Title	東京六大学野球リーグ戦において勝敗結果から計算する優勝チームと勝点・勝率との比較研究
Sub Title	A comparative study of the team strengths calculated by mathematical and statistical methods and points and winning rate of the Tokyo Big6 Baseball League.
Author	鳥海, 崇(Toriumi, Takashi) 綿田, 博人(Watada, Hirohito)
Publisher	慶應義塾大学体育研究所
Publication year	2017
Jtitle	体育研究所紀要 (Bulletin of the institute of physical education, Keio university). Vol.56, No.1 (2017. 1) ,p.45- 53
JaLC DOI	
Abstract	In this study, we calculate the team strengths of the Tokyo Big6 Baseball League teams from 2001 to 2015 seasons by using five mathematical and statistical methods; which are ① Keener's model using points in the standings, ② Keener's model using wins and losses, ③ Bradley-Terry model using wins and losses, ④ Offence-Defense methods using scores, and ⑤ Keener's model using a parameter derived from points and winning rate. Based on the 20 results whose standings of the points and the winning rates are on the same order, we calculate the Kendall rank correlation coefficient between both rankings derived from strengths and from points in each method. The average coefficients from 2001 to 2015 seasons show that Keener's model using wins and losses, Keener's model using a parameter, and Bradley-Terry model have high correlations (more than 0.9). On the other hand, Keener's model using points in the standings and Offence-Defense model have a low correlation (less than 0.9). We also calculate the strengths in the case that the team ranked 1st in the standings is ranked 2nd in terms of the winning rate. The three methods with high correlations show that the strength of the team ranked highest in terms of wining rate is greater than the team ranked second highest. This implies that the winning rate is a better indicator of a team's strength than its points in the Tokyo Big6 Baseball League standings from 2001 to 2015.
Notes	
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00135710-00560001-0045

東京六大学野球リーグ戦において勝敗結果から計算する優勝チームと勝点・勝率との比較研究

鳥海　崇 *　　　綿田　博人 **

A comparative study of the team strengths calculated by mathematical and statistical methods and points and winning rate of the Tokyo Big6 Baseball League.

Takashi Toriumi [1], Hirohito Watada [2],

In this study, we calculate the team strengths of the Tokyo Big6 Baseball League teams from 2001 to 2015 seasons by using five mathematical and statistical methods; which are ① Keener's model using points in the standings, ② Keener's model using wins and losses, ③ Bradley-Terry model using wins and losses, ④ Offence-Defense methods using scores, and ⑤ Keener's model using a parameter derived from points and winning rate. Based on the 20 results whose standings of the points and the winning rates are on the same order, we calculate the Kendall rank correlation coefficient between both rankings derived from strengths and from points in each method. The average coefficients from 2001 to 2015 seasons show that Keener's model using wins and losses, Keener's model using a parameter, and Bradley-Terry model have high correlations (more than 0.9). On the other hand, Keener's model using points in the standings and Offence-Defense model have a low correlation (less than 0.9). We also calculate the strengths in the case that the team ranked 1st in the standings is ranked 2nd in terms of the winning rate. The three methods with high correlations show that the strength of the team ranked highest in terms of wining rate is greater than the team ranked second highest. This implies that the winning rate is a better indicator of a team's strength than its points in the Tokyo Big6 Baseball League standings from 2001 to 2015.

キーワード：東京六大学野球，Keener のランキング法，Bradley−Terry model の手法
Key words：Tokyo Big6 Baseball League, Keener's ranking method, Bradley-Terry model

Ⅰ．背　　景

東京六大学野球は我が国で最も古い野球リーグである。この東京六大学野球をはじめとした大学野球リーグでは勝点方式を採用している。勝点方式とは対戦相手のどちらかが２勝するまで連戦し，先に２勝したチームが勝点を１点獲得するという形式で全てのチームと対戦するリーグ戦方式である。この方式において，リーグ戦終了時に勝点が最も多いチームが優勝チームとなり，獲得した勝点の順にリーグ戦の順位が決定する。なお，勝点が同点となったチームがある場合，全リーグ戦を通じた勝率を比較し，順位を決定する。また，１位の勝点及び勝率が同じチームが複数ある場合は優勝決定戦を実施する。このような勝点方式では，最多勝点を獲得した１位のチームが勝点において次点である２位のチームに比べて勝率で劣るケースが生じる。例として2013年春のリーグ戦結果を表１に示す。ここで○は勝利，×は敗北，△は引き分けを示す。１位のチームは10勝４敗２分で勝点５，勝率71.4％であり，それに対して２位のチームは９勝２敗で勝点４，勝率81.8％であった。１位と２位の

