觀察すると、この場合の述語は主語の中にあるものと、更に主語の外にあるものを含んで居て、結局主語の中にあるものに後者をつけくわえるものとなる。後者は主語の中にないものであるから、主語的同一性によつて、もはや分析的に保證され様がない。それ故附加さるるものの同一性は結局それを述語するところの述語措定の

作用そのものに基く。ところが指定には外的事物を數へると云ふ様に本來そう云ふ事物との對應に基いてなされるものがあるが、又それ自ら何ら外的事物と關係なく、自發的な創造的の作用であつたとしても、それが作用である以上、矢張り時空的關係の下に存し、結局時空的事物との對應關係にあつて、前述の外的事物との對應に基く指定作用と何ら本質的に異つて居ない。故にこう云ふ述語指定作用は、本質の外にある何らかの事物 x の存在を前提する。しかもこの事物が今主語實體に述語として附加せられるのである。自ら實體の外に一種の事物としての本質外自同性——偶然性を保ち、しかも實體に附加 *attribuere* せらるる何かを偶性と呼ぶ。しかもこの命題關係の客觀的なる基礎となる本質なる x と偶性なる y との事物的關係は因果關係に他ならぬ。凡べての偶性は實體に原因されたるもの、觸發せられた所の時空要素である。そして實體はこれら凡べての偶性の原因——第一原因と云ふべきである。實體はその屬性に對しては本質であり、偶性に對しては原因である。一方を分析的に、他方を綜合的に保證するものと云へる。偶性はこれに對應する符號を以て述語せられるが、又「これあれ」等の如く、指示代名詞として實體に附加せられて、自らの原因なる實體を指示する指標となる。

偶性の様式は實然性か蓋然性である。何となれば、それは本質の外にあるから、屬性の如く、必然性に於いてありえないし、既に必然的ならざれば、又可能性に於いてもありえない。何となれば

ば、あるものの可能はその反對の必然と矛盾し、あるものの必然はその反對の可能と矛盾すると云ふ如く、可能性は必然性との關聯に於いてのみ自らを規定する。或るものが可能だと云ふには、その可能性そのことが必然的(實然的では足りぬ)に規定せられてないならば、如何なる場合にも完全にもその可能を云爲しえない。こう云ふ譯で、偶性の様式は實然性と蓋然性だと云ふことになる。

偶性の規定が實然的或ひは、蓋然的であるのは、偶性が個別者であることを示して居る。既に述べた様に、一般者を眞に規定するものは必然性と可能性であり、且つ亦如何に蓋然の度を強むとも必然に達せず、如何に實然の範域を廣むるとも可能に達せざる以上、この偶性が特殊・普遍なる一般者ならざることとは明白である。偶性は個別者である。實然は個別者の自同、蓋然は個別者の集積に過ぎぬ。前者は實體により原因されたる現象要素、後者は原因されたる現象の法則性を示して居る。

偶性は認識論的に云へば、原因されたものであるから、常に原因者の存在を意味する指標 index となる。これは時空的に個別的なもので「これ「あれ」と云ふ指示を以て一義的に定められる *Designation* である。又屬性は本質の中に分析的に含まれたるもので、常に實體の本質を性格付ける名目である。これは時空より抽象された一般的名目ので一々指示しえざる名付けられたもの

nominata である。通常の命題にあつては、主語には實體存在を單に指示する偶性的個別者述語には實體本質を特性付ける屬性的一般者が置かれて居る。これが命題の與えられたままの状態である。

實體、屬性、偶性、この三概念はその各々に就いて、尙詳述すべきであるが、論理的述語相互の關聯及び體系を扱ふ本論にあつて、特に留意さるべきは一般的屬性と個別的偶性の區別である。この兩者に關して既に中世の普遍者問題を生じ、又本論文に言及する如く、現代の數學の基礎問題が生じて來て居る。この兩者の嚴密な區別と、關聯を明らかにすることによつてのみ、述語論理の體系は明らかにせられ、單に數學のみならず、自然科學殊に現代物理學領域の問題に於ける諸概念の混同を解明するに役立つであらう。

一、述語的諸原理

述語的原理とは論理的主語に於ける主語的原理に對する、論理的述語相互の關聯換言すれば、述語論理の體系の諸原理を意味して居る。主語的原理には、同一矛盾の原理と充足理由の原理とがある。同一矛盾の原理は述語關聯を溯つて到達する主語關聯に於いて成立することは既に述べた所であるが、この原理の述ぶる所は $A \equiv A$, $A \# \text{non-}A$, $\text{non-}A \equiv \text{non-}A$ である。A 實體はそれ

自らに於いてあり *ens* 即ち同一であると共に、その同じ必然が、それと矛盾する實體 *non-A* の同一を保證して居る。つまりこれと矛盾する *non-A* の *in se ens* たる *in se non ens* が成立つ。斯くの如く同一矛盾の原理は實體の辨證法的存在秩序を豫想せしめる。しかしこれはこれとして詳論の必要がある。充足理由の原理とは、論理的述語の論理的な主語に對する依屬の原理で、この依屬の必然は、分析的關聯にあるすべての論理的述語間に成立するが、究極する所、矢張り論理的な主語の中にあり、論理的主語そのものに基くから主語的原理として數へられる。「主語は述語を含む或ひは、主語は述語的規定に充分な理據を含まねばならぬ」と云ふことを述べる原理である。しからば述語的原理とは何、これと主語的原理との關聯は如何と云ふことが以下述ぶる問題である。

a. 分析性

主語的原理たる充足理由律は論理的述語相互間にあつて、それらの關聯の分析性の原理となる。既に論理的な主語述語間に於ける本質——屬性の分析性は吟味したが、尙論理的にみて、共に述語であるものの一方を主語とし、他方を述語とする一般の判断が果して分析判断であつて、それらよりなる推論式的體系は正に分析的論理の體系と呼んでよいものかどうかを考察する。

如何なる述語も主語の中にその充分なる理據を有せずしては存しえないものであるから、述語論理の命題の如何なる部分の論理的述語も各と究極に於いては、それらすべてのものの根據たる主語本質の中にその充分なる理據を有するのである。従つてこう云ふ命題の中では、その主語となるものも、述語となるものも共に本質に對しては分析的述語である。しかしながら又、この述語となるものは矢張り、その主語となつてゐるものに就いて述語せられたものとして、述語となつて居ると云ふことを忘れてはならない。そうでないとこの論理的述語よりのみなる命題も命題と云ふ必然的關聯ではなくて、單に偶然的な關係に過ぎないことにならう。この命題の主語も述語もそれ自身として見れば共に論理的述語ではあるが、述語となる論理的述語は矢張り主語となる論理的述語に就いて述語せられるので、論理的には明らかにこの主語となるものに後行し、その主語となるものの中に充分な理據を有せずしては自らここに述語として規定せられえなかつた如きものである。こう云ふ論理的述語關聯が命題である以上、主語となる論理的述語は述語となる論理的述語を中に含まなくてはならぬ。主語的原理たる充足理由律は斯くの如く、論理的述語相互の分析的關聯を要求する。

論理的主語と述語、本質と屬性の關聯にあつては、分析は分割から嚴密に區別せられた。述語せられる屬性が、もし事物本質の部分、或ひは、成素として主語の中に存するならば、結局、述語する

ことは分割することである。何となれば、その事物から分割することによつて始めて屬性を知ることが出来るのであつて、しかし同時にこの分割によつてこの屬性はもはや主語たる事物に屬せず、従つて述語は分割によつて規定されると同時にもはやその事物の述語ではなくなつて居るのである。このことは序論に「人間が白い」と云ふ例によつて述べた所である。「在ることの様式」の分割は事物の實體にあつては不可能である。分析判断とは唯る「知ることの様式」に於ける分割であつた。しかし、この論理的述語の關聯に於ける分析命題にあつては、その「在ることの様式」の分割も亦許容せられる。ここに於いては、述語は主語の分割によつて規定せられる。何となれば、主語が既に論理的述語であり、名目的存在 *esse nominale* である以上、ここに於ける分割はもはや、實體たる *esse* の分割ではない。例へば、「動物は生物なり」と云ふ命題に於いて、生物と云ふ述語は動物と云ふ主語の内包を分割して得たる動物の内包成素である。この動物内包から生物内包が分割せられたからと云つて、*esse* に動物が生物でなくなりはしない。動物と云ふ論理的述語には *esse* に於ける何の變化もないから、依然として何らかの論理的述語の中にあるものとして成立する。成程、この分割は單に「知ることの様式」に於ける分割のみでなく、名目的存在と云ふ「在ることの様式」に於ける分割ではあるが、右の如く、何ら論理的主語に於ける事物 *esse* そのものの分割を意味して居ない。動物は確かに内包的に分割せられたが、しかしそれは述語

的な名目存在上の分割で、動物と云ふ述語を成立せしめる主語的事物の變化を意味しないから、動物は矢張り動物で、生物と云ふ成素を失はぬ。従つて動物に生物を述語しても差支えない。もし動物の内包からの生物の分割が事物上の分割を意味するならば、はや動物と云ふ論理的述語は成立せず、生物ならざる動物と云ふ述語が成立するであらう。そしてかかるものに尙生物なりと述語することの出来ないのは明らかである。斯くの如く、*Esse* に於いて不可能なる分割も、*esse nominale* に於いては可能である。主語の分割は出来ないが「主語の中にあるもの相互間」には分割が成立し、従つて全體と部分の關係が存在する。述語となる論理的述語は主語となる論理的述語の中に部分、或ひは、成素として含まれて居るのである。述語論理の命題は悉くこの意味に於ける *Implication* の關係である。(尙 *Axiomatik* の項にて詳述す。) 實體たる論理的述語と屬性たる述語の關係に於いて、「主語の中にある」と云ふ定義を全體に對する部分としてある」と解釋しえないことは上述した所であるが、今實體を全體とすれば、屬性はその部分でなくして、しかもこの全體たる主語の中にあるとは中々理解せられえない。しかし、これは實體論に汎るが、屬性を實體を分割したる部分と考へてはならない様に、實體も既に構成された全體と考へることは出来ないのである。であるから、屬性を部分としてではなくして、しかも全體の中に存在すると云ふ様な困難な表象は既に實體を「全體」と考へる誤れる表象に基くもので、さう云ふ意味に於

いて「主語の中にある」と云ふ述語の分析性を考へてはならぬ。全體と部分との關係は元來實體に述語せらるる「主語の中にあるもの相互の屬性の關係なのである。主語的論理を扱ふ實體論では必要でない。唯述語論理體系に於いて始めて扱はれる關係である。

