「点」と「瞬間」について

── 美術史と数学史の狭間で ──

石田　雄一

1.

古代ギリシャの「エレア学派」と呼ばれる哲学者の一人であるゼノン（前490頃-没年不詳）は「飛ぶ矢」や「アキレスと亀」等の逆理を提起したことで知られている。飛んでいる矢は「今」という瞬間においては止まっている。同じことがどの瞬間に関しても言えるので、飛んでいる矢はずっと止まっていることになる ── ゼノンは、「運動が存在する」と仮定するとこうした逆理が生じることを示し、その仮定が誤りであることを背理法によって論証する。つまり、論理（ロゴス）に従うなら「運動は存在しない」ということになるが、この主張は感覚的経験からすれば到底是認できるものではない。ゼノンの逆理はこのような形で、論理に基づく推論と感覚に基づく判断が相容れないことを露呈させた。今日の我々なら論理の方を疑うところであるが、ギリシャの「哲学者＝愛知者（フィロソフォス）」[1]たちは感覚に基づく判断を「臆見（ドクサ）」として否定し、論理に従う道を選んだ。その中にはピタゴラス学派の数学者たちもおり、それがギリシャの数学の伝統となる。それ以降、ギリシャの数学では直観的あるいは視覚的な明証性は真であることの保証とは見なされず、一目瞭然のことでも論理的推論による証明が必要になる[2]。運動も、ゼノンの逆理で示された矛盾を持ち込むという理由で幾何学では忌避される。事実、ユークリッド（生没年不詳、前300頃？）の『原論』には図形の運動はほとんど登場しない[3]。

『原論』第1巻冒頭の「点とは部分のないものである」[4]という定義も、「ゼノンの言う無持続的な時間点」である「今（νῦν）」に対応する[5]。アルパッド・サボーによれば、

> ゼノンの用語法では、「部分なき大きさ（μέγεθος άμέρες）」という言葉は、時間に関してなら「今（νῦν）」という言葉を使うことを、空間に関して示す言葉である。後ではプロクロスまでが、幾何学的な「点」の概念を時間的な「今」の概念と対比しているのは決して偶然ではない。ゼノンは時の経過を、持続のない各瞬間（「今」νῦν）に分割した。彼が「時」および「運動」の概念のもつ矛盾性、思考不可能性を証明した仕方はこれである。[6]

「部分のない点」と「持続のない瞬間」はどちらもただ思惟できるだけで、感覚的には経験できない。しかし、それは古代ギリシャの哲学者たちには何ら問題ではなかった。彼らにとって感覚的経験は虚妄であり、真理は論理＝理性（ロゴス）によってしか捉えられないものだったからである。ピタゴラス学派の影響を強く受けたプラトン（前 427－前 347）は真理を「イデア」と呼び、幾何学の対象である「幅のない線」や「完全な円」もイデアと同様に「完全な思考の世界」に属するものだと考えた[7]。イデア説を批判するアリストテレス（前 384- 前 322）も「幾何学が物理的世界にあてはまることには徹底して懐疑的だった」[8]。そうして幾何学は千年以上にわたって、感覚的現実とは関わりのない観念的世界を対象とする学問であり続け、その間ずっと、「部分のない点」を感覚的現実に見出すことがなくても、誰もそれに頭を悩ます必要はなかった。

「部分のない点」が問題として浮上するのは、15世紀になってレオン・バティスタ・アルベルティ（1404-1472）が、絵画の技法である「遠近法」を理論化すべく、幾何学を視覚世界に適用することを試みたときである。アルベルティの『絵画論』（1435）の以下のくだりからは「部分のない点」の扱いをめぐる戸惑いが読み取れる。

> 真っ先に点について述べよう。点とは記号であって、部分に分けられないことを知らなければならない。記号とは、ここでは、面の上に存在するすべて目で見ることのできるものを言う。画家は目に見えないものには関係がないことを何人も否定しないだろう。画家はひたすら見えるものを描くことに携わっていればよいのである。[9]

アルベルティはここで、点は「記号」つまり「眼で見ることのできるもの」と定義しているが、同時に、それは「部分に分けられない（non si possa dividere in parte)」とも述べている。「部分に分けられない」とは、幾何学的な点の定義「点とは部分のないものである」に即したものであるが[10]、部分のないものは、当然のことながら、眼で見ることができない。アルベルティの記述が曖昧なのは、そうした問題を避けようとしているからなのかもしれない。

他方、ルネサンスを代表する画家であると同時に卓越した幾何学者でもあったピエロ・デッラ・フランチェスカ（1415(20)頃-1492）は、彼の『遠近法論』第1巻の導入部で、アルベルティが言及した問題について、より立ち入った発言をしている。

> 点は部分のないもので、幾何学者の言葉に従えば想像上のものである。また彼らは、線は幅のない長さだという。これらは知性だけにしか認められないから、私は眼で理解できる表現でもって遠近法を論じようと思う。したがって、別の定義をする必要があろう。そこで、点は眼で理解できる程度に小さいものとし、線は一点から他の点への広がりで、その幅は点と同じ性質のものとすることにしよう。[11]〔傍点は筆者による〕

「眼で理解できる程度に小さい (tanto picholine quanto è posibile ad ochio comprendere)」というのは、「眼に見える程度に小さい」ということではない。なぜなら、ピエロはそのすぐ後で、命題1「すべての大きさは眼における角で表される」の解説を次のように始めているからである。

