Title	ゲーム理論のスポーツへの応用 : バレーボールを例にして
Sub Title	The application of game theory to sports : thecase of attacking strategy in volley ball
Author	山内, 賢(Yamauchi, Ken)
Publisher	慶應義塾大学体育研究所
Publication year	2000
Jtitle	体育研究所紀要 (Bulletin of the institute of physical education, Keio university). Vol.39, No.1 (2000. 1) ,p.17- 27
JaLC DOI	
Abstract	The present study was to investigate the use of "Two-person Zero-sum Game" theory for attacking strategy in volley ball. The study was mainly focused on "Linear Programming (LP)", which is a mathematical formula, applied to attacking. Those are :1) the way of planning an optimal strategy between attacking and defending (blocking or receiving), and 2) predicting the advantages and disadvantages in this game. Based on an opinion, the various pure strategies were categorized into attacking and defending. Followings are the pure strategies in each category; For Attacking a1:Right side spike around the net. a2:Spike at the center around the net. a3:Left side spike around the net. a4:Back Attack For Defending These pure strategies ware correspond to six defense rotation faces, they were b1 to b6. Based on these strategies, this game is defined as a"Matrix Game". In this study ,the matrix game is (4,6) matrix, which is calculated with "Simplex Formula".
Notes	
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00135710-00390001-0017

ゲーム理論のスポーツへの応用

——バレーボールを例にして——

山内　賢*

The Application of Game Theory to Sports

——The case of Attacking strategy in Volley Ball——

Ken Yamauchi[1]

Abstract

The present study was to investigate the use of "Two-person Zero-sum Game" theory for attacking strategy in volley ball. The study was mainly focused on "Linear Programming (LP)", which is a mathematical formula, applied to attacking.

Those are :1) the way of planning an optimal strategy between attacking and defending (blocking or receiving), and 2) predicting the advantages and disadvantages in this game.

Based on an opinion, the various pure strategies were categorized into attacking and defending. Followings are the pure strategies in each category;

For Attacking

a_1:Right side spike around the net.

a_2:Spike at the center around the net.

a_3:Left side spike around the net.

a_4:Back Attack

For Defending

These pure strategies ware correspond to six defense rotation faces, they were b_1 to b_6.

Based on these strategies, this game is defined as a "Matrix Game". In this study, the matrix game is (4,6) matrix, which is calculated with "Simplex Formula".

Key words : Game Theory, Mathematical Strategy, Volley Ball, Operations Research

キーワード：ゲーム理論，球技戦術論，バレーボール，オペレーションズ・リサーチ

1．はじめに

利害の対立する2個以上の行動主体が競争的立場にあるとき，それぞれの取るべき行動と得失点の予測を数理科学的に決定するための理論をゲーム理論[1]と言う。競争関係にあるそれぞれの行動主体は，相手の行動に何らかの影響を受けながら自己の行動手段を選択し，ある程度の利益を期待するものである。ゲーム理論では，その行動主体のことをプレイヤー，その行動手段のひとつひとつを純粋戦略，そして，利益のことを利得という[2]。

一般に競技スポーツにおいて，相手と利害が対立する立場にあるプレイヤーは，自分の意志決定に反応する相手の純粋

*慶應義塾大学体育研究所専任講師

[1] Assistant professor of the Institute of Physical Education, Keio University

戦略を予測して裏をかこうとするのである。その選択した純粋戦略が適切であれば，その意志決定は自己に有利に働くが，そうでない場合は，それに偶然的な要因も関与して，思いがけない損失を招くこともある。とりわけ，競技に参加しているプレイヤーは，自己の損失を最小限にくいとめつつ，自分の利得を最大にしようと純粋戦略を選択し，作戦をたてるものである。

従来，上記の様な問題を解決するために指導者達（監督，コーチ，etc…）は，自らが経験してきた「かん」とか「こつ」というものに頼ってきたわけである。しかし，今日急速に複雑・多様化するゲーム展開においての指導者達は，「かん」や「こつ」のような手段だけでは，もはやその世界をリードすることが困難になってきた。そこに意思決定のための合理的判断基準が必要となり，多くの具体的スポーツ場面においての指導者達は，いわゆる予測理論としての「ゲーム理論」の導入を考えるようになったのである[3)4)5)]。すなわち，ゲームにおける最適戦略（そのゲームにおける最も有効であると思われる戦略）や得失点の予測を，具体的に数値を用いて定量的に行う試みである。