＊慶應義塾大学体育研究所専任講師
＊＊慶應義塾大学体育研究所教授
1）Assistant Professor, Institute of Physical Education, Keio University
2）Professor, Institute of Physical Education, Keio University

表１．勝点で勝った１位のチームが勝率で２位のチームを下回ったリーグ戦の結果（2013年春）

	１位	２位	３位	４位	５位	６位	勝点	勝率［%］
１位		×△○○	○×○	×△○○	×○○	○○	**5**	**71.4**
２位	○△××		○○	○○	○○	○○	**4**	**81.8**
３位	×○×	××		○○	○×○	○○	3	58.3
４位	○△××	××	××		○○	○○	2	45.5
５位	○××	××	×○×	××		○○	1	33.3
６位	××	××	××	××	××	××	0	0.0

チームを比較すると１位のチームは勝点では勝っているものの，勝率では２位のチームより劣っていることがわかる。１位と２位との間でこのように勝点の順位と勝率の順位が一致しないリーグ戦結果は2000年～2015年の間の30回中２回（2009年秋，2013年春）あった。このような場合，勝点で優勝したチームと勝率で勝る２位のチームのどちらが本当に強いのか，という興味が生じる。この興味について，竹内と藤野（1979）は六大学野球における優勝チームの強さに関して議論しているが，彼らは実際の試合結果ではなく理想的なリーグ戦の勝敗状況を想定した上で各チームの強さを計算している。同じような興味は他の競技でも見られ，Lee（1997）はイギリスサッカーのプレミアリーグにおける優勝チームの強さを検討している。

そこで本研究ではチームの強さを試合結果（勝敗，得失点等）から数値化でき，強いチームほど高い値になるものと考える。その上で５つの数学的及び統計学的な手法を用いて東京六大学リーグ戦に出場する６チームの強さをそれぞれ計算して数値化する。これらを過去の実際の試合結果と比較することでそれぞれの手法の妥当性を検証し，その上で上述のような勝点と勝率とで逆転現象が生じている大会結果において，優勝したチームと２位のチームの数値化された強さを比較する。

Ⅱ．方　　法

１．分析の手続き

５つの数学的及び統計学的な手法として以下のデータ及び計算方法を用いる。当該チームの試合結果として用いるデータが３種類（平均得点，勝敗，勝点）及びパラメータ（後述），それらのデータを用いた計算方法が３種類（Keener のランキング法，Bradley–Terry model の手法，Offence–Defense Model の手法）である。これらのデータと計算方法を組み合わせて以下の５つの手法を用いる。

１，勝点を用いた Keener のランキング法
２，勝敗を用いた Keener のランキング法
３，勝敗を用いた BTm の手法
４，平均得点を用いた ODM の手法
５，パラメータを用いた Keener のランキング法

パラメータについては後述するが，以下に３つの計算手法について概説する。

Keener のランキング法

２チーム同士の対戦結果が得られているときに，それを基にしたランキング行列を作成し，ペロン・フロベニウスの定理を用いてチームの強さを順位付けする手法が Keener により提案されている（Keener, 1993）。

ペロン・フロベニウスの定理は以下の通りである。

非負の行列 A が，既約であれば，

１，絶対値最大の固有値は，正で，かつ，実数である（$r > 0$）。
２，絶対値最大の固有値は，A の固有方程式の単純根である（r は，単純固有値である）。
３，絶対値最大の固有値に対応する固有ベクトルの成分は，全て正である。

この定理を用いると，チームの対戦結果に基づいて作成する行列 A から，固有値（ペロン値）及び固有ベクトル（ペロンベクトル）が得られ，この固有ベクトルが各チームの強さを表すランキングベクトルとなる。さらに行列 A が原始的であるならば，固有値及び固有ベクトルを簡便に求める計算手法であるベキ乗法を用いることができる。このように本定理では行列 A が非負であり，既約であることが条件であり，簡便な計算のためには原始的である必要もあるが，本研究で対象としている東京

六大学野球リーグ戦では全てのチームとの対戦があり，複数対戦の場合はそれらの試合を平均した結果を用いているため，リーグ戦の対戦結果に基づいて作成する行列 A は非負かつ既約かつ原始的という全ての条件を満たしている。