> これは自明である。というのは、点には大きさがなく、視覚能力〔眼〕は点にすぎない。またある点から事物の端に線を引くならば必然的に角ができるからである。絵画において点は大きさをもつとし、その大きさは他のすべての大きさがそれよりも大きいほど小さい、と私はいったけれども。[12]〔傍点は筆者による〕

ここでピエロは「眼で理解できる程度に小さい」と言ったことを、「他のすべての大きさがそれよりも大きいほど小さい（tanto picolina che onni altra quantità è magiore di quella)」と言い換えている。要するに「与えられた任意の量よりも小さい」ということであり、これは後に「無限小」や「極限」を定義するために用いられる「二つの量のせめぎあい」[13]に他ならない。ちなみに、中根美千代によれば、「極限に関する概念を『任意の数より小さい』と捉えることは、遅くも17世紀にはあった」という。

> 誰が最初に提示したのかははっきりしないが、たとえば、Wallis の『無限の数論』(1656年) 命題 40 では、「項の数が増すとき、1/4からの超過分は減少し続け、任意の与えられた数よりも小さくなり、項の個数が無限となる場合には消失しなければならない」といった言明が見られる。[14]〔傍点は筆者による〕

古代においても「極限」の概念に近づこうとする者がいなかったわけではない。例えば、アルキメデス（前287頃-前212）は、「直角をなす2辺の長さがそれぞれ円の半径と円周と同じである直角三角形の面積〔T〕は、その円の面積〔C〕に等しい〔T=C〕」という命題を、円に内接する正多角形の辺を限りなく小さくして円に近づけていくなどの方法で導き出したと考えられている。しかし、こうした方法は古代ギリシャの幾何学においては発見的手法(ヒューリスティック)でしかなかった。それゆえ、アルキメデスの『円の計測』には、上記の命題を導き出した方法が明記されておらず、代わりに、『原論』第12巻命題2などの証明で用いられている所謂「取り尽し法」と背理法によって「T>C」と「T<C」がどちらも成り立たないことを証明するという手続きを踏んで「T=C」の論証が行われている。[15]

　こうした「古代人の方法」と、17世紀における微分積分学の確立に繋がる「無限小の幾何学」[16]との関係については、数学史の概説書でも詳しく論じられている。それに比して、両者の間にあって、アルベルティとピエロが幾何学的遠近法の理論化に際して「不可分者」や「無限小」といった概念に近づいていたことが数学史の文脈で言及されることは少ない。これは後世の数学への影響という観点からすれば当然であるが、ルネサンスの遠近法が「近代」における感覚的・物理的世界の幾何学化のプロセスの出発点であり[17]、かつまた17世紀における微分積分学の確立がこのプロセスの必然的な帰結だとすれば、アルベルティやピエロによる遠近法の理論化に際して幾何学的な「点」が問題として浮上していたこと

は、たとえそれが後世につながるものではなかったとしても、17世紀における数学史上の偉大な発見の「予兆」として位置づけることはできるはずである。以下、そうした観点から、ルネサンスからバロックにかけての美術史と数学史の謂わば「点描」を試みたい。

2.

幾何学的な「点」は、感覚の世界に住まう芸術家の手の届くところにはない。ピエロの弟子であり「会計学の父」としても知られる数学者ルカ・パチョーリ（1445頃-1514頃）から数学の手解きを受けたレオナルド・ダ・ヴィンチ（1452-1519）も「点」について次のように記している。

> たとえ君が鑿の点の最も鋭いところで表面につけた接触の中に点が生じることを発見すると言っても、それは真の点ではない。[18]

しかし、芸術家の手が届かなかったのはあくまでも空間的な「点」であって、時間的な「点」すなわち無持続的な時間点は、ルネサンスの画家たちが描く絵の中に期せずして立ち現れる。無持続な時間点とはゼノンの「今」であり、我々はそれを感覚的に経験することができないが（さもなければ我々には飛んでいる矢が静止して見えるだろう）、幾何学的遠近法に従って描かれた絵画は、観る者の視野にゼノンの「今」を浮かび上がらせる。なぜなら、ルネサンスの遠近法は、映画評論家アンドレ・バザンが言うように、「形態の問題を解決したにすぎず、運動の問題を解決しなかった」[19]からである。中世の聖画像のように、人物が平面に描かれたものであることをあからさまに認識させるのなら、それが微動だにしなくても、観る者が違和感を抱くことはない。しかし、ルネサンスの遠近法絵画は、描かれた人物を視空間に3次元的に浮かび上がらせるので、その不動性は不自然なまでに硬直した印象を与える。幾何学的に厳密な最古の遠近法絵画として知られるマザッチオ（1401-1428）の《聖三位一体》（1426-1428頃）はまさにそうした絵画の一つである。そのことをアレクサンダーは以下のように指摘している。

> 《三位一体》は、それ以前の絵画作品と違い、ブルネレスキの原理を明示的に用い、それによって絵の中に3次元空間を生み出した。もっとも、いかにマザッチオの技法が斬新だったとはいえ、全体としての結果は静止的で堅いことは否めない。人物は、明らかに絵の内部空間（インナー・スペース）の正確な位置にあるが、周囲の柱と同じく静止して不動に見え、生きて呼吸する人間のようには見えない。[20]

しかし、こうした印象を最も強く与える絵画と言えば、「最も精緻な遠近法が用いられたルネサンス絵画」[21]として知られるピエロの《キリストの笞打ち》（1470頃）をおいて他にない。この絵は、幾何学的遠近法を語る際には必ずと言ってよいほど取り上げられるもので、その絵全体が醸し出す印象についてデイヴィッド・A・キングは以下のように記している。