「かん」,「こつ」による戦略の試行には，何も科学的な根拠が存在しないものである。しかし，戦略を選択したことに何らかの科学的根拠を持たして試合を行った場合，その試合は緻密に計算された戦い（知力の戦い）となる。そして，ゲーム理論を用いて試合を展開することは，何らかの科学的具現性（合理的判断基準）の証明にもなりうる。

本稿では，バレーボールにおける攻防を，ゲーム理論の「2人ゼロ和ゲーム」として位置づけ，数学的には基本的な「線形計画法」を用いた数理科学的見地からの具体的検討を試みた。

2．2人ゼロ和ゲームの概略[2)6)7)8)]

ゲーム理論は，1944年，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの共著である「ゲームの理論と経済行動」の公刊によって生まれた。ゲーム理論の中で最も基本的なモデルは2人ゼロ和（有限）ゲームという型である。

2人ゼロ和（有限）ゲームを成立させる要素を以下に述べる。

1) 2人の競争者が存在する（以下，プレイヤー1，プレイヤー2で表す)。
2) 2人はお互いに，ある許された範囲内でそれぞれいくつかの純粋戦略を持ち，それを選択する。おのおののプレイヤーの持つ純粋戦略の数が有限である時は「有限ゲーム」，無限である時は「無限ゲーム」という。戦略の選択は，相手のプレイヤーに知らされることなく，独立に選ばれる。純粋戦略とは，自分が有利であろうと独自に判断する行動決定のための戦術である。
3) 2人は独自に，それぞれの意思に基づいた純粋戦略の決定をとる。この時，プレイが行われたという。
4) プレイが行われた時，結果が生じる。その結果，ある特定のルールの中で，ある一定の得点が支払われる。これを利得という。

ゲーム理論の基本的な考え方は，相手の純粋戦略と自分の純粋戦略によって決まる自分の利得の最小値（Min）を最大（Max）ならしめる最適戦略を事前に見つけ，これを行動決定のための何らかの合理的判断基準としたり，相手が如何なる純粋戦略を選択したとしても，確実に獲得できる利得がどれほどのものであるのかを見つけたりすることである。

ゲームの理論の基礎となるものに，鞍部点定理および Min—Max 定理がある。これらの2つの定理を用いてゲームを解いていくのである。以下，2つの定理を簡単に説明する。

①鞍部点定理について

$a_i(1 \leqq i \leqq m)$，$b_j(1 \leqq j \leqq n)$ を純粋戦略として，

$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$（mは，自然数）

$B = \{b_1, b_2, \cdots, b_n\}$（nは，自然数）

Aはプレイヤー1に許された純粋戦略の集合，Bはプレイヤー2に許された純粋戦略の集合であり，プレイヤー1が a_i を用い，プレイヤー2が b_j を用いた時のプレイヤー1の利得を e_{ij}（$1 \leqq i \leqq m$，$1 \leqq j \leqq n$）とする時，これらのゲームは，ひとつの利得行列Eを形成する。

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & e_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ e_{m1} & e_{m2} & \cdot & \cdot & \cdot & e_{mn} \end{pmatrix}$$

$e_{ij}(1 \leqq i \leqq m,\ 1 \leqq j \leqq n) = E\ (a_i,\ b_j)$

この時，2変数関数 $M(a, b)$[注1]が領域 $A \times B$[注2]で与えられているとして，点 $(a^\circ, b^\circ) \in A \times B$ が存在し，

$M(\forall a$[注3]$,\ b^\circ) \leqq M(a^\circ, b^\circ)$　　(1)

$M(a^\circ, \forall b) \geqq M(a^\circ, b^\circ)$　　(2)

とする。

(1) および (2) が成り立つ時，点 (a°, b°) を関数 $M(a, b)$ のひとつの鞍部点といい，$M(a^\circ, b^\circ) = V$ を「鞍部値」または「ゲームの値」という。

すなわち，$b = b^\circ$ とすると $a = a^\circ$ が $M(a, b^\circ)$ の最大値となり，$a = a^\circ$ とすると $b = b^\circ$ が $M(a^\circ, b)$ の最小値になるということである（図1参照)。