既に述べた様に、本質の分析による屬性は如何に集成され綜合せられても決して元の本質を構成しえない。蓋し、本質は決して何らかの部分或ひは成素より成る全體でなく、屬性も亦何らかの全體の分割による部分或ひは成素ではないからである。しかし述語論理の體系におつては分析とは屬性主語の分割による屬性述語の規定であるからして、これを逆轉させて、今度は或る屬性述語を結合して屬性主語を構成することが出来る譯である。部分を集積し、成素を結合すれば全體となるからである。屬性主語を屬性述語に分割するのは、「述語は主語の中に在る」と云ふ分析的關係に基くもので、分析的必然性を有して居るが、屬性述語を結合し、全體を構成しようとする、云はば、述語的綜合の必然性は存在しない。このことは屬性分析の性質上可能ではあるが、必然的ではない。しかし實際上この種の綜合構成は存在する。それは構想、枚擧、勘定としてである。それは最早、主語、述語間の内在的必然 *notwendig* に依るものではなく、それに外在的な實然的偶然的な原因 *Per accidens* によりてのみ實現せられる。即ち、主觀の枚擧或ひは勘定の作用に依つてである。主語から述語への分析は、「知ることの様式」以外に、「述語は主語の中にある」と云ふ

「在ることの様式」に於いてその必然性の充分な理據を持つて居るが、一度分析せられた各々述語の結合構成に就いては、屬性相互で云ふ分析が分割を意味する以上、その「在ることの様式」はそのことの可能性を許容しては呉れてもそれを實現する充分な理據は提供して呉れないのである。構成及び勘定は唯、知ることの様式に於ける作用によつてのみ實現せられる。これは「在ることの様式」に於ける主語述語の分析的關聯にその充分なる理據を有しない限り、総合的な判断であり、序論に主張した様に、個別者の時空的綜合に相應する偶性判断の一種として、述語論理から除外せられなくてはならぬ。「數」を勘定から定義する直覺主義の見地に於いて、數系列と時間とを對比するのはこのことに基く。そして後にも詳論する様に、こう云ふ総合的分子の述語論理への混入が體系の二律背反を惹起する重要な要因となる。

次に論理的述語相互よりなる命題は果して分析的であるかを吟味しよう。「人間は動物なり」と云ふ命題はこれを外的に見れば、動物なる主語の外延は人間なる述語の外延よりより廣い領域を有する以上、主語にない部分が述語に附加さるる故、総合的である。しかし内包的に見れば、人間なる主語内包は動物と云ふ述語内包を成素として含むから、この命題は分析的だと云ふことが出来る。この何れが正しいかを見るには、「人間は動物なり」の命題の性質をもつと明らかにする必要がある。「人間は動物なり」と云ふことは、凡べての人間が動物なり」と云ふ全稱であり、更

に「どの人間も動物でなければならぬ」と云ふ必然である。先ず「すべての人間なる主語に於いて、直接確定されて居るのは外延か内包かと云ふことである。」この場合に居る「すべての人間」ならば、或ひは數へることによつて外延的に確定せられようが、すべての場所、すべての時間に於ける人間たる凡べての人間は直接確定出來ない。それでも「すべての人間の確定した外延はあるに違ひない。しかしそれは一々數へ上げることに依つてではなく、他の仕方で確定せられて居る。故に、ここで「凡べての人間」と云ふ主語が直接意味するところは内包である。それであるから「人間は動物なり」とは内包的規定に關する分析命題として「凡べての人間は動物性をもつ」と解釋せられる。もし外延的に云ふならば、この「人間は動物なり」では不充分である。「人間はある動物なり」「人間と云ふ動物が在る」「ある動物は人間なり」とでも云はねばならぬ。次に逆に「動物は人間なり」と云ふ命題を考へて見ると、これは「ある動物は人間なり」と云ふ特稱「動物は人間でありうる」と云ふ可能性に於いてのみ正しい。この命題は今度は内包的に考へれば、述語は主語にない成素を含み総合的だが、外延的に考へれば、述語は主語の部分として主語の中に確定せらるるから、分析的である。今「ある動物」と云ふ主語を吟味すれば、これは明らかに外延的の規定である。「ある動物は確かに何等かの一定の内包によつて、他の動物から分けられたであらうが、單に「ある動物」とはそう云ふ内包を直接確定せず、他から區別せられた一定の外延領域を意味して居る。であ

るから、この命題は外延的規定に関する分析命題と考へられる。前の命題で人間の外延は別の仕方では確定せられると云つたのは實にこの命題に於ける外延的分析のことを云つたのである。またこの「ある動物」のこの命題では未だ不確定な内包は一般に内包分析的の命題で定められるのである。こう云ふ譯で論理的述語よりなる凡べての命題は分析的なりと結論せられる。

尙附加へて、數學の簡単な命題についても考察しよう。カントは $5+7=12$ に於いて 12 が 5 にも 7 にも含まれて居ないと云ふ理由でこれを総合的なりとしたが、私はこれを分析的なりとする。 $5+7$ は内包的に 12 を含んで居るのである。 $5+7$ なる述語には 12 と云ふ内包成素が含まれて居る。 5 も 7 も内包的に 12 を含んでゐるからこの命題が成立つのである。つまりこの命題を尙吟味すれば $5+7$ はどの場合も 12 でなくてはならぬと云ふ必然「凡べて $5+7$ は 12」と云ふ全称なる内包的規定に関する分析命題なることが判明する。これに反して $12=5+7$ は外延的規定に関する分析判断である。何となれば、12 は必しも $5+7$ 許りでなく、 $1+11$, $2+10$ ……でもあるから、尙吟味すれば「或る 12 が $5+7$ である」と云ふ特稱、又は「12 は $5+7$ ありうる」と云ふ可能性の様式を有つて居る。つまり外延的規定に関する分析判断に相違ないからである。

分析性は充足理由の主語的原理に相應する述語的原理、述語論理體系に不可缺の徴標である。

b、撰言性及び相等性

同一矛盾の主語的原理に對應する述語的原理としては撰言性と相對性とがある。述語論理に於ける撰言關係は排中律 *tertium non datur* を豫定して居るが、この排中律は既に主語的原理たる同一矛盾性の意味する所である。同一矛盾原理は排中の原理を以て代用せられることがある。排中律とは「Aであり、非Aであることが許されぬ時、同時にAでなく、非Aでないことをも許さぬ」と表明しうる。これを同一矛盾の根本命題について考察すると「AはAである」「同一命題」と「Aは非Aである」との兩立が許されぬ時、「AはAでない」と「Aは非Aでない」「矛盾命題」も兩立しえない。この様にして排中律は主語的關聯に於いては先づ無條件に成立する。しかしこれは矢張り主語的原理に過ぎないのであるから、以下述語論理に於ける排中律を吟味しよう。述語論理に於ける排中律は述語Pと non-P の撰言的關係に於いて成立する。先ずSはPであり、non-P であるは勿論兩立しない。次にSはPでない、或ひは non-P でないは果して兩立しないであらうか。ここで注意すべきは「SがPでない」と云ふ否定が無條件的なものであつたならば、單にSが撰言肢Pでないと云ふことを意味するばかりでなく、SはPか、non-P かと云ふ撰言關係一般と既に關係を有して居ないと云ふ場合をも意味することがある。單にSが撰言肢Pでないと

云ふのなら、直ちにSは non-P であると云ふことが云へる譯であるが、斯様に「Pでない」と云ふことが單に撰言肢Pを含まぬと云ふことからばかりでなく、尙一般に \bar{P} 及び non-P の撰言關係そのものを含まぬと云ふ事情からも起りうる以上、そう一義的には扱ひえぬ。もし後者の場合を意味して居るのなら、Sは既に \bar{P} でもないし、又 non-P でもないのであるから、ここに排中律は適用せられぬ。この否定の二重性は肯定の方にも存在すること、今「SはPなり」と云ふことも、Sは先づ \bar{P} 、或ひは non-P かと云ふ撰言關係を有すと云ふこと、その上更にSは non-P でなくてはと云ふ撰言肢を含むと云ふ二重の肯定を意味して居る。故に「SはPでありうる」と云ふ肯定ならば、丁度第一段の肯定のみを意味して居るのであるから、同時に「Sは non-P でもありうる」のであるから、「Pと non-P は兩立し、排中律であり得ないのである。斯の如く肯定否定を撰言肢のみでなく、撰言關係そのものにまで、無條件に及ぼす時、排中律は成立しない。換言すれば、述語論理に於いては、排中律そのものが、無條件に成立せず、唯撰言關係と云ふ條件の下に於いてのみ成立すると云ふこととなる。同時に如何なる述語も「SはPなり」と規定さるる場合、その前に「Sは \bar{P} か non-P かと云ふ撰言關係を前提する。斯くの如く如何なる述語も撰言關係の下にのみ規定せらるる以上、排中律も亦、述語論理全體に妥當するものとなる。ここに於ては排中律は撰言關係なしには決して成立しない。矛盾の主語的原理たる排中律に對應する述語的原理は撰言性。

にあると云ふべきである。

凡べて撰言肢 a と $\text{non-}a$ との間には條件的にのみ排中律が適用せられて居る。故にこれらは無條件的排中の矛盾の關係にない。述語 a と $\text{non-}a$ とは反對の關係である。 a と $\text{non-}a$ との間には兩者の共通の根據としての撰言的述語性なる關係が媒介として存立する。無條件の排中關係はこの第三者によりて破られる。これは *principium coincidentiae oppositorum* とも云ふべきものである。凡べての述語は撰言肢としてのみ規定さるるもの故、ここに述べられた關係は凡べての述語に一般的なる關係である。

a と $\text{non-}a$ なる互ひに他を否定する關係は述語論理にあつては直ちに矛盾と云ふ譯にはゆかぬ。それは高々對立である。前述の如く、その肯定否定の意味に或る制限が加へられて始めて排中の矛盾の關係が成立する。丁度判斷 a と e 、或ひは i と o が對立關係に立ち、 e の否定を o にて制限し、又 a の肯定を i に制限することによつてのみ始めて a と i 、 e と o の矛盾關係が成立つのはこのことを意味する。述語論理にあつては、矛盾は條件付けられて、そこに對立が現はれる。二つ以上の撰言肢に於ける各肢相互の對立の組合せから差異が生ずる。この故に述語の條件的矛盾から對立、差異が生ずると云つてよい。

凡べての述語はそれ自身、何らかの主語の撰言肢であると共に、後行する何らかの述語の撰言

關係である。撰言肢である限り、他の述語と撰言關係を共通に有し、撰言關係である限り、互ひに對立、相異する述語を自らに一致せしめる媒介者である。述語は種々の反對、雜多の所以なる *Unterscheidungsgrund* を有すると共に、最小限度の *Beziehungsgrund* を有して居る。如何なる述語でも、それが述語である限り、他と共通 *communicable* なる一般性を有つて居る。述語が意味するところは一般者である。その一般者であると云ふ點で述語は述語たりうるのである。一般者は亦述語の *Beziehungsgrund* に基くのであるから、述語の述語たる所以はこの *Beziehungsgrund* に於ける特性の何たるかに存するのである。