> この絵は、ある意味で、静的（static）であり、ひょっとしたら無生的（sterile）でさえあるかもしれない。そこには動き（movement）がなく、誰も何もしていない。8人の描かれた人物の間には何のやり取りもない。そこには生命（life）がない。[22]

ピエロの絵が特にこうした印象を醸し出すのは、彼が人物の頭部に至るまで厳密な幾何学的作図法によって描こうとしていたことと深く関わっている[23]。ピエロは『遠近法論』の第3巻で、任意の立体を正面、側面、平面に投影して描き、そこから、その立体が見られる角度と距離に応じて再構成するという方法について論じ、そうした方法で円柱の台座や柱頭、人間の頭部等の「より困難な立体」を描く手順を図解付きで詳述している。それはさしずめ「3次元測定」とでも呼ぶべきもので、今日なら3D CADのようなソフトウェアを使えば容易にできる作業かもしれないが、当時はすべて手作業で気の遠くなるほどの時間と労力をかけて行わざるを得ない。[24]

ただし、それほどまでに厳密に幾何学的遠近法に従って絵画を制作したところで、それは我々が日常的に経験する視空間を模したものとはならない。なぜなら、幾何学的遠近法を用いるということは、「精神生理的空間をいわば数学的空間に変換する」[25]ことであり、それによって、我々の視覚的経験に特有な「持続」

も「無持続的な時間点」に置き換えられてしまうからである。それについて瀬分線は、「ピエロ・デッラ・フランチェスカの遠近法論 (1)」の以下のくだりで、これ以上ないほど見事な表現で語っている。

> 絵画の奥に向かって正確に逓減し、隙間ない象嵌のように幾何学模様を描く大理石の床、彫像のように立つ前景の人物、透明に凍りついたような空間は塵ひとつなく、呼吸することすら許されない堅い空間です。〔…〕ピエロが自らの遠近法理論の限りを尽くして描き上げた《キリストの笞打ち》は、透明で硬いクリスタルのようにそこに入り込むことを許しません。存在の許されない感覚、それはまさに、幾何学上の点や線の概念のようです。ユークリッド『幾何学原論』の冒頭を飾る第一の定義「点とは部分のないものである」に同一の感覚を抱きます。[26]

既に述べたように、時間的に幅のない「今」は感覚で捉えることができない。しかし、ピエロの《キリストの笞打ち》は、その「今」をあからさまに見せつけることで、観る者に「存在の許されない感覚」を抱かせる。『原論』の「点」の定義がこの「今」に対応するものなら、それに「同一の感覚」を抱くのは当然である。その意味でもピエロの絵は「現実世界を数学的に認識することを、観る者に迫る」[27]ものであり、それは同時代の新プラトン主義者たちには歓迎されたかもしれない。

しかし、ルネサンスの人々が遠近法絵画に求めたのは、むしろ「生命」に溢れた人の姿を眼前に浮かび上がらせることだった。それは、ジョルジョ・ヴァザーリ（1511-1574）が『芸術家列伝』（1550）の中で、ラファエッロ・サンティ（1483-1520）について記した以下の言葉からも明確に読み取れる。

> 〔…〕ラファエッロの絵は、絵というよりも、生きているもの（cose vive）と呼ぶべきであろう。なぜなら、彼の作中人物の肉体は生動し、生命の息（lo spirito）が通うさまがまざまざと見え、五感は脈打ち、生気溌剌たるさま（vivacità viva）がはっきりと見て取れるからである。それだからラファエッロは、すでに数々の讃辞を呈せられた人であったが、こうしたことによりますます名声を博した。[28]

このくだりでは、マザッチオの《聖三位一体》やピエロの《キリストの笞打ち》に関して言われる「生命感の欠如」とは正反対の印象が語られている。こうした印象の差は、一つには、マザッチオやピエロの絵が、飛ぶ矢も静止する「無持続の時間点」を突き付けるのに対して、ラファエッロのそれは、近接する「二つの瞬間を同時に見せる」[29]ことによって無持続的な瞬間に時間的な幅をつくり出していることに由来する。これは、ゴットホルト・エフライム・レッシング（1729-1781）が『ラオコーン』（1766）の中で指摘するところである。それによれば、ラファエッロの絵には、一人の人物の足や腕の動きによって作られる衣服の襞の形と、足や腕の位置との間に時間的なずれが見られるという。言うまでもなく、そのような状態は現実にはあり得ない、なぜなら、

〔…〕脚の現在の状態が要求するのとちがった襞を、その衣服がほんのわずかでも作るというような瞬間は全くない、だからもし違った襞を作られるとすれば、衣服は前の瞬間で、足は今の瞬間だということになるからである。[30]

これは「ささやかな過失」ではあるが、それにより「瞬間」に時間的な幅が付与される。ラファエッロに限らず、「偉大な歴史画においては、本来ただ一つであるべき瞬間が、ほとんど例外なしにいくらか拡大されている」。例えば、

〔…〕人物の非常に多い絵では、どの人物も、主要行為の瞬間にとるべき運動や姿勢を完全に示している作品というのは、おそらく一つもないのである。ある人物はいくらか前の、ある人物はいくらかあとの動きや姿勢を見せている。[31]