チームの対戦結果に基づいて作成する行列 A の各要素 a_{ij} について，a_{ij} をチーム i とチーム j との対戦の結果 S_{ij}（勝利数，もしくは勝点）から得られる非負の数とし，本研究では以下のように定義する。

$$a_{ij} = \frac{S_{ij}+1}{S_{ij}+S_{ji}+2}$$

この非負かつ既約の行列 A から得られる最大固有値 λ とその固有ベクトル $\mathbb{r}$ には以下のような関係がある。

$$A\mathbb{r} = \lambda\mathbb{r}$$

また，固有ベクトル $\mathbb{r}$ は各チームの強さを表すランキングベクトルであり，その各要素においても以下のような性質がある。

$$0 < r_i < 1 \quad \text{かつ} \quad \sum_{i=1}^{m} r_i = 1$$

つまりランキングベクトル $\mathbb{r}$ において，このベクトルの j 番目の要素 r_j は，j 番目のチームの強さを表す。

これらの関係式を基に繰り返し計算で推定値を求める。繰り返し計算の方法は以下の通りである。

1，本研究で対象とする六大学リーグ戦では出場チーム数 $m = 6$ のため，このプロセスを始める初期の正ベクトル $\mathbb{x}_0$ の各要素を $x_{0i} = \frac{1}{6}$ とする。

2，初期の正ベクトル $\mathbb{x}_0$ と行列 A から以下の通り計算をして，$\mathbb{x}_1$ を求める。

$$A\mathbb{x}_0 = \mathbb{y}_0, \quad \textstyle\sum_{i=1}^{m}(\mathbb{y}_0)_i = v_0, \quad \frac{\mathbb{y}_0}{v_0} = \mathbb{x}_1$$

3，以下同様に繰り返し計算を繰り返す

$$A\mathbb{x}_k = \mathbb{y}_k, \quad \textstyle\sum_{i=1}^{m}(\mathbb{y}_k)_i = v_k, \quad \frac{\mathbb{y}_k}{v_k} = \mathbb{x}_{k+1}$$

4，行列 A が原始的であることから，$k \to \infty$ において $\mathbb{x}_k \to \mathbb{r}$ となる。つまり，

$$\mathbb{x}_1 = \frac{A\mathbb{x}_0}{\sum_{i=1}^{m}(A\mathbb{x}_0)_i}$$

$$\mathbb{x}_2 = \frac{A\mathbb{x}_1}{\sum_{i=1}^{m}(A\mathbb{x}_1)_i} = \frac{A^2\mathbb{x}_0}{\sum_{i=1}^{m}(A^2\mathbb{x}_0)_i}$$

$$\mathbb{x}_3 = \frac{A\mathbb{x}_2}{\sum_{i=1}^{m}(A\mathbb{x}_2)_i} = \frac{A^3\mathbb{x}_0}{\sum_{i=1}^{m}(A^3\mathbb{x}_0)_i}$$

$$\vdots$$

$$\mathbb{r} = \lim_{k\to\infty}\mathbb{x}_k = \lim_{k\to\infty}\frac{A^k\mathbb{x}_0}{\sum_{i=1}^{m}(A^k\mathbb{x}_0)_i}$$

が得られる。

なお，本研究において，本手法で比較対象として用いるリーグ戦の記録として勝敗，勝点の 2 つがある。ここで，勝敗と勝点のどちらがチームの強さを正確に数値化するかを考える時，本当に正確にチームの強さを数値化するのは，そのどちらの要素をも含めた結果であると考えることが妥当であろう。同様の考え方は Furuichi and Hino（2011），及び古市と日野（2012）においてサッカーのワールドカップにおける勝敗と得失点がチームランキングに与える影響にも見られる。そこで本研究ではパラメータを導入することで勝敗と勝点の影響の度合いを連続的に変化させたランキングベクトルの作成方法を考える。

$$h(w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}sgn(w-\frac{1}{2})|2w-1|^{\frac{1}{w}}$$

このパラメータは $w = 1$ の時，勝敗のみを考えた結果を表し，$w \to \infty$ の時，勝点のみを考えた結果を表すことになる。w＝100以上では結果に大きな影響を与えないため，本研究では w＝100の時を勝点のみの場合として扱う。

Bradley-Terry model（BTm）の手法

本研究では Bradley & Terry（1952）で提案された Bradley-Terry model の手法を用いる。この手法については飲料の嗜好調査や学生の留学先希望調査など様々