述語の排中律による必然的規定を可能ならしむる撰言關係を可述語性と呼べば、述語をして述語たらしむる述語性は *Beziehungsgrund* に於ける相等性である。述語とは主語の中にあるもの *in esse* として成立する。しかるに主語は本質的同一であるから、述語は本質的同一に於いてあるものとして、その分析によつて示される所の一種の同一性を有して居る。斯くの如く、それ自身本質的實體的の同一に非ずとも、これに依存し依屬するものとしての屬性的同一性、述語的分析の條件の下にのみ存立する分析的同一性を相等性と云ふ。是としての實體的同一は述語的分析以前に存立するが、相等性は常に論理的述語の分析的關聯に於いてのみ、規定せられる。吾々はよく事物の實體的同一でなくして、概念の同一を云々するが、これは悉く屬性の相等性を

以て定義せられる所のものである。概念の同一とはその内包と外延の相等に基き、内包なり、外延なりの相等性は亦、その reflexivität に基く。内包或ひは外延上の相等性 $a \parallel a$ には互ひに反轉する (reflexive) 二つの根本關係 \downarrow 或ひは ε がある。今先行する a を a_1 、後行する a を a_2 とすれば、 $a_1 \downarrow a_2$ と $a_2 \downarrow a_1$ 或ひは $a_1 \varepsilon a_2, a_2 \varepsilon a_1$ を以て $a_1 \parallel a_2$ が定義せられる。 $a \parallel a$ とは事物の同一でなくて、二つの關係に他ならぬ。 \downarrow, ε とは「である」と云ふ述語判断の分析性を示す記號である。 a_1 は a_2 に含まれ、 a_2 は a_1 に含まれる時、 a_1, a_2 を相等なりと定義する。この様に相等性は屬性相互の分析的關聯の下に於いてのみ定義せらるるものである。述語論理に於いて如何なる事物的存在 a もなかつた様に、如何なる事物的同一も介在しえない。しかも實體本質の事物的同一の中にのみ存立する名目的存在の相等性以上のものは存在してない。もし述語論理に「これあれ」を以て指示さるる何等かの事物的同一ありとすれば、それは述語的對象に對する認識志向作用の實然的個別的なる過程 *modus cognoscendi* を述語の一般者領域 *modus essendi* に混入せるものと思はれる。斯くの如く述語論理に述語論理外の要素を混入することは今まで既に述べた如く、堅く戒むべきことである。

主語の主語たる所以たる本質同一の原理に對して、述語の述語たる屬性相等の原理が成立する。それは、述語相互に分析的關聯の存する限り、つまり媒介的にして、共通的 *communicabilis* なる

Beziehungsgrundの存する限り、更にその各々が事物的でなくて、事物内・在・的・關・係・的であり、一般者なる限り、述語領域を支配する述語論理の不可欠の原理である。

c. 普遍特殊性

上述の述語的規定の諸原理に基いて展開される述語論理の體系の諸述語は、類と種の相對的な區別に依つて秩序付けられる。アリストテレスに依れば、一述語は或るものに對しては種であるが、亦他のものに對しては類でもあると云ふことになる。斯くて、或述語に對して類となる述語のその亦類となる述語と云つた風に溯つてゆくと、遂に最早他に對して種であることなく、唯と類でのみありうると云ふ最高類 *νευκώτατον* に達する。又この逆に、或述語に對して種となる述語のその亦種となる述語と云ふ方向を辿つてゆくと、遂に他に對して類ではなく、唯と種でのみありうる最低種 *εὐκώτατον* に達する。この二つを *termini a quo et ad quod* としてその間の凡べての述語を兼攝類種 *ἑνὸν ἄρτι ἐῖς καὶ ἕνα* と呼ぶ。

これらの類種は各述語の有する内包と外延の規定に従つて普遍と特殊に秩序付けられる。外延的に見れば、類は種を包攝し、内包的には種が類を包攝することとなる。外延的に大にして内包的に小なる類がより普遍的であり、外延的に小で内包的に大なる種はより特殊的である。

今、内包と外延の概念を検するに、内包は命題主語に置かるる論理的述語の内容の成素として命題述語に於いて分析的に規定さるるもの、外延は領域の部分として同じく述語に於いて分析的に規定されるものである。成素部分があれば、全體たる内包外延を有する述語がなくてはならぬ。最高類は外延的に全體、最低種は内包的に全體である。この述語論理の兩極端はそれ自身論理的述語であるけれども最早他の論理的述語を主語として有せず、基本的の述語的一般者として論理的主語たる本質の中に規定されて居るに過ぎぬ。外延的の演繹の方向より見れば、最高類は出發點にして、最低種は到着點であり、内包的の演繹の方向より見れば、逆に最低種を出發點とし、最高類を到着點として豫想する。この様に兩極端共或意味で演繹の出發點たる基本的述語をなす限りに於いて、範疇的である。普遍性・特殊性は外延の大小、又それと逆比する内包の大小を意味し、これは亦述語論理に於ける分析判斷の二方向、つまり分析性の項 a に述べた如く、内包的規定に關しては全稱、外延的規定に關しては特稱、それに對應する範疇に於ける二重性を意味する。最後のものに關しては尙第二章にて少しく言及する。斯く述語的一般者の體系の相對的關聯、或ひは構造を一貫して支配する普遍・特殊性も亦述語的原理の一つと數へられる。

ここに特に注意を要するのは、外延の概念である。外延を、それが適用されうべき事物の數と定義することがある。この定義はしかし外延は適用さるべき事物を數上げて云はば綜合的に

規定出来るものと解釋され易い。吾々は人間と云ふ概念の外延を過現末を通じての人間の數と云ふ風に総合的に考へて居るであらうか。「犬」の外延は何匹の生物であると云ふ前に既にそれ自身に於いて定まつて居る様である。吾々は寧ろ既に生物或ひは動物の外延から分析的にその中に含まれるものとして人間なり、犬なりの外延を規定して居るのである。勿論、外延は適用される事物の數に依つて規定される様に思はれる場合もないではない。一定せる有限個數にのみ適用さるる概念はあるのである。例へば、1とか2等の數の概念である。しかし又「犬」の様有限ではあるが、如何なる數か數へ上げることによつては一定しえない様な外延もあるし、又その上にそれが適用さるる事物をどうしても數上げると云ふことが出来ない位な適用範圍をもつ外延もある。例へば「連続」と云ふ概念である。これらの外延は確かに分析的には他の概念の外延との相對的關聯に於いて既に定まつて居るが、唯々総合的枚舉的には一定しえないものである。この故に外延を適用されうる事物の數と定義する時、一段の注意が必要である。この定義は「適用された事物の數」ではなくて「適用されうる」と云ふ可能性の様式を含んで居る。この可能性が既に外延的規定の様式なのである。(分析性の項に於ける特殊判斷参照)。或る概念が適用されたり、又適用された事物が數上げられるには、その前に適用されうると云ふ可能性が與へられてなければ實現せられないのである。さう云ふことの前に適用されうる可能的範圍

外延が既に定められてなくてはならぬ。そしてこれは、総合的枚擧以前、他の概念の外延から分析的に規定せられて居る。適用された事物を数上げる総合的操作はその後でこれによつて始めて起りうることである。大の外延が既に可能的に定まつて居るからこそ、吾々は犬について一、二、三、……とその可能性が許す限りどこまでも数上げることが出来るのである。一般に外延は可能性の様式を以て規定さるるもので、これを数上げて決定すると云ふ様な、既にこの可能性を前提する所の實然性を以て定義するならば循環である。

この際、内包外延の概念を更にその分析的規定の方向から吟味し直して見よう。「分析性」の項に述べた様に「凡べてはPである」と云ふ全称的分析判断aは述語を内包的に規定し「或ひはPである」と云ふ特稱的分析判断iは述語を外延的に規定する。撰言性の項にて言及した如く「凡べてはPでない」と云ふ全称否定oは全称肯定aに對して反對であり、特稱否定oに到つて始めてaと矛盾すると云ふ。即ち「凡べてはPである」と「或るものはnon-Pである」が矛盾する。故にこの兩命題の間には撰言關係が成立し「凡べてはPである」か「或るものはnon-Pである」かどちらかが妥當するのでもし「或るものがnon-Pでない」と云ふことを單に實然判断の否定と解釋すれば、この「或るものはnon-Pでない」と云ふことを單に實然判断の否定と解釋すれば、この撰言關係は成立しなくなる。何となれば「或るものがnon-Pでない」と云つても、それ(實然的)だけ

ならば「他の或るものが non-P である」ことがあるかも知れない。もし一つでも non-P であると云ふ反證が上れば「凡べてが P である」と云ふ全称は成立しなくなるからである。この撰言關係の一方たる a が成立するにはどうしても o の否定、即ち「或るものは決して non-P であり得ない」と云ふことを意味しなくてはならぬ。これは可能性の否定に他ならない。この時はもはや non-P と云ふ反證の存在不可能が主張されたのであるから、今度は「凡べてが P でなくてはならない」のである。初めの様に a も o も實然判斷に過ぎないとすれば、a は「凡べては今の所 P である」と云ふことしか意味しない。何となれば、o の否定は「今の所反證 non-P が現はれない」と云ふことを主張するのみで、未來に反證の出現する可能性を否定してないから、もし未來に反證が一つでも現はれれば、もはや「凡べては P である」と云へなくなるからである。a が必然性、o が可能性（o の否定が不可能性でなくてはならぬ故、o は可能性）の様式を有つてこそ初めてこの撰言關係は成立する。又同様にして e と i の間に撰言關係が成立つ爲には e が必然性、i が可能性の様式を有たなくてはならぬ。「凡べては H (或ひは non-P) である」との全称 a、e、は「何れも凡べて H (或ひは non-P) ならざるべからず」と云ふ必然性、或ひは H (又は non-P) である」との特稱 i、o、は「或ひは H (又は non-P) でありうる」と云ふ可能性の様式を有つて居るのである。斯くて、述語體系の全称分析判斷的關聯に於いて述語の内包的規定は必然性の様式を有し、特稱分析判斷的關聯に於いて

て述語の外延的規定は可能性の様式を有するものなることは明らかである。以上述べて来た述語論理とは實に撰言性を有し、その限り、必然性と可能性の様式以外に出ずるものではない。述語の必然性可能性はその内包外延と相應する。(Fig. I. II. 参照)

Fig. I.