こうした工夫により無持続的な瞬間に時間的な幅を与えることが可能となり、観る者はそこに時間の流れと、その中で生ずる運動を感じ取る。それが「生命」と呼ばれるものなのである。

3．

絵画に「生命」すなわち時間的な持続を与える工夫は、とりわけバロックの画家たちによって極端にまで推し進められる。不自然に身を捩ったり仰け反らせたりした大仰なポーズで作中人物を描き、輪郭を荒い筆致でぼかすといった所謂「動的表現」がバロック期の絵画で盛んに用いられたのはそのためである。それをバザンは「リアリズム」の問題として捉えている。「リアリズム」とは、絵画が観る者の眼に立ち現れさせる光景を可能な限り感覚的知覚に近づけよ、という要請に他ならない。

> 〔…〕遠近法は、形態の問題を解決したに過ぎず、運動の問題を解決してはいなかったので、リアリズムは、当然のことながら、バロック芸術の苛まれた不動性の中に生命を暗示することができる、ある種の精神的な第４の次元たる瞬間の中に、劇的表現を探し求めるところまで行くことを余儀なくされた。[32]

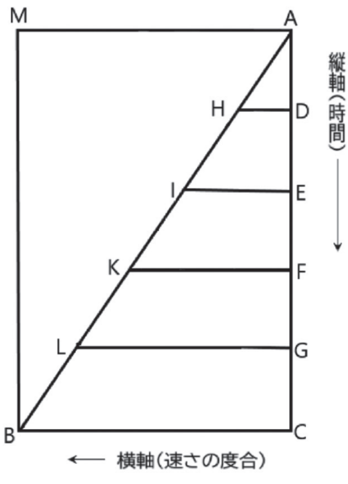
我々が視覚的に捉えることのできる「今」は、「持続としての《今》」すなわち「途切れることのない流れ」の中にある「今」であるが、幾何学的遠近法が立ち現れさせるのは、「瞬間としての《今》」、つまり時間的な前後関係を欠き、それだけで存在する「点」としての「今」だった[33]。これにより、初期の遠近法絵画の作中人物は、我々の感覚的経験とはかけ離れて、「静止して不動に見え、生きて呼吸する人間のようには見えない」。こうした印象を消し去り、作中人物に「運動」と「生命」を与えるために、ルネサンス以来、画家たちは様々な工夫を重ね、「ある種の精神的な第4の次元」と呼び得るような時間的な幅を「瞬間」に付与してきた。この「第4の次元」は、遠近法の作り出す3次元の空間と同様に錯覚に基づく「精神的」なものであるが、バロックの画家たちはこの「第4の次元」の効果を最大化すべく、作中人物の身体を不自然なまでに捩るような「劇的表現」を探し求めた。それはまさに「バロック芸術の苛まれた不動性」と呼ぶに相応しい。

しかし、バロック期に「運動」を捉えようと苦心していたのは画家だけでない。数学者たちも「運動」を捉えるために「瞬間」に時間的な幅を付与するとい

う、画家たちと同じ課題に直面していた。その発端は、1608年末頃にガリレオ・ガリレイ（1564-1642）が、自由落下運動において落下距離が落下時間の2乗に比例することを「斜面の実験」によって明らかにしたことだった。これは、落下運動が「一様加速運動」、つまり、速さが時間の経過とともに刻々と変化する運動だということを意味し、それを論じようとすれば、各瞬間における「速度」ないし「速さ」を概念化する必要があった。しかし、速さは単位時間当たりの移動距離であるから、時間の幅のない瞬間においては、定義不可能である。それを定義するためには、「瞬間」に時間の幅を与える必要があった。

ガリレオは『天文対話』（1632）の「第2日」で、瞬間の速さを「速さの度合（grado di velocità）」[34]と呼んで概念化し、その上で「時間」を縦軸、「速さの度合」を横軸に取った図を記して、その縦軸と横軸を2辺とする直角三角形によって「一様加速運動」を幾何学的に表現している。この図において「速さの度合」は、その直角三角形内に横軸に平行に引かれる線分で示され、その縦軸と横軸によって「速さの度合」が時間との数学的関係において把握可能になる。

> 〔…〕加速は継続的に一瞬一瞬になされるもので、ある時間から次の時間に断続的になされるものではありませんから、そしてまた一端 A は速さが最小である瞬間すなわち静止の状態、これにつづく時間 AD の最初の瞬間、とされているのですから、時間 AD に速さの度合 DH が獲得されるのに先だって、線 DA 上にある無限の点に対応した、時間 DA 上にある無限の瞬間に得られる無限の小さな度合が通過されることは明らかです。ですから度合 DH に先立つ速さの度合の無限性を表すため、線 DA 上の無限の点から DH に平行に引かれると考えられるたえず小さくなる無限の線を考えねばなりません。この線の無限性は結局、三角形 AHD の面積で表されます。このように運動体が静止からはじまる斉一的な加速運動をして通過する任意の距離というものは、点 A からはじまり、線



> HD に平行に、さらにまた運動が好きなだけつづくと IE、KF、LG、BC に平行に、引かれると考えられる無限の線に応じて増大する無限の速さの度合を消費また使用したと考えられましょう。[35]