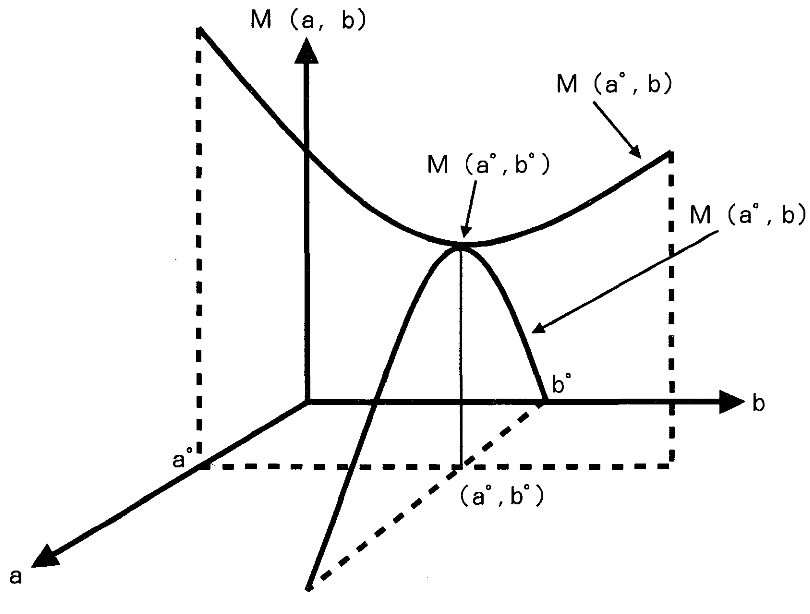

図1　鞍部点

具体的には，各行の最小値中の最大値と各列の最大値中の最小値が一致する時，その値がなすプレイヤー1とプレイヤー2の純粋戦略をそれぞれの鞍部点（最適純粋戦略）といい，その値をゲームの値という。

鞍部点を実践することは，お互いにとって損を最小限に抑えた有効なゲームを行うことができるのである。

②Min—Max 定理について

一般に戦略とは，鞍部点を伴う純粋戦略のことであるが，鞍部点が存在しない場合も考えられる。この場合には，Min—Max 定理を用いてゲームの値を求めるのである。この時の戦略を，最適混合戦略という。これは，確率ベクトルを伴う2つ以上の純粋戦略を組み合わせたものである。Min—Max 定理の説明を，以下の例題によって示す。

（例題）

2人のプレイヤーが存在し，$\{a_1, a_2, a_3\}$，$\{b_1, b_2, b_3\}$ をおのおのの純粋戦略とした以下のような利得表（利得行列を行列表にしたもの。）を得るゲームを考える。

プレイヤー1の利得表

	b_1	b_2	b_3
a_1	1	−1	0
a_2	−6	3	−2
a_3	8	−5	2

この表について説明する。

この表は，プレイヤー1を基準とした利得表である。表中の数値がプラスの時はプレイヤー1がプレイヤー2より利得を獲得することを意味し，マイナスの時はプレイヤー1がプレイヤー2に利得を支払うことを意味する。例えば，プレイヤー1が純粋戦略 a_1 を試行し，プレイヤー2が b_1 を試行した時，プレイヤー1はプレーヤー2より，プラス1点の利得を得たことになる（プレイヤー1の利得表参照)。

プレイヤー1とプレイヤー2についての純粋戦略を，それぞれ，$A = \{a_1, a_2, a_3\}$，$B = \{b_1, b_2, b_3\}$ とする時，プレイヤー1についての以下の利得行列（E）が考えられる。

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -6 & 3 & -2 \\ 8 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$V_1 \equiv \max_i \min_j \; e_{ij} = -1$　（各行の最小値中の最大値）

$V_2 \equiv \min_j \max_i \; e_{ij} = 2$　（各列の最大値中の最小値）

$V_1 \neq V_2$

故に，鞍部点は存在しない。そこで，混合戦略を考える。

$\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$ および $\langle y_1, y_2, y_3 \rangle$ をそれぞれ $\{a_1, a_2, a_3\}$ および $\{b_1, b_2, b_3\}$ の確率ベクトルとする時，

$$\left.\begin{aligned} 0 \leqq x_i \leqq 1,\ i &= 1,2,3 \\ x_1+x_2+x_3 &= 1 \\ x_1-6x_2+8x_3 &\geqq V \\ -x_1+3x_2-5x_3 &\geqq V \\ -x_2+2x_3 &\geqq V \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} 0 \leqq y_j \leqq 1,\ i = 1,2,3 \\ y_1+y_2+y_3 = 1 \\ y_1-y_2 \qquad \leqq V \\ -6y_1+3y_2-2y_3 \leqq V \\ 8y_1-5y_2+2y_3 \leqq V \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

であるから，(3)・(4) の連立系を解いて，x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, V の値を求める。

この場合には，以下の値が両者における最適混合戦略である。

$x_1 = 5/6,\ x_2 = 1/6,\ x_3 = 0,$

$y_1 = 0,\ y_2 = 1/3,\ y_3 = 2/3,\ V = 1/3$

すなわち，プレイヤー1はこの場合，a_3 を使わないで a_1 を 5/6，a_2 を 1/6 の確率で混ぜ合わせた戦略（混合戦略）を用いることにより，損失を最小限に抑えたゲームを展開することができるのである。