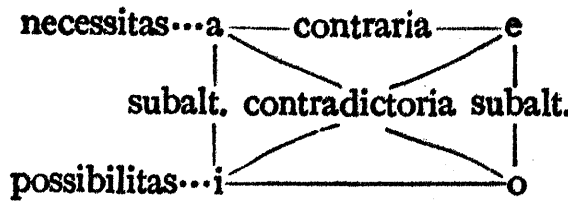
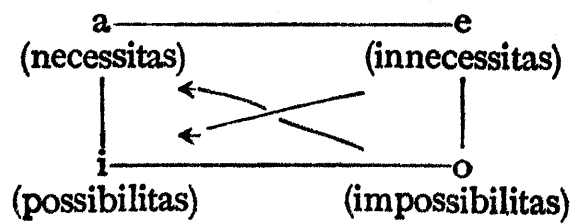


Fig. II.

a, i の成立に要する e, o の modi



類は内包的徴標(種差)を増し、外延的領域を狭めることに依つて種に移行し、種は逆に内包的種差を減じ、外延的領域を擴げることによつて類に移行す。類種に汎るすべての述語は皆共通の標準たる外延乃至内包に依つて比較せられうるものである。共通標準として互ひに大小、廣狹の比較が許される所から内包量、外延量とも云はれる様になつた。原則として内包外延は逆比の相關關係を有し、内包の増加は外延の縮少を伴ふ如きものであるが、この逆比の關係は常に一定して居ない。内包と外延の各量の増減の比例は各々の述語に於いて雜多的に定まるもので、ドロイピツシュの様に一概に外延の幾何級數的増減に對して内包の算術級數的減増を對比する譯にゆかぬ。各述語の區別根據 Unterscheidungsgrund とは實に各述語に於けるこの比例關係のあり得べき雜多特有性 Mannigfaltigkeit から

起るものと見られる。ドローピツシュの比例はそのありうべき一つの場合に通ぎぬ。既に相等性の項に於いて述べた如く、諸述語は幾多の區別根據を有するに拘らず、例外なく以て他と比量せられうる交錯根據 *Beziehungsgrund* を有し、相互に媒介しうるもの *communicabile* である。類種兩極は共に主語の述語にして、實體の屬性たるべきものと云ふ點で、明らかに一般的であり、最小限度の交錯根據を保有して居る。

種は種差を増し、次第に低位に到り、遂に個物に達すると云ふ、最低種を否定するか、最低種を個物と同一視するかする考へは昔からあつた。しかし普遍と特殊はその外延的・内包的規定性の故に決して個體化の原理に關ることがない。特殊な差異が如何に加はらうとも最低種を超えることなく、あくまで一般者たるに止る。普遍と特殊はその内包と外延に於いて常に相關し、相對的に規定さるるものであるが、個別者にはそれに與るべき交錯根據がないのである。もしありとすれば、それは既に媒介しうるもの *communicabile* であり、一般者であつてもはや個體 *Individuum* ではなくなるのである。個別者の様式は實然的である。それは必然的の、或ひは、可能的の規定性を有しないから、内包的でも外延的でもあり得ない。もし有するなら内包的・外延的に媒介しうるもの故、もはや個別ではなくなる。内包と外延なる一般者の規定はその必然性、或ひは、可能性の様式の中に分析述語的にのみ完全に規定されるのであり、綜合的に個別者の實然性

を以て如何に枚擧しようとも、それは單に實然的な個別者の集積を構成するのみで決してこれを完全に規定しうるものではない。如何に特殊な種と雖も内包を有する以上、外延をも併有する。しかし人あつてそれが一個物以外に適用しえざるもの故、寧ろ外延を缺いて居るものと主張するならば、吾々は既述せし如く、外延の規定は何ら被適用者の實然的な存在、従つてその枚擧を要せぬことを主張すべきである。彼は偶々その一つの個物以外の適用例を経験的に知らなかつたまでだと云はれても答辯することは出来ないであらう。蓋し、適用範圍の可能性の限界を枚擧の實然性に依つて斷ずるのは本末顛倒である。

個別者に對して普遍も特殊も共に一般者として區別せられ、一般者は亦相互に普遍特殊性を以て類種に區分せられる。ここに云ふ一般者は類種何れも分析的に述語的にのみ規定されるから、これを述語的一般者と云ふことが出来る。述語論理とはこの述語的一般者の論理に他ならない。

d. 否定性

撰言性の項に於いて述べた如く、述語論理にあつて、排中律は唯撰言的述語關係の下にのみ成立する。しかもこの撰言的に同位なる諸述語の規定に排中律を缺くことは出来ない。述語a

とbとの撰言關係に於いて、aでなければbが成立する譯である。しかしこの場合、前述の如く、「aでない」と云ふ否定は、撰言關係そのものまでには及ばず、唯撰言肢のみに制限せられた否定 non-a であることを要する。これを單なる negatio から區別して privatio 缺性と云ふことが出来る。そしてこの意味での否定項 non-a を privatum と呼ぶ。缺性とはスコラ學の用語で「主語がそれを有ちうるにも拘らず、その形相を主語に於いて否定すること negatio alicuius formae in subiecto apto nato habere illam である。換言すれば、主語は述語 a と b の撰言關係一般を既に有し、従つて、a は主語に依屬しうる譯であるが、しかも b が依屬した場合、主語は privatum non-a を述語としたと云はれる。撰言肢は互ひに他の缺性として自らを規定する。それ故否定項も自ら撰言肢として始めてその意味を有し、否定的でありながら、撰言性の下にある限り、積極的な意味を有し、決して不定 indefinit ではないのである。何となれば、もし non-a が不定なら、一定せる a との間には排中律が成立せず、non-a の撰言肢たる資格も失はれてしまふ。兩者の間に第三者の介在することを一定なる a の外延は許さぬ積りであつても non-a の外延は不定であるから、それを禁ずる資格がないのである。a の一定性に接するこの不定性の地帯に第三者が積極的に出現することは極めてありうべきこととなるからである。故に否定項 non-a も亦一定でなくてはならない。一體、凡べての述語的一般者は他のものに依つて自らを規定しうるものである。蓋し各一般

者は最高類より最低種に到るまで何等かの意味にて *communicabilis* であり、何らかの媒介に依つて他者を以て一者を變換しうるのである。つまりここでは一者は一者だけで、自明的に自らを示すものではなく、必ず他者によつて示さるるものである。撰言關係に於いてある以上、一者が一者たるのは「他者でない」と云ふことによつて成立する。a と b とが撰言的述語ならば、a は *non-b* として充分規定されるものである。撰言項を a と *non-a* として考へれば、a が *non(non-a)* なることは云ふまでもない。斯くの如く、一者が他者に依りて規定さるるには如何にしても否定項が導入されねばならないのである。今もし否定項が不定なら、どうしてかかる不定のものを以て一定なるものの規定がなされるであらうか。述語相互の關係に於いて、何らかの變換が可能であること、しかも同位的述語は原則として撰言的にのみ規定されること、以上の二つから述語的規定に於ける否定性の特殊の意義が生じて来る。つまり肯定と否定とは共に一定の述語的對象を規定すると云ふ意味を有するもので、その各々が別々の對象を規定するものではない。カントは、ラスクも指摘する如く、判断の積極性と消極性とに範疇的對象を同列せしめて、肯定と否定とに對象的意義を賦與したが、抑々肯定と否定なる規定の二重性の由つて来る主語的關聯は別として、述語論理にあつては、凡べての對象は肯定項としても、亦、否定項としても、規定されるのである。述語的規定に於ける否定の積極的意義はここにあるので、スピノザの *Omnis deter-*

minatio et negatio はこの意味で理解することも出来る。肯定も否定も一定の述語的對象に關する規定として同格である。それ故に、一定の論理的推論を通じて單に否定項しか導出したなかつたとしても、それが分析的必然的に矛盾なく導出され居る以上、斯ふ云ふ項の述語的對象としての存在を肯定項の場合と等しく何ら疑ふことは許されない。このことは排中律に基く述語論理の體系に不可欠の要件である。

こう云ふ述語的規定に於ける否定性の問題に關して、現代に捲起されつつあるのは、かの數學上のヒルベルト等の形式主義とブラウワー等の直覺主義の論争である。述語的一般者體系の演繹の發展は近代數學の目覺しい進歩に依つて知られるのである。蓋し、デデキント、カントール、ワイエルシュトラス等に依る偉大なる數學上の遺産は悉くこの述語論理の撰言性に基いて打立てられたものであつた。しかもその推論體系の嚴密な正當性には何の疑點の打狹まれる餘地なきものとされて居たに拘らず、その後カントールの建設せる集合論に於いて次第に不可解な二律背反が發見せられ、ここに數學並びに論理學の根柢をゆるがす様な危惧が感ぜらるるに到つたのである。直覺主義は從來の純論理的方法の延長としての數學的方法を否定して、新たに直覺に基く純粹數學の確立を目錄んだ。これに對して形式主義は數學的方法の純論理性を飽くまでも固執し、唯公理論の確立に依つてこの混亂を整頓し、以て直覺主義に依れば、殆ん

ど否認さるべき近代数学の遺産を擁護せんとするのである。この兩者の主要なる論點はどこにあるかと云ふと、数学的存在の規定は何に基くべきか、即ち、述語的一般者の規定の何たるかに關することであつて、形式主義は論理的に「矛盾なきこと」[Widerspruchslosigkeit]は直ちに数学的存在の判断 *reine Existentialaussage* を成立せしめるに充分であるとなし、これに反して後者は可構成性 *Konstruierbarkeit* を以て数学的存在の唯一の據所とするのである。詳しく云へば、形式主義は数学的對象を、より單純なものから構成することによつて、その存在を指定すると云ふ直覺主義とは異り、その對象の非存在が矛盾となることを示し、完全撰言 *Vollständige Disjunktion* によつてそれ(非存在)の否定項なるその對象の存在を指定する。であるからそこに指定さるる對象的存在はそれが如何にして構成されるかと云ふ過程が判明してない時でも、唯とそれが存在することが可能でさえあれば、数学的には存在して居ることになる。つまりこの存在とは可能性の様式を以て規定されて居る述語的一般者に相應し、この意味で数学的存在とは述語論理對象に他ならない。これに對して、直覺主義は「矛盾なきこと」を以て存在なりとすることを拒み、存在は唯有限なる符號を以て示され、有限なる推論式(完全撰言を除いた所)によつて證明され、換言すれば、思考現實的に一步一步その行路を辿りつつ肯定項として構成さるるもののみを存在とする。可能的であるばかりでは不足で構成によつて實然的に規定されねば存在としないのである。

この意味の存在は實然性を有する限り既に述語論理以外の直覺的な存在、個別的、事物的な存在に相應して居る。形式主義にとつては凡ゆる述語が唯と矛盾なく規定されるならば、よしそれが肯定項 a であれ、否定項 \bar{a} であれ、直ちに述語的存在として充分なる規定性を獲得して居るのであつて、この場合、否定性は述語論理で云ふ上述の重要性を保つて居る。これに對して直覺主義は單に否定性のみによる規定をしてかく意味あらしめる排中律 *tertium non datur* を充分信頼せず、唯と積極的に直覺的に與へられたもの、及びそれから實際上構成しうるものの存在のみを承認する。故に勘定とか枚擧と云ふ綜合的操作がこの場合存在性に決定的であつて、これを伴はぬ存在は否認される。斯くて數を勘定すると云ふ作用とか、從つて、時間、系列と云ふものが特に數の本質と密接な聯關に於いて考量せられてくることになる。この立場が單に規定の肯定的側面にのみ信頼すると云ふのは、直覺性と云ふ様な何ら他によらず、それ自身で判明な基礎を考へて居るからで、まして他の否定による撰言的規定性を許さぬ以上、その肯定性も結局は必然的ではなく、實然に他ならぬ。もしかかゝる數學にして、しかも述語論理體系の諸推論式を扱ふとするならば、正しく述語論理外の要素を述語論理に混入するものに他ならない。