この図解は、ガリレオが速度の時間積分を考えていたかのような印象を与える[36]。しかし、ガリレオが「速さの度合」を表すものと考えていたのは、縦軸AD上に無限に存在する「点」から水平に辺AC上の点まで引かれた線分、つまり幅のない長さだった。またガリレオは三角形の面積が通過距離であることを示唆してはいるが、「速さの度合」と通過距離との関係に関しては、通過距離が「無限の速さの度合を消費また使用した（aver consumato ed essersi servito di infiniti gradi di velocità)」という曖昧な表現にとどまっていた。これは、ガリレオが「速さの度合」を今日的な意味での「瞬間の速さ」、すなわち「微小時間の平均の速さ」と捉えられなかったためである。微小時間の平均の速さであれば、それに微小時間を掛けることで通過距離に関連づける道が拓かれる。しかし、ガリレオが図で示す「瞬間（momento)」は、線分AB上の大きさのない点であり、「速さの度合」はその無数の点から水平に引かれた幅のない線分だった。

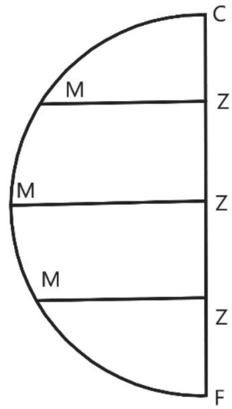
ガリレオは『新科学対話』（1636）でも、上記の図を少し変えた形で再度取り上げているが[37]、そこでも「速さの度合」を幅のない線分と考えていたため、それを通過距離との関係において定義できなかった。それは、ガリレオが、際限なく分割していった結果たどり着く先を「不可分者」としていたことによる。不可分者は文字通り「それ以上分割できないもの」なので、線の不可分者は大きさのない点だということになる。少しでも大きさがあれば更なる分割が可能になるからである。伊藤和行が言うように、

> 平面図形における「不可分者」は線分であり、無数の線分を集めても、線分には幅がない以上、有限な面積を構成することはできない。運動では、瞬間には幅がない以上、瞬間的速度を集めてみても、有限な距離は構成されないのであって、面積が距離を表すとみなし得る根拠が見いだされなかったのである。[38]

この問題を解決するには「不可分者」の概念を「無限小」に置き換える必要があ

った。そしてこの置き換えはブレーズ・パスカル（1623-1662）によって達成される[39]。パスカルは『アモス・デトンヴィル氏から全国事院勅任参事官ド・カルカヴィ氏への手紙』（1658年）の中で次のように記している。

〔…〕私は以下において「線の和」あるいは「面の和」のような不可分者の用語を用いることに何らの支障をも感じないであろう。例えば（右の図において）点Zにおいて無際限の数の相等しい部分に分けられた半円の直径を考え、これらの点から縦線ZMを引くとき、私は「縦線の和」という表現を用いることに何らの支障も感じないであろう。この表現は不可分者の理論を解しない人々には幾何学的でないと思われる。このような人々は、無際限の数の線によって1つの平面を表すなどということは幾何学に反するように思っているのであるが、これは彼らの無知の結果に他ならない。というのも、上の言葉の意味するものは各縦線と直径と相等しい小部分の各々とによって作られた無際限の数の矩形の和にほかならないからである。これらの矩形の和は確かに平面であり、半円の広がりとは与えられたどのような量よりも小さい量だけしか異ならないのである。[40]



パスカルは「線の和（la somme des lignes）」や「面の和（la somme des plans）」といった「不可分者の用語」を使い続けている。しかし、彼がそれらを幾何学的な線や面と同一視していないことは、「線の和」を「無際限の数の矩形の和（la somme d'un nombre indéfini de rectangles）」と捉えていることからも明らかである。つまり、パスカルにとって、平面図形を無際限に分割していった際に残る「線分」は無限小の幅を有する矩形だったのである[41]。

パスカルが「線分」をこのように無限小の幅をもつ「矩形」と理解したように、アイザック・バロウ（1630-1677）も「点」を無限小の長さをもつ「線分」と理解し、それを「瞬間」に適用する。

私が「瞬間」とか「無限定に小さな粒子」と言ったのは、線が無数の点で構成されていると理解するか、あるいは無限定に小さな線で構成されていると理解するかがまったく問題ではないのと同様に、時間が瞬間で構成されると仮定するか、あるいは無数の微小の時間片で構成されると仮定するかはまったく変わりないからである。少なくとも簡潔さを考えるなら、瞬間をたくさんのとても小さな時間と考え、点を、極めて小さな時間を表すとても小さな線と見なすことを躊躇してはならない。[42]

そしてバロウは、この「無限定に小さな（indefinitè parvae）」時間的幅を有する「瞬間（instanti）」、すなわち微小時間としての瞬間の概念を用いて、ガリレオの「速さの度合」の明確な定義に達する。

時間のどの瞬間にも〔…〕、そのとき物体が持っていると考えなければならない一定の速度の度合（volocitatis [...] gradus）が対応する。この速度の度合には、通過された空間の一定の長さが対応する。〔…〕その次の瞬間には、物体は別の速度の度合を受け取る。そして、この速度の度合には、別の空間の長さが対応し、この空間の長さが最初の空間の長さに対して持つ比率は、この速度の度合が前の速度の度合に対して持つ比率と同じだと仮定することができる。〔…〕あらゆる時間のすべての瞬間を通してそれに対応する速度の度合を割り当てるなら、それらを合計すると一定の量になる。[43]

これは、瞬間速度の時間積分が移動距離になるということであり、バロウが既に積分法の考え方に限りなく近づいていたことが見て取れる。そして、1669年にバロウからケンブリッジ大学のルーカス教授職を継承したアイザック・ニュートン（1642-1727）は『自然哲学の数学的原理』（1687）の第Ⅰ篇第1章で、ガリレオが直角三角形によって図解した「自由落下の法則」を一般化し、「補助定理10」として提起する。