な手法が Cattelan（2012）にまとめられている。本手法を用いることでチーム数nの各チームが対戦する対戦型競技でも，一方を勝利，他方を敗北とした 1 対 1 の対戦（一対比較）として比較することができる。引き分けの取り扱いは松田（2002）や今井と松田（2003）をはじめ計算手法とその妥当性がいくつか提案されているが，本研究では最も一般的な手法として引き分けの場合は0.5勝0.5敗とする。この手法を用いることで，チームiがチームjに勝利する確率を P_{ij} とすると，すべての組み合わせに対して $p_{ij}=\frac{\pi_i}{\pi_i+\pi_j}$ となる各チームの強さπ_iを求めることができる。本手法はスポーツにおいてはバスケットボール（Cattelan et al., 2013）やサッカー（岩崎，2002），テニス（McHale and Morton 2011），大相撲（平野，1996）など様々な競技において応用されている手法である。

具体的な導出と計算方法は以下の通りである。勝敗を考える対象が全部で m チームあるとする。第i番目のチームが第j番目のチームに対して勝つ確率，負ける確率をそれぞれp_{ij}，q_{ij}とすると

$$p_{ij}+q_{ij}=1,\ \ p_{ij}=q_{ji}$$

が成り立つ。いま，各チームの強さπ_iというパラメータを導入し，

$$p_{ij}=\frac{\pi_i}{\pi_i+\pi_j}$$

というモデルが成立しているとする。

実際に第i番目のチームと第j番目のチームの対戦がn_{ij}回行われた場合に第i番目のチームが勝つ回数の確率変数をX_{ij}，負ける回数の確率変数をY_{ij}と置くとそれらは多項分布に従っていると考えられ，次のように確率分布が定まる。

$$Pr\{X_{ij}=x_{ij}, Y_{ij}=y_{ij}; 1\le i<j\le m\}=\prod_{i<j}\prod\frac{n_{ij}!}{x_{ij}!\,y_{ij}!}p_{ij}^{x_{ij}}q_{ij}^{y_{ij}}$$

この確率を L とおくと，それは次のように書き直せる。

$$L=\prod_{i<j}\prod\frac{n_{ij}!}{x_{ij}!\,x_{ji}!}\left(\frac{\pi_i}{\pi_i+\pi_j}\right)^{x_{ij}}\left(\frac{\pi_j}{\pi_i+\pi_j}\right)^{x_{ji}}$$

これに対してまず両辺の対数を取ると

$$\ell=logL=const+\sum_{i=1}^{m}T_i log\pi_i-\sum_{i<j}\sum n_{ij}\,log(\pi_i+\pi_j)$$

となる。ただし，T_iは第i番目のチームの総勝ち数を表す。すなわち，

$$T_i=\sum_{j\ne i}x_{ij}$$

である。この ℓ に対して $\sum_{i=1}^{m}\pi_i=k$ という制約の下でラグランジュの未定乗数法を用いると次のような最尤方程式が導かれる。

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial\pi_i}\left\{\ell-\lambda\left(\sum_{i=1}^{m}\pi_i-k\right)\right\}=0\\[2ex]\dfrac{\partial}{\partial\lambda}\left\{\ell-\lambda\left(\sum_{i=1}^{m}\pi_i-k\right)\right\}=0\end{cases}$$

これを計算すると次のようになる。

$$\begin{cases}\dfrac{T_i}{\pi_i}-\sum_{j\ne i}\dfrac{n_{ij}}{\pi_i+\pi_j}-\lambda=0\\[2ex]\sum_{i=1}^{m}\pi_i-k=0\end{cases}$$

ここで第 1 式の両辺にπ_iを掛けて i について和をとると

$$\sum_{i=1}^{m}T_i-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j\ne i}n_{ij}\frac{\pi_i}{\pi_i+\pi_j}-\lambda\sum_{i=1}^{m}\pi_i=0$$

となり第 2 式を用いて

$$\sum_{i=1}^{m}T_i-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j\ne i}n_{ij}\frac{\pi_i}{\pi_i+\pi_j}-\lambda k=0$$

となる。ここで$\sum_{i=1}^{m}T_i=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j\ne i}n_{ij}$であるから $\lambda=0$ が導かれる。

したがって，次のような関係式が導かれる。

$$\begin{cases}\pi_i=\dfrac{T_i}{\sum_{j\ne i}n_{ij}\dfrac{1}{\pi_i+\pi_j}}\\[2ex]\sum_{i=1}^{m}\pi_i=1\end{cases}$$