形式主義に於いて、數學上の諸命題の凡べてがそれから演繹さるる様な公理體系が考察されるが、これこそ且に述語的一般者そのものを扱ふ論理學に他ならぬ。述語論理學とは一般者學

mathesis universalis に他ならぬ。フッサールに依れば、單に「矛盾なきこと」を基準とするこの體系はKonsequenzlogikとし、mathesis universalis たる數學は寧ろ Wahrheitslogik に屬するとなす。前者は單に正當、不正當のみを云爲し、未だ眞理、虚偽を扱ふものではない。眞理、虚偽は後者に於いて始めて直覺的に扱はれると云ふのである。従つて、彼によれば、數學等の演繹體系の諸公理は直覺的で、それ自身判明でなくてはならないものである。然し、形式主義の公理論 Axiomatik に於いて扱はるる諸公理は直覺的に判明なものではない。それらは凡べての他の述語的命題關聯を自ら演繹的に導出する意味に於いて、云はば、それらに先行する基本的述語たる性質を持つ限り、範疇的であると云へる。他の諸命題を導出すべく設定せられた諸公理が、公理として成立つ爲にそれは何も直覺的であるを要しない。唯それらの基本的述語が眞に主語本質同一の中にあるものとして分析必然的に規定せられてさえすればよいのである。何となれば、諸公理は各々それ自身撰言的に決定せられたと云ふ論理の意味を有つ命題であつて、例へば、最も直覺的と思はれて居た平行線公理と雖もその否定との撰言關係に於いて成立して居るのである。もし公理が直觀されるだけのものならば、直觀されただけしかかないものだから、直觀されないその公理の否定及びその否定とその公理との撰言關係等の論理の意味は考へられ様筈がないではないか。しかし、一步譲つて、公理とその否定との撰言關係は論理的には不決定であり、唯、直覺がその一つ

を公理なりと決定したのだと考へて見ても、直覺は實然性でしかないのだから、必然性も可能性もこの現象的見地では既に括弧された内容故この撰言關係を決定しうるものでない。何となれば、 \circ 項にも述べた様に撰言關係の決定は必然性、不可能性による無矛盾的規定以外にないのである。範疇的基本的述語たる公理は主語の中にあるからこそ述語として必然的に規定されたので、それと撰言的に矛盾する、従つて同時に主語の中にもありえぬ他の公理を述語として規定することは不可能である。この様に公理はそれと矛盾するものの規定が不可能である如き主語、述語の分析判斷の必然性を以て定立せられて居る。主語的本質よりの分析でなく、それと獨立に、單に本來より述語的なるものの先驗綜合的直覺より由つて來るものでは決してない。二つの相否定し合ふ公理も、その一つが直覺され、他は直覺されぬと云ふ風に單に實然的な肯定否定の上立つたならば、 \circ 項にも述べた如く、決して嚴密な意味での撰言排中的の關係に立たないから、兩公理の兩立も亦、或ひは可能と云ふことにもならうが、それらの一方が單に實然的でなく、分析必然的に定立されたものであるならば、その公理の否定の定立は既に不可能でなくてはならないのであるから、従つて定立された諸公理の中に互ひに否定し合ふ様な公理はもはや含まれない。實にこのこと以外に公理體系の無矛盾を保證するものはありえないのである。であるから、公理體系の無矛盾と云ふ標準はそれらの公理が直覺的ではなく、何れも主語本質の中

に分析必然的に定立せられたものなることを示すに他ならず、他の諸命題を演繹するものとして設定せられた諸公理體系もこの「無矛盾の證明」によつて始めて主語本質に對して範疇的(基本述語的)なるもの、従つて恣意的なものに非ることが明らかとなるのである。凡べての命題に演繹的に先行すること、無矛盾なること、この二つが公理の資格である。公理の資格を直覺的判明に置く考へは、既に正當なる資格ある公理を秘かに(構想により)具體者に適用して始めて得たる判明感を適用前の公理そのものの資格として主張するに過ぎぬ。この意味で *Konsequenzlogik* とは別の *Wahrheitslogik* は無用である。述語論理學たる *mathesis universalis* は *Konsequenzlogik* であるればよい。

二、公理論と證明論

近來の數學界に於いて、數學の基礎問題が論ぜられる様になつたのは、數學殊に、集合論に於ける二律背反の問題である。その矛盾には「丁度昔から嘘つきの人」と呼ばれて居る矛盾「或る人が私は嘘をつく」と云ふ時、その人は眞を云つて居るのか、嘘を云つて居るのか」と云ふ如き論理的二律背反(Russell プラリフォルチ *Burali Forti* 等)ともう一つ認識論的(二律背反)とがある。後者について有名なのは、リシヤール Richard の矛盾で「千個以下の符號で定義しうる

数の集合を自然数から分つと有限の集合 M が得られる。所が、今「少くとも千個以上の符號により定義される数の最少數 m 」を考へると m は集合 M の外にある筈だが、又、他方 m は右の括弧内の明らかに千個以下の符號だけで定義されて居る故、集合 M に屬すとも云へる」と云ふ二律背反である。大體こう云つた種類の二律背反が最も精密なるべき數學に度々出て來ては、理論は全くなり立たなくなつて仕舞ふので、ここにどうしても數學の基礎問題に對する反省が生じて來るのである。

前述の論理的矛盾を尙明確に言換へると、「私の云ふ凡べては嘘である」と云へる。矛盾はこの「すべて」と云ふ全稱を無制限に妥當せしめて、私は嘘を云ふと云つて居るこの場合をも含めた所から生じて居る。又これと同じ様にこの無制限性に從つて全稱を有限に適用すると同じく、否定項なる無限にも適用すると所謂無限の謎が生じて來る。もし私の云ふこと凡べての内容を一々吟味して右の如き場合を除外した上で、全稱を妥當せしめるならば、矛盾は起らないであらう。しかし、その内容が有限であれば、一つ一つ吟味しうるが、もし無限の如く單に否定項として規定されて居るだけのものなら、一つ一つ吟味出來ないから、ここでは矛盾を避け様がない。この様に全稱の無制限性を、一つ一つ枚舉的に吟味すると云ふ如く、有限の総合的な構成を以て制限する所に直覺主義が成立する。これを有限的立場 finiter Standpunkt と云ふ。直覺主義が、撰言

的否定項の肯定項との同格を認めえざるはこの可構成性の立場に立つ所から來て居るのである。これに對して、形式主義は主張する。全稱の無制限的妥當性は論理上當然である。この様な推論の超限性 *transfinitheit* は、數學理論に本質的なもので棄てられない。そして事實これを棄てれば在來の數學遺産の大部分は無意味となるのである。そこでこの超限の立場を保ちつつも、右の如き矛盾の生じない様にするには、凡べての數學理論を無矛盾の公理體系より演繹すればよいのである。つまりこの試みは數學の述語論理性をそれに對しての直覺主義的不信から擁護し、確立せんとする所から起つたものである。數學に限らず、凡べての演繹的理論を導出する公理體系を發見する爲に公理論 *Axiomatik* が、その公理體系の無矛盾性を證明する爲に證明論 *Beweistheorie* が必要である。數學に關して云へば、前者は在來の數學及び推論の形式化、*Formalisierung* 後者は、*Metamathematik* と呼ばれて居る。前章 d 項に述べた所からすれば、かくの如く他の凡べてを演繹し、相互に無矛盾である如き公理こそ範疇的と呼べるべく述語論理體系とは、かかる公理體系に他ならないことが理解出来る。以下公理論と證明論の實際に就いて若干の解釋と批評を述べたい。(形式主義最近の勞作たる *Hilbert-Bernays: Grundlagen der Mathematik, Erster Band* に基く。文中の頁數は皆この書中のものである。)

論理的推論を形式化する爲に五個の符號が用ひられる。 $A \rightarrow B$ なる命題はAが真でBが偽である時、偽となる以外は常に真なる命題を示す。 $A \& B$ はA・B共に真なる時を除いては常に偽なる命題である。 $A \vee B$ はAとBが共に偽に非る限り常に真なる命題、 $A \sim B$ はAとBが共に真、或ひは偽なる時真にして、何れか一方が真或ひは偽なる時、偽なる命題を云ふ。 $\neg A$ はAの否定で、Aの真なる時は偽、偽なる時は真なる命題を云ふ。これらの符號を用ひてA・Bに如何なる眞偽の組合せを代入しても常に真なる普遍妥當的の命題を以て、五個の各符號に付き三個宛の公理が定立される。(前掲書S.66) これらの公理は常に真であるから、換言すれば「常に同一的identischであるから相互に矛盾しえぬ。即ち、こう云ふ公理よりのみなる公理群は無矛盾的である。以下各符號に付き立てられた三個宛の公理を含む五公理群に就いて各説しよう。先づ第一に↓なる Implikation で、これは他の凡べての公理群を支配して居ることは注目すべきである。 $A \rightarrow B$ なる關係は詳しく云へば、Aが真なれば、Bも真で、決してBが偽であることはない。もしBが偽ならば、既にAが偽でなくてはならぬ。又Aが偽であつても、Bは真なることがあると云ふ關係である。これは丁度全體と部分の關係以外のもではない。全體Aに就いて真な

れば、部分Bも真、もし部分が偽なら、既に全體が真であるとは云へぬ。又全體Aが偽であつたとしても部分Bに就いては真なることもある。逆にAが部分で、Bが全體ならば、右の關係は成立たぬ。實に $\vdash \downarrow B$ は述語論理の分析判斷の關係を明示するものに他ならぬ。特にこの符號が他の符號の公理群に支配的であつて、如何なる公理もこの符號なくしては成立しないと云ふ事情は述語論理の凡べてが分析的なることを示すに足る。否定に關する第五群の $(\neg)(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ なる公理があるが、これは、丁度序論に言及せる *Dicunt de omni et nullo* 更に「歸結は理由と共に必然的に指定せられ、理由は歸結と共に取消される」と云ふ演繹推論の原理にも相應するのを見ても、この分析性の原理が單に個々の判斷のみならず、推論に到るまで、述語論理の全體系を支配して居ることが解る。

次に $\&$ なる「そして」の關係に於いて特に注目すべき公理は次のものである。 $A \& B \rightarrow A, A \& B \rightarrow B$ この意味は、AとBが共に真ならば、その何れも真でなくてはならぬと云ふので、普遍性の基礎をなすことは後に詳論する。又 \vee なる「或ひは」の關係に於いて、 $A \rightarrow A \vee B, B \rightarrow A \vee B$ はA、Bの一方が真であり得さへすれば、他の一方が偽でも $A \vee B$ は真であると云ふことで、後に説く如く、特殊性を示すものである。