プレイヤー2の場合は b_1 を使わないで，b_2 を 1/3，b_3 を 2/3 の確率の混合戦略を用いることにより，損失を最小限に抑えたゲームを展開することができるのである。そして，このゲームについては，プレーヤー1が上記の確率ベクトルを基準として，その確率を相手に気づかれることなくゲームを展開している時，プレイヤー1は 1/3 以上の利得を獲得できることが期待できるのである。また，プレイヤー2が上記の確率ベクトルを基準として，その確率を相手に気づかれることなくゲームを展開している時，このゲームにおける損失は 1/3 以下に押さえられるということである。結果としてこのゲームは，プレーヤー1にとって有利なゲームであったことを示す。

相手に確率ベクトルの様相を気づかれないためには，乱数表などを用いて，その使用する純粋戦略の順列を考えればよいのである。

競争に勝つ確率を上げるためには，指導者やプレイヤーが様々な戦略や作戦を提案したり工夫したりする。その中には，普通は成功するけれども大きな危険が潜んでいるもの，他に類を見ないけれども有効に働くもの，地道な努力の末に成功するものなど，色々なタイプが存在するのである。上記のタイプを大きく分類すると，これらは，1) たとえ一つの戦略が失敗しても一定以上の利得を確保できる様な，競争する相手の出方に合わせた戦略を事前に立案し，勝つ時は安心して事を運び，そして負けたとしても，その負けを最小限に食い止めるといったもの（知力溢れる戦い），そして，2) ここぞという時に乾坤一擲の大勝負にうって出るもの（未来が予測できない，まったくの「かん」や「こつ」に頼る戦い）の2つとなる。

ゲーム理論とは，前述の「知力溢れる戦い」を見つけるための理論である。Min—Max 定理を用いてゲームを解いたものを実践することは，希望通りの戦略を相手が使うことをあてにする消極的な戦略の実践ではなく，どの戦略できてもいいように準備し，相手が戦略を変えると相手が自然と損をすることが仕組まれている様な最適混合戦略の実践となる。

3．目　　的

この世の中に絶対なる必勝法は存在しないのは当たり前であるが，人は戦う以上，勝つことを意識し，そして，勝とうとする努力をするのである。スポーツの場面での勝敗を争う競争現象（試合）において，その競争を勝ち抜くためには体力が必要となることは，誰もが認めることである。そして，体力の分野は各個人の運動能力や体格にゆだねる部分が多々あるので，必然的に体力の優れたチームは争う上で有利となるのである。

では，この分野が劣っているチームはどのように戦えば良いのであろうか。ここに知力の戦いが意味を成してくるので

ある[9]。体力が同等であったり，また，体力では劣っていたりするものの，知力による戦いでその試合を制した例は確かに存在し，そこにおける試合のマジック的な魅力と言うべき知力による戦いは，その試合におけるプレイヤーや指導者を酔わせることになりうる。特に指導者は，その部分にほこりを感じ，プロ意識を持つのである。知力の戦いとは，実際どの様なものなのであろうか。それは，試合で用いる戦略や戦術そして作戦と言ったものが当てはまる。

知力の戦いは，まず戦いの構造を分析することから始まる。つまり，戦いのタイプや進行，勝ち負け，利得と損失などを律するルールを正確に見抜かなければならない。戦いの構造を知ることによって，はじめて敵と味方の識別ができる可能性も考えられる。間違った戦略を選択すると，何をやってもうまくいかなくなり，味方の中にも実は敵が潜んでいるような状況をつくる可能性が高まるのである。

本研究の目的は，ゲーム理論を用いて求めたバレーボール競技における有効な攻撃戦略（知力溢れる戦いの方法）の組み立て方と現実の試合での攻撃戦略の組み立て方を比較・検討することである。そして，その検案が競争に勝つために指導者達が立てる作戦に何らかのヒントを与える得ることに資することを提案する。

4．純粋戦略の決定

今回の分析対象は，1998年に日本で行われたバレーボール世界選手権である。試合の内容はＶＴＲに収録され，攻撃と防御の純粋戦略はそこで観られた各チームにおける攻防の戦略を用いた。

攻撃に関する純粋戦略は，スパイクまで発展した14種類の攻撃の方法を大きく４つに分類したものである。それぞれの名称は，攻撃するエリアに対応していて，「バックエリア」，「ライトエリア」，「センターエリア」，「レフトエリア」として定義した。