なお，ここで第 2 式は各チームの強さを数値化したものの和を常に 1 とする制約条件である。

これらの関係式を基に繰り返し計算で推定値を求める。

繰り返し計算の方法は以下の通りである。

1，本研究ではm= 6 のため，初期値を$\pi_i = \frac{1}{6}$として第１式に代入する。

2，第１式から得られたπ_iについて，第２式の通り，総和が１となるように規格化する。

3，上記２で規格化されたπ_iについて，再度第１式に代入する。

4，上記２と上記３の過程を十分繰り返したπ_iを推定値とする。

Offence- Defense Method（ODM）の手法

野球やサッカー，バスケットボールなどの球技では，リーグ戦の得失点情報などから各チームの攻撃力・守備力を計算して順位の妥当性や勝敗予測，チームの特徴を知る手がかりとする手法がいくつか提案されている。稲垣（2000）は日本プロ野球リーグ戦の結果から BTm の手法を応用することで各チームの攻撃力－守備力モデルを構築している。本研究では BTm の手法とは関連のない Govan ら（2009）によって提案されている，過去の得失点情報から各チームの攻撃力と守備力を求める手法を用いる。

チームの対戦結果に基づいて作成する行列 A の各要素a_{ij}について，a_{ij}をチームiがチームjから挙げた平均点数，言いかえるとチームjがチームiから奪われた平均点数とする。このとき，チームiの攻撃力o_iと守備力d_iを以下のように定義する。

任意の守備力$\{d_1, d_2, d_3, \cdots d_m,\}$に対して，チーム$i$の攻撃力$o_i$を以下のように定義する。

$$o_i = \frac{a_{1i}}{d_1} + \frac{a_{2i}}{d_2} + \cdots + \frac{a_{mi}}{d_m}$$

同様に，任意の攻撃力$\{o_1, o_2, o_3, \cdots o_m,\}$に対して，チーム$i$の守備力$d_i$を以下のように定義する。

$$d_i = \frac{a_{i1}}{o_1} + \frac{a_{i2}}{o_2} + \cdots + \frac{a_{im}}{o_m}$$

上記の攻撃力・守備力は循環的である。一方に任意の初期値を与え，これに代わる代わる代入を繰り返し，収束するまで実行することで攻撃力・守備力を計算することができる。繰り返し計算の方法は以下の通りである。

1，本研究ではm= 6 のため，初期値を$d_{0i} = \frac{1}{6}$とする。d_0を第１式に代入してo_0を求める。

2，第１式から得られたo_0について，第２式に代入してd_1を求める。

3，上記２で得られたd_1について，再度第１式に代入してo_1を求める。

4，上記２と上記３の過程を十分繰り返してd_nとo_nを得る。

上記で得られた攻撃力・守備力を組み合わせて各チームに対する単一の強さを作成する。本研究では以下で定義する。

$$r = \frac{o_n}{d_n} \quad \text{かつ} \quad \sum_{i=1}^{m} r_i = 1$$

ケンドールの順位相関係数

上記の手法により得られた各チームの数値化された強さの順位と，リーグ戦の結果による順位とを比較する際，２つの順位がどの程度整合しているかを評価する尺度としてケンドールの順位相関係数τを用いる。

これは n 個の項目i_1，i_2，i_3，…，i_nからなる２つの順序データo_1，o_2において一致するものの数を P とするとき，τは

$$\tau(o_1, o_2) = \frac{4P}{n(n-1)} - 1$$

で定義され，順序データo_1，o_2が完全に一致するときに１を，完全に逆順の場合には－1 をとる。

２．対　象

2001年から2015年における毎年２回実施する東京六大学野球リーグ戦の結果，計30回分を対象とする。各チームの強さを算出する手法として次の５つの手法を用いる。

1，勝点を用いた Keener のランキング法

2，勝敗を用いた Keener のランキング法

3，勝敗を用いた BTm の手法

4，平均得点を用いた ODM の手法

5，パラメータを用いた Keener のランキング法

各手法について以下の２段階でそれぞれの手法の妥当性を調べ，各チームの強さを算出し比較する。

第１段階：手法の妥当性の測定

1，各大会の結果から，勝点の順位と勝率の順位が一

致している結果，言い換えると，リーグ戦の最終順位が勝率順にもなっている結果を抜き出す。

2，上記の抜き出した大会結果に対して，５つの手法を用いてそれぞれの大会における各チームの強さを計算する。

3，各大会において，５つ手法で得られたそれぞれの各チームの計算結果に対して，最終順位と比較してケンドールの順位相関係数を求める。

4，各大会で得られた順位相関係数の平均値を求めることで，各大会を通じたそれぞれの手法の妥当性が求められる。なお，パラメータを用いた Keener のランキング法に関して，連続的重み付け関数として順位相関係数を最大とする変数 w_{max} とその時の順位相関係数を求める。