次に \sim なる相似の關係は否定符號と共に完全、或ひは排中的撰言性を示す。 $A \sim B, \overline{A \sim B}$ (前掲

書(S. 52) 又、否定の公理では、先に述べた公理 V (I) の他に $A \rightarrow A$, $A \rightarrow A$ があるが、これは吾々が先に否定性の項に述べた所のこと、否定項と肯定項の同格性を意味して居るに他ならない。斯くの如く、各公理群は期せずして、先に吾々が第一章に概説せる述語論理の諸特性を明示して居るのである。既に、公理群 I は分析性、II, III は普遍性、特殊性、IV, V は完全撰言性と否定性に相應して居る。

公理群 II, III に就いて、尙注意すべきは、 $\&$ と \vee との関係である。この関係は二重性の原理 *Dualitätsprinzip* なるものを以て表明せられるもので、後の證明論に於いても實に重大な役割をなすものである。この原理を最も簡単に云ふと、 $A \& B$ 、或ひは、 $A \vee B$ の矛盾は各々の要素を否定し、同時に符號 $\&$ は \vee に、 \vee は $\&$ に交換することに依つて得られると云ふことである。それであるから斯くして得たる矛盾者の否定によつて如何なる $\&$ の関係も \vee を以て示されるし、同様に凡べての \vee も $\&$ を以て示されることになる。 $A \& B$ なら $A \vee B$ を以て、 $A \vee B$ なら $A \& B$ を以て表明せられる。この関係は既に前章 b, c にて述べた如く、述語論理にあつては排中律は條件的であるから、矛盾の関係は單に否定のみならず、更にその否定の制限と云ふ二重の操作に依つて得られると云ふことと相應する。丁度反對矛盾の例の四方形によると、 $A \& B$ は a に當り、 $A \vee B$ は i に當る。 a の矛盾は單に $\overline{A \& B}$ なる o によつてではなく、 $\overline{A \vee B}$ なる o に依り、 i の矛盾は

$A \vee B$ なる \circ に依らず、 $A \& B$ なる \circ に依つて得られると云ふ譯である。しかし果して右の如く、 $\&$ は常に a, e の全稱に當り、 \vee は i, o の特稱に當るものであらうか。今命題要素 A, B の代りに、論理的述語の形式を導入しよう。述語は常に何らかの實體に就いての述語であり、その實體は個別者として指示 (designation) せられるからして、個別者を a, b, c, \dots で示し、述語を A, B, C, \dots で示すとすれば $A(a)$ なる符號は個物 a に就いて述語せられる A を示し、 $A(b)$ ならば b に就いて述語せられる A を示すことになる。換言すれば a は A である、 b は A であることを意味して居る。他方、 $A \& B \& C \& \dots$ と云ふ關係は、それが眞なる爲には、何れの要素も眞なることを要し、一つでも偽なら、關係そのものも偽であると云ふ關係であるから、今この A, B, C, \dots の代りに、 $A(a), A(b), A(c), \dots$ を代入すれば、それらの各々は皆眞でなくてはならぬ。即ち、 A なる述語は a, b, c, \dots 等のすべての個物に就いて眞なる述語と云はねばならぬ。今 a, b, c, \dots の個物を x で總稱すると A は x に全稱的に妥當することになる。これを $(x)A(x)$ なる全稱記號を以て示す。右の如く、全稱記號は $\&$ の關係に他ならぬから、前の公理 II (1), (2) の關係がこれに就いても成立する。既ち、公理 (I) $A \& B \rightarrow A$ 、と (2) $A \& B \rightarrow B$ とは A, B 共に眞ならば、その何れもが眞でなくてはならぬと云ふことを示す故、

$$A(a) \& A(b) \& A(c) \dots \dots \dots \rightarrow A(a)$$

$\vdash A(b)$
 $\vdash A(c)$
 \dots

故に、

$(x)A(x) \rightarrow A(a) \dots \dots \dots \text{Axiom}(a)$

$\vdash \rightarrow A(b)$

$\vdash \dots$

このことはつまりAが全稱的に述語さるる以上、何れのものもAでなければならぬと云ふ全稱述語の必然性を示す。これは全稱肯定aに他ならぬが、もしAの代りにAの否定Aが代入されれば、全稱否定eが成立つ。

次にVの關係を見るに、A<Bでは其の中の何れかが真でありさえすれば、關係は真として成立する。これはA<B<C<V……と要素がいくらふえても同じことである。つまりA、B、C、……の全部が真でなく、或るものが真でありさえすればよい。各々は真でなくてはならないのではなく、單に真でありうるに過ぎない。故にA(a)<A(b)<A(c)<V……なる關係が真として成立する以上、その中の或るものが少くとも一つが真であることを示して居る。この特稱的述語はa、b

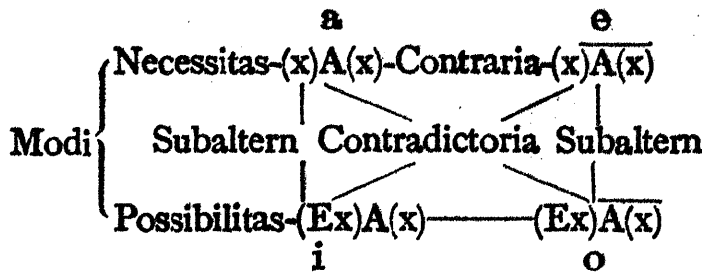
o, ... を x で示す時、 $(\exists x)A(x)$ なる存在記號を以て示される。つまり或るもの、少くとも一つが A である」と云ふ特稱は「A が妥當する様な個物が存在する」と云ふことに他ならない。これにも亦公理 III (1), (2) なる $A \rightarrow A \vee B, B \rightarrow A \vee B$ が適用せられて、

$$\begin{aligned}
 & A(a) \rightarrow (\exists x)A(x) \dots\dots\dots \text{Axiom}(b) \\
 & A(b) \rightarrow \dots\dots\dots \\
 & \dots\dots\dots = \\
 & \dots\dots\dots =
 \end{aligned}$$

このことはその中の何れかが A でありうるならば、A は特稱的に述語されると云ふ特稱述語の可能性を示す。この場合 A の代りに \bar{A} が代入されれば、i の代りに o が成立つ。

斯くの如く、全稱も特稱も $\&$ と \vee の關係に他ならぬ故、兩者共互ひに例の二重性(Dualität)の關係に立つ。簡略の爲、圖示すると上の如し。

この關係から解ることは、a, |, o, e, |, i は互ひに撰言的に矛盾する故、他方の否定によつて一方を否定項として示すことが出来る。



$(x)A(x) \sim (\exists x)\bar{A}(x), (\exists x)A(x) \sim (x)\bar{A}(x), (\exists x)A(x) \sim (\exists x)A(x), (x)A(x) \sim (\exists x)\bar{A}(x)$. これを以て見るに必然性の様式にある A と云ふ全稱的述語は否定項としては可能性の様式にある特稱的 $(\exists x)A(x)$ の否定に當る

「 \bar{A} の不可能性を以て、又可能性の様式にある特稱的 A は必然性の様式にある全稱的 $(\forall x)A(x)$ 」の否定に當る「 \bar{A} の不必然性を以て規定せられて居る。

直覺主義はこれに對して、既に述べた様に全稱の無制限的妥當性を枚擧構成を以て制限しようとするのである。つまり必然的なる全稱性を枚擧構成によつて實然的に規定することの出来る範圍に局限するのである。枚擧構成することの出来る範圍に付いては、常に實然性の様式により判斷が可能となる。しかし既に第一章の項に述べた様に、この様な實然性の肯定、否定に依つてはどうしても排中の完全撰言は一般には成立しないのである。今 $(\forall x)A(x)$ なる全稱を直覺主義的に單なる實然的肯定に依るものと解釋したとする。「すべてのものは實然的に A である」と云ふことは「 \bar{A} なる反證は實然的にどこにも存しない」と云ふことに他ならない。この實然的規定とは枚擧綜合的に、つまり數へることによつて定めることが出来る領域に限られるのであるから、可附番的 *abzählbar* の有限の領域に於いては、右の如く、 $(\forall x)A(x) \sim (\exists x)\bar{A}(x)$ が成立し、恰も實然性の肯定、否定によつて、 a, o の完全撰言が成立した様に見える。しかしこのことは無限の領域に於いてはもはや成立たない。何となれば、無限に無制限に妥當する $(\forall x)A(x)$ は既に實然的ではない。そこにあつては枚擧構成的に數へることの出来るものも、しからざるものも何れも A でなくてはならないのである。斯かる全稱は既に必然的にしか規定せられ得ない。こう云

ふ $(\exists x)A(x)$ に對してもし $(\exists x)A(x)$ が單に實然性の否定を意味するだけと解されたら如何であらう。反證 A は實然的に構成される限りに於いて現はれないと云ふことは解る。しかしそれだけで、もし構成せられざる範圍に於いて A が存在すれば $(\exists x)A(x)$ は忽ちにして覆へされるであらう。であるから $(\exists x)A(x)$ も實然的に解されただけでは不充分である。それだけならば、もはや完全撰言の *tertium non datur* は保證せられないのである。プラッワー等の直覺主義が無限領域の排中律を否認するのはこの爲である。それはその立場を綜合的構成の實然性に限つたからでもし、反證 A が單に實然的に構成されないと云ふことでなく、一般に成立不可能であるとする時始めて、排中律は成立する。又逆に反證 A が單に實然的に構成されないまでも、一般に成立可能ならば、 A の全稱性は成立しないのである。であるから $(\forall x)A(x)$ の否定項なる $(\exists x)A(x)$ は不可能性を $(\exists x)A(x)$ の否定項なる $(\exists x)A(x)$ は可能性を示すものに他ならぬ。必然性と可能性の肯定否定のみによつて排中的であるのであつて、實然性の肯定否定の立場に立つ限り、排中律は否定されることになる。この意味に於いて $(\exists x)A(x) \rightarrow A(a)$ なる公理は $A(a)$ が實然的に構成されても、されなくとも兎に角必然的に指定されることを示し、同様に $A(a) \rightarrow (\exists x)A(x)$ なる公理は $A(a)$ が實然的に構成されても、されなくとも、とにかく存在可能であるならば $A(x)$ は存在すると云ふことを示す。これが數學論理的存在に關する直覺主義と全然異なる見解に立つ形式主義の *Existentialaussage* であつて、超

限公理 *transfinites Axiom* と云はれる。述語論理にあつては、よし實然的でなくとも、可能でさえあれば、存在の資格を得、又實然的であつても必然的でなければ、單に可能的であるだけでそれ以上の存在の資格を失ふ。それは枚擧綜合的に規定さるる實然性の立場に非ず、推論分析的に規定さるる可能必然性の立場を意味して居る。