防御に関する純粋戦略であるが，これはバレーボール競技にローテーションというものが存在するので，ある特定のエースアタッカーを基準とした場合にローテーションが一巡する６パターンを定義した。

以下に攻撃戦略に関する詳しい説明を示す。

14種類の戦略の名称は，バックアタックにおけるライト，センター，レフトの３攻撃，ライトオープン攻撃，ライト平行攻撃，　Ａ攻撃，Ｂ攻撃，Ｃ攻撃，Ｄ攻撃，センターオープン攻撃，セッターのツー攻撃，　時間差攻撃，レフト平行攻撃，レフトオープン攻撃である[10]。上記の14戦略の名称は今後開発されるかもしれない新しい攻撃の戦略を別として既に一般化されているが，具体的な内容の説明を以下に示す。

バックアタックにおける攻撃はバックプレイヤーがバックゾーンからするスパイクのことであり，バックゾーンをネットに向かって右，中央，左側から行うそれぞれの攻撃をバックアタックにおけるライト攻撃，センター攻撃，レフト攻撃とした。ライトオープン攻撃とライト平行攻撃は，フロントゾーン右側で行う攻撃であり，オープンと平行の類別はセッターが放つトスの放物線の形状により分類され，山なりのトスに合わせたスパイクをオープン攻撃，コートの面と平行に近いトスに合わせたスパイクを平行攻撃とした。Ａ攻撃，Ｂ攻撃，Ｃ攻撃，Ｄ攻撃はトスをあげるタイミングより早くジャンプしてスパイクを打つクイック攻撃のことの類別であり，その分類は，セッターの前面で打つスパイクがセッターに近いものから順にＡ攻撃，Ｂ攻撃であり，セッター後面で打つスパイクがセッターに近いものからＣ攻撃，Ｄ攻撃で分けられる。センターオープン攻撃は，セッターによるトスがフロントゾーン中央に高くあがったものをスパイクする攻撃のことである。セッターのツー攻撃は，レシーブしたボールをセッターが直接スパイクすることである。時間差攻撃は，クイック攻撃をダミーのプレイにして，他の選手にスパイクさせるものである。レフト平行攻撃とレフトオープン攻撃はフロントゾーン左側で行う攻撃であり，平行とオープンの意味は，ライト平行攻撃とライトオープン攻撃のものと同意である。

これらの攻撃における14戦略は，「どこからの攻撃であったか」の判断を基準として，４つの攻撃戦略に分類した。こ

こでは，それぞれを「エリア」の名称で表現した。

エリアに関しては，アタックラインより前か後ろかに大別し，さらに前の攻撃を左右，中央の3つに分けた合計4エリアのことである。それぞれを「バックエリア」,「ライトエリア」,「センターエリア」,「レフトエリア」として定義した。なお，これらの4つの分類の判定基準は，1）バックアタックにおけるライト，センター，レフトの3攻戦略を統合した「バックエリア」，2）ライトオープン攻撃，ライト平行攻撃の2戦略を統合した「ライトエリア」，3）A攻撃，B攻撃，C攻撃，D攻撃，センターオープン攻撃，セッターのツー攻撃，時間差攻撃の7戦略を統合した「センターエリア」，4）レフト平行攻撃，レフトオープン攻撃の2戦略を統合した「レフトエリア」からなる。

5．方　　法

検討の対象となる1998年バレーボール世界選手権における試合は，決勝戦のイタリア（優勝）対ユーゴスラビア（準優勝）と予選リーグで対戦した日本（負け）対韓国（勝ち）の2試合である。これら2試合の選択の理由は，決勝が世界最高水準の試合であり，日本対韓国がアジア地区での最高水準の試合であり，いずれもバレーボール競技の指導者にとって興味ある試合であると考えたからである。

攻撃の純粋戦略はネット付近のレフトからの攻撃（L），センターでの攻撃（C），ライトからの攻撃（R），バックアタック（B）の4つとした。そして，対戦相手の防御の純粋戦略は，ローテーション毎の6パターンを直接定義した。

バレーボール競技の攻防における純粋戦略をかけ合わせた4×6行列は，あるルールの下で得点化された利得行列を形成する。そのルールとは，スパイクの成立の状況を得点化の視点としている。攻撃の時に相手にその攻撃が決まれば＋2点，ブロックによりシャットアウトされると－2点，ラリーへ展開して＋1点，ミスで－1点としたときの各行列における期待値とした。集計したこれらの点数換算の判断基準は，今後バレーボールがルール改正により，全てラリーポイントとなることを見込んでのことである。

作成された利得表は，ＶＴＲに収録した試合より14戦略の出現頻度を集計した後に，上記の得点化のルールに基づいて計算し，そして，さらに統計上の処理を行なった。その統計上の処理とは以下のものである。

