

Title	3次元多様体のHeegaard分解に由来する写像類群の部分群の研究
Sub Title	Subgroups of mapping class groups associated with Heegaard splittings of 3-manifolds
Author	古宇田, 悠哉(Koda, Yuya)
Publisher	慶應義塾大学
Publication year	2024
Jtitle	学事振興資金研究成果実績報告書 (2023.)
JaLC DOI	
Abstract	<p>任意の閉3次元多様体Mは、閉曲面Σで切り開くことにより、ハンドル体と呼ばれる基本的なピースに分解することができる。このような分解をMのHeegaard分解とよぶ。また、曲面Σの種数をこの分解の種数とよぶ。Heegaard分解はすべての閉3次元多様体Mが許容する最も基本的な分解であり、本研究の主役であるGoeritz群は概ねこの自己同型群のことである。本研究では、組み合わせ的手法、特異点的手法双方を駆使してこの群、および関連する群の構造解明に取り組んだ。まず、田中勇輝氏(広島大学)と共同で、結び目の(1,1)-分解のGoeritz群の構造を全て決定した。また、高尾和人氏(東北大学)と共同で、Goeritz群の有限性条件をHeegaard図式を用いて記述した。さらに、Sangbum Cho氏(韓国・Hanyang Univ.)、Jung Hoon Lee氏(韓国・Jeonbuk National Univ.)と共同で、3次元球面の種数3のHeegaard分解のGoeritz群に関するPowell予想(M. FreedmanとM. Scharlemannにより解決がアナウンスされている)の簡明な別照明を与えた。これらの成果は、それぞれarXivに掲載している。</p> <p>関連する研究成果として、石井一平氏、石川昌治氏(慶應義塾)、直江央寛(中央大)と共同で実施したフローズパイプと接触構造に関する研究成果、石川昌治氏(慶應義塾)、直江央寛(中央大)と共同で実施したシャドウの補空間の基本群に関する研究成果がそれぞれを査読付き国際誌に掲載された。また、古谷凌雅氏(広島大)と共同で、ダイバイド絡み目の双曲構造に関する研究を実施し、得られた成果が査読付き国際誌に掲載を受理された。野崎雄太氏(横国大)、Tamás Kálmán氏(東工大)、寺垣内政一氏(広島大)らとは、大域的位相欠陥のホモトピー分類に関する成果を挙げ、arXivで公表した。</p> <p>Any closed 3-manifold M can be decomposed into two basic pieces called handlebodies by cutting it open along a closed surface Σ. Such a decomposition is called a Heegaard splitting of M. The Goeritz group, which is the main subject of this research project, is defined to be, roughly, the automorphism group of a Heegaard splitting. In this research, we have studied the structures of the Goeritz groups, as well as several related groups, by using both combinatorial and singular methods. In collaboration with Y. Tanaka (Hiroshima University), we completely described the structure of the Goeritz group of (1,1)-decompositions of knots. In a joint work with K. Takao (Tohoku University), the finiteness conditions of the Goeritz group were described using the Heegaard scheme. Further, in collaborations with S. Cho (Hanyang Univ., Korea) and J. H. Lee (Jeonbuk National Univ., Korea), we gave a short alternative proof of the Powell conjecture for the Goeritz group of the genus-3 Heegaard splitting of the 3-sphere. (whose solution has been announced by M. Freedman and M. Scharlemann). Each of these results has been posted on the arXiv.</p> <p>As related research results, the results on flow spines and contact structures in collaboration with I. Ishii, M. Ishikawa (Keio Univ.), and T. Naoe (Chuo Univ.), and the results on fundamental groups of complementary spaces of shadows in collaboration with M. Ishikawa (Keio Univ.) and T. Naoe (Chuo Univ.), have been published in peer-reviewed international journals, respectively. The results of a joint research with Ryoga Furuya (Hiroshima Univ.) on hyperbolic structures of divide entanglement have been accepted for publication in an international peer-reviewed journal. With Y. Nozaki (Yokohama National Univ.), T. Kálmán (Tokyo Institute of Technology), and M. Teragakiuchi (Hiroshima Univ.), we have classified global phase defects up to homotopy, and this result is also posted on the arXiv.</p>
Notes	
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=2023000010-20230233

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

2023年度 学事振興資金（個人研究） 研究成果実績報告書

研究代表者	所属	経済学部	職名	教授	補助額	200千円 (B)
	氏名	古宇田 悠哉	氏名(英語)	Yuya Koda		

研究課題（日本語）

3次元多様体の Heegaard 分解に由来する写像類群の部分群の研究

研究課題（英訳）

Subgroups of mapping class groups associated with Heegaard splittings of 3-manifolds