直覺主義に依れば、排中律が成立するのは有限の領域に限られるから、これは恰も完全撰言の排中の關係なるものは或ひは領域が枚擧的に構成されると云ふこと、即ち實然性の様式にのみ基くのではないかと云ふ様な錯覺を起すかも知れない。しかしこの有限な場合を實際に吟味しても解る通り、實然的に解せられた有限者の全稱にあつても、それが全稱なる限り、矢張りその全稱の下にあるものは何れも必然的に規定されて居り、又如何に實然的に解された特稱もそれが特稱である限り、その各々は矢張り可能的に規定せられて居る。それは丁度 $\forall x A$ と云ふ項の有限の場合でも、 $\exists x A$ である限り何れも眞であると云ふ必然性、又 $\forall x B$ も $\exists x C$ である限り何れか眞であると云ふ可能性の様式を有つて居たのと同じことである。述語論理の立場からは、完全撰言の排中の關係は、必然性と可能性の互ひに *une* な關係に於いて成立するばかりで、實然性とは何の關係もないのである。肯定の實然と否定の實然の間にはなく、肯定の必然と否定の可能、肯定の可能と否定の必然の間に、従つて、實然的な構成過程内の有限にも未だ、その外に立つ凡

すべての無限にも始めから無關係に成立して居る。であるから亦これには有限にも無限にも等しく (gleichartig) に妥當するのである。直覺主義で認められる有限界の排中律とは、實は一般に成立する排中關係の一つの場合で、それが偶々枚擧構成的に吟味しうる内容を有して居たに過ぎぬ。枚擧構成の實然性のみによりて排中性が成立しないことは既に明らかである。完全撰言肢の分析的規定に依つて、排中性は必然性、可能性の様式の中に *a priori* に成立して居る。枚擧構成の實然性はこれに對して、*a posteriori* である。作用の綜合性を以て論理の分析性に替へる譯にはゆかぬ。

尙附加へて云ひたいことは、以上に於いて全稱的に規定せられた述語 $(\forall x)A(x)$, $(\forall x)\overline{A(x)}$ と特稱的に規定せられた述語 $(\exists x)A(x)$, $(\exists x)\overline{A(x)}$ を示すのに直ちに判断の *a*, *e*, *i*, *o* を以てしたが、述語論理上の判断形式として正式には $(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$ が *a*, $(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x))$ が *e*, $(\forall x)(A(x) \& B(x))$ が *i*, $(\exists x)(A(x) \& B(x))$ が *o* に相應する。(Op. cit. S. 106) しかし、このことは事柄の本質を少しも變へるものでない。述語論理の凡すべての命題の主語述語が何れもそれ自身としては矢張り論理的述語であること、判断とは論理的述語相互の分析的關聯に基くと云ふことが、この論理式の中によく現はされて居る。

以上の公理論にて設定せられた諸公理から幾多の論理式が演繹せられる。そして従来形式論理學に於いて扱はれた諸則も亦この演繹體系の一部として導出されてくる。次にこの諸論理式の妥當性の問題に移る。

或る論理式 $F(x)$ の x に幾多の個別者を置換 einsetzen することに依つて生ずる幾多の置換の「或るもの」がこの論理式を真たらしめうるならば、この論理式は充足的 erfullbar であると云ふ。

かくの如く、幾多の置換の中唯一つでも真たらしむる置換が存在しさえすれば、存立すると云ふ關係は丁度 V の關係である。 $F(a) \vee F(b) \vee F(c) \vee \dots$ の中、例へば、 $F(a)$ なる置換が真なりさえすれば、後のすべてが偽となつてもこの論理式の充足性 Erfüllbarkeit は成立する。

次にこの個別者變項 x を個別者に置換する幾多の置換の「凡べて」が真なる時、この論理式を普遍(妥當)的 allgemeingültig 或ひは「常に同一的」immer identisch なりと云ふ。これは $F(a) \& F(b) \& F(c) \dots$ に相應するものでもし其の中の一つでも偽なれば、その論理式の普遍妥當性 Allgemeingültigkeit は成立しない。 $\&$ と V の間に二重性 Dualität の成立した様に、普遍性と充足性とは二重的の關係を有つ。即ち論理式 F の普遍性はその否定なる \bar{F} の非充足性に他ならず、 F の充足性は \bar{F} の非普遍性を意味するのである。

斯くて $(x)F(x)$ なり、 $(\exists x)F(x)$ は、それに置換される個別者數 Individuennummer だけの項を有する

&とVの関係として定義せられる。個別者数nとは常に枚舉的構成的に所謂數へ上げることによつて決定されるものなることは明らかである。そこで $\exists(x)$ なる論理式の妥當性が普遍的であるか、充足的であるかは、このn項の&或ひはVを調べて検査すれば判明する。詳しく云へば、論理式の眞偽の場合數2、個別者置換數n、更に主語に於ける個別者變項の數、即ち $\exists(x)$ の他に $F(x, y)$ 、 $F(x, y, z)$ 等の二元、三元の論理式を考へることが出来るから、その元數をmとすれば、「組合せ」によつて $2^{(F \cdot m)}$ の場合を一々吟味すればよい譯である。それでその論理式が充足的であるならば、その一々の吟味の過程にて何れか眞なる場合に遭遇する。又普遍的であれば吟味の凡べての場合に常に同一的に眞であることになる。或る論理式が充足的であるに必要な最小限度の個別者Kが存在することがある。その時この論理式をK-zahlig erfüllbar と云ふ。(op. cit. S. 185.) 又或る論理式が普遍的であるに必要な最大限度の數が存する時、その論理式をK-zahlig identisch なりと云ふ。(op. cit. S. 119.) 又論理式が凡べての個別者數Kに就いて、普遍的同一的であるならば、これを有限的に同一 in Endlichen identisch なりと云ふ。何となれば個別者數Kは凡べて枚舉に依つて決定する限り、常に構成的であり、有限的だからである。或る論理式が充足的であるならば、それが同一的であるべき最大限度の個別者數Kは、構成的枚舉的に一つ一つ吟味し盡すことによつて決定出来るものである。しかし若し充足的でなければ、既に眞となる場合が、一つも

ないのだから、その論理式を同一に保つべき何らかの個別者數も決定出來ない。つまり有限的には同一でないことになる。この *K-zahlig identisch* でも一般に有限的に同一なるものでも、個別者數なる可構成性を以て制約しうる限りの普遍妥當性を意味して居るのであつて、未だ直覺主義の扱ふ領域を出ない。無制約的な普遍妥當性、即ち、本章の始めに述べたかの全稱の無制約的妥當性はここでは未だ、その純粹の形に於いて扱はれて居ないことに注意すべきである。

却説、一般に論理式にしてもし有限的に同一であるならば、その全稱も特稱も有限個の項よりなる $\&$ と \vee の式に換えることが出來、しかも斯くして得たる有限項の $\&$ も \vee の式もその有限項を維持する限り常に同一的である。即ち、普遍妥當的である。この常に同一的なる式こそ、前項、公理論に述べたる常に同一的なる公理そのものに他ならぬか、或ひは、置換によつて常に同一的なる公理から導出 *ableiten* されたものに他ならない。

例へば、 $(x)A(x) \vee \overline{A(a)}$ なる論理式は *i-zahlig identisch* である。換言すれば、この式を常に同一ならしめる爲には、この式中に現はれ來る個別者は一つでなくてはならぬ。故に、 $\overline{A(x)}$ に a が現はれるならば、 $(x)A(x)$ 即ち、 $A(x) \& A(x) \& \dots$ には唯その一つの a だけしか現はれてはならないのである。又 $\overline{A(x)}$ に b が現はれるなら $\overline{A(x)}$ にも唯一つ b だけが現はれなくてはならないのである。

$$A(a) \& A(x) \& \dots \vee \overline{A(a)} \quad \text{即ち} \quad A(a) \vee \overline{A(a)}$$

$$A(x) \& A(b) \& A(c) \& \dots \vee A(b) \quad \sim \quad A(b) \vee A(b) \dots$$

これは常に同一的である。もし個別者数一以上に項数を殖せば $(A(a) \& A(b)) \vee A(a)$ となつて常に同一的でなくなる。何となれば前者は常に同一的なる $A \vee A$ より、後者は常に同一ならざる $(A \& B) \vee A$ より置換せられたものであるから。更に $A \vee \bar{A}$ は公理 I (1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ より B を \bar{A} にて置換することによつて導出したものである。であるから 1-zahlig-identisch なる $(x)A(x) \vee A(a)$ は常に同一なる公理より演繹されたのである。

斯くの如く、凡べて有限的に同一なる論理式は公理より導出される。しかるに今まで設立せられた公理は凡べて常に同一である如き命題よりのみなる故、無矛盾である。従つて有限的に同一である凡べての論理體系はこの無矛盾の公理よりのみ導出される限り、無矛盾である。他方、個別者變項の一元的なる論理式は凡べて有限的に同一なることが證明せられるので、ここに演繹體系の一元的論理式の部分に二律背反の生ずることなきことが保證せられる。

しかし個別者變項が二元になるともはやその變項を如何なる個別者数に置換しても眞とならない様な非充足な論理式も出てくる。 $(x)R(x, x) \& (x)(y)(z)(R(x, y) \& R(y, z)) \rightarrow R(x, z) \& (x)(E_y)R(x, y)$ 。これは充足的でないから、既に有限的に同一でない。従つてその否定たる \bar{x} が有限的同一であり、

公理より導出されうる筈 *ableitbar* である。所が今は公理から導出されないと云ふことが證明せられる。普遍性と充足性の *Dualität* に従へば、今は充足性なら、その否定は普遍的でない。しかし今は今は充足性でないのだから、その否定今は普遍的であり、従つて常に同一的な公理より導出しうる筈である。しかし今の様にこのことが否定される事はとりもなほさず、充足性と普遍性の二重性、従つて、非充足性と普遍性の排中性 *tertium non datur* を崩すことになる。丁度全稱、特稱を實然構成的に解釋した時、排中律が否定される場合が生じたことに相應する。これは充足性を恰も構成的な吟味によつて發見することの出来るもの、つまり構成的な概念とし、これに基いて普遍性をも構成的なる個別者數によりて制約した事から來て居る。全稱的普遍妥當性を恰も構成的に吟味さるる「有_限的同一性」に限るかの如くに看做し、その無制約的妥當性を無視したからである。そこでこの無制約的な本來の普遍性と全く *Dualität* な關係に立つ概念を以て構成的に解釋された充足性の不純な概念に代える必要が出て來る。充足性とは V に他ならず、元來普遍性と *Dualität* なものと定義されたもので、それが個別者數に従つて、構成的に決定出来る概念であるとか否は、後からのもので、寧ろ、不純な分子である。普遍性と *Dualität* な概念は、その否定が普遍的でないもの「従つて」その否定が公理より導出出来ない *unableitbar* のもの」と云ふ性質である。これはもはや充足性の爲の充足性と云ふ様な直覺的概念内容を含まない、むしろ、普遍性の側面