処理するデータは実験的な試合ではなく実際の試合のものを利用しているので，必然的に純粋戦略の出現は確率的な偏りをもつことになる。そのことをできるだけ規格化するために，利得表における利得には，各行列のセル上に計算された利得を出現頻度で割った期待値を用いた。

結果は表1から表4に示す。

表1　イタリアの対ユーゴスラビア戦の利得表（点）

	1	2	3	4	5	6
レフト	1.5	1.4	1.0	1.6	2.0	1.4
センター	1.1	1.0	1.4	2.0	1.7	1.5
ライト	1.0	0.0	1.0	2.0	0.0	1.0
バック	1.5	0.0	2.0	1.5	0.7	0.6

表2　ユーゴスラビアの対イタリア戦の利得表（点）

	1	2	3	4	5	6
レフト	1.5	0.9	1.6	0.3	1.3	0.6
センター	0.7	0.8	0.8	1.6	1.8	1.5
ライト	1.5	0.8	1.3	2.0	0.0	1.0
バック	0.3	1.0	1.8	1.7	1.4	0.8

表3　日本の対韓国戦の利得表（点）

	1	2	3	4	5	6
レフト	0.0	1.5	1.5	0.8	0.8	0.9
センター	1.3	1.2	1.5	1.1	1.3	1.4
ライト	0.5	0.0	1.3	2.0	0.0	1.0
バック	1.6	0.7	2.0	0.5	1.6	2.0

表4　韓国の対日本戦の利得表（点）

	1	2	3	4	5	6
レフト	1.4	1.5	0.8	1.2	0.7	1.1
センター	1.5	0.8	1.7	0.9	1.1	1.3
ライト	1.5	2.0	2.0	−2.0	0.0	2.0
バック	0.0	2.0	1.0	1.3	0.4	1.8

表1から表4における利得表より，利得行列を導き出し，この利得行列の解を Min—Max 定理を用いて解くのである。このねらいは，「いかなるローテーションの時にも最適となる攻撃はどこから行えばよいのか？」ということを確率的に探ることである。すなわち，攻撃エリアの最適戦略をゲームの理論を用いて見つけるのである。それぞれの利得行列からは，おのおの8連の等式，不等式を含む方程式（連立系）が得られる。この連立系を解くことにより，各攻撃戦略の確率とゲームの値を得ることになる。

以下に，各試合における連立系を示す。

x_1：Lの確率，x_2：Cの確率，x_3：Rの確率，x_4：Bの確率，V：ゲームの値

イタリアの対ユーゴスラビア戦の場合

$$\left.\begin{array}{l}0 \leqq x_i \leqq 1,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4\\ x_1+x_2+x_3+x_4=1\\ 1.5x_1+1.1x_2+1.0x_3+1.5x_4 \geqq V\\ 1.4x_1+1.0x_2 \geqq V\\ 1.0x_1+1.4x_2+1.0x_3+2.0x_4 \geqq V\\ 1.6x_1+2.0x_2+2.0x_3+1.5x_4 \geqq V\\ 2.0x_1+1.7x_2+0.7x_4 \geqq V\\ 1.4x_1+1.5x_2+1.0x_3+0.6x_4 \geqq V\end{array}\right\} \quad (5)$$

日本の対韓国戦の場合

$$\left.\begin{array}{l}0 \leqq x_i \leqq 1,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4\\ x_1+x_2+x_3+x_4=1\\ 1.3x_2+0.5x_3+1.6x_4 \geqq V\\ 1.5x_1+1.2x_2+0.7x_4 \geqq V\\ 1.5x_1+1.5x_2+1.3x_3+2.0x_4 \geqq V\\ 0.8x_1+1.1x_2+2.0x_3+0.5x_4 \geqq V\\ 0.8x_1+1.3x_2+1.6x_4 \geqq V\\ 0.9x_1+1.4x_2+1.0x_3+2.0x_4 \geqq V\end{array}\right\} \quad (7)$$

ユーゴスラビアの対イタリア戦の場合

$$\left.\begin{array}{l}0 \leqq x_i \leqq 1,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4\\ x_1+x_2+x_3+x_4=1\\ 1.5x_1+0.7x_2+1.5x_3+0.3x_4 \geqq V\\ 0.9x_1+0.8x_2+0.8x_3+1.0x_4 \geqq V\\ 1.6x_1+0.8x_2+1.3x_3+1.8x_4 \geqq V\\ 0.3x_1+1.6x_2+2.0x_3+1.7x_4 \geqq V\\ 1.3x_1+1.8x_2+1.4x_4 \geqq V\\ 0.6x_1+1.5x_2+1.0x_3+0.8x_4 \geqq V\end{array}\right\} \quad (6)$$