第２段階：勝点が１位のチームと勝率で勝る２位のチームとの計算結果の比較

5，最終順位が１位と２位のチームにおいて，２位のチームの方が勝率が上回った結果を抜き出す。

6，上記大会において５つの手法を用いてそれぞれのチームの強さを計算する。

7，各手法の妥当性の指標である順位相関係数と，それぞれの手法で得られた計算結果を比較する。

表２．各手法から得た順位相関係数τの20大会分の平均値

	ODM	Keener（勝点）	Keener（勝率）	BTm	Keener（w＝1.4）
τ	0.773	0.884	0.920	0.938	0.942

表３．各手法から得た１位と２位のチームの計算結果（2009年秋）

	勝点	ODM	Keener（勝点）	Keener（勝率）	BTm	Keener（w＝1.4）	勝　率
１位	**4**	0.185	**0.274**	0.185	0.228	0.197	61.5
２位	3	**0.328**	0.213	**0.199**	**0.271**	**0.199**	**66.7**

表４．各手法から得た１位の２位のチームの計算結果（2013年春）

	勝点	ODM	Keener（勝点）	Keener（勝率）	BTm	Keener（w＝1.4）	勝率
１ 位	**5**	**0.272**	**0.592**	0.208	0.270	0.231	71.4
２ 位	4	0.257	0.246	**0.222**	**0.447**	**0.233**	**81.8**

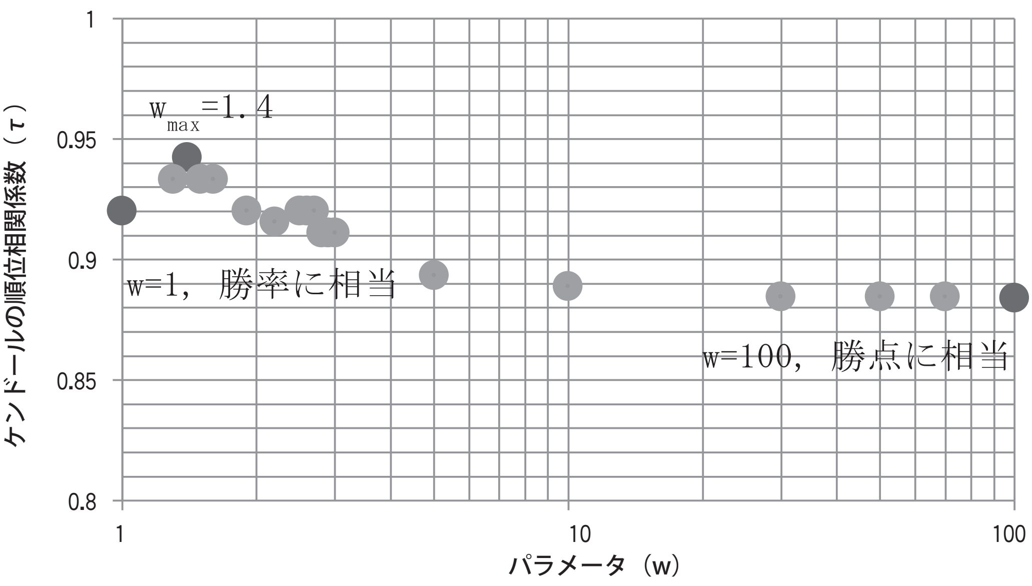

図１．Keener の手法におけるパラメータ w と順位相関係数τの関係

Ⅲ．結　　果

1．第１段階

勝点の順位と勝率の順位が一致しているリーグ戦結果は2000年～2015年の間，全30回中20回であった。その他の10回の内訳は，勝点で上回った１位が２位に勝率で下回っている結果が２回，同じ勝点及び同じ勝率となったチームがある結果が７回，１位と２位以外において勝点で上回るチームが下位のチームに勝率で下回った結果が１回であった。

これら20回分の結果を対象として，それぞれの計算手法により各チームの強さを算出し，その順位と実際のリーグ戦の順位との相関をケンドールの順位相関係数（τ）として求めた。対象となる20回分のτを平均したものを一覧にして表２に示す。Keener（勝率），BTm，Keener（$w_{max}=1.4$）は $\tau>0.9$と高い一方，ODM，Keener（勝点）は$\tau<0.9$と低くなっていることがわかった。