1. 研究成果実績の概要

任意の閉3次元多様体 M は、閉曲面 Σ で切り開くことにより、ハンドル体と呼ばれる基本的なピースに分解することができる。このような分解を M のHeegaard分解とよぶ。また、曲面 Σ の種数をこの分解の種数とよぶ。Heegaard分解はすべての閉3次元多様体 M が許容する最も基本的な分解であり、本研究の主役であるGoeritz群は概ねこの自己同型群のことである。本研究では、組み合わせ的手法、特異点的手法双方を駆使してこの群、および関連する群の構造解明に取り組んだ。まず、田中勇輝氏(広島大学)と共同で、結び目の(1,1)-分解のGoeritz群の構造を全て決定した。また、高尾和人氏(東北大学)と共同で、Goeritz群の有限性条件をHeegaard図式を用いて記述した。さらに、Sangbum Cho氏(韓国・Hanyang Univ.)、Jung Hoon Lee氏(韓国・Jeonbuk National Univ.)と共同で、3次元球面の種数3のHeegaard分解のGoeritz群に関するPowell予想(M. FreedmanとM. Scharlemannにより解決がアナウンスされている)の簡明な別照明を与えた。これらの成果は、それぞれarXivに掲載している。

関連する研究成果として、石井一平氏、石川昌治氏(慶應義塾)、直江央寛(中央大)と共同で実施したフロースパインと接触構造に関する研究成果、石川昌治氏(慶應義塾)、直江央寛(中央大)と共同で実施したシャドウの補空間の基本群に関する研究成果がそれぞれを査読付き国際誌に掲載された。また、古谷凌雅氏(広島大)と共同で、ディバイド絡み目の双曲構造に関する研究を実施し、得られた成果が査読付き国際誌に掲載を受理された。野崎雄太氏(横国大)、Tamás Kálmán氏(東工大)、寺垣内政一氏(広島大)らとは、大域的位相欠陥のホモトピー分類に関する成果を挙げ、arXivで公表した。

2. 研究成果実績の概要（英訳）

Any closed 3-manifold M can be decomposed into two basic pieces called handlebodies by cutting it open along a closed surface Σ . Such a decomposition is called a Heegaard splitting of M . The Goeritz group, which is the main subject of this research project, is defined to be, roughly, the automorphism group of a Heegaard splitting. In this research, we have studied the structures of the Goeritz groups, as well as several related groups, by using both combinatorial and singular methods. In collaboration with Y. Tanaka (Hiroshima University), we completely described the structure of the Goeritz group of (1,1)-decompositions of knots. In a joint work with K. Takao (Tohoku University), the finiteness conditions of the Goeritz group were described using the Heegaard scheme. Further, in collaborations with S. Cho (Hanyang Univ., Korea) and J. H. Lee (Jeonbuk National Univ., Korea), we gave a short alternative proof of the Powell conjecture for the Goeritz group of the genus-3 Heegaard splitting of the 3-sphere. (whose solution has been announced by M. Freedman and M. Scharlemann). Each of these results has been posted on the arXiv.

As related research results, the results on flow spines and contact structures in collaboration with I. Ishii, M. Ishikawa (Keio Univ.), and T. Naoe (Chuo Univ.), and the results on fundamental groups of complementary spaces of shadows in collaboration with M. Ishikawa (Keio Univ.) and T. Naoe (Chuo Univ.), have been published in peer-reviewed international journals, respectively. The results of a joint research with Ryoga Furuya (Hiroshima Univ.) on hyperbolic structures of divide entanglement have been accepted for publication in an international peer-reviewed journal. With Y. Nozaki (Yokohama National Univ.), T. Kálmán (Tokyo Institute of Technology), and M. Teragakiuchi (Hiroshima Univ.), we have classified global phase defects up to homotopy, and this result is also posted on the arXiv.

3. 本研究課題に関する発表

発表者氏名 (著者・講演者)	発表課題名 (著書名・演題)	発表学術誌名 (著書発行所・講演学会)	学術誌発行年月 (著書発行年月・講演年月)
Ippei Ishii, Masaharu Ishikawa, Yuya Koda, Hironobu Naoe	Positive flow-spines and contact 3-manifolds	Annali di Matematica Pura ed Applicata (4)	2023年10月
Masaharu Ishikawa, Yuya Koda, Hironobu Naoe	Presentation of the fundamental groups of complements of shadows	Essays in Geometry: Dedicated to Norbert A' Campo (ed. A. papadopoulos), IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics	2023年
Yuya Koda	Shadows, divides and hyperbolic volumes	Topology and Geometry of Low-Dimensional Manifolds 2023	2023年11月

古宇田 悠哉	Shadows, divides and hyperbolic volumes	トポロジー火曜セミナー, 東京大学	2023年11月
古宇田 悠哉	Homotopy classification of biaxial nematic liquid crystal textures	東京女子大学トポロジーセミナー	2023年12月
Yuya Koda	Homotopy classification of knotted defects in ordered media	SKCM2 Spring Symposium	2024年2月
Yuya Koda	The Powell Conjecture for the genus-three Heegaard splitting of the 3-sphere	Mini-Workshop on Knots and Manifolds	2024年3月