一つの物体が、それに働く任意の有限な力によって描く距離は、その力が一定不変であるか、あるいは連続的に増加するか、あるいは連続的に減少するかを問わず、運動の起こり始めにおいては、互いに時間の2乗に比例する。[44]

移動距離が時間の2乗に比例するという法則は、本来であれば、自由落下のように物体にかかる力が一定である場合しか成り立たない。それにもかかわらず、この法則が、力が一定でない場合でも成り立つというのは、定理10が微小時間における運動に関するものだからである。すなわち、「物体に働く力が一定でなくとも、微小時間においては力の方向も大きさも一定とみなすことができる」[45]からに他ならない（補助定理10には「微小時間」といった表現は明示的に用いられていないが、それは「運動の起こり始めにおいて（ipso motus initio）」という表現に含意されている）。こうした限定があるからこそ補助定理10は、太陽から地球が受ける引力のように力の方向が絶えず変化する場合の運動に関しても用いることができる。

そして18世紀に入ると、ピエール・ヴァリニョン（1654-1722）が「瞬間」に以下の定義を与える。

> 瞬間という語によって、我々はここで無限小の（infiniment petite）、あるいは（デカルト氏以来の現代風に言うなら）無限定に小さい（indéfiniment petite）、時間の一部分を理解する。すなわち、何であれ指し示すことができる何らかの量よりも小さいものをいう。それこそまさに古代人たちの言葉でなら「与えられた任意の量よりも小さい（minor quavis quantitate data）」と呼ばれるものである。[46]

このように「瞬間」という概念は数学においても、ゼノンの言う「今」ではなく、無限小の時間的な幅をもったものとして理解されるようになる。ただし、この頃になると、数学はもはや幾何学を中心としたものではなく、数式による代数的なものに変貌しつつあった。今日われわれが知る「dy/dx」や「$\int$」といったライプニッツ流の表記方法が広く用いられるようになり、ヴァリニョンは、ニュートンが『数学的原理』で幾何学的方法によって証明した諸命題を、ライプニッツの記号法を用いて代数的な数式に書き直す作業に着手する。瞬間は「dt」、瞬間速度は「$v=dx/dt$」と表記され[47]、幾何学的な「部分をもたない点」から解放される。そして半世紀ほど後には、ジョゼフ・ルイ・ラグランジュ（1736-1813）が『解析力学』（1788）の緒言において、「私がここで提示する方法は作図も、

幾何学的または力学的な推論も要求せず,ただ規則的で一様な歩みに則った代数的操作のみを要求する」[48]と言明するに至る。

4.

かつて幾何学は、感覚的現実とは無縁のイデア的世界を対象とする学問だった。それゆえ、幾何学の対象が感覚的現実の中に見出されなくても、それはむしろ当然のことだった。だからこそ、ルネサンスの幾何学的遠近法は、単なる技術革新にとどまらず、感覚的世界を根底から変容させる革命的な出来事だった。それによって、感覚的世界が幾何学化されたからである。アレクサンダーは15世紀以降のヨーロッパの歴史を「厳格で合理的な幾何学的秩序」が感覚的世界を支配していくプロセスと捉え、その傍証としてホッブスの幾何学的国家や、幾何学的なフランス式庭園、さらには幾何学的パターンに基づく新大陸の都市計画など、様々な実例を挙げている[49]。ピエロ・デッラ・フランチェスカの《キリストの笞打ち》も、そうした合理的な秩序が支配する世界を描いたものとして観ることができる。

しかし、15世紀以降の歴史を振り返るなら、感覚的世界が一方的に幾何学化されたわけではないことは明らかである。感覚的現実の幾何学化が進むプロセスにおいて、感覚的現実は幾何学に逆らい、幾何学も感覚的現実への馴化を余儀なくされる。バロックの画家たちによる動的表現の探究や17世紀における微分積分学の成立はまさにその例証であるが、その端緒は既に、アルベルティとピエロが幾何学的遠近法を理論化しようとした際に現れていた。アルベルティが『絵画論』に記した「点とは記号であって、部分に分けられないことを知らなければならない」という一文は、ガリレオらの「不可分者」の概念を連想させ、ピエロの『遠近法論』にある「その大きさは他のすべての大きさがそれよりも大きいほど小さい」という表現は「無限小」の定義そのものである。そしてもし15世紀が、芸術家がこぞって幾何学を学んだという意味において「芸術と数学の蜜月」[50]だったとすれば、両者の間の諍いの種はその「蜜月」において既に、ユークリッド幾何学の根幹をなす「点」の定義をめぐって現れていたということなのだろう。

註

1 「哲学者＝愛知者（φιλόσοφος）」という表現はソクラテスと関連づけられることが多いが、ピタゴラスの造語だという伝承もある。Curnow, Trevor: Fostering Wisdom as Expertise. In: Ferrari, Michel/Potworowski, Georges (ed.): *Teaching for Wisdom: Cross-cultural Perspectives on Fostering Wisdom*. New York 2008. p. 7.