なお，パラメータを用いたKeenerのランキング法に関しては，パラメータwを変化させることで順位相関係数を最大とするw_{max}を求めた。このときの結果を図１に示す。横軸はパラメータwを示す。縦軸はそれぞれのwから得られるτを対象となる20回分で平均したものである。w＝1.0から100までの22点について，それぞれ20回分の順位相関係数の平均を求めた。w＝１のときはKeener（勝率）の結果と一致し，w＝100のときはKeener（勝点）の結果に相当する。$w_{max}=1.4$のとき，$\tau=0.942$となり，このときKeenerの手法で得られる計算結果の順位と実際のリーグ戦の順位との相関が最も高くなることがわかった。

この結果から，勝点及び勝率の順位と相関が高い（$\tau>0.9$）のがKeener（$w_{max}=1.4$）の手法（$\tau=0.942$），BTmの手法（$\tau=0.938$），勝点によるKeenerの手法（$\tau=0.920$）であり高くない（$\tau<0.9$）のが勝点によるKeenerの手法（$\tau=0.884$），ODMの手法（$\tau=0.773$）となることがわかった。

2．第２段階

2001年から2015年にかけて最終順位の１位と２位のチームにおいて，２位のチームの勝率が上回った結果は30回中２回あった。そのときの結果である2009年秋大会と2013年春大会の結果について，５つの手法を用いた，１位と２位のチームの計算結果を表３及び表４に示した。

表２から，Keener（勝率），BTm，Keener（$w_{max}=1.4$）の３手法は実際の順位と相関が高い（$\tau>0.9$）であることがわかっており，その３手法において１位と２位の計算結果を比較すると，３手法とも２位のチームの方が１位のチームよりも高い値を示した。これは各手法の計算結果とも２位のチームの方が１位のチームよりも強いことを示している。

また，実際の順位との相関が高くない（$\tau<0.9$）２手法である，ODMとKeener（勝点）では，2009年秋のODM以外は実際の順位通り１位のチームの方が２位のチームよりも高い値を示した。

Ⅳ．考　　察

1．なぜBTmの手法の結果が最もケンドールの順位相関係数が高いのか

BTmの手法は試合結果の統計処理であり，リーグ戦データが少ない場合は各チーム強さを正確に数値化することができない反面，逆に本研究の調査対象ように全てのリーグ戦データが得られる場合は過去の結果から強さをより正確に数値化することができる。また，Keenerの手法はリーグ戦以外の対戦方式，例えばトーナメント戦といったデータが少ない状況でも数学的手法に強さを数値化することができるという特徴がある。そのため，今回の結果では，全てのリーグ戦データが得られているため，Keenerの手法よりもBTmの手法の方がケンドールの順位相関係数の値が高かったと考えられる。なお，リーグ戦の結果において全勝や全敗のチームがあった場合，それぞれのチームの強さが全勝チームでは無限大に，全敗チームではゼロに漸近するため，それらのチームの強さを正確に表すことができない。本研究の調査対象においてそのようなケースがいくつか見られたが，計算結果の順位には影響を与えないため，その結果ケンドールの順位相関係数の値にも影響を与えなかった。

2．優勝チームのその後の大会の結果について

六大学野球で優勝したチームはその後，全国大会へと進出する。各地の大学野球リーグを勝ち抜いたチームとトーナメント戦を戦い，日本一を決定する。勝率で２位となった優勝チームが東京六大学代表として全国大会に出場した結果，2009年秋，2013年春ともに準決勝で敗退した。2001年以降に限定すると，東京六大学野球代表が全国大会で決勝に進出したのは全30回中16回の53.3％で

あり，その確率と比較すると，勝率で２位となった優勝チームはその後の全国大会では成果を残せたとは言いがたい。ただし，より詳細な議論のためには他の全国大会出場チームも含めた計算結果との比較が必要である。