韓国の対日本戦の場合

$$\left.\begin{array}{l}0 \leqq x_i \leqq 1,\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4\\ x_1+x_2+x_3+x_4=1\\ 1.4x_1+1.5x_2+1.5x_3 \geqq V\\ 1.5x_1+0.8x_2+2.0x_3+2.0x_4 \geqq V\\ 0.8x_1+1.7x_2+2.0x_3+1.0x_4 \geqq V\\ 1.2x_1+0.9x_2-2.0x_3+1.3x_4 \geqq V\\ 0.7x_1+1.1x_2+0.4x_4 \geqq V\\ 1.1x_1+1.3x_2+2.0x_3+1.8x_4 \geqq V\end{array}\right\} \quad (8)$$

一般に（m, n）行列（m×n 行列）は，シンプレックス解法を用いて解く[11]。上記の連立系（5），（6），（7），（8）を解いて，ゲームの解を求める。

6．結果・考察

はじめに各試合の利得行列の鞍部点を求めた。しかし，これらのゲームにおいて，鞍部点は発見できなかった。ゆえに，このゲームは，Min—Max 定理に基づいて，連立系（5)，(6)，(7)，(8）を解くことにより，最適混合戦略とゲームの値が求められる。表5は，実際に試合で使われた各エリア別からの攻撃を純粋戦略とした時の，出現の百分率（実値）とこれらのゲームを解くことにより求められた最適混合戦略の百分率（理論値）を示したものである。これらの実値と理論値の数値間のばらつきの様相には，相違が見られる。試合を自分にとって有利に展開したり，思いがけない損失を防ぐための方策は，これらの実値のばらつきの様相を理論値のものに近づけることによって立てることができる。

表5　ゲームの解と実際の試合における攻撃戦略の百分率（%)

	イタリア		ユーゴスラビア		日本		韓国	
	実値	理論値	実値	理論値	実値	理論値	実値	理論値
レフト	43	50	31	41	31	0	27	29
センター	32	50	33	27	45	95	51	71
ライト	4	0	12	0	5	5	8	0
バック	21	0	24	32	19	0	14	0

以下に，表5の実値と理論値を比較した時に考えられる「相手がいかなるローテーションを使ったとしても，攻撃が成功した時の利得の保証水準の予測」や「攻撃が失敗した時に利得の損失水準ができるだけ少なくなる様な，攻撃戦略についての新たなる反省」を具体的に示す。

イタリアの対ユーゴスラビア戦の試合について考察する。実際の試合では，レフトエリアでの攻撃を43%，センターエリアの攻撃を32%，ライトエリアからの攻撃を4%，バックアタックからの攻撃を21%の割合で試合を組み立てていた。理論的には，「イタリアは，レフトエリアとセンターエリアでの攻撃をそれぞれ50%の割合いで，そして，ライトエリアとバックアタックの攻撃は使わない方が得策である。」となっている。

以下に，現実に使われていた攻撃戦術と理論値の配分を比べる事による最適な攻撃戦略を提案する。

結果的にイタリアは優勝したが，この試合に関してイタリアが反省すべき要点は，「ライトエリアでの攻撃とバックアタックは，打つぞと見せかけて実は打たないフェイクモーションとして，相手を迷わす様な攻撃のために利用し，得点源として考えないこと。得点に関して有効な攻撃戦略の選択は，全体的な比率がバックアタックからの攻撃のものをもっとレフトエリアおよびセンターエリアの攻撃に分散して試合を組み立てていけば，計画性に富んだ機能的な試合展開が期待できたはずである。」と推察できる。

ユーゴスラビアの対イタリア戦の試合について考察する。実際の試合では，レフトエリアでの攻撃を31%，センターエリア撃を33%，ライトエリアからの攻撃を12%，バックアタックからの攻撃を24%の割合で試合を組み立てていた。理論的には，「ユーゴスラビアは，レフトエリアの攻撃を41%，センターエリアでの攻撃を27%，バックアタックの攻撃を32%の割合いで，そして，ライトエリアでの攻撃は使わない方が得策である。」となっている。