2 感覚的経験に対するギリシャの哲学者・数学者らのこうした態度については、アルパッド・サボー（伊藤俊太郎他訳）『数学のあけぼの』東京図書、1976/1988年を参照。

3 例外は、球、円柱、円錐の定義で用いられる図形の「回転」と、図形の合同を証明する際の「重ね合わせ」である。これについては、Axworthy, Angela: *Motion and Genetic Definitions in the Sixteenth-Century Euclidean Tradition*. Cham 2021. pp. 2-3を参照。

4 ユークリッド（中村幸四郎他）『ユークリッド原論：追補版』共立出版、2011年、14頁。

5 アルパッド・サボー（中村幸四郎他訳）『ギリシア数学の始原』玉川大学出版部、1978年、369頁。

6 Szabó, Árpád: The Transformation of Mathematics into Deductive Science and the Beginnings of its Foundation on Definitions and Axioms. In: *Scripta Mathematica*. 27 (1964). pp. 125-126 [邦訳：サボー、前掲書、61頁].（以下、本稿での引用は、邦訳がある場合には基本的にはそれに基づいているが、本稿の必要上、邦訳に従わずに部分的あるいは全面的に独自に訳したところもある。その場合もその分野の専門家である先人の優れた邦訳を参考にした上で訳出している）

7 スチュワート・シャピロ（金子洋之訳）『数学を哲学する』筑摩書房、2012年、67頁を参照。

8 アミーア・アレクサンダー（松浦俊輔訳）『世界は幾何学で作られている』柏書房、2020年、29-30頁。

9 Alberti, Leon Batista: *De pictura*. Bari 1980. p. 10 [邦訳：レオン・バティスタ・アルベルティ（三輪福松訳）『絵画論』中央公論美術出版、1992/1996年、10頁].

10 部分があれば、さらにより小さな部分に分けることが可能になる。

11 Piero della Francesca: *De prospectiva pingendi*. Vicenza 2016 [ebook]. p. 83 [邦訳：石鍋真澄『ピエロ・デッラ・フランチェスカ』平凡社、2005年、424頁].

12 *ibid*., p. 84 [邦訳：同上、425頁].

13 中根美知代『ε－δ論法とその形成』共立出版、2010年、4頁。

14 中根美知代「ε－δ論法の形成過程の考察：解析学の基礎の転換の要因」、『数理解析研究所講究録』1195 (2001)、51-52頁。

15 アルキメデスの円積法に関しては、アミーア・アレクサンダー（足立恒雄訳）『無限小：世界を変えた数学の危険思想』岩波書店、2015年、109-110頁及び230-232

頁、上垣渉『はじめて読む数学の歴史』ベレ出版、2006年、104-209頁を参照。

16 「無限小の幾何学」については、以下の記述を参照。「〔…〕ギリシャの所謂「取尽しの方法」(Exhaustionsmethode) は、証明論法として、むしろ消極的であったものが近世においては「求積の方法」として積極的に取上げられ、同時に不可分者、無限小等の概念が論理的には不完全であったのに拘らず、却って素朴に数学の根底に採入れられたことなど、単なるギリシャ古典への復帰とはいえない近代的要素をそこに看取することができるのである。微分積分学の形成以前に存在したこの一つの数学を私は「無限小の幾何学」と名付けたいと思う」(中村幸四郎「数学的方法の形成について」『科学基礎論研究』1955年、168頁)。

17 アレクサンダー『世界は幾何学で作られている』、39-91頁を参照。

18 レオナルド・ダ・ヴィンチ（加藤朝鳥訳）『レオナルド・ダ・ヴィンチの絵画論』北宋社、1996年、20頁。

19 Bazin, André: Ontologie de l'Image Photographique. In: Bazin, André : *Qu'est-ce que le cinéma?* Paris 1958/1990. p.11 [邦訳：アンドレ・バザン「写真映像の存在論」、アンドレ・バザン（小海永二訳）『映画とは何か』丸善、2008年、187頁].

20 アレクサンダー、前掲書（『世界は幾何学で作られている』)、60頁。

21 石鍋、前掲書、249頁。

22 King, David A.: *Astrolabes and Angels, Epigrams and Enigmas: From Regiomontanus' Acrostic for Cardinal Bessarion to Piero della Francesca's Flagellation of Christ*. Stuttgart 2007. p. 168.

23 「ピエロの絵画は透視図法を愛するあまり、あまりに数学的にすぎ、それ故、冷たく非人間的（cool and impersonal）だ、といわれることがある」(モリス・クライン（中山茂訳）『数学の文化史』河出書房新社、2011年、148頁)

24 これに関しては、Field, J. V.: A Mathematician's Art. In: *Studies in the History of Art*. 48 (1995). pp. 176-197を参照。

25 Panofsky, Ervin: Die Perspektive als "symbolische Form". In: Panofsky, Ervin (ed. Oberer, Hariolf/Verheyen, Egon): *Aufsätze zu Grundfragen der Kunstwissenschaft*. Berlin 1980. p. 101 [邦訳：エルヴィン・パノフスキー（木田元監訳）『象徴形式としての遠近法』哲学書房、1993年、13頁].

26 瀬分綠「ピエロ・デッラ・フランチェスカの遠近法論 (1)」、『五浦論叢』14 (2007)、24頁。

27 Crosby, Alfred W.: *The Measure of Reality: Quantification and Western Society, 1250-1600*. Cambridge, 1986. p. 196 [邦訳：アルフレッド・W・クロスビー（小沢千重子訳）『数量化革命』紀伊国屋書店、2003年、248頁].

28 Vasari, Giorgio: *Opere di Giorgio Vasari Pittore e Architetto Aretino*. *Parte Prima*. Firenze 1832-1838. p. 507 [邦訳：ジョルジョ・ヴァザーリ（平川祐弘・小谷年司訳）『芸術家列伝2』白水社、2011年、89頁].