３．大会方式の妥当性

廣津ら（2012）では野球のWBC（World Baseball Classic）における対戦方式の問題点をBTmの手法を用いて確率計算により検討している。また，泉と小中（2016）によるとＪ１リーグ２ステージ＋ポストシーズン制度について，ポアソン分布を用いたシミュレーションにより検討している。また，加藤（2012）では剣道や柔道などで用いられる勝ち抜き戦やソフトテニスなどの競技会で用いられるせん滅戦という，個人競技の団体戦形式において，BTmの手法を用いることで勝利確率が出場順序に依存しないことを示している。さらに，中村ら（2006）ではBTmの手法を用いて大陸ごとに割り当てられる本戦出場枠数の妥当性について議論している。過去の研究のように妥当な大会方式を検討する目的で今回の計算結果を援用すると最も妥当な大会方式は勝点方式ではなく勝率方式であるという結論になる。ただし今回の結果は東京六大学野球の過去15年分，計30大会分のみであり，それより昔のデータについては考慮していない。さらに，東京六大学野球の過去172大会のうち，１位の勝率が２位よりも劣る現象は８回発生しているので，これらのデータについても同様に強さを計算して比較する必要があろう。また，東京六大学野球以外にも全国各地の大学野球連盟でも同様に勝点方式を採用している。これらの大会においても同様な検証が必要であろう。加えて日本最古の歴史を誇る大学野球リーグにおいて優勝チーム決定方式を変更するにはリーグ戦設立の歴史的な背景も含めての総合的な検討が必要になるだろう。

Ⅴ．結　　論

2001年から2015年にかけての東京六大学野球の結果において，数学的，統計学的な５つの手法を用いて各チームの強さを数値化し，最終順位とのケンドールの順位相関係数の平均を求めた。さらに１位と２位とで最終順位と勝率の順位が異なる結果において，同様にチームの強さを数値化した。この結果，３つの手法（Keener（勝率），BTm，Keener（$w_{max}=1.4$））において２位のチームの方が高いという結果が出た。また，この３つの手法のいずれもが他の２つの手法よりもケンドールの順位相関係数が高かった。以上の結果から，本研究では2001年から2015年にかけての東京六大学野球では勝点よりも勝率の方が強さを正確に表していると結論づけた。

引用文献

１．Bradley R. A. and Terry M. E.（1952）Rank analysis of incomplete block designs. I. The method of paired comparisons, Biometarika, 39: 324-345.
２．Cattelan M.（2012）Models for paired comparison data: a review with emphasis on dependent data, Statistical Science 27（３）: 412-433.
３．Cattelan M., Varin C. and Firth D.（2013）Dynamic Bradley-Terry modelling of sports tournaments, Journal of the Royal Statistical Society 62（１）: 135-150.
４．Furuichi S. and Hino H.（2011）Mathematical analysis of 2010 FIFA world cup, Applied Mathematics & Information Sciences ５（２）: 205-219.
５．古市茂，日野英逸（2012）2010 FIFA World Cupの数理的解析について，数理解析研究所講究録 1819: 35-47.
６．Govan A. Y., Langville A. N. and Meyer C. D.（2009）Offence-Defense Approach to Ranking Team Sports, Journal of Quantitative Analysis in Sports ５（１）: Article ４.
７．平野忠男（1996）対抗試合における競技者の強さに関する研究，福井工大紀要 26: 51-60.
８．廣津信義，須崎政文，尾崎俊治（2012）ワールドベースボールクラシック（WBC）の対戦方式の確率計算による検討，オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 57（11）: 629-638.
９．今井寛，松田眞一（2003）引き分けを考慮したBTモデルの性能評価，Academia. Mathematical sciences and information engineering: journal of the Nanzan Academic Society ３: 35-45.
10．稲垣敦（2000）競技力評価のための攻撃力―守備力モデル，体育学研究 45: 719-738.
11．岩崎学（2002）ランキングの信頼度評価―2002 FIFAワールドカップの結果分析―，行動計量学 29（２）: 223-231.
12．泉武志，小中英嗣（2016）Ｊ１リーグ２ステージ＋ポストシーズン制度の統計的分析，Transactions of the Operations Research Society of Japan 59: 21-37.
13．加藤直樹（2012）団体戦の最適出場順序に関する数理的考察，オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 57（１）: 21-26.
14．Keener J. P.（1993）The Perron-Frobenius theorem and the ranking of football teams, SIAM REVIEW 35（１）: 80-93.
15．Lee. J. A.（1997）Modeling scores in the Premier League: Is Manchester United really the best? CHANCE 10（１）: 15-19.
16．松田眞一（2002）Bradley-Terryモデルの改良，Academia. Mathematical sciences and information engineering: journal of the Nanzan Academic Society ２: １-7.
17．McHale I. and Morton A.（2011）A Bradley-Terry type model for forecasting tennis match results, International Journal of Forecasting 27: 619-630.
18．中村義人，田村量，関谷和之（2006）W杯地域出場枠の競争

的配分，オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 51（6）: 319-327.
19. 竹内啓，藤野和建（1979）“強さ”をはかる，オペレーションズ・リサーチ：経営の科学 24（4）: 185-192.

（受付：2016年9月9日，受理：2016年11月7日）