以下に，ユーゴスラビアの現実に使われていた攻撃戦術と理論値の配分を比べる事による最適な攻撃戦略を提案する。

この試合に関してユーゴスラビアが反省すべき点は，「ライトエリアでの攻撃は，打つぞと見せかけて実は打たないフェイクモーションと言うべき攻撃として利用し，得点源としては考えないこと。得点に関して有効な攻撃戦略の選択は，攻撃戦略を使用する上での全体的な比率がバックアタックのものを，もっとレフトエリアおよびライトエリアに分散するといった内容で試合を組み立てていけば，最悪の事態を避けることが可能となる知力溢れる試合を展開することができたは

ずである。もしかしたら，この試合の得点経過の流れや勝敗の行方を変えることが出来たかもしれないのである。」と推察できる。

日本の対韓国戦の試合について考察する。実際の試合では，レフトエリアでの攻撃を31%，センターエリアの攻撃を45%，ライトエリアからの攻撃を5%，バックアタックからの攻撃を19%の割合で試合を組み立てていた。理論的には，「日本は，センターエリアとライトエリアでの攻撃をそれぞれ95%と5%の割合いで，そして，レフトエリアとバックアタックの攻撃は使わない方が得策である。」となっている。

以下に，日本の現実に使われていた攻撃戦術と理論値の配分を比べる事による最適な攻撃戦略を提案する。

この試合に関して日本が反省すべき点は，「レフトエリアとバックアタックの攻撃は打つぞと見せかけて実は打たないフェイクモーションとして，相手を迷わす様な攻撃のために利用し，得点源として考えないこと。得点に関して有効な攻撃戦略の選択は，攻撃戦略を使用する上での全体的な比率がレフトエリアからの攻撃とバックアタックの攻撃よりも，もっとセンターエリアでの攻撃に集中するような試合展開を心がけていれば，もしかしたら日本も，この試合の得点経過の流れや勝敗の行方を変えることが出来たかもしれないのである。」と推察できる。

韓国の対日本戦の試合について考察する。実際の試合では，レフトエリアでの攻撃を27%，センターエリアの攻撃を51%，ライトエリアからの攻撃を8%，バックアタックからの攻撃を18%の割合で試合を組み立てていた。理論的には，「韓国は，レフトエリア，センターエリアからの攻撃をそれぞれ46%，42%，の割合いで，そして，ライトエリアとバックアタックからの攻撃は使わない方が得策である。」となっている。

以下に，韓国の現実に使われていた攻撃戦術と理論値の配分を比べる事による最適な攻撃戦略を提案する。

この試合に関して韓国が反省すべき点は，ライトエリアとバックアタックからの攻撃は打つぞと見せかけて実は打たないフェイクモーションとして，相手を迷わす様な攻撃のために利用し，得点源として考えないこと。得点に関して有効な攻撃戦略の選択は，その代わりにライトエリアとバックアタックの攻撃をセンターエリアの攻撃に移行させるともっと計画性に富んだ機能的な試合展開が期待できたはずである。」と推察できる。

このように，Min—Max 定理による理論値と実際の数値との比較は，これから指導者が立てる理想的な攻撃戦略の選定に関する合理的判断基準となると考えられる。

7．ま と め

ゲーム理論を用いて考えた最適混合戦略は，指導者にとっての，ある一つの戦略的思考の合理的判断基準に貢献する事ができる。

文　献

1) ヤーン・ケルン：スポーツの戦術入門，大修館書店，23-30，1999.

2) 坂口　実：ゲームの理論，森北出版，1969.

3) アビナッシュ．ディキシット他：戦略的思考とは何か，TBS ブリタニカ，1999.

4) 山内賢：2人ゼロ和ゲームとしてのハンドボールのペナルティースロー，体育の科学，第36巻，第9号，708-711，1986.

5) 原朗他：2人ゼロ和ゲームとしての水球のペナルティースロー，日本体育大学紀要，第17巻，第1号，31-40，1987.

6) A・コーフマン：ゲームの理論，東洋経済新報社，1977.

7) 中山幹夫：はじめてのゲーム理論，有斐閣ブックス，1999.

8) 鈴木光男：新ゲーム理論，勁草書房，1997.

9) 大村平：戦略ゲームの話，日科技連出版，1990.

10) 山内　賢他：バレーボールの攻撃戦術における得権の分散について，日本体育大学紀要，第28巻，第2号，201-203，1999.

11) 入江昭二：線形数学，共立出版，141-160，1983.

注　釈

注 1) MはMoneyの頭文字で，プレイヤー1の利得を表す。M（a_1，b_2）＝3ということは，純粋戦略a_1と純粋戦略b_2をとった時のプレーヤー1の利得は3ということである。

注 2) A×Bは集合Aと集合Bの直積を表す。すなわち，$A \times B = \{(a, b),\ a \in A,\ b \in B\}$である。

注 3) 記号∀は，「任意の」を表す。