から、普遍性を以て定義した充足性の概念と云つてよい。これを否定不可能性 *unwiderlegbarkeit* と云ふ。

充足性より否定不可能性に移る時、方法的轉回 *methodische Umstellung* が起る。以前は論理式は有限的に同一故、既に無矛盾の公理體系より導出せられるが、今度は論理式は有限的に同一でないから、單に置換に依つて導出されない。そこで右に例示した⁸、他、尙⁹の等の構成的の意味での非充足、非同一の諸命題の凡べてを導出するに足る諸公理を今までの無矛盾的な公理體系に附加してゆくのである。これらの諸公理群は前の公理が述語相互の形式的な關係を規定してゐるのに對して、寧ろ述語の内容に關する規定を含んでゐる。前の公理群で述語變項 A, B が前提されて居たのに對して、この公理群はこの述語變項の各内容を一定する。例へば、 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ の代りに $x=y$ とか $x \neq y$ と云ふ様な内容的に一定した述語の關聯が規定せられて居る。これは第一章に於いて、述語の分析的規定に内包的と外延的の二種あることに相應して範疇にも二群あることを類推したとと關聯して尙考究すべき事實と考へる。何れにしてもこの新しい方法的立場にあつては、今までにない新しい公理群が無矛盾的に設定せられた公理體系に附加せられて、新しい公理體系が形成さるるが、この公理體系が果して無矛盾なるかどうかは證明を要する。形式主義が主張する無矛盾の證明とは、既に無矛盾なるべく設定せられた云はば、形

式的公理の他に、右の如き論理式を演繹するに必要なすべての内容的公理を加へた全公理體系が果して無矛盾であるかと云ふことである。そしてこの證明に依つて、それらの公理體系の眞性が確定し、それから生ずるすべての演繹體系にもはや二律背反が起らぬことを保證することが出来るのである。そして構成的に解され易い充足性に代用せられる論理式の否定不可能性こそ、公理體系の無矛盾性の證明に不可欠のものなのである。何となれば、もし否定可能なれば「その否定も導出し得ること ableitbar」になる。つまり $A_1 \& A_2 \& \dots \& A_k \rightarrow B \& B$ となり、 \neg より k までの公理 A から、 B もその否定なる $\neg B$ も導出されることになる。しかるに $B \& \neg B$ は「常に偽」であるからして、 \downarrow の前に来るものは偽でなくてはならぬ、即ち、 $\&$ を以て連る公理體系のすべてが「常に同一的」でない、その中の何かは偽であつたに違ひない。つまりその公理體系は矛盾を含むことになる。そこで演繹されたるすべての論理式の否定不可能性こそ正しく公理體系の無矛盾性を示すことに他ならないのである。

この否定不可能性の證明は複雑であるが、要するにヒルベルトは、演繹結果たる論理式の「すべては眞でなくてはならないと云ふことを證明し、それ故その中の「或るもの」を虚偽とすること、即ち、否定することは不可能であると結論する。(S. 330) この證明は再び「全稱」と「特稱」「全稱肯定」(a)と「特稱否定」(o)の完全撰言の排中性に基いて居る。ヒルベルトの立場では、この無矛盾性の證明は

前述した超限公理 a. b. の transfines Schliessen をも基礎付けるものであるから、最早それ自ら超限的であり得ない。そうでないと循環に陥る。故に數學に於ける超限的論理を基礎付くべき證明 Beweistheorie 或ひは Metamathematik は有限の立場に立たなくてはならぬと云ふ。ここに於いてか寧ろ直覺主義的立場を採るかの様である。成程、彼が演繹結果たる論理式の凡べてについて云々する時、この全稱の内容は構成することが出来るものである。何となれば、演繹結果にして、論理的推論に依りて構成せられないものはないからである。超限公理に於いて、 $\forall x$ は構成を超越するものをも意味した。これは枚舉的にはどうしても構成しえないものをも含むで居た。しかしその \exists も今や超限公理の示すこの推論式そのものに依つて構成せられるではないか。今や構成せられないものを扱ふ必要はなくなつたのである。もし有限的立場を單に構成しうると云ふことと考へれば、證明論自らは確かに有限的立場に立つであらう。もし證明論にして有限的ならば、それは同じく有限的立場に立つ數論 Zahlentheorie の理論に相應させることが出来るであらう。斯くの如き方法に依つてゲーデル Gödel は ω -無矛盾の概念を導入し、公理體系が ω -無矛盾である爲には、如何なる有限個の公理(更に進んで、或る條件を満足する無限に多くの公理)を採つても尙決定不可能な問題が残ることを證明した。(岩波書店、黒田成勝氏數學基礎論一〇九頁)決定不可能とは A も \bar{A} も何れも證明不可能なることであつて、未だ演繹されない

ものが何か残つて居ることを意味する。以上のことを換言すれば、凡べての論理式を演繹するに足る公理體系は有限的に構成出来ないと云ふ結論である。これでは公理及びその演繹を扱ふ證明論が有限的であると云ふ點から出發して、その有限的なる證明論では最早公理及びその演繹を扱ひ得ずと云ふ結論に達する。ヒルベルト・ベルナイの「數學の基礎」が一卷に纏められないうで、二卷に分けられたのも、ベルナイの序言に云ふ如く、實にこの爲である。そしてヒルベルト自らもその序言に有限的立場と云ふことを今までよりもつと嚴密な仕方で使用すべきことを主張して居る。

確かに、この有限的と云ふことは更に吟味し直ほす必要がある。自分の考へでは、もし直覺主義の云ふ個別者の枚舉構成的な意味で證明論を有限的と云ふならば、それは誤りである。何となれば、成程、超限的な ω_1 も超限推論に依つて構成せられるとは云へ、この構成は枚舉に依る構成とは全然意味がちがふのである。 ω_1 は個別者數に無關係にこの推論に依つて分析的に規定せられるのである。このことは第一章に述語の外延が総合的に個別者數を以て規定せられるものでなく、分析的に判斷推論によつて規定せられると主張したとと相應する。種々の推論により分析的に演繹せられる述語的對象も、その認識の作用の方面から見れば、確かに幾多の推論により構成せられたものである。推論は *modus intelligendi* から見れば確かに一つ一つの認

識過程として枚擧することの出来るものである。それは丁度個別者の枚擧と同じく、総合的に決定せられる。推論を數へることと、個別者を數へることは作用的には等しく総合的であると云へる。しかし、それだからと云つて、兩者を同一視しえない。個別者枚擧は作用総合的であるが、亦對象、総合的でもある。蓋し、時空総合的に生起するものに對應する枚擧だからである。然るに推論の枚擧は亦作用総合的ではあるが、對象、分析的である(推論の意味↓が示す如くに)。幾多の推論により構成せられた述語的一般者は對象的には分析的にのみ規定せられたものに他ならぬ。有限的に同一である如き論理式に就いて、その同一か否かは個別者の枚擧構成に依つて決定しえた。これをヒルベルトは指示の方法 *Methode der Aufweisung* (op. cit. S. 12) と呼んで居るが、實に個別者は序論にも述べた如く、指示されるものである。しかしながら、推論過程は指示することが出来ても、推論に依つて規定せられるものは既に一般者であつてもはや指示することの出来ないものである。もし「指示の方法」を以てすることの出来る領域が有限構成的であると云ふのと同じ意味で一つ一つ指示することの出来ない述語的一般者を扱ふ證明論をも有限構成的であると云ふならば、大きな錯誤である。それは枚擧と推論の作用の共通性からその向ふ所の對象の共通を憶斷し、 *modus intelligendi* を *modus essendi* と混同するものである。それ故「數へ上げること」に關する可構成性と分析する推論に依る可構成性とは區別しなくてはなら

ぬ。一つは個別者に關するもの、他は一般者に關するものである。かのスコールムSkolemの集合論に關する二律背反もこのことに關するものである。簡単に云へば、有限的な枚擧しうる諸命題Zählansage を以て超限的な集合の存在の證明が出來ると云ふことから生ずる矛盾を云々するものである。しかしこれは矢張り集合に於ける對象的個別者數を以て直ちに論理的推論(命題)の對象をも指示しうると考へることから生ずる矛盾である。推論の作用過程は綜合的なもの故、指示出來るが、その對象そのものは、分析的にして指示するは出來ない。

述語的對象に個々の作用を混入せしめること、述語論理に述語論理外のものを介入する所に、この矛盾が生じて來る。これは最初に述べたりシヤールの矛盾と同じく、認識論的矛盾に屬するもので、矢張りその名の如く、認識論的考量に依つて、排除さるべき性質のものである。Codelの立論もここから吟味されねばなるまい。證明論を有限的なりと云ふ判斷は、多くの誤解を生む。それは既に直覺主義的數論の有限的立場とは區別せられたもの、元來有限的でも超限的でもなく、それ自身に於いて成立する論理的な立場と云ふべきであらう。證明論は既に命題述語そのもの $\exists(x)$ に就いての判斷推論の體系故、最早個別者變項の現はれぬ $\exists(x)$ の立場である。故にそれを枚擧することが出來る出來ないと云ふ様な個別者そのものの肯定的、或ひは否定的概念たる有限、超限の立場を以て特性付けることが出來ても、本質付けることは出來ない。特性付

ける點から云へば、證明論はその對象に於いて寧ろ超限的(一般的)その認識作用に於いて有限的(個別的)なりと云へる。であるから、證明論の否定不可能性の證明に於いても前述の如く、全稱肯定と特稱否定の完全撰言の排中律が成立つのである。成程、その全稱肯定は確かに或る意味で可構成的である。しかしそれだからとて單に實然有限的であると云ふ譯ではなく、矢張りその排中律を前提する限り、必然性の様式(α)に於いて規定せられて居るのであつて、そしてその矛盾(0)は矢張り、實然性に於いてでなく、可能性の様式に於いて規定せられて居る。このことに依つて始めて、可能性に於ける矛盾(0)の否定たる否定不可能性(Unwiderlegbarkeit)と云ふことが無矛盾的に結論せられるのである。この證明に於いて、前述の如く「演繹の結果たる論理式の凡べて」と云ふ全稱の肯定性が如何に構成的に決定せられるとしても、この證明が依然として完全撰言性を前提して居る限り、それ自身既に、超限性の根幹をなす必然性と可能性の様式による對象的規定なしには遂行出来ないものである。ここに於いては有限的(個別的)と云ふのは知ると云ふ立場からであり、超限的(一般的)と云ふのは存在の立場からである。證明論は斯くの如き知識論的事態 Gnoseologische Verhältnisse に當面して居る。その際會せる二律背反も亦 epistemologisch である。證明論の有限性の討究は更に個別者領域に對する認識を必要とする。屬性(一般者)と偶性(個別者)の區別、その論理的規定、存在的關聯の解明は唯々に一般論理學の問題たるに留らず、實に認識

論の核心に觸れゆく課題である。述語的論理はそれ以外の經驗界、現象界の個別者及び實體の主語的論理との關聯に於いて見直されて行かねばならぬ。

参考文献 Richard Baldus: Formalismus u. Intuitionismus in der Mathematik. 1924.

Fraenkel: Mengenlehre 3 Aufl. 1928.

岩波講座 黒田成勝 數學基礎論。