29 Lessing, Gotthold Ephraim: *Laokoon oder Über die Grenzen der Malerei und Poesie*. In: *Gotthold Ephraim Lessings sämtliche Schriften*. vol. 9. Stuttgart 1893. p. 109 [邦訳：レッシング（斎藤栄治訳）『ラオコーン』岩波書店、1970年、225頁].

30 *ibid*., p. 108 [邦訳：同上、224-225頁].

31 *ibid*., p. 108 [邦訳：同上、224頁].

32 Bazin, *op. cit*., p.11[邦訳: 前掲書、187頁].

33 「瞬間としての《今》」と「持続としての《今》」に関しては、正村俊之『グローバリゼーション: 現代はいかなる時代なのか』有斐閣、2008年、14頁を参照。

34 “velocità” は通常「速度」と訳されるが、ガリレオにおいてはベクトル概念が欠如していたので、ここでは“grado di velocità” を「速度の度合」ではなく「速さの度合」と訳す。これについては、村上陽一郎『時間の科学』紀伊国屋書店、1986/2009年、5頁及び13頁を参照。

35 Galileo, Galilei: *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. In: *Le Opere di Galileo Galilei*: Edizione Nazionale. vol.7. Firenze 1897. p. 255 [邦訳：ガリレオ・ガリレイ〔青木靖三訳〕『天文対話 上』岩波書店、1959/1996年、342頁].

36 例えば、朝永振一郎は「ガリレオのグラフ的方法も等加速度運動という特別な場合への微分積分学の適用であった」と述べている（朝永振一郎『物理学とは何だろうか 上』岩波書店、1979/2018年、95頁）。

37 Galileo, Galilei: *Discorsi e dimonstrazioni matematiche intorno à due nuove scienze*. In: *Le Opere di Galileo Galilei*: Edizione Nazionale. vol.8. Firenze 1898. p. 208 [邦訳：ガリレオ・ガリレイ（今野武雄／日田節次訳）『新科学対話 下』岩波書店、1948/2015年、35頁].

38 伊藤和行「落下法則：古典力学の誕生と数学」、『第二回報告書：人文知の新たな総合に向けて』京都大学大学院文学研究科、2004年、47頁。

39 パスカルについては、中村幸四郎『近世数学の歴史』日本評論社、1980年、105-107頁を参照。

40 Pascal, Blaise: Lettre de Dettonville a Carcavi. In: Pascal, Blaise: *Œuvres de Blaise Pascal*. vol.3. Paris 1865. p. 372 [邦訳：ブレーズ・パスカル（原亮吉訳）「アモス・デトンヴィル氏から前国事院勅任参事官ド・カルカヴィ氏への手紙」、ブレーズ・パスカル（息吹武彦他監修）『パスカル全集 I』人文書院、昭和29年、663頁（この引用箇所については、中村、前掲書、106頁も参照）].

41 中村、前掲論文、171頁。

42 Barrow, Isaac: *Lectiones XVIII, Cantabrigiæ in scholis publicis habitae*. London, 1669. pp. 167-168. この引用箇所については、Gandt, François de: *Force and Geometry in Newton’s Principia*. Princeton 1995. pp. 109-111を参照。なお、ガリレオに関しては“grado di velocità” を「速さの度合」と訳したが、バロウに関しては“velocitatis gradus” を「速度の度合」と訳す。

43 ibid., p. 168. この引用箇所については、Gandt, *op. cit.*, pp. 109-111を参照。

44 Newton, Isaac: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Glasgow 1871. p. 33 [邦訳：アイザック・ニュートン（中野猿人訳）『プリンシピア』講談社、2014年、55頁].

45 伊藤和行「古典力学における運動法則の歴史性：ニュートンの第二法則をめぐって」、『哲学研究』570 (2000)、55頁。

46 Varignon, Pierre: Des movemens variés à volonté, compares entr'eux et avec les uniformes. In : *Histoire de l'Académie Royale des Sciences année 1707*. Paris 1708. *Mémoires*, p. 222. この引用部分に関しては、林知宏「無限小量をめぐる論争と基礎づけの問題、ライプニッツ、ヴァリニョン、ヘルマン」『数理解析研究所講究録』1195 (200)、36頁の同箇所の訳出を参照。

47 Varignon, Pierre : Manière générale de déterminer les forces, les vitesses, les espaces et les temps, une seule de ces quatre choses étant donnée dans toutes sortes de mouvements rectilignes variés à discrétion. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences année 1700*. Paris 1703. *Mémoires*, p. 23. これに関しては、Blay, Michel: Mathematization of the Science of Motion. In: Palmerino, Carla Rita/Thijssen (ed.): *The Reception if the Galilean Science of Motion in Seventeenth-Century Europe*. Dordrecht/Boston/London 2004. p. 255を参照。

48 Lagrange, Joseph-Louis: *Mécanique analitique*. Paris 1788. p. vi. [邦訳：Ｊ・Ｌ・ラグランジュ（有賀暢迪訳）「『解析力学』（抄）：釣りあいと運動の一般公式」、『科学哲学科学史研究』5 (2011)、131頁]. また、有賀暢迪『力学の誕生：オイラーと「力」概念の革新』名古屋大学出版会、2018年、324頁も参照。

49 アレクサンダー、前掲書（『世界は幾何学で作られている』）。

50 石鍋、前掲書、317頁。